微分(differentiation)的几何解释

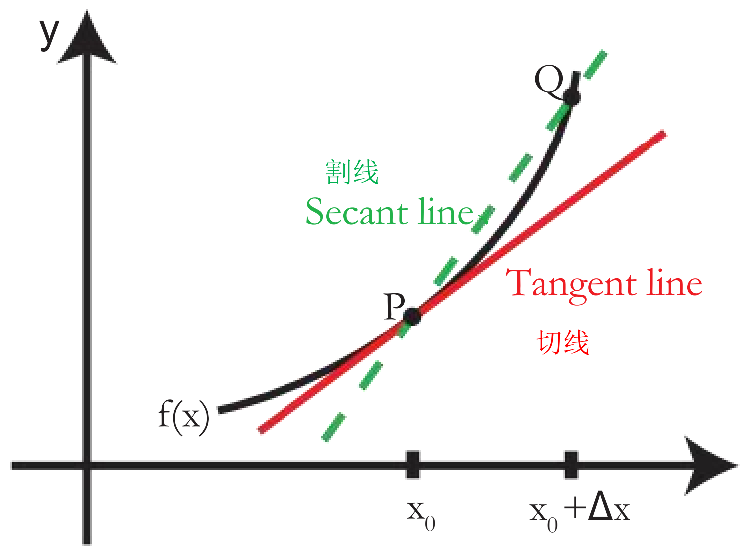

Figure 1: A graph with secant and tangent lines.
Fig 1: 带有割线和切线的函数图

函数 f (x)在点x_0处的导数，即为函数f (x)在点(x_0, f(x_0))处切线的斜率。但什么是切线?

- 切线不仅仅是与图形在某一点相交的一条直线。
- 它是当 Q 趋近于 P 时，连接点 P = (x_0, f(x_0)) 与点 Q（位于函数 f(x) 的图形上）的割线的极限值。

切线在点(x_0, f(x_0))处与函数图像相切；切线的斜率与函数图像在该点的切线方向一致。该切线是该点处最接近函数图像的直线。

已知函数图像时，我们不难绘制其切线。 然而，当需要进行涉及切线的计算时，就必须建立求解切线的计算方法。

那么，如何计算函数f(x)在点P = (x_0, y_0)处的切线方程呢？ 我们知道，过点(x_0, y_0) 的直线方程为 $y - y_0 = m(x - x_0)$，因此在抽象层面上我们已知切线的方程。

要获得该直线的具体方程，需确定点P的坐标x_0和y_0。若已知x_0，可通过将x_0代入f(x)表达式求得y_0 = f(x_0)。 其次需确定斜率 m = f'(x_0)，即函数 f 的导数
。

定义: The derivative f’(x0) of f at x0 is the slope of the tangent line to y = f (x) at the point P = (x0, f (x0).

函数 f 在点 x_0处的导数 $f'(x_0)$ 是函数 y = f(x) 在点 P =(x_0, f(x_0))处切线的斜率。

18.01SC Single Variable Calculus
Fall 2010