

## 微分(differentiation)的几何解释

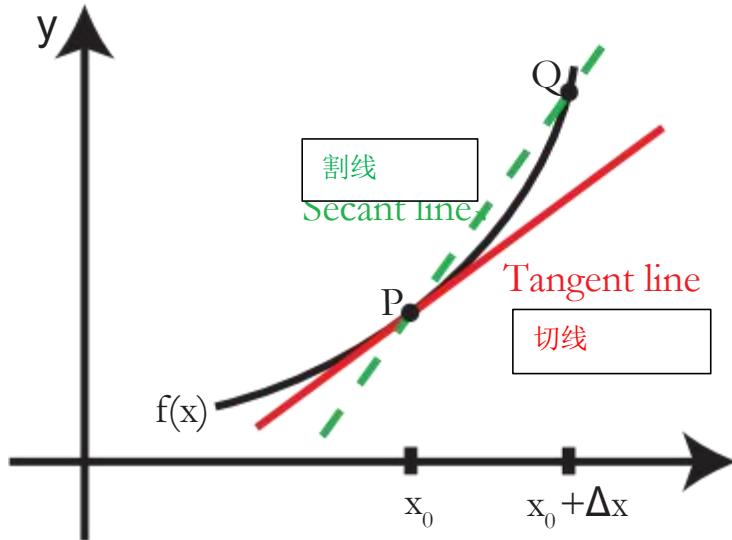


Figure 1: A graph with secant and tangent lines.

Fig 1: 带有割线和切线的函数图

函数  $f(x)$  在点  $x_0$  处的导数，即为函数  $f(x)$  在点  $(x_0, f(x_0))$  处切线的斜率。但什么是切线？

- 切线不仅仅是与图形在某一点相交的一条直线。
- 它是当  $Q$  趋近于  $P$  时，连接点  $P = (x_0, f(x_0))$  与点  $Q$ （位于函数  $f(x)$  的图形上）的割线的极限值。

切线在点  $(x_0, f(x_0))$  处与函数图像相切；切线的斜率与函数图像在该点的切线方向一致。该切线是该点处最接近函数图像的直线。

已知函数图像时，我们不难绘制其切线。然而，当需要进行涉及切线的计算时，就必须建立求解切线的计算方法。

那么，如何计算函数  $f(x)$  在点  $P = (x_0, y_0)$  处的切线方程呢？我们知道，过点  $(x_0, y_0)$  的直线方程为  $y - y_0 = m(x - x_0)$ ，因此在抽象层面上我们已知切线的方程。

要获得该直线的具体方程，需确定点  $P$  的坐标  $x_0$  和  $y_0$ 。若已知  $x_0$ ，可通过将  $x_0$  代入  $f(x)$  表达式求得  $y_0 = f(x_0)$ 。其次需确定斜率  $m = f'(x_0)$ ，即函数  $f$  的导数。

定义: The derivative  $f'(x_0)$  of  $f$  at  $x_0$  is the slope of the tangent line to  $y = f(x)$  at the point  $P = (x_0, f(x_0))$ .

函数  $f$  在点  $x_0$  处的导数  $f'(x_0)$  是函数  $y = f(x)$  在点  $P = (x_0, f(x_0))$  处切线的斜率。

WIT OpenCourseWare  
<http://ocw.mit.edu>

**18.01SC Single Variable Calculus**

Fall 2010

For information about citing these materials or our Terms of Use, visit: <http://ocw.mit.edu/terms>.