

# Линейная Алгебра

## 1 курс

### Теория для экзамена 4 модуля

1. Дайте определение линейного функционала.
2. Дайте определение сопряженного пространства.
3. Выпишите формулу для преобразования координат ковектора при переходе к другому базису.
4. Дайте определение взаимных базисов.
5. Дайте определение биортогонального базиса.
6. Дайте определение сопряженного оператора в произвольном (не обязательно евклидовом) пространстве.
7. Сформулируйте определение алгебры над полем. Приведите два примера.

**8. Сформулируйте определение тензора. Приведите два примера.**

Пусть есть поле  $F$  и векторное пространство  $V$  над этим полем, а так же  $V^*$ , сопряженное к  $V$  и числа  $p, q \in \mathbb{N} \cup \{0\}$

$$f : \underbrace{V \times \dots \times V}_p \times \underbrace{V^* \times \dots \times V^*}_q \rightarrow F$$

Называется тензором на  $V$  типа  $(p, q)$  и валентности  $p + q$ .

**9. Дайте определение эллипса как геометрического места точек. Выпишите его каноническое уравнение. Что такое эксцентриситет эллипса? В каких пределах он может меняться?**

Эллипсом называют геометрическое место точек, сумма расстояний от которых до двух данных точек, называемых фокусами, постоянна.

Каноническое уравнение:  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

Эксцентриситет:  $\varepsilon = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a} = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}}$ ,  $a$  - большая полуось, а  $b$  - малая.

Причём  $\varepsilon \in [0, 1)$

**10. Дайте определение гиперболы как геометрического места точек. Выпишите её каноническое уравнение. Что такое эксцентриситет гиперболы? В каких пределах он может меняться?**

Гиперболой называют геометрическое место точек, модуль разности расстояний от которых до двух данных точек, называемых фокусами, постоянен.

Каноническое уравнение:  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

Эксцентриситет:  $\varepsilon = \sqrt{1 + \frac{a^2}{b^2}}$

Причём  $\varepsilon \in (1, +\infty)$

**11. Дайте определение параболы как геометрического места точек. Выпишите её каноническое уравнение.**

Параболой называют геометрическое место точек плоскости, равноудаленных от данной точки (фокуса) и от данной прямой (директрисы).

Каноническое уравнение:  $y^2 = 2px$

**12. Сформулируйте теорему о классификации кривых второго порядка.**

$\forall$  кривой второго порядка  $\exists$  прямоугольная декартова система координат  $Oxy$ , в которой уравнение этой кривой имеет один из следующих видов:

1	2	3
эллипс	пустое множество	точка
$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, a \geq b > 0$	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = -1$	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 0$
4	5	
гипербола	пара пересекающихся прямых	
$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1, a > 0, b > 0$	$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 0$	

**13. Дайте определение цилиндрической поверхности.**

**14. Дайте определение линейчатой поверхности. Приведите три примера.**

**15. Запишите канонические уравнения эллиптического, гиперболического и параболического цилиндров.**

**16. Запишите канонические уравнения эллипсоида, однополостного гиперboloида, двуполостного гиперboloида.**

**17. Запишите канонические уравнения эллиптического параболоида, гиперболического параболоида.**