Révisions Thème 1 - Repérage

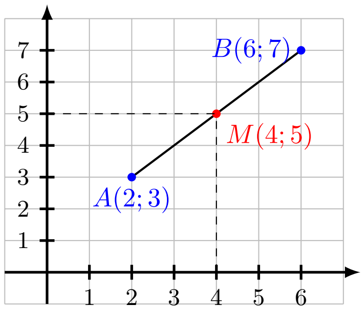
Méthode: Calculer les coordonnées du milieu d'un segment ⟶ Exercices 1, 3, 4, 5, 6

Soit le segment $[AB]$ avec $A(2;3)$ et $B(6;7)$.
Les coordonnées du milieu M sont données par:

$$M\left(\frac{x_A+x_B}{2};\frac{y_A+y_B}{2}\right)$$

En appliquant ces formules, on obtient :

$$M\left(\frac{2+6}{2};\frac{3+7}{2}\right) \text{ soit } M(4;5)$$



Méthode: Calculer la longueur d'un segment ⟶ Exercices 1, 2, 5, 6

Soit le segment $[AB]$ avec $A(1;2)$ et $B(4;6)$.
La longueur du segment $[AB]$ est donnée par la formule suivante :

$$AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}$$

En appliquant cette formule, on obtient :

$$AB=\sqrt{(4-1)^2+(6-2)^2}=\sqrt{3^2+4^2}=\sqrt{9+16}=\sqrt{25}=5$$

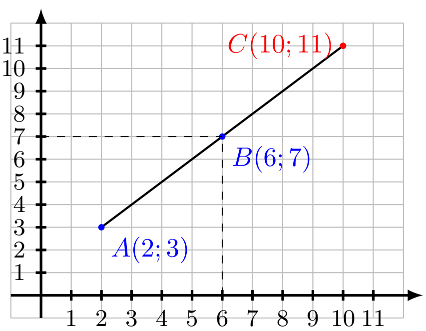
Méthode: Calculer les coordonnées du symétrique d'un point ⟶ Exercices 1, 4, 6

Soit le point $A(2;3)$ et le point $B(6;7)$. Calculons les coordonnées du symétrique $C(x_C;y_C)$ de A par rapport au point B.
B est le milieu de $[AC]$, donc on doit résoudre le système suivant :

$$\begin{cases} x_B=\dfrac{x_A+x_C}{2} \\ y_B=\dfrac{y_A+y_C}{2} \end{cases} \iff \begin{cases} 6=\dfrac{2+x_C}{2} \\ 7=\dfrac{3+y_C}{2} \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} 12=2+x_C \\ 14=3+y_C \end{cases} \iff \begin{cases} x_C=10 \\ y_C=11 \end{cases}$$

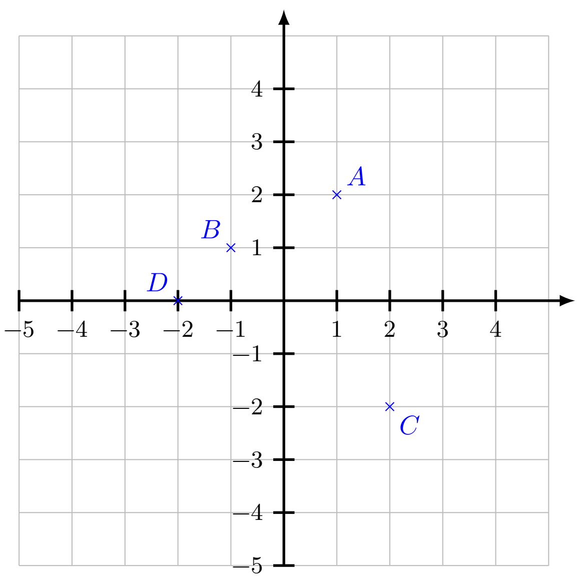
Le point C a donc pour coordonnées $(10;11)$.



Exercice 1:

On considère le repère ci-contre:

1. Donner les coordonnées des points A, B, C, D.
2. Le triangle ACD est-il isocèle en C?
3. Placer dans ce repère les points $E(3;0)$, $F(-2;-1)$ et $G(0;4)$.
4. Quelles sont les coordonnées des points P et Q, milieux respectifs de $[AB]$ et $[DE]$? Placer P et Q sur le repère.
5. Soit $K(3;-4)$. Calculer les coordonnées de G pour que K soit le milieu de $[CG]$.



Exercice 2: Dans un repère orthonormé, on donne $A(-2;3)$, $B(3;2)$ et $C(0;0)$.

1. Calculer les distances AB, AC et BC.
2. Le triangle ABC est-il rectangle?

Exercice 3: Dans un repère orthonormé, on donne $A(-3;\sqrt{2})$ et $B(2;-\sqrt{2})$.
Déterminer les coordonnées du milieu I de $[AB]$.

Exercice 4: Dans un repère du plan, on considère les points $E(3;4)$, $F(6;6)$ et $G(4;-1)$.
Calculer les coordonnées du point H tel que $EFGH$ soit un parallélogramme.

Exercice 5: Dans un repère orthonormé du plan, on considère les points $A(4;1)$, $B(0;4)$ et $C(-6;-4)$.

1. Calculer AB, AC et BC.
2. En déduire que le triangle ABC est rectangle.
3. Trouver les coordonnées du centre du cercle circonscrit à ce triangle. Quel est son rayon?

Exercice 6: Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(0;I,J)$, on considère les points $A(-3;0)$, $B(2;1)$, $C(4;3)$ et $D(-1;2)$.

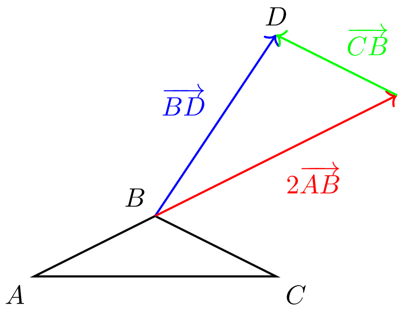
1. Placer les points A, B, C et D.
2. Démontrer que les segments $[AC]$ et $[BD]$ ont le même milieu K.
3. Montrer que le triangle OBD est rectangle isocèle.
4. On considère le point E du plan tel que $BODE$ soit un parallélogramme. Quelles sont les coordonnées de E?
5. Calculer AE.

Révisions Thème 2 - Vecteurs

Méthode: Construire un point à partir d'une somme de vecteurs $\longrightarrow$ Exercices 3, 4 et 5

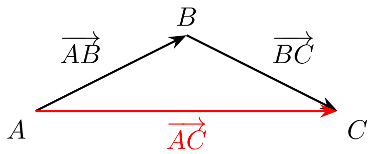
Soit ABC un triangle. Placer le point D tel que $\overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CB}$.

1. On trace le vecteur $2\overrightarrow{AB}$ à partir du point B.
2. On trace le vecteur $\overrightarrow{CB}$ à la suite.
3. On place le point D tel que $\overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CB}$.



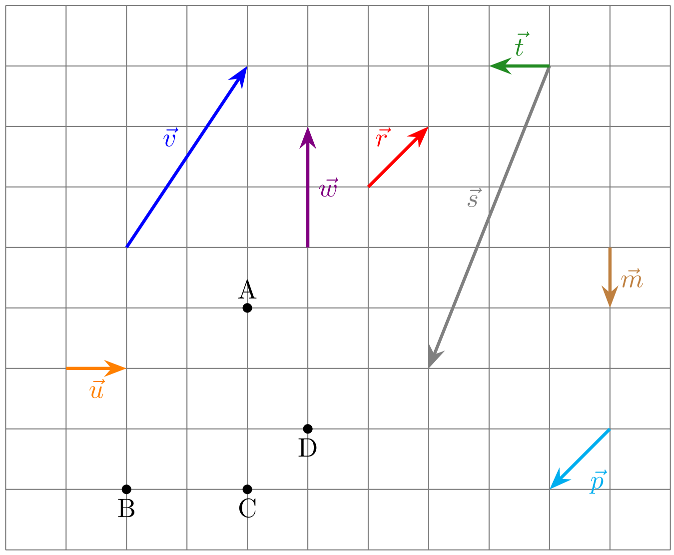
Méthode: Appliquer la relation de Chasles $\longrightarrow$ Exercices 4 et 5

Soient les points A, B et C. La relation de Chasles s'écrit : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$



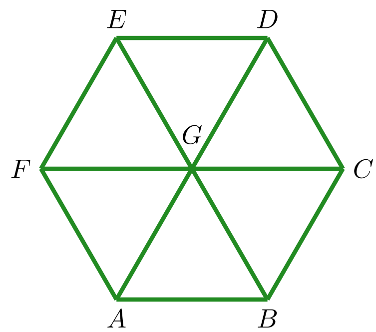
Exercice 1: A partir de la figure, citer un vecteur:

1. de même direction et de même sens que $\overrightarrow{AB}$.
2. de même direction que $\overrightarrow{CD}$ mais de sens contraire.
3. dont la norme est égale à $\|\overrightarrow{CD}\|$.

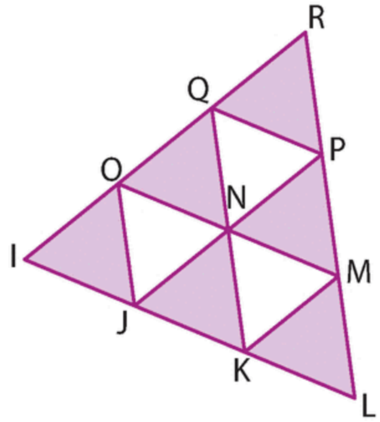


Exercice 2: On considère ci-dessous l'hexagone régulier $ABCDEF$ de centre G.

1. Citer un vecteur qui a même direction que le vecteur $\overrightarrow{FG}$ mais pas le même sens.
2. Citer le représentant d'origine G du vecteur $\overrightarrow{BC}$.
3. Citer deux vecteurs égaux au vecteur $\overrightarrow{AF}$.



Exercice 3: La figure ci-dessous est constituée de neuf triangles équilatéraux.



En utilisant les points de la figure, déterminer:

1. un vecteur égal à $\overrightarrow{IJ} + 2\overrightarrow{JN}$.
2. un vecteur égal à $2\overrightarrow{IO} + 2\overrightarrow{QN}$.
3. un vecteur égal à $\frac{2}{3}\overrightarrow{IL} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OR}$.
4. un vecteur égal à $-\frac{1}{3}\overrightarrow{RL} - \frac{1}{2}\overrightarrow{OR}$.

Exercice 4: Soit un rectangle $ABCD$ tel que $AC = 5$. Les points Met N sont tels que:

$$\begin{cases} \overrightarrow{AM} = \frac{1}{5}\overrightarrow{AC} \\ \overrightarrow{CN} = \frac{1}{5}\overrightarrow{CA} \end{cases}$$

1. Réaliser une figure
2. Démontrer que $\overrightarrow{MB} = \overrightarrow{DN}$.
3. Que peut-on en conclure?

Exercice 5: Soit un triangle quelconque ABC et les points D et E tels que:

$$\begin{cases} \overrightarrow{AD} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AC} \\ \overrightarrow{AE} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} \end{cases}$$

1. Justifier que $\overrightarrow{DE} = \frac{1}{4}\overrightarrow{CB}$.
2. Quelle est la nature du quadrilatère $DEBC$?

Révisions Thème 3 - Information chiffrée

Méthode: Calculer une évolution $\longrightarrow$ Exercices 1, 3, 4, 7 et 8

Un article vendu 50€ subit une hausse de 20%. Quel est son nouveau prix?

- On calcule le coefficient multiplicateur correspondant à la hausse: $1 + \frac{20}{100} = 1,2$.
- On multiplie le prix initial par ce coefficient: 50€ $\times 1,2 = 60$€.

Méthode: Calculer des taux d'évolutions successifs $\longrightarrow$ Exercices 3, 7 et 8

Un article subit une hausse de 30% puis une baisse de 10%. Quel est le taux d'évolution global?

- Coefficient multiplicateur correspondant à la première évolution: $1 + \frac{30}{100} = 1,3$.
- Coefficient multiplicateur correspondant à la seconde évolution: $1 - \frac{10}{100} = 0,9$.
- On multiplie ces deux coefficients pour obtenir le coefficient global: $1,3 \times 0,9 = 1,17$.
  Le taux d'évolution global est donc de 17%.

Méthode: Calculer un taux d'évolution réciproque $\longrightarrow$ Exercices 4, 7 et 8

Un article subit une hausse de 40%. Quel est le taux de réduction à appliquer pour retrouver le prix initial?

- Le coefficient multiplicateur correspondant à la hausse est: $1 + \frac{40}{100} = 1,4$.
- Le coefficient multiplicateur réciproque est : $\frac{1}{1,4} \approx 0,7143$.
- Le taux de réduction est donc environ: $1 - 0,7143 = 0,2857 = 28,57\%$.

Exercice 1: Compléter le tableau suivant:

Prix initial	Prix final	% de variation	Coefficient multiplicateur
17€		$+14\%$	
	120€	-20%	
544€			$0,915$
	11€		$1,237$
4€		$+7,3\%$	
123€	132€		
11€	$9,50$€		

Exercice 2: 200 salariés d'une entreprise sont répartis suivant trois catégories: ouvriers, techniciens et cadres. L'entreprise compte 120 femmes selon la répartition suivante:

	Femmes	Hommes	Total
Ouvriers	78		114
Techniciens		36	54
Cadres	24		
Total		80	200

1. Compléter le tableau.
2. Quel est le pourcentage :
   (a) d'hommes parmi les salariés de l'entreprise?
   (b) de cadres parmi les salariés de l'entreprise?
   (c) de femmes parmi les ouvriers ?
   (d) de techniciens parmi les femmes ?

Exercice 3: Dans chaque cas, donner la réponse exacte en justifiant.

1. Dans un lycée, il y a 1380 élèves, dont 45% de filles. Le nombre de garçons est:
   a. 621 **b.** 704 **c.** 759 **d.** 828
2. Les trois quarts des clients d'un gîte sont étrangers. Parmi ceux-ci, 80% sont satisfaits de leur séjour. Le pourcentage de clients étrangers satisfaits est ...
   a. 40% **b.** 60% **c.** 75% **d.** 80%
3. Diminuer une quantité de 15%, c'est la...
   a. multiplier par $0,15$ **b.** diviser par $0,15$ **c.** multiplier par $1,15$ **d.** diviser par $1,15$
4. Le salaire de Mélissa est passé de 1625€ à 1638€. Il a augmenté de ...
   a. $0,8\%$ **b.** $0,08\%$ **c.** 8% **d.** 13%
5. Une quantité qui a subi une hausse de 10% puis une baisse de 50% a ...
   a. augmenté de 55% **b.** baissé de 55% **c.** augmenté de 45% **d.** baissé de 45%

Exercice 4: Dans chaque cas, donner la ou les bonnes réponses en justifiant.

1. Dans une classe de 32 élèves, 24 élèves ont un vélo. La proportion des élèves ayant un vélo est
   a. $\frac{24}{32}$ **b.** $\frac{3}{4}$ **c.** $0,75$ **d.** 75%
2. On agrandit une longueur d de 20%. Elle devient ...
   a. $0,2d$ **b.** $1,2d$ **c.** $d + \frac{20}{100}d$ **d.** $20d$
3. La vitesse en centre ville est passé de $50km.h^{-1}$ à $30km.h^{-1}$. Le taux d'évolution est ...
   a. $\frac{30-50}{50}$ **b.** $\frac{50-30}{30}$ **c.** $-0,4$ **d.** -40%
4. La population d'une ville a baissé de 4%. Pour retrouver sa valeur initiale, elle doit ...
   a. augmenter de 4% **b.** être multipliée par $\frac{1}{1,04}$
   c. être divisée par $0,96$ **d.** être multipliée par $\frac{25}{24}$

Exercice 5: Au sein d'un lycée de 800 élèves, 276 lycéens pratiquent du sport dans un club, 12% des lycéens sont inscrits à une fédération sportive scolaire et 9% des lycéens sont inscrits dans un club et à une fédération sportive scolaire.

1. Calculer la proportion, en pourcentage, d'élèves de ce lycée pratiquant du sport dans un club.
2. Déterminer le nombre d'élèves inscrits à une fédération sportive scolaire.
3. Déterminer la proportion, en pourcentage, de lycéens pratiquant un sport au sein d'un club ou d'une fédération sportive scolaire.
4. Déterminer la proportion, en pourcentage, de lycéens ne pratiquant de sport ni au sein d'un club, ni au sein d'une fédération sportive scolaire.

Exercice 6: Dans une grande ville, 78000 personnes sont inscrites sur les listes électorales.

Lors d'une élection, 57% des personnes inscrites se sont abstenues et 90% des personnes qui ont voté (votants) se sont exprimées (suffrages exprimés).

Le candidat favori est en tête avec exactement 54% des suffrages exprimés.

1. Calculer de deux manières différentes la proportion des suffrages exprimés parmi la totalité des inscrits.
2. Calculer la proportion, en pourcentage, de bulletins pour le candidat favori parmi les votants, puis parmi les inscrits.

Exercice 7: Le tableau ci-dessous donne partiellement la fréquentation du cinéma en France de 2007 à 2017, en millions de spectateurs.

Année	2007	2008	2009	2013	2016	2017
Spectateurs (en millions)	$120,9$		$201,6$		$213,1$	

1. Calculer le nombre de spectateurs en 2008 après une augmentation de $7,7\%$ par rapport à l'année précédente.
2. Calculer la variation absolue, puis le taux d'évolution (en %) du nombre de spectateurs de 2007 à 2009.
3. Calculer la fréquentation en 2013 sachant que la variation relative du nombre de spectateurs de 2013 à 2016 est de $0,1002$.
4. Calculer la fréquentation en 2017 sachant que le taux d'évolution du nombre de spectateurs de 2016 à 2017 est de $-1,8\%$.

Exercice 8:

1. Le prix d'un article subit trois évolutions successives: une hausse de 8%, une baisse de 12% et enfin une hausse de 10%.

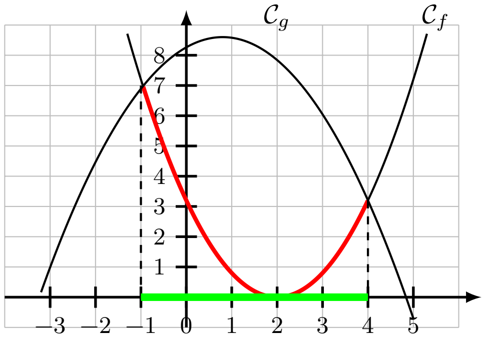
   Déterminer le taux d'évolution global (en %) du prix de l'article.
2. Les ventes d'un article ont baissé de 20% de 2017 à 2018. Déterminer l'évolution (en %) des ventes de l'article qu'il faudrait atteindre de 2018 à 2019 pour revenir à la même quantité qu'en 2017.

Révisions Thème 4 - Etude de fonction

Méthode: Résoudre graphiquement une équation ou une inéquation $\longrightarrow$ Exercices 1, 3

Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \leqslant g(x)$:

- On repère la partie de la courbe $\mathcal{C}_f$ qui est en dessous de la courbe $\mathcal{C}_g$.
- On lit les abscisses des points de cette partie de la courbe $\mathcal{C}_f$.
- L'ensemble des solutions est $\mathcal{S} = [-1; 4]$.



Méthode: Dresser le tableau de signe d'une fonction affine$\longrightarrow$ Exercices 2, 3 et 4

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x - 3$.

- On commence par résoudre l'équation $f(x) = 0$: $2x - 3 = 0 \iff x = \frac{3}{2}$. On en déduit que f s'annule en $x = \frac{3}{2}$.
- On dresse le tableau de signe de f: $f(x)$ est de la forme $ax + b$, avec $a = 2$. On en déduit le tableau de signes:

x	$-\infty$		$\frac{3}{2}$		$+\infty$
signe de $f(x)$		$-$	0	$+$	

Méthode: Résoudre une inéquation produit $\longrightarrow$ Exercices 2, 3 et 4

Résoudre l'inéquation $(x-1)(x+2) \geqslant 0$.

- On identifie les termes du produit: $x - 1$ et $x + 2$. On résout les équations $(x - 1) = 0$ et $(x + 2) = 0$. On obtient $x = 1$ et $x = -2$.
- On dresse le tableau de signe de chacun des termes puis de $(x - 1)(x + 2)$, en appliquant la règle des signes pour la dernière ligne:

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
$x - 1$		$-$		$-$	0	$+$	
$x + 2$		$-$	0	$+$		$+$	
$(x - 1)(x + 2)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

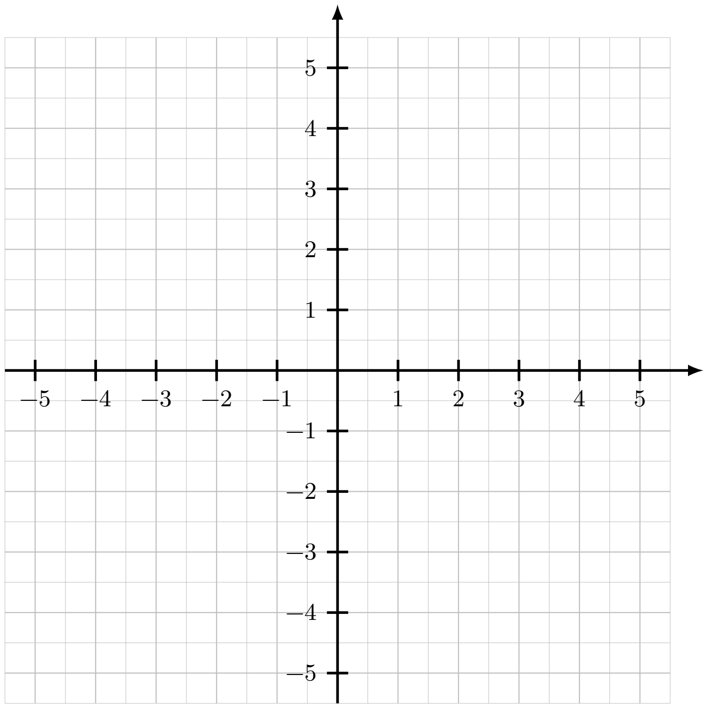
- On en déduit l'ensemble des solutions: $\mathcal{S} =]-\infty; -2] \cup [1; +\infty[$.

Exercice 1: 1. f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 - 2x - 3$. Montrer que $f(x) = (x-1)^2 - 4$.

2. (a) Compléter le tableau de valeurs suivant:

x	-2	-1	0	$0,5$	1	$1,5$	2	3	4
$f(x)$	5								

(b) On considère le repère orthonormé du plan ci-dessous. Tracer sur ce repère la courbe $\mathcal{C}_f$ représentative de f.



(c) Résoudre graphiquement $f(x) < 0$. Justifier.

3. (a) Montrer que $f(x) = (x+1)(x-3)$.
   (b) Retrouver par le calcul le résultat de la question 2.c).

4. g est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = 2x - 3$.
   (a) Tracer $\mathcal{C}_g$, la courbe représentative de g dans le repère précédent.
   (b) Résoudre graphiquement $f(x) = g(x)$. Justifier.
   (c) Retrouver le résultat précédent algébriquement.

Exercice 2: Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (-2x+5)(x+1) + 4(x+1)$.

1. (a) Démontrer en factorisant que, pour tout réel x, $f(x) = (-2x+9)(x+1)$.
   (b) Compléter en justifiant le tableau de signe de $f(x) = (-2x+9)(x+1)$ sur $\mathbb{R}$ ci-dessous.

x	$-\infty$	$\cdots$	$\cdots$	$+\infty$
$-2x+9$				
$x+1$				
$f(x)$				

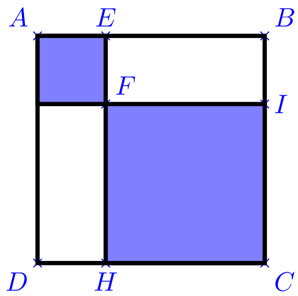
   (c) En déduire l'ensemble solution de l'inéquation $f(x) > 0$.

2. (a) Démontrer en développant que, pour tout réel x, $f(x) = -2x^{+}7x + 9$.
   (b) Le nombre 3 est-il solution de l'équation $-2x^2 + 7x + 9 = 12$? Justifier.
   (c) Démontrer que résoudre l'inéquation $-2x^2 + 7x + 9 = 12$ équivaut à résoudre l'équation $-2x^2 + 7x - 3 = 0$.
   (d) On admet que $-2x^2 + 7x - 3 = (x-3)(-2x+1)$. En déduire les deux solutions de l'équation $-2x^2 + 7x + 9 = 12$.

Exercice 3: On considère les deux fonctions affines f et g définies sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -2x+1$ et $g(x) = \frac{1}{2}x - 1$.

1. (a) Calculer l'image de $\frac{1}{2}$ par f
   (b) Calculer un antécédent de 0 par g.
   (c) Déterminer les variations de f puis celles de g. Justifier.
   (d) Construire les tableaux de signes des fonctions f et g.
2. Construire les représentations graphiques des fonctions f et g.
3. On considère maintenant la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = -x^2 + \frac{5}{2}x - 1$.
   (a) Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $h(x) = (-2x+1)(\frac{1}{2}x - 1)$.
   (b) Trouver le signe de h à l'aide des tableaux de signes des fonctions f et g.

Exercice 4: $ABCD$ est un carré de côté 10 cm; E est un point de $[AB]$.
Les points E, F, G et H sont placés de telle manière que $AEFG$ et $FICH$ soient des carrés.
On note x la longueur AE exprimée en cm. On cherche les positions de E telles que la surface colorée ait une aore inférieure à 58 cm^2.



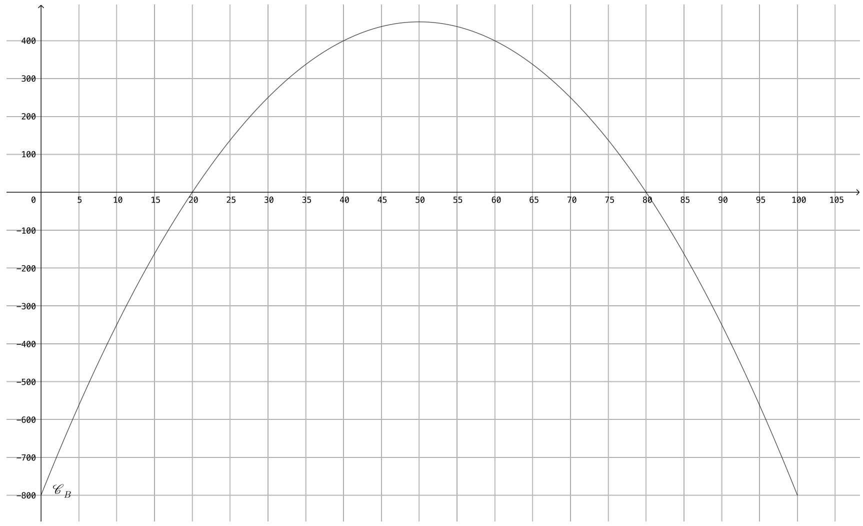
1. Dans quel intervalle x peut-il varier ? Dans la suite, on note I cet intervalle.
2. Démontrer que le problème revient à résoudre dans I l'inéquation $2x^2 - 20x + 42 \leqslant 0$.
3. Vérifier que, pour tout réel $x \in I$, on a:

$$2x^2 - 20x + 42 = (2x-6)(x-7)$$

4. Conclure.

Révisions Thème 5 - Fonctions

Exercice 1: Un fabricant produit dans une usine des T-shirts. Après la fabrication et la vente de x **centaines** de T-shirts en un mois, le bbénéfice net réalisé en **centaines d'euros** est donné la fonction B représentée ci-dessous.



1. (a) Donner l'ensemble de définition de la fonction B.
   (b) En déduire le nombre maximal de T-shirts produit par l'entreprise en un mois.
2. (a) Estimer graphiquement l'image de 50 par la fonction B.
   (b) Interpréter le résultat précédent.
3. (a) Résoudre graphiquement l'équation $B(x) = 400$.
   (b) Interpréter le résultat précédent.
4. Dresser le tableau de variations de la fonction B.
5. Dresser le tableau de signe de la fonction B.
6. Pour quelle quantité de T-shirts le bénéfice est-il négatif ?

Exercice 2: Un entrepreneur lance sur le marché de nouvelles coques haut de gamme pour les téléphones mobiles.

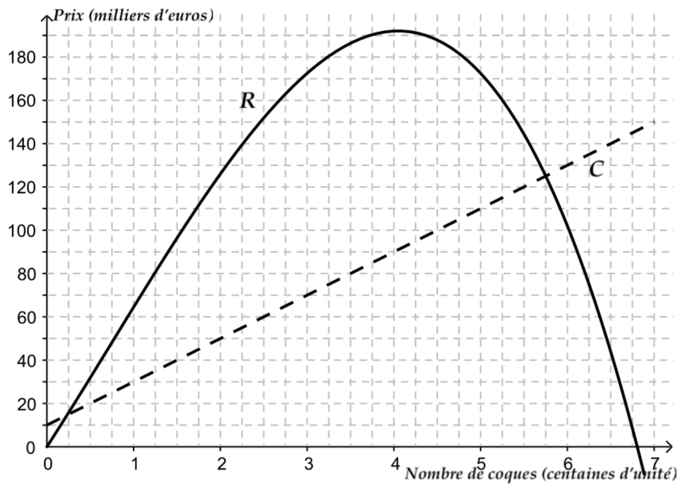
Sur le graphique ci-dessous sont tracées les courbes représentant les recettes (en trait plein) et les coûts (en pointillés), en fonction du nombre de produits fabriqués exprimé en centaines d'unités.

On admet que la fabrication est comprise entre 0 et 700 unités.

Les recettes et les coûts sont exprimés en milliers d'euros.

Partie I : Lecture graphique

Répondre aux questions suivantes en vous aidant du graphique ci-dessous.

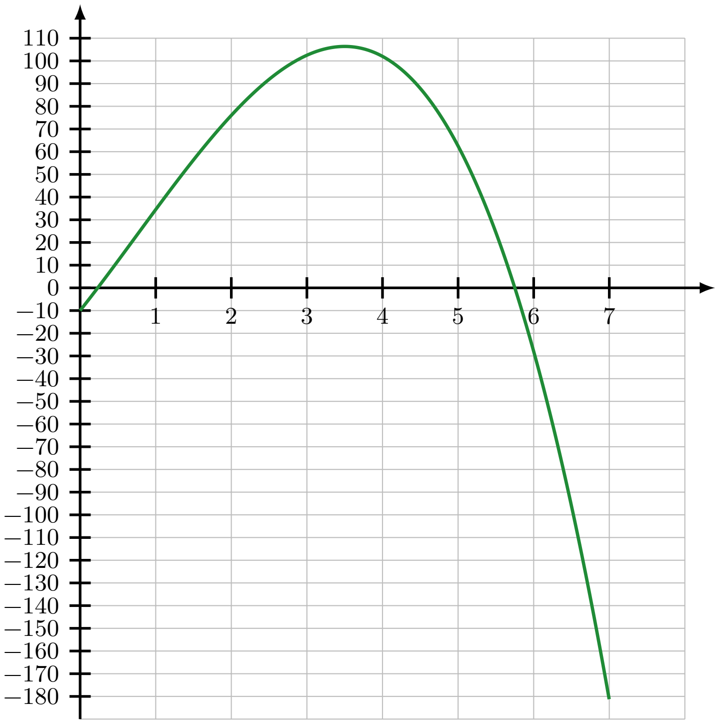


1. Donner l'ensemble de définition des fonctions R et C.
2. Donner la valeur du montant du coût de production lorsque cette production est nulle.
3. Combien faut-il fabriquer de produits pour avoir une recette égale à 140 000 euros ?

Partie II : Etude du bénéfice
On modélise :

- Les recettes par la fonction R définie sur $[0;7]$ par $R(x) = -2x^3 + 4,5x^2 + 62x$;
- Les coûts par la fonction C définie sur $[0;7]$ par $C(x) = 20x + 10$.

1. Calculer la recette **et** le coût pour 600 produits fabriqués.
2. On note B la fonction bénéfice qui est définie sur l'intervalle $[0;7]$.
   Montrer que $B(x) = -2x^3 + 4,5x^2 + 42x - 10$.
   Rappel : Bénéfice = Recette − Coût
3. On représente ci-dessous la fonction B.



   (a) Calculer $B(0)$.
   (b) Calculer $B(3,5)$.
   (c) Calculer $B(7)$.
   (d) Dresser le tableau de variations de la fonction B.

4. En déduire pour quelle quantité de coques vendues le bénéfice est maximal. Puis, donner la valeur de ce bénéfice.

Révisions Thème 6 - Vecteurs et coordonnées

Méthode: Démontrer un alignement $\longrightarrow$ Exercices 1, 2

Soient les points $A(-2; 3)$, $B(1; 1)$ et $C(4; -1)$. Montrer que les points A, B et C sont alignés.

- On commence par calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.
  $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$ soit $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 1-(-2) \\ 1-3 \end{pmatrix}$ soit $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$.
  $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} x_C - x_A \\ y_C - y_A \end{pmatrix}$ soit $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} 4-(-2) \\ -1-3 \end{pmatrix}$ soit $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} 6 \\ -4 \end{pmatrix}$.
- On vérifie que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires en le déterminant des deux vecteurs.
  $\det(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \begin{vmatrix} 3 & 6 \\ -2 & -4 \end{vmatrix} = 3 \times (-4) - 6 \times (-2) = 0.$
- On en déduit que les points A, B et C sont alignés car le déterminant est nul.

Exercice 1: On se place dans un repère $\left(O; \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$.
Soient les points $A(-\frac{7}{2}; 2)$, $B(-2; \frac{13}{2})$, $C(5; \frac{13}{2})$, $D(3; \frac{5}{2})$.

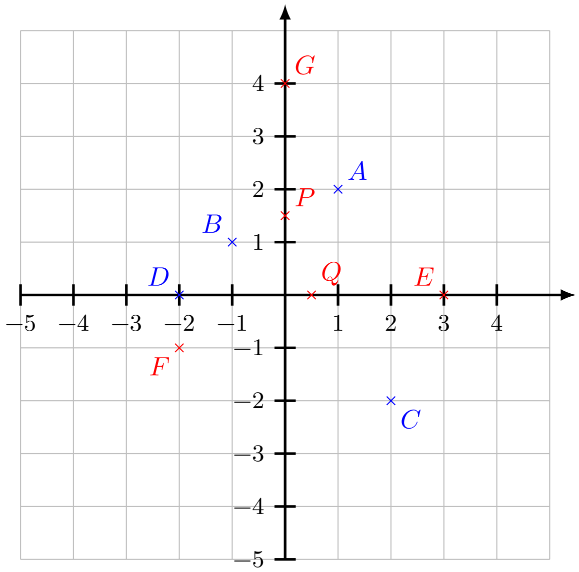
1. Déterminer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$.
2. En déduire que le quadrilatère $ABCD$ est un trapèze.
3. On définit le point I par l'égalité : $\overrightarrow{IA} = \frac{3}{4}\overrightarrow{ID}$. Montrer que les coordonnées de I sont $(-23; \frac{1}{2})$.
4. Les points I, B et C sont-ils alignés ?
5. J et K étant les milieux respectifs de $[AB]$ et $[CD]$, déterminer les coordonnées de J et K. Démontrer alors que les points I, J et K sont alignés.

Exercice 2: ABC est un triangle.

1. Placer les points H et G vérifiant les relations suivantes :
$$\overrightarrow{AH} = -\frac{3}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{BG} = -\frac{7}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{2}\overrightarrow{BC}$$
2. On se place dans le repère $(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$.
   (a) Donner les coordonnées des points A, B et C dans ce repère.
   (b) Déterminer les coordonnées des points H et G dans ce repère.
3. Les points A, G et H sont-ils alignés ?

Révisions Thème 1 - Repérage - Corrigé

Exercice 1: On considère le repère ci-dessous:



1. Les coordonnées sont: $A(1;2)$, $B(-1;1)$, $C(2;-2)$, $D(-2,0)$.
2. On calcule les longueurs AC et DC:

$$AC = \sqrt{(2-1)^2 + (-2-2)^2} = \sqrt{1^2 + 4^2} = \sqrt{17}$$
$$DC = \sqrt{(2-(-2))^2 + (-2-0)^2} = \sqrt{4^2 + (-2)^2} = \sqrt{20}$$

   $AC \neq DC$ donc le triangle ADC n'est pas isocèle en C.
3. Voir sur le repère.
4. Les coordonnées du point P sont $P\left(\dfrac{x_A + x_B}{2}; \dfrac{y_A + y_B}{2}\right)$ soit $P(0; \dfrac{3}{2})$.

   Les coordonnées du point Q sont $Q\left(\dfrac{x_D + x_E}{2}; \dfrac{y_D + y_E}{2}\right)$ soit $Q(\dfrac{1}{2}; 0)$.
5. On sait que K doit être le milieu de $[CG]$ donc:

$$\begin{cases} x_K = \dfrac{x_C + x_G}{2} \\ y_K = \dfrac{y_C + y_G}{2} \end{cases} \iff \begin{cases} 3 = \dfrac{2 + x_G}{2} \\ -4 = \dfrac{-2 + y_G}{2} \end{cases} \iff \begin{cases} 6 = 2 + x_G \\ -8 = -2 + y_G \end{cases} \iff \begin{cases} x_G = 4 \\ y_G = -6 \end{cases}$$

Exercice 2: Dans un repère orthonormé, on donne $A(-2;3)$, $B(3;2)$ et $C(0;0)$.

1.
$$AB = \sqrt{(3-(-2))^2 + (2-3)^2} = \sqrt{5^2 + (-1)^2} = \sqrt{26}$$
$$AC = \sqrt{(0-(-2))^2 + (0-3)^2} = \sqrt{(-2)^2 + (-3)^2} = \sqrt{13}$$
$$BC = \sqrt{(0-3)^2 + (0-2)^2} = \sqrt{(-3)^2 + (-2)^2} = \sqrt{13}$$

2. On a d'une part: $AB^2 = 26$ et d'autre part: $AC^2 + BC^2 = 13 + 13 = 26$.
   On a $AB^2 = AC^2 + BC^2$ donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en C.
   De plus, $AC = BC$ donc le triangle est rectangle isocèle en C.

Exercice 3:

$$\begin{cases} x_I = \dfrac{x_A + x_B}{2} \\ y_I = \dfrac{y_A + y_B}{2} \end{cases} \iff \begin{cases} x_I = \dfrac{-3+2}{2} \\ y_I = \dfrac{\sqrt{2}-\sqrt{2}}{2} \end{cases} \iff \begin{cases} x_I = -\dfrac{1}{2} \\ y_I = 0 \end{cases}$$

Donc $I\left(\dfrac{-1}{2};0\right)$.

Exercice 4: On appelle K le milieu de $[EG]$.

$$\begin{cases} x_K = \dfrac{x_E + x_G}{2} \\ y_K = \dfrac{y_E + y_G}{2} \end{cases} \iff \begin{cases} x_K = \dfrac{3+4}{2} \\ y_K = \dfrac{4-1}{2} \end{cases} \iff \begin{cases} x_K = \dfrac{7}{2} \\ y_K = \dfrac{3}{2} \end{cases}$$

$EFGH$ est un parallélogramme donc ses diagonales se coupent en leur milieu. On en déduit que K est également le milieu de $[FH]$. Par conséquent:

$$\begin{cases} x_K = \dfrac{x_F + x_H}{2} \\ y_K = \dfrac{y_F + y_H}{2} \end{cases} \iff \begin{cases} \dfrac{7}{2} = \dfrac{6+x_H}{2} \\ \dfrac{3}{2} = \dfrac{6+y_H}{2} \end{cases} \iff \begin{cases} 7 = 6 + x_H \\ 3 = 6 + y_H \end{cases} \iff \begin{cases} x_H = 1 \\ y_H = -3 \end{cases}$$

Donc $H(1;-3)$.

Exercice 5: Dans un repère orthonormé du plan, on considère les points $A(4;1)$, $B(0;4)$ et $C(-6;-4)$.

1.
$$AB = \sqrt{(0-4)^2 + (4-1)^2} = \sqrt{4^2+3^2} = \sqrt{25} = 5$$
$$AC = \sqrt{(-6-4)^2 + (4-1)^2} = \sqrt{(-10)^2 + (-5)^2} = \sqrt{125}$$
$$BC = \sqrt{(-6-0)^2 + (-4-4)^2} = \sqrt{(-6)^2 + (-8)^2} = \sqrt{100}$$

2. On a d'une part: $AC^2 = 125$ et d'autre part: $AB^2 + BC^2 = 25 + 100 = 125$.
   On a $AC^2 = AB^2 + BC^2$ donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en B.

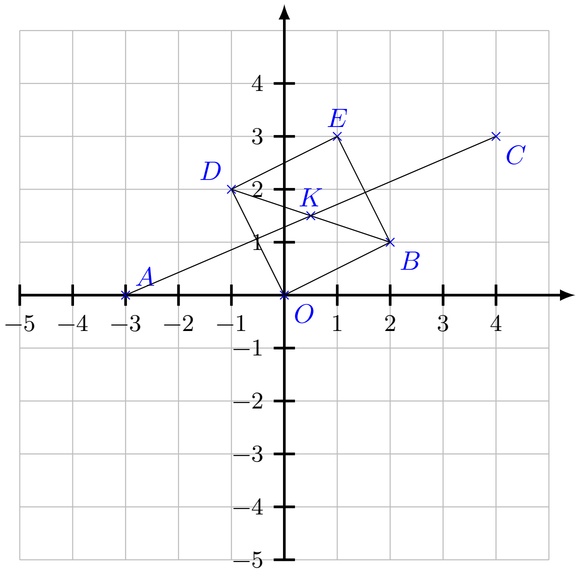
3. Le cercle circonscrit à un triangle rectangle est le milieu de son hypoténuse donc, de $[AC]$. On en déduit que les coordonnées du milieu I de $[AC]$ sont:

$$\begin{cases} x_I = \dfrac{x_A + x_C}{2} \\ y_I = \dfrac{y_A + y_C}{2} \end{cases} \iff \begin{cases} x_I = \dfrac{4-6}{2} \\ y_I = \dfrac{1-4}{2} \end{cases} \iff \begin{cases} x_I = -1 \\ y_I = -\dfrac{3}{2} \end{cases}$$

   Donc $I\left(-1;-\dfrac{3}{2}\right)$.

   Le rayon du cercle est $\dfrac{AC}{2} = \dfrac{\sqrt{125}}{2} = \dfrac{5\sqrt{5}}{2}$.

Exercice 6: Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(0; I, J)$, on considère les points $A(-3;0)$, $B(2;1)$, $C(4;3)$ et $D(-1;2)$.

1. 

2. On appelle K le milieu de $[AC]$.

$$\begin{cases} x_K = \dfrac{x_A + x_C}{2} = \dfrac{-3+4}{2} = \dfrac{1}{2} \\ y_K = \dfrac{y_A + y_C}{2} = \dfrac{0+3}{2} = \dfrac{3}{2} \end{cases}$$

On appelle K' le milieu de $[BD]$.

$$\begin{cases} x_{K'} = \dfrac{x_B + x_D}{2} = \dfrac{2-1}{2} = \dfrac{1}{2} \\ y_{K'} = \dfrac{y_B + y_D}{2} = \dfrac{1+2}{2} = \dfrac{3}{2} \end{cases}$$

Par conséquent, les points K et K' ayant les mêmes coordonnées, on en déduit que les segments $[AC]$ et $[BD]$ ont même milieu K.

3.

$$OB = \sqrt{(2-0)^2 + (1-0)^2} = \sqrt{5}$$
$$OD = \sqrt{(-1-0)^2 + (2-0)^2} = \sqrt{5}$$
$$DB = \sqrt{(2-(-1))^2 + (1-2)^2} = \sqrt{3^2 + (-1)^2} = \sqrt{10}$$

On a d'une part: $DB^2 = 10$ et d'autre part: $OD^2 + OB^2 = 5 + 5 = 10$.

On a $OD^2 + OB^2 = 5 + 5 = 10$ donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ODB est rectangle en O.

De plus, $OD = OB$ donc le triangle est rectangle isocèle en O.

4. $BODE$ est un parallélogramme, par conséquent ses diagonales se coupent en leur milieu K.

On obtient ainsi:

$$\begin{cases} x_K = \dfrac{x_O + x_E}{2} \\ y_K = \dfrac{y_0 + y_E}{2} \end{cases} \iff \begin{cases} \dfrac{1}{2} = \dfrac{0 + x_E}{2} \\ \dfrac{3}{2} = \dfrac{0 + y_E}{2} \end{cases} \iff \begin{cases} x_E = 1 \\ y_E = 3 \end{cases}$$

Donc $H\,(1;3)$.

5.

$$AE = \sqrt{(1-(-3))^2 + (3-0)^2} = \sqrt{25} = 5$$

Révisions Thème 2 - Vecteurs - Corrigé

Exercice 1:

1. $-\overrightarrow{v}$ a même direction et même sens que $\|\overrightarrow{AB}\|$.
2. $\overrightarrow{p}$ a la même direction que $\overrightarrow{CD}$ mais pas le même sens.
3. $\overrightarrow{r}$ a la même norme que $\overrightarrow{CD}$ mais pas le même sens.

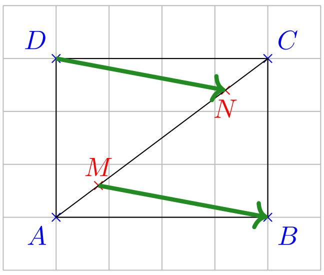
Exercice 2:

1. $\overrightarrow{DE}$, $\overrightarrow{CG}$, $\overrightarrow{CF}$, $\overrightarrow{GF}$, $\overrightarrow{BA}$ ont la même direction que le vecteur $\overrightarrow{FG}$ mais pas le même sens.
2. $\overrightarrow{GD}$ est le représentant d'origine G du vecteur $\overrightarrow{BC}$.
3. $\overrightarrow{BG}$, $\overrightarrow{GE}$, $\overrightarrow{CD}$ sont des vecteurs égaux au vecteur $\overrightarrow{AF}$.

Exercice 3:

1. $\overrightarrow{IP}$ est un vecteur égal à $\overrightarrow{IJ} + 2\overrightarrow{JN}$.
2. $\overrightarrow{IK}$, $\overrightarrow{JL}$, $\overrightarrow{OM}$, sont des vecteurs égaux à $2\overrightarrow{IO} + 2\overrightarrow{QN}$.
3. $\overrightarrow{IM}$ est un vecteur égal à $\frac{2}{3}\overrightarrow{IL} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OR}$.
4. $\overrightarrow{LK}$ est un vecteur égal à $-\frac{1}{3}\overrightarrow{RL} - \frac{1}{2}\overrightarrow{OR}$.

Exercice 4:

1. 

2. On a d'une part:
   $\overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AB} = -\frac{1}{5}\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB}$.
   On a d'autre part:
   $\overrightarrow{DN} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CN} = \overrightarrow{DC} + \frac{1}{5}\overrightarrow{CA} = \underbrace{\overrightarrow{AB}}_{\text{car ABCD est un rectangle}} -\frac{1}{5}\overrightarrow{AC}$.
   On en conclut donc que $\overrightarrow{MB} = \overrightarrow{DN}$.
3. $\overrightarrow{MB} = \overrightarrow{DN}$ donc $DNBM$ est un parallélogramme.

Exercice 5: Soit un triangle quelconque ABC et les points D et E tels que:

$$\overrightarrow{AD} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$$

$$\overrightarrow{AE} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$$

1. $\overrightarrow{DE} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AE} = -\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AE} = -\frac{1}{4}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} = \frac{1}{4}\overrightarrow{CA} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} = \frac{1}{4}\overrightarrow{CB}$.
2. D'après la question précédente, $\overrightarrow{DE} = \frac{1}{4}\overrightarrow{CB}$ donc ces deux vecteurs sont colinéaires.
   On en déduit donc que les droites (DE) et (BC) sont parallèles, donc $DEBC$ est un trapèze.

Révisions Thème 3 - Information chiffrée - Corrigé

Exercice 1:

Prix initial	Prix final	% de variation	Coefficient multiplicateur
17€	$19,38$€	$+14\%$	$1,14$
150€	120€	-20%	$0,8$
544€	$497,76$	$-8,5\%$	$0,915$
$8,89$€	11€	$+23,7\%$	$1,237$
4€	$4,29$€	$+7,3\%$	$1,073$
123€	132€	$+7,3\%$	$1,073$
11€	$9,50$€	$-13,7\%$	$0,863$

- Une augmentation de 14% revient à multiplier le prix initial par $1+\dfrac{14}{100}=1,14$. $17\times 1,14=19,38$
- Une augmentation de 14% revient à multiplier le prix initial par $1-\dfrac{20}{100}=0,8$.
  $V_{initiale}\times 0,8=120 \iff V_{initiale}=\dfrac{120}{0,8}=150$
- $CM=0,915<1$ donc il s'agit d'une diminution de $t\%$ avec
  $0,915=1-\dfrac{t}{100} \iff 0,915-1=-\dfrac{t}{100} \iff -0,085=-\dfrac{t}{100} \iff t=100\times 0,085=8,5.$
- $CM=1,237>1$ donc il s'agit d'une augmentation de $t\%$ avec
  $1,237=1+\dfrac{t}{100} \iff 0,237=\dfrac{t}{100} \iff t=100\times 0,237=23,7.$ $V_{initiale}\times 1,237=11 \iff V_{initiale}=\dfrac{11}{1,237}\approx 8,89$
- Une augmentation de $7,3\%$ revient à multiplier le prix initial par $1+\dfrac{7,3}{100}=1,073$, et $4\times 1,073=4,292$
- $CM=\dfrac{V_{finale}}{V_{initiale}}=\dfrac{132}{123}\approx 1,073.$
- $CM=\dfrac{V_{finale}}{V_{initiale}}=\dfrac{9,5}{11}\approx 0,863.$

Exercice 2: 1. Il y a 114 ouvriers, dont 78 de femmes, il y a donc $114-78=36$ hommes ouvriers.

Il y a 54 techniciens dont 36 hommes, , il y a $54-36=18$ femmes techniciennes.

Il y a 200 personnes réparties en ouvriers, techniciens et cadres, il reste $200-54-114=32$ cadres.

Il y a 32 cadres dont 24 femmes, il y a $32-24=8$ hommes cadres.

Il y a bien un total de 80 hommes et par suite, 120 femmes.

	Femmes	Hommes	Total
Ouvriers	78	36	114
Techniciens	18	36	54
Cadres	24	8	32
Total	120	80	200

2. (a) $\dfrac{80}{200}=\dfrac{40}{100}$.
   Le pourcentage d'hommes parmi les salariés est de 40%.

   (b) $\dfrac{32}{200}=\dfrac{16}{100}$.
   Le pourcentage de cadres parmi les salariés est de 16%.

   (c) $\dfrac{78}{114}\approx 0,6842=68,42\%$.
   Le pourcentage de femmes parmi les ouvriers est d'environ $68,42\%$.

   (d) $\dfrac{18}{120}=0,15=15\%$.
   Le pourcentage de techniciens parmi les femmes est de 15%.

Exercice 3:

1. C : Il y a 45% de filles donc 55% de garçons et $\dfrac{55}{100} \times 1380 = 759$.
2. B : $\dfrac{80}{100} \times \dfrac{3}{4} = \dfrac{240}{400} = \dfrac{60}{100}$.
3. D : Diminuer une quantité de 15%, c'est la multiplier par $1 - 0,15 = 0,85$
4. A : <u>Méthode 1</u>: $1625 \times CM = 1638$.

   On calcule le coefficient multiplicateur $CM = \dfrac{1638}{1625} = 1,008$. $CM > 1$ donc il s'agit d'une augmentation et on a $1,008 = 1 + \dfrac{t}{100}$ soit $t = 0,8$. C'est une augmentation de $0,8\%$.

   <u>Méthode 2</u>: On utilise la formule $t = \dfrac{V_f - V_i}{V_i} \times 100 = \dfrac{1638 - 1625}{1625} \times 100 = 0,8$.

5. D : La quantité augmente de 10% ce qui correspond à un coefficient multiplicateur $CM_1 = 1 + \dfrac{10}{100} = 1,1$.

   La quantité diminue ensuite de 50% ce qui correspond à un coefficient multiplicateur $CM_2 = 1 - \dfrac{50}{100} = 0,5$.

   Le coefficient multiplicateur global est $CM = 1,1 \times 0,5 = 0,55$. Il s'agit donc d'une diminution de $t\%$ avec $0,55 = 1 - \dfrac{t}{100} \iff -0,45 = -\dfrac{t}{100} \iff t = 45$.
   Il s'agit donc d'une diminution de 45%.

Exercice 4:

1. $A - B - C - D$: $\dfrac{24}{32} = \dfrac{3}{4} = 0,75 = \dfrac{75}{100}$.
2. $B - C$: Augmenter une longueur d de 20% revient à la multiplier par $1 + \dfrac{20}{100} = 1,2$. Donc après augmentation, elle vaut $d \times 1,2 = 1,2d$.
3. $A - C - D$: <u>Méthode 1</u>: $50 \times CM = 30$.

   On calcule le coefficient multiplicateur $CM = \dfrac{30}{50} = 0,6$. $CM < 1$ donc il s'agit d'une diminution et on a $0,6 = 1 - \dfrac{t}{100} \iff -0,4 = -\dfrac{t}{100} \iff t = 40$. C'est une diminution de 40%.

   <u>Méthode 2</u>: On utilise la formule $t = \dfrac{V_f - V_i}{V_i} \times 100 = \dfrac{30 - 50}{50} \times 100 = -40$.

4. $C - D$: La population de la ville a baissé de 4%, donc le coefficient multiplicateur correspondant est $CM = 1 - \dfrac{4}{100} = 0,96$.

   Le coefficient multiplicateur réciproque est donc $\dfrac{1}{0,96} \approx 1,0417$. Cela correspond à une augmentation de $4,17\%$ environ.

Exercice 5:

1. $p = \dfrac{276}{800} = 0,345$.
   $34,5\%$ de ces lycéens pratiquent du sport en club.
2. $\dfrac{12}{100} \times 800 = 96$.
   96 lycéens sont instricts à une fédération sportive scolaire.
3. On calcule le nombre de lycéens inscrits à la fois en club et en fédération sportive scolaire:
   $\dfrac{9}{100} \times 800 = 72$.
   On en déduit que le nombre de lycéens inscrits à la fois en club OU en fédération sportive scolaire est:
   $276 + 96 - \underbrace{72}_{\text{compté en double dans 276+96}} = 300$.

   La proportion cherchée est donc $\dfrac{300}{800} = 0,375 = 37,5\%$.

4. On en conclut par complémentarité que $100\% - 37,5\% = 62,5\%$ des lycéens ne pratiquent pas de sport ni au sein d'un club ni au sein d'une fédération sportive.

Exercice 6: 1. 57% des inscrits se sont abstenus, donc 43% ont voté.

On connait la part des suffrages exprimés parmi les votants : 90%.

On en déduit que les suffrages exprimés représentent $0,43 \times 0,9 \approx 0,387 = 38,7\%$ de la totalité des inscrits.

2. La proportion de bulletins pour le candidat favori représente:

$0,54 \times 0,90 = 0,486$, soit $48,6\%$ des votants.

$0,54 \times 0,90 \times 0,43 \approx 0,21$, soit 21% des inscrits.

Exercice 7: 1. Le coefficient multiplicateur entre 2007 et 2008 est $1 + \dfrac{7,7}{100} = 1,077$.

On a alors $V_8 = V_7 \times 1,077 = 120,9 \times 1,077 = 130,2$.

Il y avait donc 130,2 millions de spectateurs en 2008.

2. La variation absolue entre 2007 et 2009 est $V_9 - V_7 = 201,6 - 120,9 = 80,7$, ce qui correspond à $80,7$ millions de spectateurs.

La variation relative est $\dfrac{V_9 - V_7}{V_7} = \dfrac{80,7}{120,9} \approx 0,668$, ce qui correspond à un taux d'évolution de $66,8\%$.

3. Le coefficient multiplicateur est $1 + 0,1002 = 1,1002$.

$V_{16} = V_{13} \times 1,1002 \iff V_{13} = \dfrac{V_{16}}{1,002} \approx 193,7$, ce qui correspond en 2013 à environ $193,7$ millions de spectateurs.

4. Le coefficient multiplicateur est $1 - 0,018 = 0,982$.

$V_{17} = V_{16} \times 0,982 \iff V_{17} \approx 209,3$, ce qui correspond en 2017 à environ $209,3$ millions de spectateurs.

1. Les trois coefficients multiplicateurs successifs sont $CM_1 = 1 + \dfrac{8}{100} = 1,08$, $CM_2 = 1 - \dfrac{12}{100} = 0,88$, $CM_3 = 1 + \dfrac{10}{100} = 1,1$.

Le coefficient multiplicateur global est $CM = 1,08 \times 0,88 \times 1,1 = 1,04544$, ce qui correspond à un taux d'évolution global de $t = CM - 1 = 0,04544 = 4,544\%$.

2. Le coefficient multiplicateur associé à l'évolution des ventes entre 2017 et 2018 est $CM = 1 - \dfrac{20}{100} = 0,8$.

Le coefficient multiplicateur réciproque est $CM_r = \dfrac{1}{0,8} = 1,25$.

Le taux d'évolution réciproque est donc $t = CM - 1 = 0,25 = 25\%$.

Les ventes devraient augmenter de 25% pour revenir aux quantités de 2017.

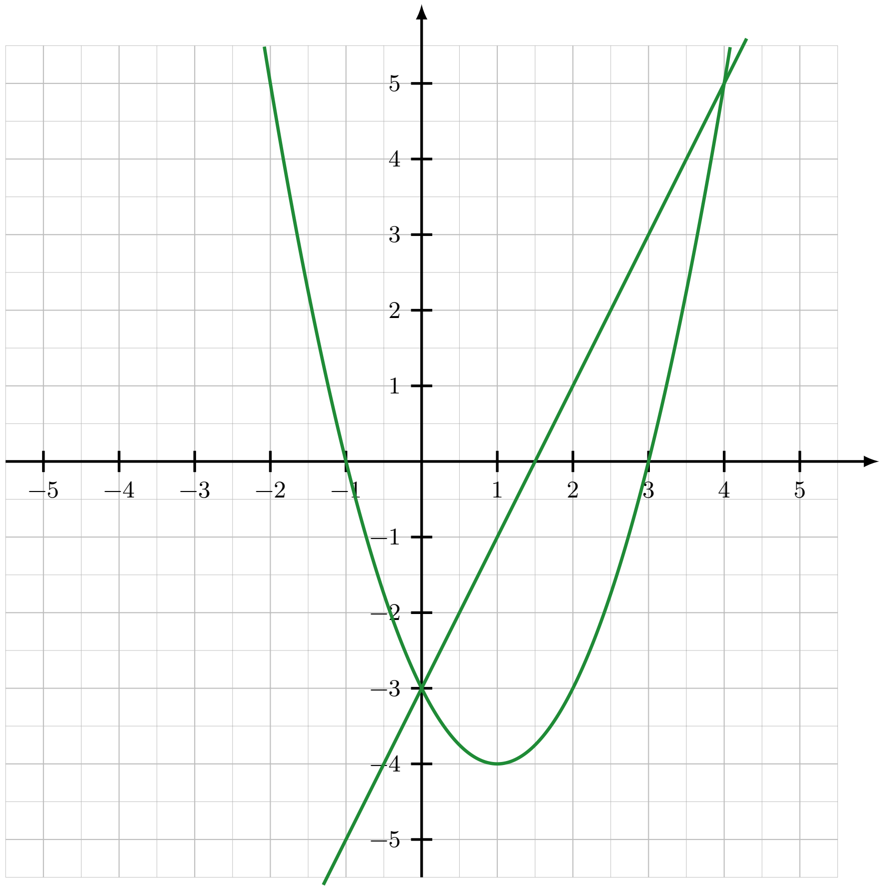
Révisions Thème 4 - Etude de fonction - Corrigé

Exercice 1: 1. $(x-1)^2-4=x^2-2x+1-4=x^2-2x-3=f(x)$

2. (a)

x	-2	-1	0	$0,5$	1	$1,5$	2	3	4
$f(x)$	5	0	-3	$-3,75$	-4	$-3,75$	-3	0	5

(b)



(c) On cherche graphiquement les abscisses des points de $\mathcal{C}_f$ situés sous l'axe des abscisses.
Les solutions graphiques de $f(x)<0$ sont $]-1;3[$.

3. (a) $(x+1)(x-3)=x^2-3x+x-3=x^2-2x-3=f(x)$.

(b) On résout l'inéquation à l'aide d'un tableau de signe.

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
$x+1$		$-$	0	$+$		$-$	
$x-3$		$-$		$-$	0	$+$	
$(x+1)(x-3)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

On retrouve ainsi la solution $\mathcal{S}=]-1;3[$.

4. On cherche les abscisses des points d'intersection de $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$. Les solutions sont donc $\mathcal{S}=\{0;4\}$.

5. $f(x)=g(x) \iff x^2-2x-3=2x-3 \iff x^2-4x=0 \iff x(x-4)=0$.
Un produit de facteurs est nul si et seulement si l'un des facteurs au moins est nul. Par conséquent, les solutions sont 0 et 4.

Exercice 2: 1. (a) $f(x)=(-2x+5)(x+1)+4(x+1)=(x+1)\left[(-2x+5)+4\right]=(x+1)(-2x+9)$

(b) On résout $x+1=0 \iff x=-1$ et $-2x+9=0 \iff x=\dfrac{9}{2}$.

x	$-\infty$		-1		$\frac{9}{2}$		$+\infty$
$-2x+9$		$+$		$+$	0	$-$	
$x+1$		$-$	0	$+$		$+$	
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

(c) L'ensemble solution de l'inéquation $f(x) > 0$ est $\mathcal{S} =]-1; \frac{9}{2}[$.

2. (a) $f(x) = (x+1)(-2x+9) = -2x^2 + 9x - 2x + 9 = -2x^2 + 7x + 9$.
   (b) On calcule $-2 \times 3^2 + 7 \times 3 + 9 = -18 + 21 + 9 = 12$, donc 3 est solution de cette équation.
   (c) $-2x^2 + 7x + 9 = 12 \iff -2x^2 + 7x + 9 - 12 = 0 \iff -2x^2 + 7x - 3 = 0$.
   (d) $-2x^2 + 7x + 9 = 12 \iff -2x^2 + 7x - 3 = 0 \iff (x-3)(-2x+1) = 0 \iff \begin{cases} x - 3 = 0 \\ ou \\ -2x + 1 = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} x = 3 \\ ou \\ x = \frac{1}{2} \end{cases}$

   Donc $\mathcal{S} = \{\frac{1}{2}; 3\}$.

Exercice 3: 1. (a) $f(\frac{1}{2}) = -2 \times \frac{1}{2} + 1 = -1 + 1 = 0$, donc l'image de $\frac{1}{2}$ est 0.

(b) On résout $g(x) = 0 \iff \frac{1}{2}x - 1 = 0 \iff \frac{1}{2}x = 1 \iff x = 2$, donc 2 est un antécédent de 0 par g.

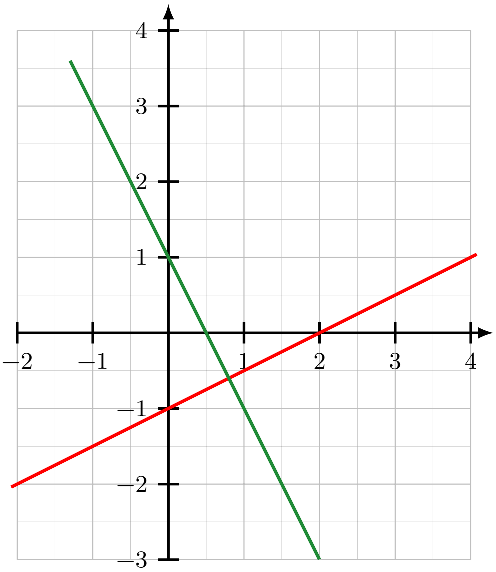
(c) $a_f = -2 < 0 \Longrightarrow f$ est décroissante.
$a_g = \frac{1}{2} > 0 \Longrightarrow g$ est croissante.

(d) On résout $-2x + 1 = 0 \iff x = \frac{1}{2}$.

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	

On résout $\frac{1}{2}x - 1 = 0 \iff x = 2$.

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$g(x)$		$-$	0	$+$	

2. 

3. (a) $(-2x+1)(\frac{1}{2}x-1) = -x^2+2x+\frac{1}{2}x-1 = -x^2+\frac{4}{2}x+\frac{1}{2}x-1 = -x^2+\frac{5}{2}x-1 = h(x)$.

(b)

x	$-\infty$		-1		$\frac{9}{2}$		$+\infty$
$-2x+1$		$+$	0	$-$		$-$	
$\frac{1}{2}x-1$		$-$		$-$	0	$+$	
$h(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Exercice 4: 1. $x \in [0;10]$

2. On a $AE = x$ et $EB = FI = 10 - x$. On en déduit que :

$$\mathcal{A}_{coloree} = \mathcal{A}_{AEFG} + \mathcal{A}_{FICH} = x^2 + (10-x)^2 = x^2 + 100 - 20x + x^2 = 2x^2 - 20x + 100$$

$$\begin{aligned} & \mathcal{A}_{coloree} \leqslant 58 \\ \iff & 2x^2 - 20x + 100 \leqslant 58 \\ \iff & 2x^2 - 20x + 100 - 58 \leqslant 0 \\ \iff & 2x^2 - 20x + 42 \leqslant 0 \end{aligned}$$

3. $(2x-6)(x-7) = 2x^2 - 14x - 6x + 42 = 2x^2 - 20x + 42$.

4. On résout $2x^2 - 20x + 42 \leqslant 0 \iff (2x-6)(x-7) \leqslant 0$. On réalise un tableau de signe:

x	$-\infty$		-1		$\frac{9}{2}$		$+\infty$
$2x - 6$		$-$	0	$+$		$+$	
$x - 7$		$-$		$-$	0	$+$	
$(2x-6)(x-7)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

$\mathcal{S} = [3;7]$.

Pour que l'aire colorée soit inférieure à 58 cm^2, la distance AE doit être comprise entre 3 cm et 7 cm.

Révisions Thème 5 - Fonctions - Corrigé

Exercice 1:

1. (a) L'ensemble de définition de la fonction B est $[0; 100]$.
   (b) L'entreprise a donc vendu 1 000 T-shirts en un mois.
2. (a) L'image de 50 par la fonction B est 450.
   (b) La vente de 500 T-shirts a permis de réaliser un bénéfice de 4 500 €.
3. (a) $\mathcal{S} = \{40; 60\}$
   (b) Le bénéfice était de 4 0000 € lorsque l'entreprise a vendu 400 et 600 T-shirts.
4.

x	0	50	100
Variations de B		450	
	-800		-800

5.

x	0		20		80		100
Signe de $B(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Exercice 2: Partie I

1. L'ensemble de définition des fonctions R et C est l'intervalle $[0; 7]$.
2. Lorsque cette production est nulle, le coût de production s'élève à 10 milliers d'euros.
3. Pour avoir une recette égale à 140 000€, il faut fabriquer 2,25 centaines de coques ou 5,5 centaines de coques.

Partie II

1. $R(6) = -2 \times 6^3 + 4,5 \times 6^2 + 62 \times 6 = 102$
   Pour 600 produits fabriqués, les recettes sont donc de 102 milliers d'euros.
2.

$$
\begin{aligned}
& B(x) = R(x) - C(x) \\
\iff & B(x) = -2x^3 + 4,5x^2 + 62x - (20x + 10) \\
\iff & B(x) = -2x^3 + 4,5x^2 + 62x - 20x - 10 \\
\iff & B(x) = -2x^3 + 4,5x^2 + 42x - 10
\end{aligned}
$$

3. (a) $B(0) = -2 \times 0^3 + 4,5 \times 0^2 + 42 \times 0 - 10 = -10$
   (b) $B(3,5) = -2 \times 3,5^3 + 4,5 \times 3,5^2 + 42 \times 3,5 - 10 = 106,375$
   (c) $B(7) = -2 \times 7^3 + 4,5 \times 7^2 + 42 \times 7 - 10 = -181.5$
   (d)

x	0	3.5	7
Variations de B		106.375	
	-10		-181.5

4. Le bénéfice est maximal pour 350 coques vendues. Ce bénéfice s'élève à 106,375 milliers d'euros.

Révisions Thème 6 - Vecteurs et coordonnées - Corrigé

Exercice 1: 1. On calcule les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$:

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$ soit $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} -2+\frac{7}{2} \\ 5-2 \end{pmatrix}$ soit $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} \frac{3}{2} \\ 3 \end{pmatrix}$.

$\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix} x_D - x_C \\ y_D - y_C \end{pmatrix}$ soit $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix} 3-5 \\ \frac{5}{2}-\frac{13}{2} \end{pmatrix}$ soit $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix} -2 \\ -4 \end{pmatrix}$.

2. On calcule le déterminant des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$:

   $det(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}) = \begin{vmatrix} \frac{3}{2} & -2 \\ 3 & -4 \end{vmatrix} = \frac{3}{2} \times (-4) - (-2) \times 3 = -6 + 6 = 0.$

   On en déduit que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires, donc que (AB) et (CD) sont parallèles. En conclusion, $ABCD$ est un trapèze.

3. Soient $I(x_I; y_I)$ les coordonnées du point I.

   On a $\overrightarrow{IA}\begin{pmatrix} x_A - x_I \\ y_A - y_I \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{ID}\begin{pmatrix} x_D - x_I \\ y_D - y_I \end{pmatrix}$, soit $\overrightarrow{IA}\begin{pmatrix} -\frac{7}{2} - x_I \\ 2 - y_I \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{ID}\begin{pmatrix} 3 - x_I \\ \frac{5}{2} - y_I \end{pmatrix}$.

   On en déduit:

$$\overrightarrow{IA} = \frac{3}{4}\overrightarrow{ID} \iff \begin{cases} -\frac{7}{2} - x_I = \frac{3}{4} \times (3 - x_I) \\ 2 - y_I = \frac{3}{4} \times \left(\frac{5}{2} - y_I\right) \end{cases} \iff \begin{cases} -\frac{7}{2} - x_I = \frac{9}{4} - \frac{3}{4}x_I \\ 2 - y_I = \frac{15}{8} - \frac{3}{4}y_I \end{cases} \iff \begin{cases} \frac{3}{4}x_I - x_I = \frac{9}{4} + \frac{7}{2} \\ \frac{3}{4}y_I - y_I = \frac{15}{8} - 2 \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} \frac{-1}{4}x_I = \frac{23}{4} \\ \frac{-1}{4}y_I = \frac{7}{8} \end{cases} \iff \begin{cases} x_I = -23 \\ y_I = \frac{1}{2} \end{cases}$$

   Les coordonnées de I sont donc $(-23; \frac{1}{2})$.

4. On cherche à savoir si les points I, B et C sont alignés. Pour cela, on calcule le déterminant des vecteurs $\overrightarrow{IB}$ et $\overrightarrow{IC}$.

   $\overrightarrow{IB}\begin{pmatrix} x_B - x_I \\ y_B - y_I \end{pmatrix}$ soit $\overrightarrow{IB}\begin{pmatrix} -2+23 \\ 5-\frac{1}{2} \end{pmatrix}$ soit $\overrightarrow{IB}\begin{pmatrix} 21 \\ \frac{9}{2} \end{pmatrix}$.

   $\overrightarrow{IC}\begin{pmatrix} x_C - x_I \\ y_C - y_I \end{pmatrix}$ soit $\overrightarrow{IC}\begin{pmatrix} 5+23 \\ \frac{13}{2}-\frac{1}{2} \end{pmatrix}$ soit $\overrightarrow{IC}\begin{pmatrix} 28 \\ 6 \end{pmatrix}$.

   On calcule le déterminant des vecteurs $\overrightarrow{IB}$ et $\overrightarrow{IC}$:

   $det(\overrightarrow{IB}, \overrightarrow{IC}) = \begin{vmatrix} 21 & 28 \\ \frac{9}{2} & 6 \end{vmatrix} = 21 \times 6 - 28 \times \frac{9}{2} = 126 - 126 = 0.$

   On en déduit que les vecteurs $\overrightarrow{IB}$ et $\overrightarrow{IC}$ sont colinéaires, donc que les points I, B et C sont alignés.

5. On cherche les coordonnées des milieux J et K des segments $[AB]$ et $[CD]$.

   $J\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}\right)$ soit $J\left(\frac{-7/2 - 2}{2}; \frac{2+5}{2}\right)$ soit $J\left(-\frac{11}{4}; \frac{7}{2}\right)$.

   $K\left(\frac{x_C + x_D}{2}; \frac{y_C + y_D}{2}\right)$ soit $K\left(\frac{5+3}{2}; \frac{13/2 + 5/2}{2}\right)$ soit $K\left(4; \frac{9}{2}\right)$.

   On calcule le déterminant des vecteurs $\overrightarrow{IJ}$ et $\overrightarrow{IK}$.

   $\overrightarrow{IJ}\begin{pmatrix} x_J - x_I \\ y_J - y_I \end{pmatrix}$ soit $\overrightarrow{IJ}\begin{pmatrix} -\frac{11}{4}+23 \\ \frac{7}{2}-\frac{1}{2} \end{pmatrix}$ soit $\overrightarrow{IJ}\begin{pmatrix} \frac{81}{4} \\ 3 \end{pmatrix}$.

   $\overrightarrow{IK}\begin{pmatrix} x_K - x_I \\ y_K - y_I \end{pmatrix}$ soit $\overrightarrow{IK}\begin{pmatrix} 4+23 \\ \frac{9}{2}-\frac{1}{2} \end{pmatrix}$ soit $\overrightarrow{IK}\begin{pmatrix} 27 \\ 4 \end{pmatrix}$.

On a donc :

$det(\overrightarrow{IJ}, \overrightarrow{IK}) = \begin{vmatrix} \frac{81}{4} & 27 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = \frac{81}{4} \times 4 - 27 \times 3 = 81 - 81 = 0.$

Les vecteurs $\overrightarrow{IJ}$ et $\overrightarrow{IK}$ sont colinéaires, donc les points I, J et K sont alignés.

Exercice 2: ABC est un triangle.

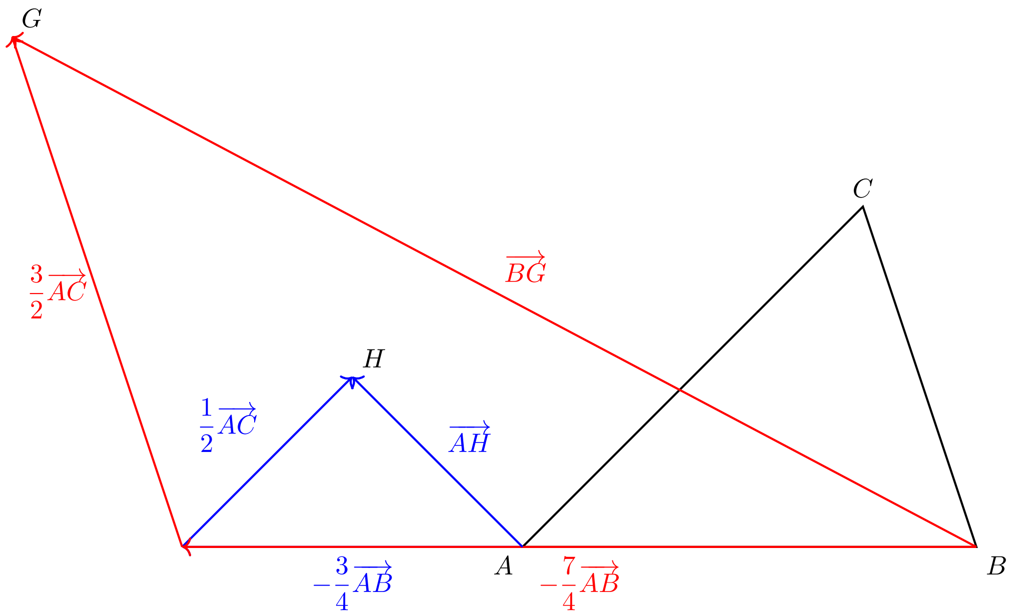
1. Placer les points H et G vérifiant les relations suivantes :

$$\overrightarrow{AH} = -\frac{3}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{BG} = -\frac{7}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{2}\overrightarrow{BC}$$

2. On se place dans le repère $(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$.
   (a) Donner les coordonnées des points A, B et C dans ce repère.
   (b) Déterminer les coordonnées des points H et G dans ce repère.

3. Les points A, G et H sont-ils alignés ?

1. On réalise une figure :



2. (a) Les coordonnées des points A, B et C dans le repère $(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$ sont respectivement $(0; 0)$, $(1; 0)$ et $(0; 1)$.
   (b) <u>Calcul des coordonnées de H</u>:
   On a $\overrightarrow{AH} = -\frac{3}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$.
   On a $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}$ donc $-\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-\frac{3}{4}\\0\end{pmatrix}$. De même, $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$ donc $\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}0\\\frac{1}{2}\end{pmatrix}$.
   On en déduit que $\overrightarrow{AH}\begin{pmatrix}-\frac{3}{4}+0\\0+\frac{1}{2}\end{pmatrix}$ soit $\overrightarrow{AH}\begin{pmatrix}-\frac{3}{4}\\\frac{1}{2}\end{pmatrix}$.
   Les coordonnées de H dans le repère $(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$ sont donc $(-\frac{3}{4}; \frac{1}{2})$, car A est l'origine du repère.
   <u>Calcul des coordonnées de G</u>: On a $\overrightarrow{BG} = -\frac{7}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{2}\overrightarrow{BC}$.
   $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}$ donc $-\frac{7}{4}\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-\frac{7}{4}\\0\end{pmatrix}$, et $\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix}-1\\1\end{pmatrix}$ donc $\frac{3}{2}\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix}-\frac{3}{2}\\\frac{3}{2}\end{pmatrix}$.

Les coordonnée de $\overrightarrow{BG}$ sont donc $\overrightarrow{BG}\begin{pmatrix}-\frac{7}{4}-\frac{3}{2}\\ 0+\frac{3}{2}\end{pmatrix}$ soit $\overrightarrow{BG}\begin{pmatrix}-\frac{13}{4}\\ \frac{3}{2}\end{pmatrix}$.

Or, les coordonnées de $\overrightarrow{BG}$ sont $\begin{pmatrix}x_G-1\\ y_G-0\end{pmatrix}$, donc on en déduit le système suivant :

$$\begin{cases}x_G-1=-\frac{13}{4}\\ y_G-0=\frac{3}{2}\end{cases}\iff\begin{cases}x_G=-\frac{13}{4}+1\\ y_G=\frac{3}{2}\end{cases}\iff\begin{cases}x_G=-\frac{9}{4}\\ y_G=\frac{3}{2}\end{cases}$$

Les coordonnées de G dans le repère $(A;\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})$ sont donc $(-\frac{9}{4};\frac{3}{2})$.

3. Les points A, G et H sont alignés si et seulement si les vecteurs $\overrightarrow{AG}$ et $\overrightarrow{AH}$ sont colinéaires.

   On a $\overrightarrow{AG}\begin{pmatrix}x_G-x_A\\ y_G-y_A\end{pmatrix}$ soit $\overrightarrow{AG}\begin{pmatrix}-\frac{9}{4}-0\\ \frac{3}{2}-0\end{pmatrix}$ soit $\overrightarrow{AG}\begin{pmatrix}-\frac{9}{4}\\ \frac{3}{2}\end{pmatrix}$.

   On a $\overrightarrow{AH}\begin{pmatrix}x_H-x_A\\ y_H-y_A\end{pmatrix}$ soit $\overrightarrow{AH}\begin{pmatrix}-\frac{3}{4}-0\\ \frac{1}{2}-0\end{pmatrix}$ soit $\overrightarrow{AH}\begin{pmatrix}-\frac{3}{4}\\ \frac{1}{2}\end{pmatrix}$.

   On calcule le déterminant des vecteurs $\overrightarrow{AG}$ et $\overrightarrow{AH}$:

   $det(\overrightarrow{AG},\overrightarrow{AH})=\begin{vmatrix}-\frac{9}{4} & -\frac{3}{4}\\ \frac{3}{2} & \frac{1}{2}\end{vmatrix}=-\frac{9}{4}\times\frac{1}{2}-(-\frac{3}{4})\times\frac{3}{2}=-\frac{9}{8}+\frac{9}{8}=0.$

   Les vecteurs $\overrightarrow{AG}$ et $\overrightarrow{AH}$ sont colinéaires, donc les points A, G et H sont alignés.