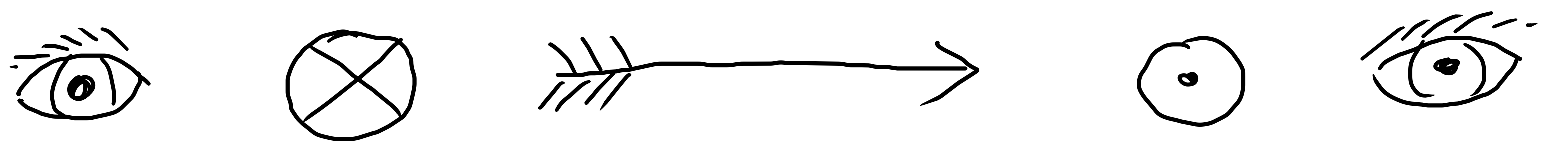
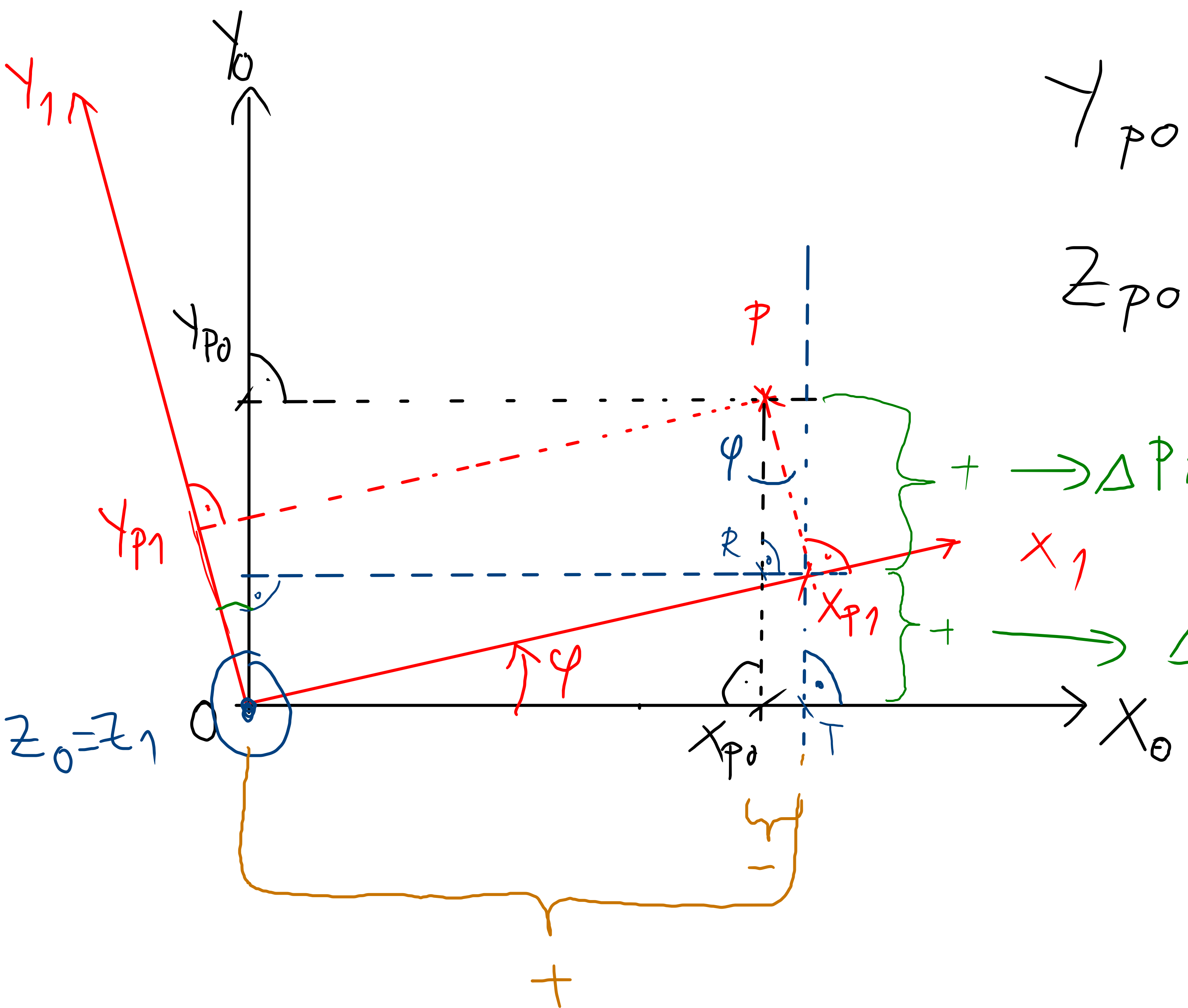


dané: X_p1, Y_p1, Z_p1, Phi



$$X_{p0} = X_{p1} \cdot \cos\varphi - Y_{p1} \cdot \sin\varphi$$

$$Y_{p0} = X_{p1} \cdot \sin\varphi + Y_{p1} \cdot \cos\varphi$$

$$Z_{p0} = Z_{p1}$$

$$\Delta PRX_{p1}: \frac{|PR|}{|PX_{p1}|} = \cos\varphi \Rightarrow |PR| = \underbrace{|PX_{p1}|}_{Y_{p1}} \cdot \cos\varphi$$

$$\Delta OTX_{p1}: \frac{|X_{p1}T|}{|OX_{p1}|} = \sin\varphi \Rightarrow$$

$$|X_{p1}T| = \underbrace{|OX_{p1}|}_{X_{p1}} \cdot \sin\varphi$$

$$X_{p0} = X_{p1} \cdot \cos\varphi - Y_{p1} \cdot \sin\varphi + 0 \cdot z_{p1} + 0$$

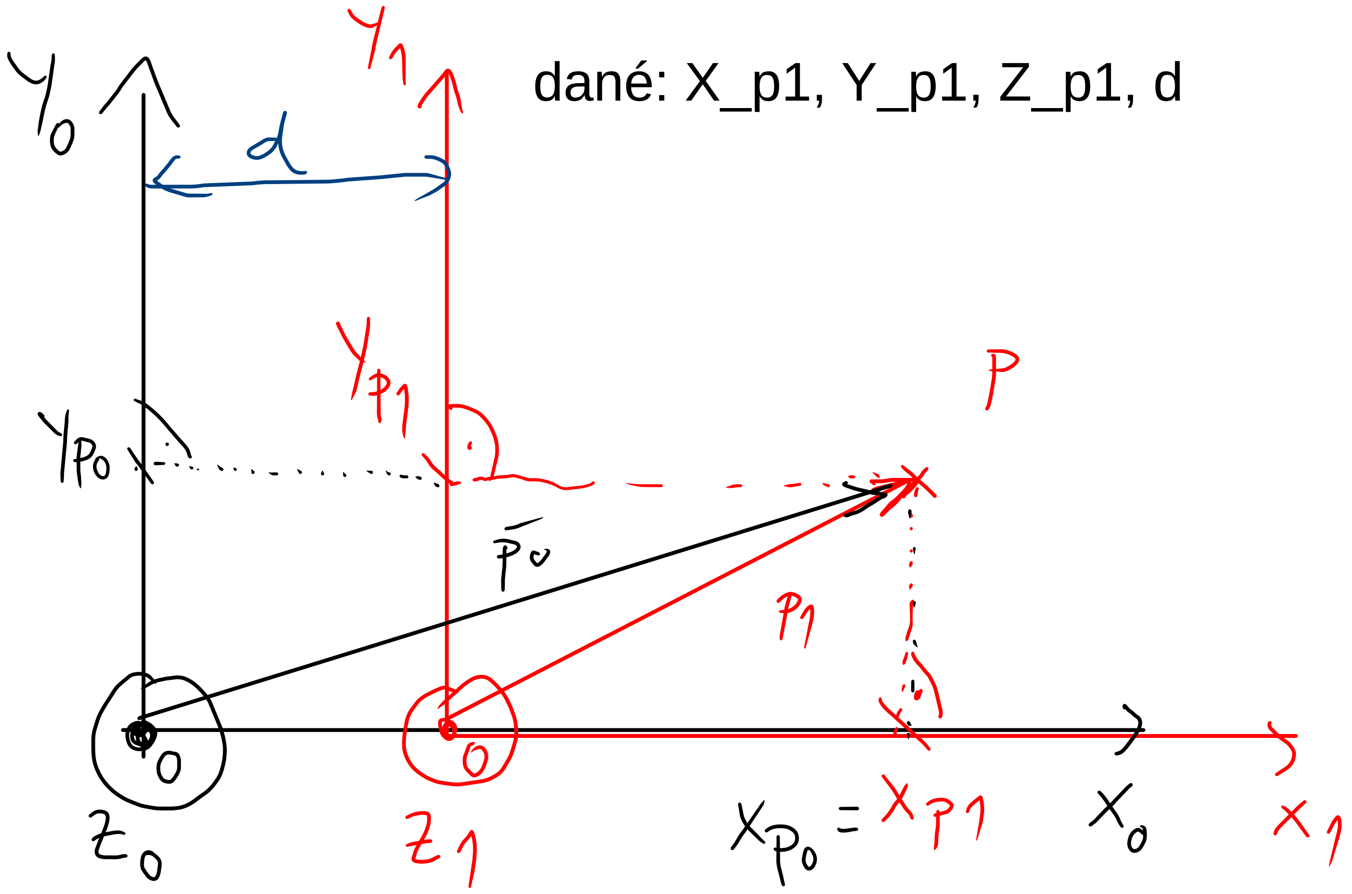
$$Y_{p0} = X_{p1} \cdot \sin\varphi + Y_{p1} \cdot \cos\varphi + 0 \cdot z_{p1} + 0$$

$$Z_{p0} = 1 \cdot Z_{p1} + 0 \cdot x_{p1} + 0 \cdot y_{p1}$$

$$1 = 1 + 0 \cdot X_{p1} + 0 \cdot Y_{p1} + 0 \cdot Z_{p1}$$

$$\underset{[4\times1]}{\overset{\bar{p}_0}{\begin{bmatrix} X_{p0} \\ Y_{p0} \\ z_{p1} \\ 1 \end{bmatrix}}} = \underset{R_z(\varphi) \qquad [4\times4]}{\begin{pmatrix} c\varphi & -s\varphi & 0 & 0 \\ s\varphi & c\varphi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}} \cdot \underset{[4\times1]}{\overset{\bar{p}_1}{\begin{pmatrix} X_{p1} \\ Y_{p1} \\ z_{p1} \\ 1 \end{pmatrix}}} = T \cdot \bar{p}_1 = \bar{p}_0$$

dané: X_p1, Y_p1, Z_p1, d



$\bar{p}_0$

$$\begin{bmatrix} X_{p0} \\ Y_{p0} \\ Z_{p0} \\ 1 \end{bmatrix} \begin{matrix} = X_{p1} + d + 0 + 0 \\ = Y_{p1} + 0 + 0 \\ = Z_{p1} + 0 + 0 \\ = 1 + 0 + 0 + 0 \end{matrix}$$

$$\underset{[4\times1]}{\begin{bmatrix} X_{p0} \\ Y_{p0} \\ Z_{p0} \\ 1 \end{bmatrix}} = \underset{[4\times4]}{\underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & d \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}}_{T_x(d)}} \cdot \overset{\bar{p}_1}{\underset{[4\times1]}{\begin{pmatrix} X_{p1} \\ Y_{p1} \\ Z_{p1} \\ 1 \end{pmatrix}}}$$

$$\bar{p}_0 = T \cdot \bar{p}_1$$

$$R_z(\varphi) = \begin{pmatrix} c\varphi & -s\varphi & 0 & 0 \\ s\varphi & c\varphi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$T_z(d) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$R_y(\varphi) = \begin{pmatrix} c\varphi & 0 & s\varphi & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -s\varphi & 0 & c\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$T_y(d) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & d \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$R_x(\varphi) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c\varphi & -s\varphi & 0 \\ 0 & s\varphi & c\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$T_x(d) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & d \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Výpočet polohového vektora koncového bodu C v svetovom (nultom) súradnicovom systéme pomocou homogénnych transformačných matíc

1. S každým kĺbom (rotačný, translačný) resp. s konštrukčným posunutím alebo otočením zviažeme súradnicový systém, počnúc od svetového sur. systému až po koncový člen kinematickej štruktury (k-tý súradnicový systém)

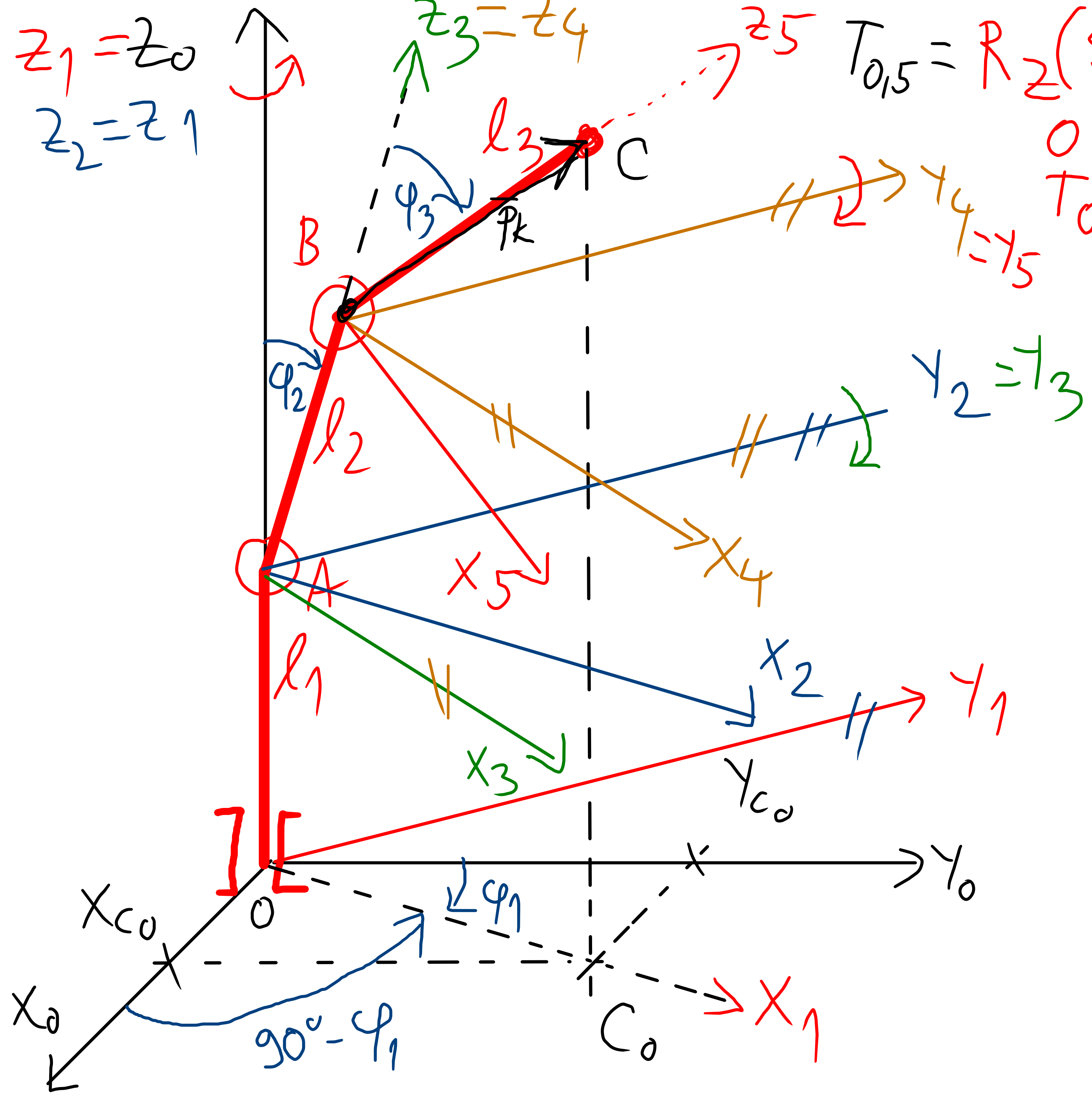
2. Označíme si T_{i-1,i} transformačnú maticu medzi (i-1)-vým a i-tým súradnicovým systémom. Potom výsledná transformačná matica medzi Nultým a k-tým súradnicovým systém je daná:

$$T = T_{0,k} = \prod_{i=1}^{k} T_{i-1,i}$$

Pozor, zachovajte poradie násobenia matíc!

3. Polohový vektor p_0 koncového bodu v Nultom súradnicovom systém (world) vypočítame z polohového vektora p_k (bod P v k-tom surad. systéme).

$$\bar{p}_0 = T_{0,k} \cdot \bar{p}_k$$



$$T_{0,5} = R_z(90° - \varphi_1) \cdot T_z(l_1) \cdot R_y(\varphi_2) \cdot T_z(l_2) \cdot R_y(\varphi_3)$$

$0 \leftarrow 1$	$1 \leftarrow 2$	$2 \leftarrow 3$	$3 \leftarrow 4$
$T_{0,1}$	$T_{1,2}$	$T_{2,3}$	$T_{3,4}$

$$\bar{p}_k = \bar{p}_5 = \begin{pmatrix} x_{p5} \\ y_{p5} \\ z_{p5} \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ l_3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\bar{p}_0 = T_{0,5} \cdot \bar{p}_5$$

$$T_{0,5} = \underbrace{R_z(90^\circ-\varphi_1)\cdot T_z(l_1)}_{A}\cdot \underbrace{R_y(\varphi_2)\cdot T_z(l_2)}_{B}\cdot R_y(\varphi_3)$$

$$\bar{P}_5 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ l_3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$R_z(90^\circ-\varphi_1) = \xcancel{\begin{pmatrix} c(90^\circ-\varphi_1) & -s(90^\circ-\varphi_1) & 0 & 0 \\ s(90^\circ-\varphi_1) & c(90^\circ-\varphi_1) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}} = \begin{pmatrix} s\varphi_1 & -c\varphi_1 & 0 & 0 \\ c\varphi_1 & s\varphi_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$T_z(l_1) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & l_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$R_y(\varphi_2) = \begin{pmatrix} c\varphi_2 & 0 & s\varphi_2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -s\varphi_2 & 0 & c\varphi_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$T_z(l_2) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & l_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$R_y(\varphi_3) = \begin{pmatrix} c\varphi_3 & 0 & s\varphi_3 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -s\varphi_3 & 0 & c\varphi_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} s\varphi_1 & -c\varphi_1 & 0 & 0 \\ c\varphi_1 & s\varphi_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & l_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} s\varphi_1 & -c\varphi_1 & 0 & 0 \\ c\varphi_1 & s\varphi_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & l_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} c\varphi_2 & 0 & s\varphi_2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -s\varphi_2 & 0 & c\varphi_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & l_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c\varphi_2 & 0 & s\varphi_2 & l_2 \cdot s\varphi_2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -s\varphi_2 & 0 & c\varphi_2 & l_2 \cdot c\varphi_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$