

2축 로봇 팔의 에너지 효율 최적화를 위한 링크 길이 설계

최적설계 팀프로젝트 최종보고서

2021315677 김정민

2018314663 신현수

2022315125 추대호

1. 서론

1.1 배경

로봇 팔은 제조업, 의료, 서비스 등 다양한 산업에서 중요한 역할을 하고 있다. 로봇 팔의 효율적인 동작은 생산성 향상과 비용 절감에 직접적인 영향을 미친다. 그러나 로봇 팔의 동작에 필요한 에너지 소비는 상당하며, 이는 운영 비용을 증가시키고 환경에도 부정적인 영향을 미친다.

로봇 팔의 에너지 소비는 다양한 요소에 의해 영향을 받는다. 그 중에서도 링크의 길이에 따라 로봇 팔의 끝단 특정 좌표에 위치하기 위한 각 관절의 각도도 바뀌기에 링크의 길이는 중요한 변수로 작용한다. 특정 동작을 수행하는 과정에서 링크 길이를 최적화함으로써 로봇 팔의 에너지 사용을 최소화할 수 있는 가능성이 있다. 따라서 본 연구는 로봇 팔의 링크 길이를 최적화하여 에너지 소비를 최소화하는 방법을 모색하고자 한다.

2. 문제 정의

2.1 로봇 팔 시스템 설명

로봇 팔은 여러 개의 링크와 관절로 구성된 기계 장치로, 특정 작업 경로를 따라 움직이며 작업을 수행한다. 일반적으로 로봇 팔은 고정된 길이를 가진 팔의 각 부분인 링크와 링크들을 연결하며 회전하거나 이동할 수 있도록 하는 부분인 관절로 이루어진다. 이번 최적화 과제에서는 두 개의 링크를 가진 로봇 팔 시스템을 다룬다. 이 시스템은 두 개의 링크와 두 개의 관절로 구성되며, 각 링크의 길이는 로봇 팔의 작업 범위와 에너지 소비에 큰 영향을 미친다. Figure 1은 두 링크의 길이가 각각 a_1, a_2 이고 두 관절의 각도가 각각 θ_1, θ_2 인 2링크 로봇 팔을 도식화한 그림이다.

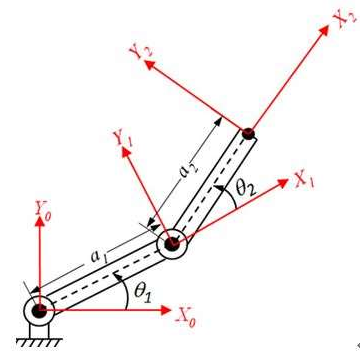


Figure 1. 2 Link Robot Arm

2.2 문제를 정의하는 과정에서 가정한 부분

문제를 정의하는 과정에서 다음과 같은 가정을 하고 문제를 정의하였다.

- 가정 1: 로봇 팔의 각 링크는 강체로 간주하고, 변형이 발생하지 않는다고 가정한다.
- 가정 2: 로봇 팔의 관절 마찰 및 외부 저항은 무시한다.
- 가정 3: 로봇 팔은 두번째 관절부분(θ_2)이 이동한 뒤에 첫번째 관절(θ_1)이 이동하는 방식으로 작동한다고 가정한다.
- 가정 4: 로봇 팔이 수송하는 물체와 관절 부분의 모터는 부피가 없는 질점으로 간주한다.
- 가정 5: 링크가 회전할 때는 등속도로 운동한다고 가정한다.

2.3 최적 설계 과정

2.3.1 문제설정

로봇 팔의 가동 에너지를 최적화 하기위해 두 링크의 길이 L_1, L_2 를 최적화하는 문제를 설정하였다. 로봇 팔의 끝단은 $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ 의 두 지점을 왕복하며 동작한다. 로봇 팔이 작업을 수행하는 과정에서 사용되는 에너지를 최소화함으로써 로봇 팔의 운영 비용을 절감하고 효율성을 향상시키는 것을 목표로 한다.

2.3.2 자료 및 정보 수집

로봇 팔의 관절에 사용된 모터는 CubeMars사의 RO80 모델을 사용했다고 가정하였고 모터의

성능은 아래의 Table 1과 같다.

Table 1. CubeMars RO80 모터 제원

Rated Voltage	Rated Current	Rated Torque	Peak Torque	Rated Speed	Motor Weight
48 V	15 A	1.3 N·m	4 N·m	3600 rpm	352 g

그리고 수송하기 위한 물체의 무게는 3kg으로 설정하였고 각 관절부를 이어주는 링크는 steel stainless로 이루어져 있다고 가정하였다[1]. Table 2는 모터의 에너지를 계산하기 위해 필요한 정보들을 정리한 표이다.

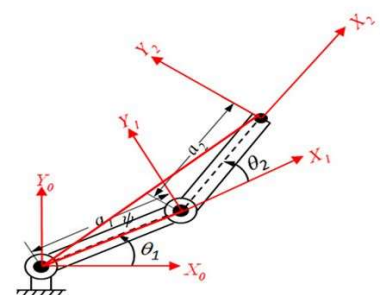
Table 2. Information to Design 2 Link Manipulator

NOTATION	DATA
DIAMETER OF LINK	$d = 0.01\text{ m}$
MASS DENSITY OF LINK (STEEL STAINLESS)	$\rho = 7860\text{ kg/m}^3$
MASS OF OBJECT	$M = 3\text{ kg}$
MASS OF MOTOR	$M_{motor} = 0.352\text{ kg}$
X-COORDINATE OF THE STARTING POINT	$x_1 = 0.17\text{ m}$
Y-COORDINATE OF THE STARTING POINT	$y_1 = 0.02\text{ m}$
X-COORDINATE OF THE FINAL POINT	$x_2 = 0.07\text{ m}$
Y-COORDINATE OF THE FINAL POINT	$y_2 = 0.12\text{ m}$
GRAVITATIONAL CONSTANT	$g = 9.81\text{ m/s}^2$
AREA OF LINK	$A = \frac{\pi d^2}{4} = 7.854 \times 10^{-5}\text{ m}^2$
DISTANCE FROM THE ORIGIN TO THE STARTING POINT	$d_1 = \sqrt{x_1^2 + y_1^2} = 0.1712\text{ m}$
DISTANCE FROM THE ORIGIN TO THE FINAL POINT	$d_2 = \sqrt{x_2^2 + y_2^2} = 0.1389\text{ m}$

Table 2의 값들을 이용하면 두 링크의 무게를 각 링크의 길이에 대한 식으로 나타낼 수 있고 식 (1)과 같다. i 는 각 링크의 번호이다.

$$m_i = A\rho L_i \quad (1)$$

로봇 팔의 각 모터별로 필요한 에너지를 계산하기 위해서는 초기위치와 목표위치에 로봇 팔의 끝단이 위치했을 때의 각 관절의 각도를 먼저 구해야 한다. 끝단의 초기위치는 원점으로부터 x방향으로 17cm y방향으로 2cm 떨어진 지점으로 설정하였다. 목표위치는 x방향으로 7cm, y방향으로 12cm 떨어진 지점으로 설정하였다.



이때, 원점에서 팔의 끝단까지의 거리(d_i)와 두 링크의 길이에 따른 두 관절의 각도를 구할 수

있다. Figure 2에서 두 관절의 각도 θ 는 기구학을 이용하여 계산할 수 있다. θ_2 는 아래의 식 2와같이 계산된다. 기구학을 이용하여 표현한 로봇 팔의 끝단의 좌표는 식 2와 같고 행렬식을 계산하여 θ_2 를 얻을 수 있다. θ_2 는 식 3과 같다.

$$T_r = \begin{bmatrix} n_x & o_x & x \\ n_y & o_y & y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = Rot(\theta_1)Trans(L_1, 0)Rot(\theta_2)Trans(L_2, 0) \quad (2)$$

$$\theta_2 = \arccos\left(\frac{d^2 - (L_1^2 + L_2^2)}{2L_1L_2}\right) \quad (3)$$

그리고 이를 이용하여 θ_1 에 관한 식을 얻을 수 있다. θ_1 은 식 (4)와 같다.

$$\theta_1 = \arctan\left(\frac{y}{x}\right) - \arctan\left(\frac{L_2 \sin(\theta_2)}{L_1 + L_2 \cos(\theta_2)}\right) \quad (4)$$

위에서 구한 식들을 이용하면 각 모터에 걸리는 토크를 계산할 수 있다. 두 모터의 토크는 다음과 같이 계산할 수 있다. τ_1 은 첫번째 모터에 가해지는 토크, τ_2 은 두번째 모터에 가해지는 토크이다. 이때, θ_i 는 초기 위치에서의 각 링크 각도, θ_{i+} 는 최종 위치에서의 각 링크 각도를 의미한다.

링크 무게에 의한 토크

$$\tau_{1m} = \left(\frac{L_1}{2} \times m_1 + \left(l_1 + \frac{L_2 \times \cos(\theta_{2+})}{2}\right) \times m_2\right) \times g \quad (5)$$

$$\tau_{2m} = \frac{L_2 \times \cos(\theta_1 + \theta_2)}{2} \times m_2 g \quad (6)$$

하중에 의한 토크

$$\tau_{1M} = (L_1 + L_2 \times \cos(\theta_{2+}))Mg \quad (7)$$

$$\tau_{2M} = (L_2 \times \cos(\theta_1 + \theta_2))Mg \quad (8)$$

모터2 무게에 의한 토크

$$\tau_{1motor} = M_m L_1 g$$

토크 총합

$$\tau_1 = \left(\frac{L_1}{2} m_1 + \left(L_1 + \frac{L_2 \cos(\theta_2)}{2}\right) m_2\right) g + (L_1 + L_2 \cos(\theta_{2+}))Mg + M_m L_1 g \quad (9)$$

$$\tau_2 = \frac{L_2 \cos(\theta_1 + \theta_2)}{2} m_2 g + (L_2 \cos(\theta_1 + \theta_2))Mg \quad (10)$$

위에서 식들을 활용하여 각 모터가 작업을 수행하는 과정에서 사용하는 에너지를 계산할 수 있다. 이 때 두 모터의 각 사용 에너지 E_1, E_2 는 아래의 식 (11), (12)와 같다.

$$E_1 = \int_{\theta_1}^{\theta_{1+}} \frac{1}{2} L_1 m_1 g \cos \theta + L_1 M_1 g \cos \theta + \left(\frac{1}{2} L_2 \cos (\theta + \theta_{2+}) + L_1 \cos \theta \right) m_2 g + (L_2 \cos (\theta + \theta_{2+}) + L_1 \cos \theta) g M d$$

$$= \frac{1}{2} g \{ L_1 (m_1 + 2m_2 + 2M + 2M_2) (\sin \theta_{1+} - \sin \theta_1) + L_2 (m_2 + 2M) (\sin (\theta_{1+} + \theta_{2+}) - \sin (\theta_1 + \theta_{2+})) \} \quad (11)$$

$$E_2 = \int_{\theta_2}^{\theta_{2+}} \frac{1}{2} L_2 m_2 g \cos \theta + L_2 M g \cos \theta d\theta = \frac{1}{2} L_2 g (m_2 + 2M) (\sin \theta_{2+} - \sin \theta_2) \quad (12)$$

2.3.3. 설계변수 정의

2축 로봇 팔의 모터가 사용하는 에너지를 최소화하는 최적의 링크 길이 L_1 과 L_2 를 찾고자 한다.

L_1 : 첫번째 링크의 길이

L_2 : 두번째 링크의 길이

L_1 과 L_2 는 모두 0.05m 이상, 0.15m 이하의 길이를 가지도록 설정한다.

$$0.05m \leq L_1, L_2 \leq 0.15m$$

2.3.4 최적화 기준 정의

최적화 기준은 로봇 팔의 에너지 소비를 최소화하는 것이다. 이를 위해 목표 함수는 다음과 같이 정의하였다.

$$\text{Min. Total Energy} = E_1 + E_2$$

2.3.5 제약조건 정의

이 최적설계 문제에서 제약조건은 두가지 종류가 있다. 첫번째로 모터의 토크에 따른 제약조건이다. 사용한 모터의 최대 토크는 4 N·m이므로 동작과정에서 모터에 걸리는 토크는 4 N·m를 넘을 수 없다. 또한, 이 로봇 팔은 두번째 관절의 모터가 먼저 동작한 뒤에 첫번째 모터가 동작하는 행동원리를 가지고 있다. 따라서, 각 모터에 걸리는 최대 토크에 대한 제약조건은 다음과 같다.

$$\tau_1 \leq 4 \text{ N} \cdot \text{m}, \quad \tau_2 \leq 4 \text{ N} \cdot \text{m}$$

두번째로, 로봇 팔의 기하학적인 특성에 의한 제약조건이 있다. 2축 로봇 팔의 끝단이 위치해야 하는 지점의 원점으로부터의 거리는 두 링크의 길이의 합보다는 짧고, 두 링크의 길이의 차보다는 커야 한다. 따라서, 이로 인한 제약조건은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} L_1 + L_2 &\geq d_1, & L_1 + L_2 &\geq d_2 \\ |L_1 - L_2| &\leq d_1, & |L_1 - L_2| &\leq d_2 \end{aligned}$$

이때 d_1 은 로봇 팔 끝단의 초기위치와 원점 사이의 거리를, d_2 는 끝단의 최종위치와 원점 사이의 거리를 나타낸다.

최종적으로 문제에서 활용한 여러 식들을 아래의 Table 3에 정리하였다.

Table 3. Equations for Optimization Criterion and Constraints

NOTATION	EQUATION
MASS OF LINK 1	$m_1 = \rho L_1 A, \text{ kg}$
MASS OF LINK 2	$m_2 = \rho L_2 A, \text{ kg}$
THETA1	$\theta_1 = \text{atan}\left(\frac{y_1}{x_1}\right) - \text{atan}\left(\frac{L_2 \sin \theta_2}{L_1 + L_2 \cos \theta_2}\right), \text{ rad}$
THETA2	$\theta_2 = \text{acos}\left(\frac{x_1^2 + y_1^2 - L_1^2 - L_2^2}{2l_1 l_2}\right), \text{ rad}$
THETA1+	$\theta_{1+} = \text{atan}\left(\frac{y_2}{x_2}\right) - \text{atan}\left(\frac{L_2 \sin \theta_{2+}}{L_1 + L_2 \cos \theta_{2+}}\right), \text{ rad}$
THETA2+	$\theta_{2+} = \text{acos}\left(\frac{x_2^2 + y_2^2 - L_1^2 - L_2^2}{2l_1 l_2}\right), \text{ rad}$
MAX TORQUE FOR MOTOR1	$\tau_1 = \left(\frac{L_1}{2} m_1 + \left(L_1 + \frac{L_2 \cos(\theta_{2+})}{2}\right) m_2\right) g + (L_1 + L_2 \cos(\theta_{2+})) M g + M_m L_1 g, \text{ N} \cdot \text{m}$
MAX TORQUE FOR MOTOR2	$\tau_2 = \frac{l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2)}{2} m_2 g + (l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2)) M g, \text{ N} \cdot \text{m}$
ENERGY OF MOTOR 1	$E_1 = \int_{\theta_1}^{\theta_{1+}} \frac{1}{2} L_1 m_1 g \cos \theta + L_1 M_1 g \cos \theta + \left(\frac{1}{2} L_2 \cos(\theta + \theta_{2+}) + L_1 \cos \theta\right) m_2 g + (L_2 \cos(\theta + \theta_{2+}) + L_1 \cos \theta) g M d\theta, \text{ N} \cdot \text{m}$
ENERGY OF MOTOR 2	$E_2 = \int_{\theta_2}^{\theta_{2+}} \frac{1}{2} L_2 m_2 g \cos \theta + L_2 M g \cos \theta d\theta, \text{ N} \cdot \text{m}$

3. MATLAB을 이용한 도식해법

먼저, 2축 로봇 팔의 모터가 사용하는 에너지를 최소화하는 최적의 링크 길이 L_1 과 L_2 를 찾기 위해 도식해법을 통해 그 값을 찾고자 했다. 설계 변수 L_1 과 L_2 의 범위를 설정하고, 여러 파라미터들의 값을 정의했다. 그 후, 목적함수인 에너지 식과 길이 조건, 토크와 같은 제약 조건들을 g_1 부터 g_9 까지 정의했다. 정의한 목적 함수와 제약 조건들을 contour를 통해 그려본 후, Feasible Region을 찾아보고자 하였다. 그려본 결과는 아래의 Figure 2와 같았다. (전체 MATLAB 코드는 Appendix에 첨부)

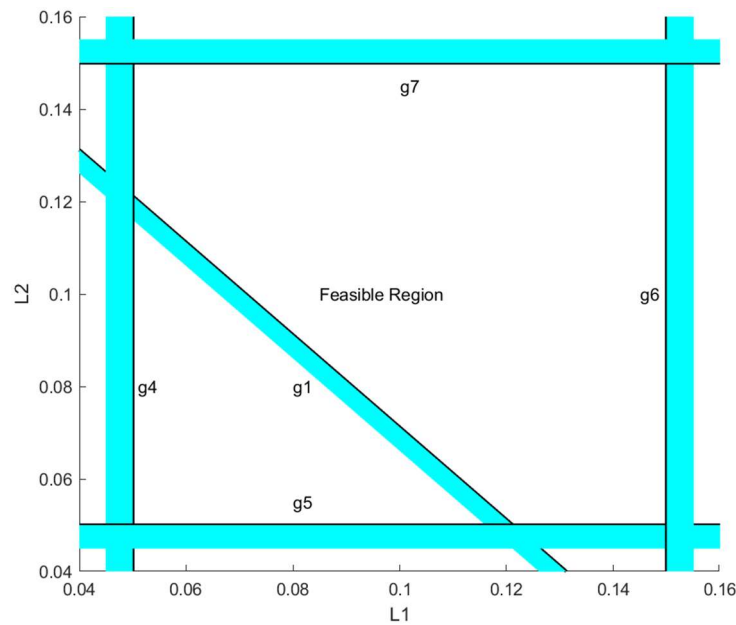


Figure 2. MATLAB 도식해법 결과

위 그림에서는 토크 제약 조건과 목적함수 식이 그려지지 않았다. 그 이유는 아래 Figure 3과 같이 θ_i, θ_{i+} 와 같은 각도 값들이 모두 NaN의 형태로 계산되지 않았기 때문이라고 분석하였다. 이와 같이 각도 값들이 NaN이 나오는 이유는 아크코사인 함수 $\cos^{-1}(x)$ 에 들어가는 값이 -1과 1 사이에 있어야 하는데, 그 범위를 벗어나기 때문이다. 따라서, 계산 과정에서 θ_i, θ_{i+} 가 사용되는 토크 계산과 목적함수인 에너지 계산 값들이 모두 NaN이 되어, 그래프로 그려지지 않았다. 따라서, 위와 같은 도식적 해법으로 최적의 링크 길이를 추정할 수 없었다.

theta2															
121x121 double															
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
94	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
95	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
96	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
97	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
98	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
99	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
100	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
101	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
102	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
103	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
104	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
105	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
106	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
107	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
108	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
109	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
110	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
111	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
112	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
113	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
114	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
115	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN

Figure 3. 각도 값들이 NaN으로 계산되지 않은 현상

대신, 현재 그려진 도식의 Feasible Region의 각 꼭짓점들을 Excel 및 Octave를 활용하여 최적 값을 찾을 때, 초기 값으로 활용하고자 하였다. 선정된 초기값 점(L_1, L_2) 들은 다음의 5점과 같다.
 $(L_1, L_2) = (0.05, 0.1212), (0.1212, 0.05), (0.05, 0.15), (0.15, 0.05), (0.15, 0.15).$

Figure 5. Excel 해 찾기 기능 설정

4.1.1 초기 값 (0.05, 0.1212)

초기 값이 (0.05, 0.1212)인 경우에 해 찾기 기능을 활용했을 때의 결과는 아래 그림의 해답 보고서와 민감도 보고서에서 확인할 수 있다.

	A	B	C	D	E	F	G
1			Microsoft Excel 16.0 해답 보고서				
2			워크시트 이름: [2링크 로봇팔의 에너지최소화를 위한 링크길이설정 형식 변형.xlsx]Sheet1				
3			보고서 작성일: 2024-06-16 오전 12:23:51				
4			결과: 모든 제한 조건을 만족시키는 해에 수렴했습니다.				
5			해 찾기 엔진				
6			연산: GRG 비선형				
7			해 찾는 시간: 0.062 초.				
8			반복 횟수: 10 부분 문제: 0				
9			해 찾기 옵션				
10			최대 시간 제한 없음, 반복 횟수 제한 없음, Precision 0.000001, 단위 자동 설정 사용				
11			수렴도 0.0001, 모집단 크기 100, 임의 초기값 0, 미분 계수 전진, 필수 경계				
12			최대 부분 문제 제한 없음, 최대 정수 해 제한 없음, 정수 허용 한도 1%, 음수 아닌 것으로 가정				
13							
14			목표 셀 (최소)				
15			셀	이름	계산 전의 값	계산 값	
16			\$C\$26	E Value	3.584673915	0.985674237	
17							
18							
19			변수 셀				
20			셀	이름	계산 전의 값	계산 값	정수
21			\$C\$2	L1 Value	0.05	0.053390467	Contin
22			\$C\$3	L2 Value	0.1212	0.146455693	Contin
23							
24							
25			제한 조건				
26			셀	이름	셀의 값	수식	상태
27			\$C\$28	Maximum torque of motor 1 Value	3.210397392	\$C\$28<= \$E\$28	부분적 만족
28			\$C\$29	Maximum torque of motor 2 Value	3.999999826	\$C\$29<= \$E\$29	만족
29			\$C\$30	Sum of the lengths of the two links Value	0.19984616	\$C\$30>= \$E\$30	부분적 만족
30			\$C\$31	Length difference between two links Value	0.093065226	\$C\$31<= \$E\$31	부분적 만족
31			\$C\$2	L1 Value	0.053390467	\$C\$2<= \$F\$2	부분적 만족
32			\$C\$2	L1 Value	0.053390467	\$C\$2>= \$D\$2	부분적 만족
33			\$C\$3	L2 Value	0.146455693	\$C\$3<= \$F\$3	부분적 만족
34			\$C\$3	L2 Value	0.146455693	\$C\$3>= \$D\$3	부분적 만족

Figure 6. 초기 값 (0.05, 0.1212) 해답 보고서

	A	B	C	D	E
1			Microsoft Excel 16.0 민감도 보고서		
2			워크시트 이름: [2링크 로봇팔의 에너지최소화를 위한 링크길이설정 형식 변형.xlsx]Sheet1		
3			보고서 작성일: 2024-06-16 오전 12:23:52		
4					
5					
6			변수 셀		
7			셀	이름	계산 값
8					한계 기울기
9			\$C\$2	L1 Value	0.053390467
10			\$C\$3	L2 Value	0.146455693
11					
12			제한 조건		
13			셀	이름	계산 값
14					라그랑지 승수
15			\$C\$28	Maximum torque of motor 1 Value	3.210397392
16			\$C\$29	Maximum torque of motor 2 Value	-2.372282439
17			\$C\$30	Sum of the lengths of the two links Value	0.19984616
18			\$C\$31	Length difference between two links Value	0.093065226

Figure 7. 초기 값 (0.05, 0.1212) 민감도 보고서

4.1.2 초기 값 (0.1212, 0.05)

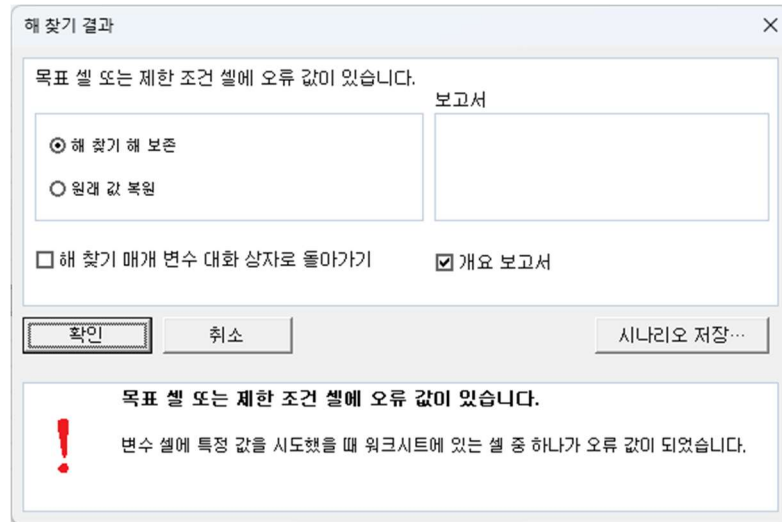


Figure 8. 초기 값 (0.1212, 0.05) 해 찾기 오류 발생

해당 초기 값으로 해 찾기를 해봤을 때, Figure 8과 같이 오류가 발생하였다. 위에 언급한 아크코사인 함수의 범위 문제로 인해 계산 값이 안 나오는 것과 같은 이유로 오류가 발생했다고 추정한다. 따라서, 해당 초기 값에서는 해 찾기를 진행할 수 없었다.

4.1.3 초기 값 (0.05, 0.15)

초기 값이 (0.05, 0.15)인 경우에 해 찾기 기능을 활용했을 때의 결과는 아래 그림의 해당 보고서와 민감도 보고서에서 확인할 수 있다.

	A	B	C	D	E	F	G
1	Microsoft Excel 16.0 해당 보고서						
2	워크시트 이름: [2링크 로봇팔의 에너지최소화를 위한 링크길이설정 형식 변형.xlsx]Sheet1						
3	보고서 작성일: 2024-06-16 오전 12:25:06						
4	결과: 모든 제한 조건을 만족시키는 해에 수렴했습니다.						
5	해 찾기 엔진						
6	엔진: GRG 비선형						
7	해 찾는 시간: 0.063 초.						
8	반복 횟수: 10 부분 문제: 0						
9	해 찾기 옵션						
10	최대 시간 제한 없음, 반복 횟수 제한 없음, Precision 0.000001, 단위 자동 설정 사용						
11	수렴도 0.0001, 모집단 크기 100, 임의 초기값 0, 미분 계수 전진, 필수 경계						
12	최대 부분 문제 제한 없음, 최대 정수 해 제한 없음, 정수 허용 한도 1%, 음수 아닌 것으로 가정						
13							
14	목표 셀 (최소)						
15	셀		이름	계산 전의 값	계산 값		
16	\$C\$26		E Value	10.74261966	0.985672055		
17							
18							
19	변수 셀						
20	셀		이름	계산 전의 값	계산 값	정수	
21	\$C\$2		L1 Value	0.05	0.053390996	Contin	
22	\$C\$3		L2 Value	0.15	0.146455952	Contin	
23							
24							
25	제한 조건						
26	셀		이름	셀의 값	수식	상태	조건과의 차
27	\$C\$28		Maximum torque of motor 1 Value	3.210438751	\$C\$28<=\$E\$28	부분적 만족	0.789561249
28	\$C\$29		Maximum torque of motor 2 Value	3.999999212	\$C\$29<=\$E\$29	만족	0
29	\$C\$30		Sum of the lengths of the two links Value	0.199846948	\$C\$30>=\$E\$30	부분적 만족	0.02867452
30	\$C\$31		Length difference between two links Value	0.093064957	\$C\$31<=\$E\$31	부분적 만족	0.045859483
31	\$C\$2		L1 Value	0.053390996	\$C\$2<=\$F\$2	부분적 만족	0.096609004
32	\$C\$2		L1 Value	0.053390996	\$C\$2>=\$D\$2	부분적 만족	0.003390996
33	\$C\$3		L2 Value	0.146455952	\$C\$3<=\$F\$3	부분적 만족	0.003544048
34	\$C\$3		L2 Value	0.146455952	\$C\$3>=\$D\$3	부분적 만족	0.096455952

Figure 9. 초기 값 (0.05, 0.15) 해당 보고서

	A	B	C	D	E
1		Microsoft Excel 16.0 민감도 보고서			
2		워크시트 이름: [2링크 로봇팔의 에너지최소화를 위한 링크길이설정 형식 변형.xlsx]Sheet1			
3		보고서 작성일: 2024-06-16 오전 12:25:06			
4					
5					
6		변수 셀			
7					
8		셀	이름	계산 값	한계 기울기
9		\$C\$2	L1 Value	0.053390996	0
10		\$C\$3	L2 Value	0.146455952	0
11					
12		제한 조건			
13					
14		셀	이름	계산 값	라그랑지 승수
15		\$C\$28	Maximum torque of motor 1 Value	3.210438751	0
16		\$C\$29	Maximum torque of motor 2 Value	3.999999212	-0.688579561
17		\$C\$30	Sum of the lengths of the two links Value	0.199846948	0
18		\$C\$31	Length difference between two links Value	0.093064957	0

Figure 10. 초기 값 (0.05, 0.15) 민감도 보고서

4.1.4 초기 값 (0.15, 0.05)

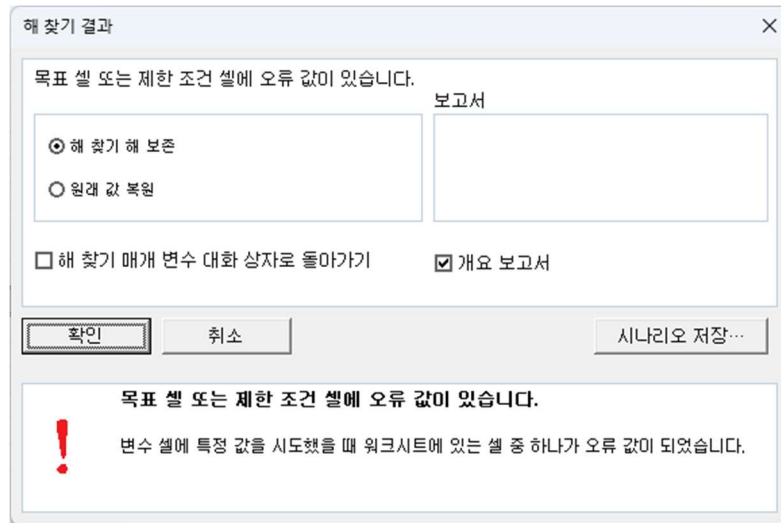


Figure 11. 초기 값 (0.15, 0.05) 해 찾기 오류 발생

이번 역시 4.1.2와 같은 이유로 오류 발생했다고 추정한다. 해당 초기 값에서는 해 찾기를 진행할 수 없었다.

4.1.5 (0.15, 0.15)

초기 값이 (0.15, 0.15)인 경우에 해 찾기 기능을 활용했을 때의 결과는 아래 그림의 해답 보고서와 민감도 보고서에서 확인할 수 있다.

	A	B	C	D	E	F	G
1	Microsoft Excel 16.0 해답 보고서						
2	워크시트 이름: [2링크 로봇팔의 에너지최소화를 위한 링크길이설정 형식 변형.xlsx]Sheet1						
3	보고서 작성일: 2024-06-16 오전 12:26:25						
4	결과: 모든 제한 조건을 만족시키는 해에 수렴했습니다.						
5	해 찾기 엔진						
6	엔진: GRG 비선형						
7	해 찾는 시간: 0.078 초.						
8	반복 횟수: 15 부분 문제: 0						
9	해 찾기 옵션						
10	최대 시간 제한 없음, 반복 횟수 제한 없음, Precision 0.000001, 단위 자동 설정 사용						
11	수렴도 0.0001, 모집단 크기 100, 임의 초기값 0, 미분 계수 전진, 필수 경계						
12	최대 부분 문제 제한 없음, 최대 정수 해 제한 없음, 정수 허용 한도 1%, 음수 아닌 것으로 가정						
13							
14	목표 셀 (최소)						
15	셀		이름	계산 전의 값	계산 값		
16	\$C\$26		E Value	4.689906621	0.985671792		
17							
18							
19	변수 셀						
20	셀		이름	계산 전의 값	계산 값	정수	
21	\$C\$2		L1 Value	0.15	0.053391224	Contin	
22	\$C\$3		L2 Value	0.15	0.146456065	Contin	
23							
24							
25	제한 조건						
26	셀	이름	셀의 값	수식	상태	조건과의 차	
27	\$C\$28	Maximum torque of motor 1 Value	3.210456697	\$C\$28<=\$E\$28	부분적 만족	0.789543303	
28	\$C\$29	Maximum torque of motor 2 Value	3.999998966	\$C\$29<=\$E\$29	부분적 만족	1.03418E-06	
29	\$C\$30	Sum of the lengths of the two links Value	0.19984729	\$C\$30>=\$E\$30	부분적 만족	0.028674862	
30	\$C\$31	Length difference between two links Value	0.093064841	\$C\$31<=\$E\$31	부분적 만족	0.045859598	
31	\$C\$2	L1 Value	0.053391224	\$C\$2<=\$F\$2	부분적 만족	0.096608776	
32	\$C\$2	L1 Value	0.053391224	\$C\$2>=\$D\$2	부분적 만족	0.003391224	
33	\$C\$3	L2 Value	0.146456065	\$C\$3<=\$F\$3	부분적 만족	0.003543935	
34	\$C\$3	L2 Value	0.146456065	\$C\$3>=\$D\$3	부분적 만족	0.096456065	

Figure 12. 초기 값 (0.15, 0.15) 해답 보고서

	A	B	C	D	E
1	Microsoft Excel 16.0 민감도 보고서				
2	워크시트 이름: [2링크 로봇팔의 에너지최소화를 위한 링크길이설정 형식 변형.xlsx]Sheet1				
3	보고서 작성일: 2024-06-16 오전 12:26:25				
4					
5					
6	변수 셀				
7				계산	한계
8	셀	이름		값	기울기
9	\$C\$2	L1 Value		0.053391224	0
10	\$C\$3	L2 Value		0.146456065	0
11					
12	제한 조건				
13				계산	라그랑지
14	셀	이름		값	승수
15	\$C\$28	Maximum torque of motor 1 Value		3.210456697	0
16	\$C\$29	Maximum torque of motor 2 Value		3.999998966	2.307619101
17	\$C\$30	Sum of the lengths of the two links Value		0.19984729	0
18	\$C\$31	Length difference between two links Value		0.093064841	0

Figure 13. 초기 값 (0.15, 0.15) 민감도 보고서

4.2 Excel 해 찾기 결과

최종적으로 최적화된 결과 값들은 모두 약 $L_1 = 0.053391224$, $L_2 = 0.146456065$ 근처로 수렴한다는 것을 알 수 있었다. 최적화된 링크 길이는 모터의 에너지 소비를 최소화하며, 제약 조건을 모두 만족한다.

해 찾기 결과에서 라그랑지 승수를 확인한 결과, 모터 2의 최대 토크 조건의 라그랑지 승수의 절댓값이 크다는 것을 확인했다. 즉, 모터 2의 최대 토크 조건이 목적 함수에 더 큰 영향을 미치는 제약 조건임을 알 수 있었다. 이는 모터 2의 토크 조건이 최적화된 링크 길이 결정에 있어 민감도가 높다는 것을 의미한다. 이러한 분석을 통해 모터 2의 제약 조건이 최적화 과정에서 중요한 역할을 한다는 것을 확인할 수 있었다.

추가적으로, 해 찾기 기능의 해법 선택 항목에서 Figure 14와 같이 Evolutionary 방식 또한 사용하여 최적화를 수행해보았다. 그 결과, GRG 비선형 방식에서는 2번, 4번과 같이 일부 초기 조건에서 수렴하지 않는 문제가 발생하였으나, Evolutionary 방식을 사용한 경우 모든 초기 조건에서 수렴하는 결과를 얻었다. 수렴한 결과값은 GRG 비선형 방식과 매우 유사했다. 자세한 결과는 Appendix의 8.2에 첨부하였다.



Figure 14. 해 찾기 Evolutionary 해법

5. Octave를 이용한 해법 도출

5.1 각 함수 코드

5.1.1 Main 함수 코드

초기값 L 은 엑셀 해 찾기 결과 가장 iteration을 적게 한 (0.05, 0.1212) 로 설정했다. Main 함수 team.m은 아래와 같이 목적함수와 gradient를 정의한 object함수, 제약조건, gradient에 대한 convg 함수를 호출한다. 선형 등호 제약조건, 설계변수에 대한 side constraint를 제외하면 선형 등호, 부등호 제약조건은 존재하지 않으므로 빈 행렬로 정의했다. 정의한 문제가 비선형제약조건을 가진 최소화 문제이기 때문에 fmincon 함수를 사용했다.



```
team.m x objfg_team.m x convg_team.m x convg7_9_ote... x objfg7_12.m x convg7_12.o...
1 clear all;
2
3
4 options = optimset ('GradObj', 'off', 'GradConstr', 'off', ...
5 'Algorithm', 'octave_sqp');
6
7 fun = @objfg_team;
8 L0 = [0.05; 0.1212];
9 A = [];
10 b = [];
11 Aeq = [];
12 beq = [];
13 lb = [0.05;0.05];
14 ub = [0.15;0.15];
15 nonlcon = @convg_team;
16
17 [L,fval,exitflag,output] = fmincon(fun,L0,A,b,Aeq,beq,lb,ub,nonlcon,options)
18
```

Figure 15. Main함수 team.m 코드

5.1.2 목적 함수 코드

목적함수 Objfg_team.m은 먼저 모터와 집에 대한 수치를 담고 있는 input 파라미터와, 링크의 무게, 회전각도 등을 나타내는 analysis Variables를 정의했다. 모터가 소비하는 에너지식 E_1 , E_2 와 마지막으로 총에너지소비 E 를 나타내는 목적함수를 정의했다.


```

1 function [f, gf] = objfg_team(L)
2     L1 = L(1);
3     L2 = L(2);
4
5     %input parameter
6     d = 0.01; % 링크의 직경, m
7     density = 7860; % 링크 재료 밀도 (Stainless), kg/m^3
8     A = pi * (0.5 * d)^2; % 링크 단면 넓이, m^2
9     M = 3; % 추가 무게, kg
10    M1 = 0.352; % 모터 1의 무게, kg
11    M2 = 0.352; % 모터 2의 무게, kg
12    g = 9.81; % 중력 가속도, m/s^2
13    x1 = 0.17; % 물건 초기 위치 x좌표, m
14    y1 = 0.02; % 물건 초기 위치 y좌표, m
15    x2 = 0.07; % 물건 최종 위치 x좌표, m
16    y2 = 0.12; % 물건 최종 위치 y좌표, m
17
18    %analysis variables
19    D1 = (x1^2 + y1^2)^0.5; % 원점과 초기 위치 간의 거리, m
20    D2 = (x2^2 + y2^2)^0.5; % 원점과 최종 위치 간의 거리, m
21    m1 = A * L1 * density; % 링크 1의 무게, kg
22    m2 = A * L2 * density; % 링크 2의 무게, kg
23    theta2 = acos((x1^2 + y1^2 - L1.^2 - L2.^2) / (2 .* L1 .* L2)); % 링크 2의 초기 각도, rad
24    theta2_plus = acos((x2^2 + y2^2 - L1.^2 - L2.^2) / (2 .* L1 .* L2)); % 링크 2의 최종 각도, rad
25    thetal = atan(y1/x1) - atan(L2 .* sin(theta2) / (L1 + L2 .* cos(theta2))); % 링크 1의 초기 각도, rad
26    thetal_plus = atan(y2/x2) - atan(L2 .* sin(theta2_plus) / (L1 + L2 .* cos(theta2_plus))); % 링크 1의 최종 각도
27
28    % 에너지 소비 계산, N*m
29    % Motor1의 에너지 소비
30    E1 = 0.5 * (L1 .* g .* (m1 + 2*m2 + 2*M + 2*M2) * abs(sin(thetal_plus) - sin(thetal)) + ...
31            L2 .* g .* (m2 + 2*M) .* abs(sin(thetal_plus + theta2_plus) - sin(thetal + theta2_plus)));
32    % Motor2의 에너지 소비
33    E2 = 0.5 .* L2 .* g .* (m2 + 2 .* M) .* abs(sin(theta2_plus) - sin(theta2));
34
35    % 총 에너지 소비 (목적함수)
36    f = E1 + E2
37    gf = [];
38    end

```

Figure 16. 목적함수 objfg_team.m 코드

5.1.3 제약조건 함수 코드

제약조건 함수 convg_team.m에서는 모터 토크제약조건을 위한 analysis variables을 정의하였고 토크와 링크 각도 계산식을 입력했다. 토크에 의한 제약조건 과 링크 길이와 끝단 위치에 의한 제약조건을 정의했는데, 제약조건 식을 각각의 파라미터로 나눠 scaling한 상태로 정의했다. 비선형 등호 제약조건은 없으므로 h 행렬을 비워 놓았다.

```

1 function [g, h, gg, gh] = convg_team(L)
2     L1 = L(1);
3     L2 = L(2);
4
5     %input parameter
6     d = 0.01; % 링크의 직경, m
7     density = 7860; % 링크 재료 밀도 (Stainless), kg/m^3
8     A = pi * (0.5 * d)^2; % 링크 단면 넓이, m^2
9     M = 3; % 추가 무게, kg
10    M1 = 0.352; % 모터 1의 무게, kg
11    M2 = 0.352; % 모터 2의 무게, kg
12    g = 9.81; % 중력 가속도, m/s^2
13    x1 = 0.17; % 물건 초기 위치 x좌표, m
14    y1 = 0.02; % 물건 초기 위치 y좌표, m
15    x2 = 0.07; % 물건 최종 위치 x좌표, m
16    y2 = 0.12; % 물건 최종 위치 y좌표, m
17
18    D1 = (x1^2 + y1^2)^0.5; % 원점과 초기 위치 간의 거리, m
19    D2 = (x2^2 + y2^2)^0.5; % 원점과 최 위치 간의 거리, m
20
21    m1 = A * L1 * density; % 링크 1의 무게, kg
22    m2 = A * L2 * density; % 링크 2의 무게, kg
23
24    theta2 = acos((x1^2 + y1^2 - L1.^2 - L2.^2) / (2 .* L1 .* L2)); % 링크 2의 초기 각도, rad
25    theta2_plus = acos((x2^2 + y2^2 - L1.^2 - L2.^2) / (2 .* L1 .* L2)); % 링크 2의 최종 각도, rad
26    thetal = atan(y1/x1) - atan(L2 .* sin(theta2) / (L1 + L2 .* cos(theta2))); % 링크 1의 초기 각도, rad
27    thetal_plus = atan(y2/x2) - atan(L2 .* sin(theta2_plus) / (L1 + L2 .* cos(theta2_plus))); % 링크 1의 최종 각도
28

```

Figure 17. 제약조건 함수 convg_team.m 코드1

```

29
30    % 링크 무게에 의한 토크 계산, N*m
31    T1_m = ((L1./2*m1)+((L1 + (L2.*abs(cos(theta2_plus)))/2) * m2)) * g;
32    T2_m = (L2.*abs(cos(thetal + theta2)) / 2) * m2 * g;
33
34    % 하중에 의한 토크 계산, N*m
35    T1_M = (L1 + L2.*abs(cos(theta2_plus))) * M * g;
36    T2_M = L2 .* abs(cos(thetal + theta2)) * M * g;
37
38    % 모터 무게에 의한 토크 계산, N*m
39    T1_motor = L1 * M2 * g;
40
41    % 각 모터 총 토크, N*m
42    T1 = T1_M + T1_m + T1_motor;
43    T2 = T2_M + T2_m;
44
45    % 토크에 의한 제약 조건
46    g(1) = T1/4-1; %T1 >= 4
47    g(2) = T2/4-1; %T2 >= 4
48    % 링크 길이와 끝단 위치에 의한 제약조건
49    g(3) = 1-(L1+L2)/D1; % L1+L2 >= D1
50    g(4) = (L1-L2)/D2-1; % L1-L2 <= D2
51    g(5) = (L2-L1)/D2-1; % L2-L1 <= D2
52
53    h = [];
54    gg = [];
55    gh = [];
56
57    end

```

Figure 18. 제약조건 함수 convg_team.m 코드2

5.2 Main 함수 실행 결과, 최적해

Main함수 team.m 파일을 실행한 결과 아래 그림과 같이 목적함수 함수값은 $fval = E = 0.9865$ 으로 수렴한 것을 확인할 수 있다. 최적해 또한 $(L1, L2) = (0.533, 0.146)$ 로 수렴했다. 목적함수 함수값과 최적해 모두 엑셀 해 찾기에서 얻은 결과값과 근사한 결과값을 얻은 것을 확인해 성공적으로 최적해를 찾았다.

```
f = 0.9864
f = 0.9864
L =

    0.053303
    0.146406

fval = 0.9864
exitflag = 2
output =

    scalar structure containing the fields:

        niter = 11
        nobjf = 61
        lambda =

            0
            0
            0
            0
            0
            7.2673
            0
            0
            0

    constrviolation = 0
```

Figure 19. 초기 값 (0.05, 0.1212) Octave Command Window

다른 초기값들로 설정해도 같은 목적함수 함수 값, 최적해로 수렴하는 것을 볼 수 있다. $L=(0.15,0.15)$ 값은 엑셀 해 찾기 에서는 결과를 못 얻었는데도 불구하고 얻은 점은 고무적이라고 할 수 있다. 라그랑주 승수인 λ 값의 경우 나머지 값은 0이지만 6번째값 즉 모터2 성능에 의한 제약조건에 의해 최적해가 결정되는 것 또한 확인할 수 있었다.

$L=(0.05,0.15)$

$L=(0.15,0.15)$

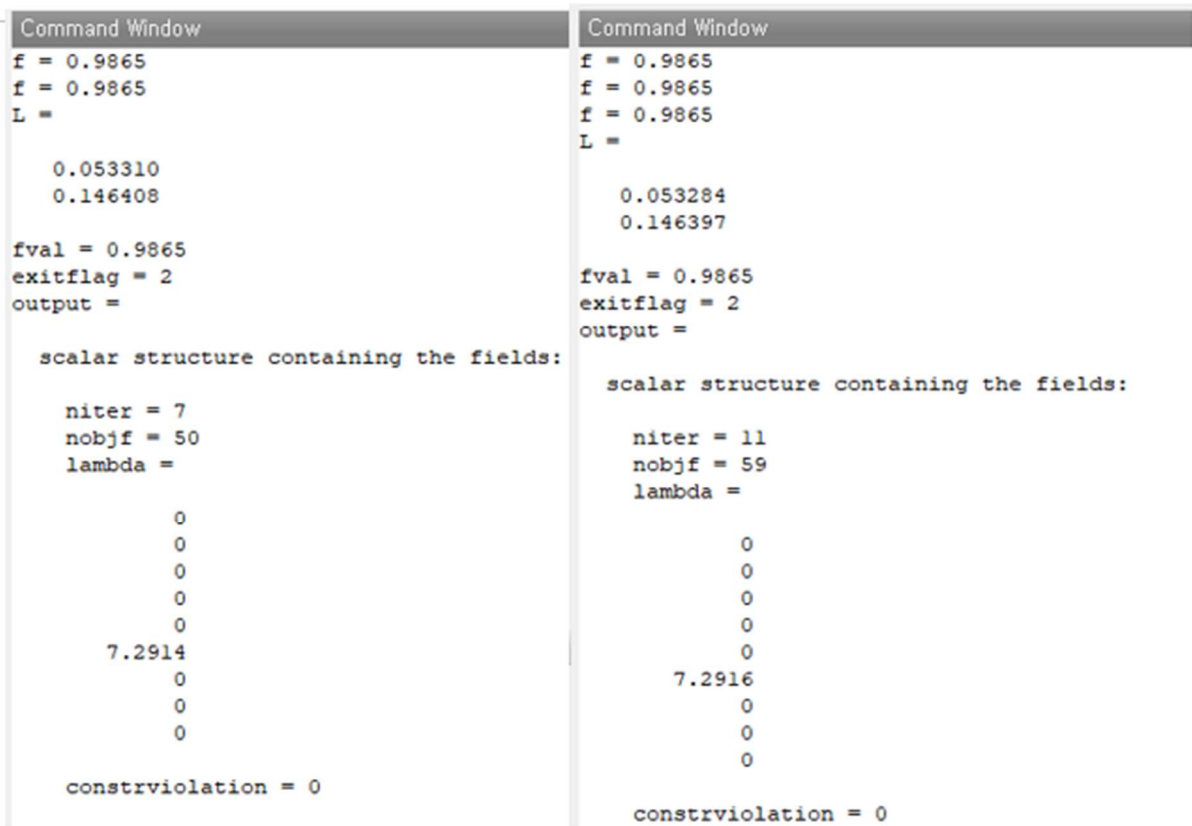


Figure 20. 초기 값 (0.05, 0.15), (0.15, 0.15) Octave Command Window

6. 결과 및 분석

모터의 총 사용 에너지의 최소화 라는 문제에 대해 최적해를 찾아보았다. 최종적으로, 최적해는 $L1 = 0.533m = 53mm$, $L2 = 0.146m = 146mm$ 를 얻었다.

초기값에 대한 총 목적함수 값(소비 에너지 값)은 3.355 J, 최적해에 대한 목적함수 값은 0.986 J 을 얻었다. 이를 전기료 절약 측면에서 분석하면 다음과 같다.

초기위치에서 최종위치까지 이동하는데 걸리는 시간을 10초라고 가정하면 소비전력은 0.3355 W에서 0.0986 W 로 줄어든다. 따라서 1시간을 사용할 경우 약 852.84 Wh를 사용한다.

주택용 전기료의 경우 120.0 (원/kWh) 이므로 $852.54 * 120.0/1000 = 102.3$ 원, 즉, 시간당 약 102 원을 절약하는 효과를 거둘 수 있다.

아래 Figure 21의 결과와 같이 엑셀 해 찾기와 Octave에서 얻은 최적해와 목적함수 값이 같음도 확인했다.

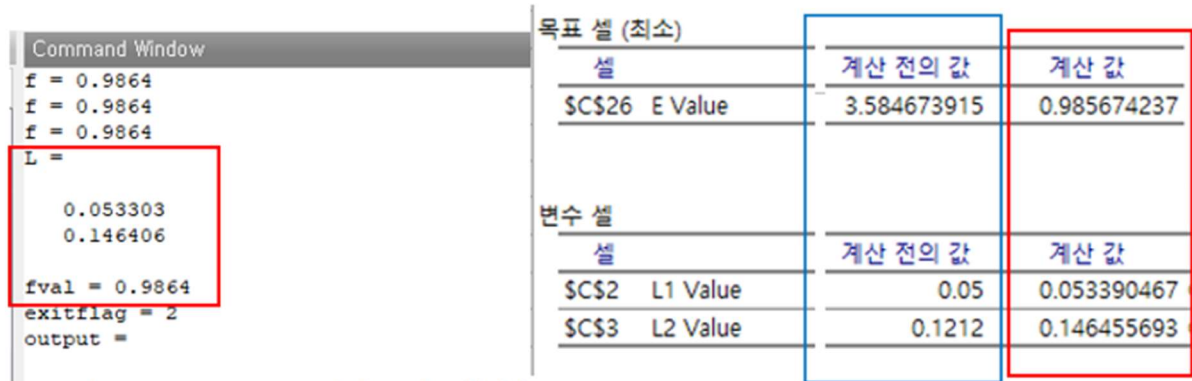


Figure 21. 초기 값 (0.05, 0.1212)에서 엑셀 해 찾기, Octave 결과비교

7. 참고 문헌

- [1] Hibbeler, Russell C. Mechanics of Materials. 10th Edition in SI Units ed., Pearson, 2017.
- [2] Torque motor sale website. <https://www.cubemars.com/goods-1158-RO80.html>

8. Appendix

8.1 MATLAB 코드 전체

```
% 변수 정의
[L1,L2]=meshgrid(0.04:0.001:0.16, 0.04:0.001:0.16);

% 파라미터 정의
d = 0.01; % 링크의 직경, m
density = 7850; % 링크 재료 밀도 (Stainless), kg/m^3
A = pi * (0.5 * d)^2; % 링크 단면 넓이, m^2
m1 = A * L1 * density; % 링크 1의 무게, kg
m2 = A * L2 * density; % 링크 2의 무게, kg
M = 3; % 추가 무게, kg
M1 = 0.352; % 모터 1의 무게, kg
M2 = 0.352; % 모터 2의 무게, kg
g = 9.81; % 중력 가속도, m/s^2
x1 = 0.17; % 물린 초기 위치 x좌표, m
y1 = 0.02; % 물린 초기 위치 y좌표, m
x2 = 0.07; % 물린 최종 위치 x좌표, m
y2 = 0.12; % 물린 최종 위치 y좌표, m
D1 = (x1^2 + y1^2)^0.5; % 원점과 초기 위치 간의 거리, m
D2 = (x2^2 + y2^2)^0.5; % 원점과 최종 위치 간의 거리, m

theta2 = acos((x1^2 + y1^2 - L1.^2 - L2.^2) / (2 .* L1 .* L2)); % 링크 2의 초기 각도, rad
theta2_plus = acos((x2^2 + y2^2 - L1.^2 - L2.^2) / (2 .* L1 .* L2)); % 링크 2의 최종 각도, rad
theta1 = atan(y1/x1) - atan(L2 .* sin(theta2) / (L1 + L2 .* cos(theta2))); % 링크 1의 초기 각도, rad
theta1_plus = atan(y2/x2) - atan(L2 .* sin(theta2_plus) / (L1 + L2 .* cos(theta2_plus))); % 링크 1의 최종 각도, rad

% 링크 무게에 의한 토크 계산, N*m
T1_m = ((L1./2+m1)+((L1 + L2.*abs(cos(theta2_plus))/2) * m2)) * g;
T2_m = (L2.*abs(cos(theta1 + theta2)) / 2) * m2 * g;

% 하중에 의한 토크 계산, N*m
T1_M = (L1 + L2.*abs(cos(theta2_plus))) * M * g;
T2_M = L2 .* abs(cos(theta1 + theta2)) * M * g;

% 모터 무게에 의한 토크 계산, N*m
T1_motor = L1 * M2 * g;

% 각 모터 총 토크, N*m
T1 = T1_M + T1_m + T1_motor;
T2 = T2_M + T2_m;

% 에너지 소비 계산, N*m
% Motor1의 에너지 소비
E1 = 0.5 * (L1 .* g .* (m1 + 2*m2 + 2*M + 2*M2) * abs(sin(theta1_plus) - sin(theta1)) + ...
    L2 .* g .* (m2 + 2*M) .* abs(sin(theta1_plus + theta2_plus) - sin(theta1 + theta2_plus)));
% Motor2의 에너지 소비
E2 = 0.5 * L2 .* g .* (m2 + 2 .* M) .* abs(sin(theta2_plus) - sin(theta2));

% 총 에너지 소비 (목적함수)
E = E1 + E2;

%Enter functions for the minimization problem
% 링크 길이와 끝단 위치에 의한 제약조건
g1=01-L1-L2; % L1+L2 >= 01
g2=L1-L2-D2; % L1-L2 <= D2
g3=L2-L1-D2; % L2-L1 <= D2
% 링크 길이 조건
g4=-L1+0.05;
g5=-L2+0.05;
g6=L1-0.15;
g7=L2-0.15;
% 도크에 의한 제약 조건
g8=T1-4;
g9=T2-4;

% 그리기
cla reset
axis auto %Minimum and maximum values for axes are determined automatically
%Limits for x- and y-axes may be specified with the command
%axis ([xmin xmax ymin ymax])
xlabel('L1'),ylabel('L2') %Specifies labels for x- and y-axes
hold on

cv1=[0 0 0];
cv11=[0.0001:0.00001:0.005];
cv22=[0.001:0.0001:0.02];
const1=contour(L1,L2,g1,cv1,'k','LineWidth',2);
const1=contour(L1,L2,g1,cv11,'c');
text(0.08,0.08,'g1')
const2=contour(L1,L2,g2,cv1,'k','LineWidth',2);
const2=contour(L1,L2,g2,cv11,'c');
% text(1.13,'g2')
const3=contour(L1,L2,g3,cv1,'k','LineWidth',2);
const3=contour(L1,L2,g3,cv11,'c');
% text(23.1,'g3')
const4=contour(L1,L2,g4,cv1,'k','LineWidth',2);
const4=contour(L1,L2,g4,cv11,'c');
text(0.051,0.08,'g4')
const5=contour(L1,L2,g5,cv1,'k','LineWidth',2);
const5=contour(L1,L2,g5,cv11,'c');
text(0.08,0.055,'g5')
const6=contour(L1,L2,g6,cv1,'k','LineWidth',2);
const6=contour(L1,L2,g6,cv11,'c');
text(0.145,0.1,'g6')
const7=contour(L1,L2,g7,cv1,'k','LineWidth',2);
const7=contour(L1,L2,g7,cv11,'c');
text(0.1,0.145,'g7')
const8=contour(L1,L2,g8,cv1,'k','LineWidth',4);
const8=contour(L1,L2,g8,cv22,'c');
% text(0.3,23,'g3')
const9=contour(L1,L2,g9,cv1,'k','LineWidth',4);
const9=contour(L1,L2,g9,cv22,'c');
% text(0.117,0.117,'g9')

text(0.085,0.1,'Feasible Region')
fv=[0.9857 9.5 10 10.5 11]; %Defines contours for the minimization function
% 'k' specifies black dashed lines for function
fs=contour(L1,L2,E,fv,'m');
clabel(fs) %Automatically puts the contour value on the graph
%Indicates end of this plotting sequence
%Subsequent plots will appear in separate windows
hold off
```


8.2 Evolutionary 방식

8.2.1 (0.05, 0.1212)

	A	B	C	D	E	F	G
1	Microsoft Excel 16.0 해당 보고서						
2	워크시트 이름: [2링크 로봇팔의 에너지최소화를 위한 링크길이설정 형식 변형.xlsx]Sheet1						
3	보고서 작성일: 2024-06-17 오후 7:13:39						
4	결과: 더 이상 해의 정밀도를 개선할 수 없습니다. 모든 제한 조건이 만족되었습니다.						
5	해 찾기 엔진						
6	엔진: Evolutionary						
7	해 찾는 시간: 62.187 초.						
8	반복 횟수: 0 부분 문제: 61103						
9	해 찾기 옵션						
10	최대 시간 제한 없음, 반복 횟수 제한 없음, Precision 0.000001, 단위 자동 설정 사용						
11	수렴도 0.0001, 모집단 크기 100, 임의 초기값 0, 변이율 0.075, 개선을 포함하지 않는 시간 30 초, 필수 경계						
12	최대 부분 문제 제한 없음, 최대 정수 해 제한 없음, 정수 허용 한도 1%, 음수 아닌 것으로 가정						
13							
14	목표 셀 (최소)						
15	셀		이름	계산 전의 값	계산 값		
16	\$C\$26		E Value	3.584673915	0.985698101		
17							
18							
19	변수 셀						
20	셀		이름	계산 전의 값	계산 값	정수	
21	\$C\$2		L1 Value	0.05	0.053384455	Contin	
22	\$C\$3		L2 Value	0.1212	0.146452757	Contin	
23							
24							
25	제한 조건						
26	셀		이름	셀의 값	수식	상태	조건과의 차
27	\$C\$28		Maximum torque of motor 1 Value	3.209928369	\$C\$28<=\$E\$28	부분적 만족	0.790071631
28	\$C\$29		Maximum torque of motor 2 Value	4.000007227	\$C\$29<=\$E\$29	만족	0
29	\$C\$30		Sum of the lengths of the two links Value	0.199837212	\$C\$30>=\$E\$30	부분적 만족	0.028664784
30	\$C\$31		Length difference between two links Value	0.093068301	\$C\$31<=\$E\$31	부분적 만족	0.045856138
31	\$C\$2		L1 Value	0.053384455	\$C\$2<=\$F\$2	부분적 만족	0.096615545
32	\$C\$2		L1 Value	0.053384455	\$C\$2>=\$D\$2	부분적 만족	0.003384455
33	\$C\$3		L2 Value	0.146452757	\$C\$3<=\$F\$3	부분적 만족	0.003547243
34	\$C\$3		L2 Value	0.146452757	\$C\$3>=\$D\$3	부분적 만족	0.096452757

8.2.2 (0.1212, 0.05)

1

Microsoft Excel 16.0 해당 보고서

2

워크시트 이름: [2링크 로봇팔의 에너지최소화를 위한 링크길이설정 형식 변형.xlsx]Sheet1

3

보고서 작성일: 2024-06-17 오후 7:21:48

4

결과: 더 이상 해의 정밀도를 개선할 수 없습니다. 모든 제한 조건이 만족되었습니다.

5

해 찾기 엔진

6

엔진: Evolutionary

7

해 찾는 시간: 65.563 초.

8

반복 횟수: 18568 부분 문제: 47952

9

해 찾기 옵션

10

최대 시간 제한 없음, 반복 횟수 제한 없음, Precision 0.000001, 단위 자동 설정 사용

11

수렴도 0.0001, 모집단 크기 100, 임의 초기값 0, 변이율 0.075, 개선을 포함하지 않는 시간 30 초, 필수 경계

12

최대 부분 문제 제한 없음, 최대 정수 해 제한 없음, 정수 허용 한도 1%, 음수 아닌 것으로 가정

13

14

목표 셀 (최소)

15

셀	이름	계산 전의 값	계산 값
\$C\$26	E Value	3.709344558	0.985712012

16

17

18

19

변수 셀

20

셀	이름	계산 전의 값	계산 값	정수
\$C\$2	L1 Value	0.1212	0.053388953	Contin
\$C\$3	L2 Value	0.05	0.146454387	Contin

21

22

23

24

25

제한 조건

26

셀	이름	셀의 값	수식	상태	조건과의 자
\$C\$28	Maximum torque of motor 1 Value	3.210232543	\$C\$28<= \$E\$28	부분적 만족	0.789767457
\$C\$29	Maximum torque of motor 2 Value	3.99999883	\$C\$29<= \$E\$29	부분적 만족	1.17002E-05
\$C\$30	Sum of the lengths of the two links Value	0.199843339	\$C\$30>= \$E\$30	부분적 만족	0.028670911
\$C\$31	Length difference between two links Value	0.093065434	\$C\$31<= \$E\$31	부분적 만족	0.045859006
\$C\$2	L1 Value	0.053388953	\$C\$2<= \$F\$2	부분적 만족	0.096611047
\$C\$2	L1 Value	0.053388953	\$C\$2>= \$D\$2	부분적 만족	0.003388953
\$C\$3	L2 Value	0.146454387	\$C\$3<= \$F\$3	부분적 만족	0.003545613
\$C\$3	L2 Value	0.146454387	\$C\$3>= \$D\$3	부분적 만족	0.096454387

27

28

29

30

31

32

33

34

8.2.3 (0.05, 0.15)

1

2

3

4

5

6

7

8

9

10

11

12

13

14

15

16

17

18

19

20

21

22

23

24

25

26

27

28

29

30

31

32

33

34

A

B

C

D

E

F

G

Microsoft Excel 16.0 해답 보고서

워크시트 이름: [2링크 로봇팔의 에너지최소화를 위한 링크길이설정 형식 변형.xlsx]Sheet1

보고서 작성일: 2024-06-17 오후 7:16:55

결과: 더 이상 해의 정밀도를 개선할 수 없습니다. 모든 제한 조건이 만족되었습니다.

해 찾기 엔진

엔진: Evolutionary

해 찾는 시간: 73.547 초.

반복 횟수: 0 부분 문제: 79331

해 찾기 옵션

최대 시간 제한 없음, 반복 횟수 제한 없음, Precision 0.000001, 단위 자동 설정 사용

수렴도 0.0001, 모집단 크기 100, 임의 초기값 0, 변이율 0.075, 개선을 포함하지 않는 시간 30 초, 필수 경계

최대 부분 문제 제한 없음, 최대 정수 해 제한 없음, 정수 허용 한도 1%, 음수 아닌 것으로 가정

목표 셀 (최소)

셀	이름	계산 전의 값	계산 값
\$C\$26	E Value	10.74261966	0.985661321

변수 셀

셀	이름	계산 전의 값	계산 값	정수
\$C\$2	L1 Value	0.05	0.053390207	Contin
\$C\$3	L2 Value	0.15	0.146455815	Contin

제한 조건

셀	이름	셀의 값	수식	상태	조건과의 차
\$C\$28	Maximum torque of motor 1 Value	3.210397624	\$C\$28<= \$E\$28	부분적 만족	0.789602376
\$C\$29	Maximum torque of motor 2 Value	4.000006025	\$C\$29<= \$E\$29	만족	0
\$C\$30	Sum of the lengths of the two links Value	0.199846022	\$C\$30>= \$E\$30	부분적 만족	0.028673594
\$C\$31	Length difference between two links Value	0.093065607	\$C\$31<= \$E\$31	부분적 만족	0.045858833
\$C\$2	L1 Value	0.053390207	\$C\$2<= \$F\$2	부분적 만족	0.096609793
\$C\$2	L1 Value	0.053390207	\$C\$2>= \$D\$2	부분적 만족	0.003390207
\$C\$3	L2 Value	0.146455815	\$C\$3<= \$F\$3	부분적 만족	0.003544185
\$C\$3	L2 Value	0.146455815	\$C\$3>= \$D\$3	부분적 만족	0.096455815

8.2.4 (0.15, 0.05)

1

Microsoft Excel 16.0 해답 보고서

2

워크시트 이름: [2링크 로봇팔의 에너지최소화를 위한 링크길이설정 형식 변형.xlsx]Sheet1

3

보고서 작성일: 2024-06-17 오후 7:23:50

4

결과: 더 이상 해의 정밀도를 개선할 수 없습니다. 모든 제한 조건이 만족되었습니다.

5

해 찾기 엔진

6

엔진: Evolutionary

7

해 찾는 시간: 69.484 초.

8

반복 횟수: 34596 부분 문제: 57916

9

해 찾기 옵션

10

최대 시간 제한 없음, 반복 횟수 제한 없음, Precision 0.000001, 단위 자동 설정 사용

11

수렴도 0.0001, 모집단 크기 100, 임의 초기값 0, 변이율 0.075, 개선을 포함하지 않는 시간 30 초, 필수 경계

12

최대 부분 문제 제한 없음, 최대 정수 해 제한 없음, 정수 허용 한도 1%, 음수 아닌 것으로 가정

13

14

목표 셀 (최소)

15

셀	이름	계산 전의 값	계산 값
\$C\$26	E Value	4.911270538	0.985746401

16

17

18

19

변수 셀

20

셀	이름	계산 전의 값	계산 값	정수
\$C\$2	L1 Value	0.15	0.053392139	Contin
\$C\$3	L2 Value	0.05	0.146456364	Contin

21

22

23

24

25

제한 조건

26

셀	이름	셀의 값	수식	상태	조건과의 차
\$C\$28	Maximum torque of motor 1 Value	3.210515881	\$C\$28<= \$E\$28	부분적 만족	0.789484119
\$C\$29	Maximum torque of motor 2 Value	3.999994345	\$C\$29<= \$E\$29	부분적 만족	5.65538E-06
\$C\$30	Sum of the lengths of the two links Value	0.199848503	\$C\$30>= \$E\$30	부분적 만족	0.028676076
\$C\$31	Length difference between two links Value	0.093064226	\$C\$31<= \$E\$31	부분적 만족	0.045860214
\$C\$2	L1 Value	0.053392139	\$C\$2<= \$F\$2	부분적 만족	0.096607861
\$C\$2	L1 Value	0.053392139	\$C\$2>= \$D\$2	부분적 만족	0.003392139
\$C\$3	L2 Value	0.146456364	\$C\$3<= \$F\$3	부분적 만족	0.003543636
\$C\$3	L2 Value	0.146456364	\$C\$3>= \$D\$3	부분적 만족	0.096456364

27

28

29

30

31

32

33

34

8.2.5 (0.15, 0.15)

1

2

3

4

5

6

7

8

9

10

11

12

13

14

15

16

17

18

19

20

21

22

23

24

25

26

27

28

29

30

31

32

33

34

A

B

C

D

E

F

G

Microsoft Excel 16.0 해당 보고서

워크시트 이름: [2링크 로봇팔의 에너지최소화를 위한 링크길이설정 형식 변형.xlsx]Sheet1

보고서 작성일: 2024-06-17 오후 7:26:35

결과: 더 이상 해의 정밀도를 개선할 수 없습니다. 모든 제한 조건이 만족되었습니다.

해 찾기 엔진

엔진: Evolutionary

해 찾는 시간: 65.75 초.

반복 횟수: 0 부분 문제: 52060

해 찾기 옵션

최대 시간 제한 없음, 반복 횟수 제한 없음, Precision 0.000001, 단위 자동 설정 사용

수렴도 0.0001, 모집단 크기 100, 임의 초기값 0, 변이율 0.075, 개선을 포함하지 않는 시간 30 초, 필수 경계

최대 부분 문제 제한 없음, 최대 정수 해 제한 없음, 정수 허용 한도 1%, 음수 아닌 것으로 가정

목표 셀 (최소)

셀	이름	계산 전의 값	계산 값
\$C\$26	E Value	4.689906621	0.985703992

변수 셀

셀	이름	계산 전의 값	계산 값	정수
\$C\$2	L1 Value	0.15	0.053391529	Contin
\$C\$3	L2 Value	0.15	0.146455606	Contin

제한 조건

셀	이름	셀의 값	수식	상태	조건과의 차
\$C\$28	Maximum torque of motor 1 Value	3.210430332	\$C\$28<= \$E\$28	부분적 만족	0.789569668
\$C\$29	Maximum torque of motor 2 Value	3.999984201	\$C\$29<= \$E\$29	부분적 만족	1.57993E-05
\$C\$30	Sum of the lengths of the two links Value	0.199847135	\$C\$30>= \$E\$30	부분적 만족	0.028674707
\$C\$31	Length difference between two links Value	0.093064076	\$C\$31<= \$E\$31	부분적 만족	0.045860363
\$C\$2	L1 Value	0.053391529	\$C\$2<= \$F\$2	부분적 만족	0.096608471
\$C\$2	L1 Value	0.053391529	\$C\$2>= \$D\$2	부분적 만족	0.003391529
\$C\$3	L2 Value	0.146455606	\$C\$3<= \$F\$3	부분적 만족	0.003544394
\$C\$3	L2 Value	0.146455606	\$C\$3>= \$D\$3	부분적 만족	0.096455606