50476 GIBERT Sacha

Détermination de pi par l'étude de collisions successives d'un système dynamique

Le nombre pi est une constante fondamentale en mathématique. Ce nombre a tendance à apparaitre dans des résultats qui n'ont à priori aucun rapport avec lui. Il représente ici une liaison entre entre la géométrie du cercle et la mécanique

Mon étude s’inscrit dans le thème « Cercle et boucle » car les collisions successives des blocs forment une boucle dynamique dont l’interprétation géométrique fait apparaître un mouvement circulaire dans l’espace des vitesses. Ce lien entre collisions successives et rotation explique l’ apparition du nombre pi.

Le candidat atteste avoir travaillé en monôme.

Positionnement thématique (ÉTAPE 1) :

- *PHYSIQUE (Mécanique)*
- *MATHEMATIQUES (Géométrie)*
- *INFORMATIQUE (Informatique pratique)*

Mots-clés (ÉTAPE 1) :

Mots-clés (en français)	Mots-clés (en anglais)
Collisions élastiques	*Elastic collisions*
Conservation de l’énergie	*Conservation of energy*
Conservation de la quantité de mouvement	*Conservation of linear momentum*
Modélisation	*Mathematical modeling*
Interprétation géométrique	*Geometric interpretation*

Bibliographie commentée

Le nombre pi apparaît classiquement dans des contextes liés à la géométrie du cercle et aux phénomènes périodiques. Cependant, certains travaux ont mis en évidence son apparition dans des systèmes dynamiques discrets, notamment dans le cadre de collisions élastiques successives entre deux blocs et une paroi fixe.

L'article de Gregory Galperin **[1]** montre que le nombre total de collisions dans un système dépend du rapport des masses et permet, dans certaines conditions, d'obtenir les chiffres successifs de pi. Ce travail établit un lien rigoureux entre dynamique mécanique et géométrie, en interprétant l'évolution du système dans un espace des vitesses muni d'une métrique adaptée. Cette étude a constitué le point de départ de mon étude et a permis de comprendre les principes généraux du phénomène.

Les travaux de vulgarisation de la chaîne 3Blue1Brown **[2]** proposent une interprétation géométrique du résultat de Galperin. En représentant les vitesses dans un espace pondéré par les masses, les collisions successives peuvent être interprétées comme des réflexions successives équivalentes à une rotation. Cette approche m'a permis d'acquérir une vision plus globale du phénomène et a guidé la phase de modélisation informatique.

Les expériences présentées par Stand-up Maths **[3]** illustrent la possibilité de réaliser une mise en œuvre expérimentale du modèle. Elles mettent toutefois en évidence les limites pratiques liées aux frottements et aux pertes d'énergie, soulevant la question de l'écart entre modèle idéal et réalité physique.

Enfin, certaines expériences universitaires, notamment menées par des étudiants de l'université de Bonn **[4]**, soulignent les difficultés techniques rencontrées et ouvrent la voie à des approches alternatives, notamment par analogie optique **[5]**, ce qui m'a conduit à envisager une expérience fondée sur la réflexion de la lumière.

L'ensemble de ces sources m'a permis de comprendre les lois et concepts fondamentaux du problème (conservation de l'énergie, quantité de mouvement, interprétation géométrique), mais aussi d'identifier une question centrale : comment relier rigoureusement le modèle théorique aux contraintes d'une mise en œuvre numérique et expérimentale ? Cette réflexion a conduit au choix de la problématique retenue.

Problématique retenue

Comment des collisions élastiques successives peuvent-elles conduire à une approximation du nombre pi?

Objectifs du TIPE du candidat

Etablir le modèle théorique du système.

Etudier l'influence du rapport des masses sur le nombre de collisions

Réaliser une modélisation informatique puis expérimental du phénomène

Limite du modèle expérimental

Références bibliographiques (ÉTAPE 1)

[1] GREGORY GALPERIN : PLAYING POOL WITH π (THE NUMBER π FROM A BILLIARD POINT OF VIEW) *: https://www.maths.tcd.ie/~lebed/Galperin.%20Playing%20pool%20with%20pi.pdf*

[2] 3BLUE1BROWN : The most unexpected answer to a counting puzzle *: https://www.3blue1brown.com/?v=clacks*

[3] STAND-UP MATHS : Colliding blocks and Pi *: https://www.youtube.com/watch?v=brU5yLm9DZM*

[4] UNIVERSITÉ DE BONN : Experimental approximation of π using elastic collisions *: https://www.uni-bonn.de/en*

[5] 3BLUE1BROWN : How colliding blocks act like a beam of light...to compute pi. *: https://www.youtube.com/watch?v=brU5yLm9DZM*