

微分(differentiation)的几何解释

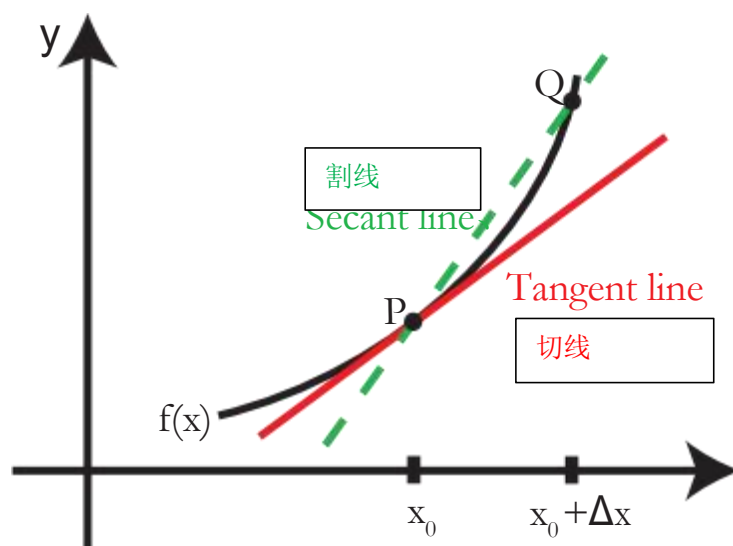


Figure 1: A graph with secant and tangent lines.

Fig 1: 带有割线和切线的函数图

函数 $f(x)$ 在点 x_0 处的导数，即为函数 $f(x)$ 在点 $(x_0, f(x_0))$ 处切线的斜率。但什么是切线？

- 切线不仅仅是与图形在某一点相交的一条直线。
- 它是当 Q 趋近于 P 时，连接点 $P = (x_0, f(x_0))$ 与点 Q （位于函数 $f(x)$ 的图形上）的割线的极限值。

切线在点 $(x_0, f(x_0))$ 处与函数图像相切；切线的斜率与函数图像在该点的切线方向一致。该切线是该点处最接近函数图像的直线。

已知函数图像时，我们不难绘制其切线。然而，当需要进行涉及切线的计算时，就必须建立求解切线的计算方法。

那么，如何计算函数 $f(x)$ 在点 $P = (x_0, y_0)$ 处的切线方程呢？我们知道，过点 (x_0, y_0) 的直线方程为 $y - y_0 = m(x - x_0)$ ，因此在抽象层面上我们已知切线的方程。

要获得该直线的具体方程，需确定点 P 的坐标 x_0 和 y_0 。若已知 x_0 ，可通过将 x_0 代入 $f(x)$ 表达式求得 $y_0 = f(x_0)$ 。其次需确定斜率 $m = f'(x_0)$ ，即函数 f 的导数。

。

定义: The derivative $f'(x_0)$ of f at x_0 is the slope of the tangent line to $y = f(x)$ at the point $P = (x_0, f(x_0))$.

函数 f 在点 x_0 处的导数 $f'(x_0)$ 是函数 $y = f(x)$ 在点 $P = (x_0, f(x_0))$ 处切线的斜率。

WIT OpenCourseWare
<http://ocw.mit.edu>

18.01SC Single Variable Calculus

Fall 2010

For information about citing these materials or our Terms of Use, visit: <http://ocw.mit.edu/terms>.