

*Descripción:*

Un gobierno tiene  $n$  dólares de fondos para bonos de desempleo. Los ciudadanos desempleados reciben diferentes montos de acuerdo al sueldo que recibían. Tu trabajo es el de crear un programa que pueda encontrar el menor límite entero  $k$  tal que:

- Si un ciudadano tenía un sueldo mayor a  $k$ , el ciudadano recibe  $k$  dólares de bono.
- Si un ciudadano tenía un sueldo menor o igual  $k$ , el ciudadano recibe su sueldo original.

El gobierno también debe asegurarse que la suma de los bonos entregados a todos los ciudadanos desempleados no exceda el fondo de  $n$  dólares que tiene destinado a ello, por lo que dicho valor tiene que ser menor o igual a  $n$ , pero tiene que ser lo más cercano posible.

*Entrada:*

En la primera línea, el fondo  $n$  de dólares que tiene el gobierno. En la segunda línea, la cantidad  $d$  de ciudadanos desempleados. En la tercera línea, los sueldos anteriores de los  $d$  ciudadanos desempleados separados por un espacio.

*Salida:*

El límite  $k$  de dólares que reciben los ciudadanos desempleados como bono.

*Límites:*

- El sueldo de cada ciudadano y el fondo del gobierno son números enteros positivos.
- La suma de todos los sueldos es menor a  $2^{30}$ .

*Subtarea 1 [70 puntos]*

$n \leq 10000$ ,  $d \leq 10$ .

*Subtarea 2 [30 puntos]*

$n \leq 2^{29}$ ,  $d \leq 10000$ .

[Subtarea 1] *Solución:*

Empezamos definiendo la función *DiferenciaLimite*, la cual, dado un límite  $k$  en particular, regresa la diferencia entre el dinero total disponible y la suma de los bonos. A continuación, usamos un bucle para probar todos los valores posibles de  $k$ , desde  $k = N$  hasta  $k = 1$ , en busca del valor que genere la mínima diferencia no negativa en *DiferenciaLimite*. Este último valor es el límite  $k$  que buscamos. La complejidad de esta solución es  $O(d \times n)$ , pues en el peor de los casos iteramos sobre todos los valores de  $n$ , y en cada uno iteramos sobre todos los sueldos. Si ambos son iguales o tienen la misma magnitud, la complejidad de la solución sería cuadrática.

[Subtarea 2] *Solución:*

Empezamos definiendo la función *SumaDeBonos*, la cual, dado un límite  $k$  en particular, regresa la suma de todos los bonos entregados. A continuación, definimos la función *BusquedaBinaria*, que usa un algoritmo de búsqueda binaria modificada, en el rango ordenado  $[0, n]$ , para encontrar el valor de  $k$  que minimice la diferencia entre la cantidad de dinero dada y la suma de los bonos. Finalmente, comprobamos si la suma de los sueldos dados es menor o igual que el fondo del gobierno, en cuyo caso sabemos que el límite  $k$  es el sueldo máximo. De no ser así, obtenemos el límite  $k$  usando *BusquedaBinaria*. La complejidad de esta solución es  $O(d \times \log_2(n))$  pues para cada iteración de la búsqueda binaria en  $n$ , iteramos sobre todos los sueldos para calcular la suma de bonos.