

Olimpiada Informática Ecuatoriana - Selectivo Iberoamericana

Solución Problema 2

Descripción

Vas caminando por el patio de tu casa cuando te encuentras n piedras en fila. Intrigado por este suceso, decides pesar cada una, pero las regresas a su lugar original. Los pesos pueden ser representados como enteros positivos a_1, a_2, \ldots, a_n . Ya que te gusta la idea del equilibrio, quieres dividir las piedras en 2 montones de igual peso. Sin embargo, también te gusta el orden, por lo que no quieres moverlas de su lugar.

Para satisfacer tus condiciones, quieres hallar r tal que:

$$a_1 + a_2 + \ldots + a_r = a_{r+1} + a_{r+2} + \ldots + a_n$$

Entrada

- En la primera línea, un entero positivo n.
- En la segunda línea, una lista con n enteros positivos.

Salida

El número r que cumple la condición descrita. Sino existe dicho r, imprimir la cadena "No existe".

Subtarea 1 [60 puntos]

n < 20000.

Subtarea 2 [40 puntos]

n < 1000000.

[Subtarea 1] Solución:

Podemos iterar sobre todos los valores posibles de r = 1, ..., n-1 calculando las sumas de la izquierda y la derecha iterando sobre el arreglo. Para un r en particular, estaríamos iterando sobre todos los elementos del arreglo exactamente una vez. Ya que hay n-1 posibles valores de r, esta solución termina siendo cuadrática, es decir $O(n^2)$ pero espacio constante O(1).

[Subtarea 2] Solución:

Una solución más eficiente es precomputar el arreglo de sumas parciales $s_k = a_1 + \ldots + a_r$ sabiendo que dicho arreglo es creciente. Si existe r que cumpla la propiedad, entonces

$$s_r = a_{r+1} + a_{r+2} + \ldots + a_n.$$

Sin embargo, sabemos que:

$$s_r + a_{r+1} + a_{r+2} + \ldots + a_n = s_n.$$

Si sumamos ambas igualdades, tenemos que $s_r = s_n/2$.

Si s_n es impar, entonces r no existe. Caso contrario, podemos usar búsqueda binaria sobre el arreglo de s_k buscando el r indicado.

Pre-computar el arreglo de las sumas s_k lleva tiempo lineal, y la búsqueda binaria tiempo logarítmico. Por ser termino dominante, la solución usa tiempo lineal O(n) y espacio lineal O(n) para almacenar las sumas.

Como solución más eficiente en terminos de espacio, podemos ahorrarnos la búsqueda binaria y el cálculo de las sumas parciales usando el hecho de que $s_r = s_n/2$. Con esta propiedad, podemos calcular la suma total s_n al leer la entrada. En caso de ser impar, podemos concluir que no existe r. Caso contrario iteramos sobre el arreglo calculando la suma acumulada s_k y verificando si $s_k = s_n/2$. Esta solución sigue siendo lineal O(n), pero usa espacio constante O(1) ya que no usamos el arreglo de sumas pre-computadas.