

שאלה 1

- (a) סט הדוגמאות X הינו מחרוזות בעלות d ביטים של 0 או 1, כלומר $X = \{x_1 x_2 \dots x_d | x_i \in \{0, 1\}\}$. סט התגיות Y הינו ביט בודד 0 או 1, כלומר $Y = \{y | y \in \{0, 1\}\}$.

(b) עבור $d = 2$:

$$\left\{ \begin{array}{c} \emptyset, \\ x_1, \bar{x}_1, x_2, \bar{x}_2, \\ x_1 \wedge x_2, \bar{x}_1 \wedge x_2, \bar{x}_1 \wedge \bar{x}_2, x_1 \wedge \bar{x}_2, \\ x_1 \wedge \bar{x}_1 \wedge x_2 \wedge \bar{x}_2 \end{array} \right\}$$

- (c) כל ליטרל יכול להתקיים באחד משלושה מצבים: או שהמשתנה מופיע, או שמופיעה שלילתו, או שהוא לא מופיע. כמו כן קיימת ההיפותזה השלילית (*all negative hypothesis*). בשה"כ הגודל של מחלקת ההיפותוזות הוא $\text{size} = 3^d + 1$.

(d)

- i. הדוגמה יכולה להתקיים בסט האימון הבא: $\bar{1} \wedge 0 \wedge 1 = 0$.
ii. הדוגמאות יכולות להתקיים בסט האימון הבא: $\bar{0} \wedge 1 \wedge 1 = 1$.

שאלה 2

- (a) כן. האלגוריתם מממש את עיקרון ה-ERM. עבור כל סט של דוגמאות שאינו מכיל את התיוג 1, האלגוריתם יגיע להיפותזה השלילית ויחזיר 0, וכן גם השגיאה. עבור דוגמה שמכילה את התיוג 1, האלגוריתם יתקן את ההיפותזה בכך שהוא יחזיר 1 לדוגמאות מהן הוא למד.
נתכן שגיאה אם ההיפותזה תהיה עם תיוג 1 וההיפותזה המקורית עם תיוג 0, אך מצב זה לא ייתכן, שכן אם יקרה זאת אומרת שמספר הליטרים בהיפותזה שלנו קטן ממש ממספר הליטרים בהיפותזה המקורית. כעת נניח שחסר ליטרל x_i כלשהו, כלומר קיבלנו בסט הדוגמאות דוגמה בה $x_i = 1$ עם תיוג 1 ופעם אחת $x_i = 0$ עם תיוג 1. ברור שההיפותזה המקורית כלל לא תלויה ב- x_i במצב כזה, ולכן הוא לא יופיע בהיפותזה המקורית. מכאן האלגוריתם תמיד יביא את ההיפותזה למצב שבו היא מתאימה לכל הדוגמאות.
- (b) צ"ל שמספר הטעויות המקסימלי הינו $d + 1$. נתחיל בכך שנוכיח ש- $M(a) \leq 2d$. ההיפותזה הראשונה מכילה $2d$ ליטרים. אם נתגלתה שגיאה, לפחות משתנה אחד נמחק מההיפותזה. לכן, אחרי מקסימום של $2d$ שגיאות, ההיפותזה ריקה והאלגוריתם יעצור בהכרח.
בשגיאה הראשונה האלגוריתם מוחק d משתנים, את הליטרל או שלילתו. על כן קיימת השגיאה הראשונה שבה אנו מוחקים d ליטרים ועוד מקסימום של d שגיאות, ובגלל שבכל שגיאה נמחק לפחות ליטרל אחד ונשארו רק d ליטרים, **נקבל שהמקסימום הוא $d + 1$** .
- (c) זמן הריצה של כל איטרציה הוא $O(d)$. האלגוריתם מבצע איטרציות על d ביטים של הדוגמה.