Problem 2. Berhatton

description

略。

analysis

该题实际上可以对于每个点i求出有多少个j满足 $|x_i - x_j| + |y_i - y_j| \le K_i$ 。

我们首先不考虑绝对值符号,假设j一定在以i为坐标原点的坐标系的第一象限(其他情况类似)。

那么作参数分离,我们相当于要知道有多少个j满足 $x_j + y_j - K_j \le x_i + y_i$ 。因此我们很容易想到按X从大到小排序扫描,以Y为关键字建立线段树,在线段树 $[y_i, \infty)$ 的区间内查找有多少个j满足条件。插入和查找的操作可以用线段树套平衡树做到 $O(N \log^2 N)$

但是平衡树和线段树的常数都很大,这个算法并不容易在时限内通过, 我们需要寻找其他思路。

考虑将所有点先按X坐标排序,那么我们分治地考虑[l,r)这一段内所有点对这一段内点答案产生的贡献。我们递归地求解完[m,r)和[l,m)后,就只需要知道[m,r)这个区间的所有点对[l,m)内的所有点的答案产生了多少贡献。我们可以将两个区间的点都按Y坐标排好序,那么只需要一遍线性地扫描(用树状数组或线段树维护),我们就可以求出需要的信息。

上面基于分治的算法,时间复杂度也是 $O(N \log^2 N)$ 但是常数小了很多,可以轻松地在时限内通过所有测试点。

搞笑↑,离散化扫描线树状数组

Problem 3. Mall

description

求N分图的最大独立集

analysis

如果N是偶数,显然N分图就等价于一个二分图,最大独立集可以通过最大匹配求解。

那么N是奇数呢?

注意到题目里一个非常重要的条件, $N \ge 10$,而总的点数 $n \le 100$,这就说明必定存在一个部分内的点数 ≤ 10 。我们可以 2^{10} 地枚举这个部分内点选择的情况,然后删掉与选择点相连的边,那么剩下的部分又是一个二分图啦。