

به نام خدا



## درس مبانی برنامه‌سازی

نیم‌سال اول 98-99

دانشکده مهندسی برق

دانشگاه صنعتی شریف

---

مدرس دکتر بیژن وثوقی وحدت، دکتر عبدالله آراسته

تمرین 6

مبحث تابع بازگشتی ☺☺☺

موعد تحویل //to do

طراحان تمرین امیرحسین رستمی

- پاسخ این تمرین را به صورت یک فایل pdf در کوئرا آپلود کنید.
- نام فایل pdf باید به صورت HW6studentID باشد.
- سعی کنید تا 24 ساعت پیش از پایان موعد تحویل، سوالات و ابهامات خود را در کوئرا مطرح کنید.
- دقت کنید که پایان مهلت تحویل تمرین چهارم ..... می‌باشد.

## نکاتی مهم پیش از حل تمرین:

- همانطور که می دانید این تمرین با مفهوم "تابع بازگشتی" است و انتظاری که از شما دوستان عزیز می رود این است که مسایل زیر را به روش بازگشتی حل کنید.
- بله ممکن است تمارین داده شده پاسخ های غیر بازگشتی ای داشته باشند و شما با بارگذاری آن ها در کوورا نمره ی کامل دریافت کنید (چون کوورا برابری پاسخ ها را بررسی می کند) اما در تحویل حضوری این مساله بررسی می گردد و در صورتی که پاسخ ساختاری غیر بازگشتی داشته باشد نمره ی سوال مربوطه را از دست خواهید داد.
- استفاده کردن از متغیر های global در این سری تمرین ممنوع است.

## GCD\_1

در این تمرین از شما می خواهیم که gcd دو عدد یا به زبان پارسی قند! (بزرگترین مقسوم علیه مشترک - <math>\text{gcd}</math>) را به روش بازگشتی محاسبه کنید.

**ورودی:**

همانطور که می دانید شما در این سوال قرار است ب.م.م دو عدد را محاسبه کنید حال داریم که در ورودی ها در خط اول یک عدد ( $n$ ) داده می شود که به این معناست که چند جفت عدد در ادامه به شما داده خواهد شد تا ب.م.م آن هارا محاسبه کنید و

**خروجی:**

در هر خط خروجی نتیجه ب.م.م هر جفت را چاپ خواهید کرد.

نمونه ی ورودی	نمونه ی خروجی
7	5
20 25	1
17 13	3
18 33	4
12 52	12
240 612	1
31415926 1	7
49 203	

## 2- دستگیری آقا دزد

زندگی انسان‌های مشهور همواره از دور خیلی خوش و شیرین است اما اگر اندکی به زندگی آن‌ها نزدیک شویم متوجه می‌شویم که سختی‌های قابل توجهی در زندگی خود دارند. یکی از معایب این شهرت این است که آدمی بدخواه پیدا می‌کند. یک دزد نابه‌کار شبانه به حمام اصغر دلاک دستبرد زده و تمام لیف‌های حمامش را می‌دزد. صبح روز بعد اصغر متوجه سرقت می‌شود و می‌بیند که در مقطع حساس کنونی نمی‌تواند بدون لیف کار کند. اصغر دلاک که نمی‌خواهد مشتریانش را منتظر بگذارد سریعاً به باجناقش در اینترنت «هوشنگ» تلفن می‌کند و ماجرا را اطلاع می‌دهد. هوشنگ که به تازگی از دانشگاه شریف انصراف داده است به دلیل شرم کارآگاهی بالای خود به عضویت اینترنت درآمده و ماه‌هاست که درگیر تعقیب دزدان سرگردنه، دزدان سر جالیز و آفتابه دزدان است. کارآگاه هوشنگ هم به سرعت رد دزد را زد و مسیر حرکتی دزد را دنبال کرد و به اصغر دلاک ایمیل زد. اصغر می‌داند سماقستان یک صفحه مختصات است که تنها در چهار جهت اصلی می‌توان در آن حرکت کرد. همچنین حمام اصغر در مختصات  $(x, y)$  سماقستان قرار دارد. تنها مشکل این بود که کارآگاه روز بعد از یافتن آخرین ردپای دزد به اینترنت وصل شد، بنابراین ایمیل‌هایش از ته به سر فرستاده شدند. پس ترتیب حرکات دزد را برعکس فرستاده شده است یعنی ابتدا آخرین حرکت دزد قبل از مخفی شدن فرستاده شده است و در انتها اولین حرکتش خروج از حمام. با توجه به تعدد حرکات دزد، اصغر نمی‌تواند به راحتی این گزارش را سروته کند. از طرفی دلش هم نمی‌آید که حالا که اطلاعات کافی برای کشف موقعیت دزد را دارد این فرصت را از دست بدهد. حال به اصغر دلاک ثابت کنید که برنامه‌نویسی هم شغل مفیدی است و مشکل وی را حل کنید تا بتواند دزد لیف‌ها را پیدا کند!

ورودی:

در خط اول دو عدد  $(x, y)$  عنوان مختصات حمام می‌آیند. در خط دوم حرکات دزد بدون فاصله می‌آیند. عبارت‌های R, L, U, D از چپ به راست نشان دهنده ی راست، چپ، بالا و پایین هستند. در انتهای این خط نیز S می‌آید که نمایانگر نقطه شروع دزد است.

خروجی:

مسیر رسیدن به مخفی‌گاه دزد لیف‌ها را چاپ کنید. خروجی شما باید دقیقاً مشابه نمونه‌های ارائه شده باشد، با رعایت کردن فاصله‌گذاری‌ها.

نمونه‌ی ورودی	نمونه‌ی خروجی
23 31 LLRUS	(23, 31) -> (23, 32) -> (24, 32) -> (23, 32) -> (22, 32)
13 7 LURDS	(13, 7) -> (13, 6) -> (14, 6) -> (14, 7) -> (13, 7)

راهنمایی:

ابتدا فرض کنید ورودی‌ها به ترتیب درست می‌آیند و مساله را با تابع بازگشتی حل کنید.

- اگر هم چنان مساله برایتان سخت است ابتدا مساله زیر را در نظر بگیرید

1- برنامه‌ی بنویسید که عدد  $n$  را بگیرد و اعداد  $n$  تا 1 را چاپ کند. (طبیعتاً به روش بازگشتی)

2- با تغییر برنامه‌ی فوق کاری کنید تا عدد  $n$  را بگیرد و اعداد 1 تا  $n$  را چاپ کند. (طبیعتاً به روش بازگشتی)

پس از حل 2 سوالک فوق به حل سوال اصلی بپردازید.

### 3- عمو بازگشتی بلده!

تابع  $F: N \times N \rightarrow N$  این ویژگی را دارد که به ازای هر  $m, n$  خواص زیر را داریم:

$$F(1, n) = F(n, 1) = n$$

$$F(m, n) = f(n) + g(m + 1) + 2 * F(n - 1, m) + F(m, n - 1)$$

که در آن  $f(n)$  عبارت است از جمع ارقام عدد  $n$  در مبنای 10 و نیز  $g(n)$  برابر است با تعداد اعداد اول کمتر از  $n$  است. شما باید این تابع را پیاده سازی کنید.

#### ورودی

ورودی تنها شامل یک خط است که در آن دو عدد طبیعی  $n$  و  $m$  با فاصله از هم آمده است.

$$1 \leq n, m \leq 100$$

#### خروجی

خروجی برنامه تنها شامل یک خط است که همان  $F(m, n)$  است. تضمین می شود که  $F(m, n) \leq 10^{16}$

#### نمونه

ورودی نمونه	خروجی نمونه
1 2	2
3 2	31

## 4- چلوکباب!

تعداد  $n$  عدد چلوکباب داریم و می خواهیم آن ها را به دسته های  $i_1, i_2, i_3, \dots, i_k$  طوری تقسیم کنیم به قسمی که برآیند اعضای این دسته ها برابر  $n$  شود. حال از شما می خواهیم برنامه ای بنویسید که این دسته بندی را برای ما انجام دهد.

ورودی:

تعداد چلوکباب ها، در نظر بگیرید  $n \leq 75$

خروجی:

تعداد طرق ممکن تقسیم بندی فوق.

نمونه ی ورودی	نمونه ی خروجی
2	2
3	3
4	5
5	7

توضیح

دقت کنید که برای  $n = 2$  تنها دو راه برای تقسیم بندی داریم:

$(1, 1), (2)$

برای حالت  $n = 3$  حالات تقسیم بندی مان سه تا است:

$(1, 1, 1), (1, 2), (3)$

برای حالت  $n = 4$  تعداد حالات تقسیم بندی مان 5 تا است:

$(1, 1, 1, 1), (1, 1, 2), (1, 3), (2, 2), (4)$

و برای  $n = 5$  این عدد برابر 7 است:

$(1, 1, 1, 1, 1), (1, 1, 1, 2), (1, 2, 2), (1, 1, 3), (1, 4), (2, 3), (5)$

## 5- محمود و زیرمجموعه ها!

شما در این تمرین قرار است تمامی زیرمجموعه های یک مجموعه با  $n$  عضو را (که طبیعتاً  $2^n$  تا است) را چاپ کنید با الگوی بازگشتی!

ورودی:

ورودی تنها یک خط دارد و در آن یک عدد  $n$  داده می شود و تضمین می شود که

$$20 \geq n \geq 1$$

خروجی:

خروجی شامل تمامی زیرمجموعه های مجموعه ای است که اعداد 1 تا  $n$  را در خود دارد. توجه کنید که ترتیب چاپ زیرمجموعه ها در خروجی باید به سبک ترتیب 2 نمونه تست کیس ضمیمه شده باشد.

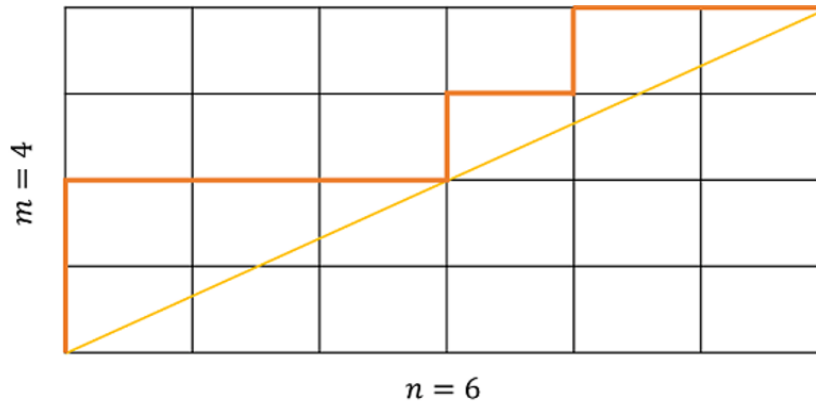
ولی اگر به سبک بازگشتی دیگری شما توانستید تمامی زیرمجموعه های مجموعه ی داده شده را چاپ کنید در تحویل حضوری این مساله بررسی می شود و به شرط داشتن **ساختار بازگشتی درست** نمره کامل به شما تعلق میگیرد اما توجه داشته باشید که اگر اندکی در تست کیس ضمیمه شده تفکر کنید الگوی بازگشتی را خواهید یافت!

مثال

ورودی	خروجی
3	{ 1 2 3 } { 1 2 } { 1 3 } { 1 } { 2 3 } { 2 } { 3 } { }
4	{ 1 2 3 4 } { 1 2 3 } { 1 2 4 } { 1 2 } { 1 3 4 } { 1 3 } { 1 4 } { 1 } { 2 3 4 } { 2 3 } { 2 4 } { 2 } { 3 4 } { 3 } { 4 } { }

## 6- فاکتوریل!

می خواهیم در یک جدول از نقطه ی  $(0,0)$  تا نقطه ی  $(m,n)$  جدول فقط با حرکات راست و بالا برویم. اما در طی این مسیر به هیچ وجه نمی خواهیم خطی که وصل نقطه ی  $(0,0)$  به نقطه ی  $(m,n)$  است را قطع کنیم. حال از شما می خواهیم که برنامه ای بنویسید که تعداد حالات فوق را در خروجی بدهد.



یکی از مسیر های ممکن در شکل بالا به رنگ نارنجی ترسیم شده است و خط زرد- نارنجی خط بحرانی است! حل مساله فوق بسیار ساده است و با اندکی جست و جو می توانید آن را بیابید اما اگر حل ترکیبیاتی مساله فوق برایتان خیلی سخت است تابع فاکتوریل را به صورت بازگشتی پیاده سازی و آپلود کنید (بله نمره ی 0 در کورا لحاظ خواهد شد اما در تحویل حضوری در صورت درست بودن پیاده سازی 80 درصد نمره ی تمرین داده خواهد شد).

**ورودی:** در تنها خط خروجی ابتدا  $n$  سپس یک عدد فاصله و عدد  $m$  داده خواهد شد.  
**خروجی:** تعداد راه های رسیدن از  $(0,0)$  به  $(m,n)$  باید چاپ شود.

مثال

ورودی	خروجی
4 5	14
1 3	1



## 7- اعداد زیبا ☺

یک عدد طبیعی را زیبای نامیم؛ هرگاه اختلاف آن با یکی از اعداد زیبای کوچکتر از خودش، عددی زیبا باشد. بدیهی است این تعریف ناقص است، یعنی حداقل باید یک عدد زیبا معرفی کنیم تا بتوانیم اعداد زیبا را دیگر را شناسایی کنیم. وقتی یک یا چند عدد به عنوان اعداد زیبا معرفی شوند، وضعیت سایر اعداد قابل تعیین است. این چند عدد ابتدایی را اعداد زیبای پایه می نامیم. می خواهیم برنامه ای بنویسیم که با مشخص کردن اعداد زیبای پایه به شکل دلخواه، به ما کمک کند تا وضعیت زیبایی هر عدد دلخواه دیگری را مشخص کنیم.

برای راحتی، فرض می کنیم که اعداد زیبای پایه از بین اعداد 1 تا 10 انتخاب می شوند. برنامه ای که می نویسیم باید ابتدا اعداد زیبای پایه را دریافت کند سپس یک عدد دلخواه را بگیرد و وضعیت زیبا بودن یا نبودن آن را مشخص کند. برای سادگی، اعداد زیبای پایه را به شکل دنباله ای 10 عضوی از صفر و یک ها دریافت کنید که هر ۱ به معنی زیبا بودن عضو متناظر و هر ۰ به معنای زیبا نبودن آن است. یعنی به عنوان مثال اگر در این دنباله، عضو پنجم و هفتم برابر ۱ و بقیه اعداد صفر باشند، منظور آن است که از میان اعداد 1 تا 10، فقط 5 و 7 زیبا هستند و دنباله متناظر ورودی به شکل زیر خواهد بود: 0000101000

### ورودی:

در اولین خط ورودی، رشته ای متشکل از 10 بیت صفر یا یک دریافت می کنید که برای سادگی، با فاصله از هم جدا شده اند. در خط بعدی، عدد طبیعی  $n$  از ورودی خوانده می شود.

### خروجی:

در تنها خط خروجی اگر  $n$  زیبا باشد عبارت Beautiful چاپ شود و اگر زیبا نباشد عبارت Ugly را چاپ کنید.

ورودی نمونه	خروجی نمونه
0 0 0 0 1 0 1 0 0 0 21	Beautiful

### توضیحات:

در این جا اعداد 5, 7 اعدادی زیبا هستند. طبق تعریف عدد زیبا عددی است که فاصله اش از یکی از اعداد زیبای کوچکتر از خودش عددی زیبا باشد حال داریم که اولین عدد زیبای بعد از دو عدد زیبای فوق 12 است زیرا فاصله آن از 7 برابر 5 است. توجه کنید که 10 عدد زیبا نیست به این نکته توجه کنید که وضعیت 10 در دنباله ی ورودی مشخص شده است و به استدلال  $10 - 5 = 5$  توجه نکنید.

عدد زیبای بعدی 14 است چرا که فاصله اش از عدد 7 برابر 7 است و لذا زیباست حال داریم که عدد 21 چون فاصله اش از عدد 14 (که خود عددی زیباست) برابر 7 (که عددی زیباست) است لذا خودش زیباست و در خروجی باید عبارت Beautiful چاپ شود که شده است.