

On montre que la suite (u_n) est croissante en calculant:

$$\begin{aligned}u_{n+1} - u_n &= -8 \times 0,9^{n+1} + 15 - (-8 \times 0,9^n + 15) \\&= (-8 \times 0,9^n \times 0,9 + 15 + 8 \times 0,9^n + 15) \\&= (-8 \times 0,9^n \times 0,9 + 8 \times 0,9^n) \\&= (-8 \times 0,9^n(0,9 - 1)) \\&= (-8 \times 0,9^n \times (-0,1)) \\&= 0,8 \times 0,9^n\end{aligned}$$

Or, $0,8 \times 0,9^n > 0$ car $0,8 > 0$ et $0,9^n > 0$ pour tout $n \in \mathbb{N}$. Donc, $u_{n+1} - u_n > 0$ pour tout $n \in \mathbb{N}$. Donc, la suite (u_n) est croissante.

À l'aide de la calculatrice, on trouve que $u_n > 14,5$ à partir du rang 27.