學號：B02705027 系級： 資管四 姓名：陳信豪

1. 請簡明扼要地闡述你如何抽取模型的輸入特徵 (feature)
答：

我資料抽取的方式是先將前九小時的所有 feature （一維）取出來
做成長度為 162 （9 hr * 18 feature）的一維陣列 stat_list

二維或三維數據則是藉由直接將 stat_list 裡頭的數據做平方或立方
再跟原本的 stat_list 合併

```
the_stat_list = stat_list
stat_list = stat_list + [x**2 for x in the_stat_list]
```

另外我有設三個 Boolean 陣列
feature_Take 對應 18 個天氣指標
time_Take 對應前九小時到前一小時
param_Take 對應全部 162 個 feature

如果只取前 7 小時的 PM2.5：

```
feature_Take = [
False,  False, False,  False,  False, False, False, False, False,
True,  False, False,  False,  False, False, False, False, False]

time_Take = [False, False, True, True, True, True, True, True, True]

param_Take = np.repeat(feature_Take, 9) * np.tile(time_Take, 18)

x_Take = train_X[:, param_Take]
# train_X 是 stat_list 的總集合，其 train_X.shape[1] 是 162
# x_Take 是 feature 塞選後的要訓練的資料集合，其 x_Take.shape[1] 是 7
```

2.請作圖比較不同訓練資料量對於 PM2.5 預測準確率的影響

答：

(作圖：hw1_q2.py)

取前 9 小時 PM2.5 一維作為 features

切 50% 總資料作為 Validation Set

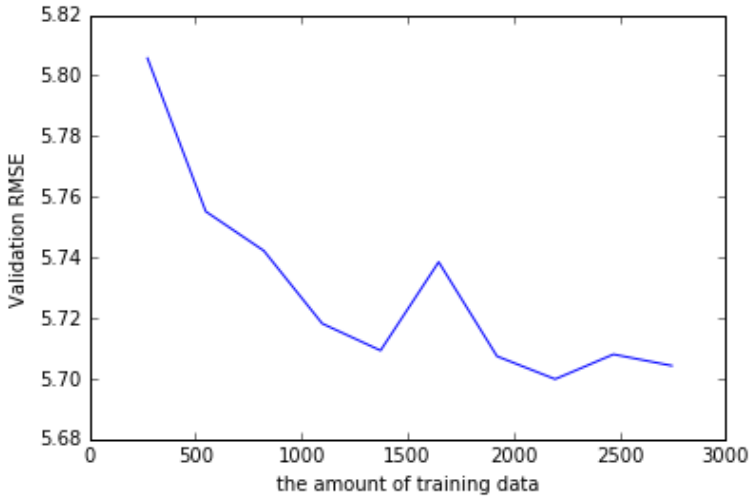
再從剩下的 50% 總資料中取 10%、20%、30% ... 100% 的資料作為訓練用

訓練出模型，觀察並紀錄 Validation Set 的 RMSE

結論是資料量與 Valid RMSE 呈負相關

也就是資料量越多，模型預測 PM2.5 的準確率愈高。

訓練資料比例	訓練資料量	Valid RMSE
10%	274	5.80577499154
20%	549	5.75516028391
30%	823	5.74218464446
40%	1098	5.71816274647
50%	1373	5.70927341202
60%	1647	5.73849114808
70%	1922	5.70737649023
80%	2196	5.69982396921
90%	2471	5.70800780233
100%	2746	5.70426224388



3. 請比較不同複雜度的模型對於 PM2.5 預測準確率的影響

答：

取前 9 小時 PM2.5 的資料

分別配對一維、二維和三維作為 features

並切 50% 總資料作為 Validation Set

以下為各組合（複雜度）訓練出來後的 RMSE

結論是模型複雜度並不是越複雜越好

我們可以看出在此情況下，一維就已有不錯的效果

	Valid RMSE	
複雜度	max_iteration = 1000	max_iteration = 3000
一維	5.75648	5.70759
二維	11.44504	10.46105
三維	17.61086	17.54742
一維 + 二維	6.90109	6.53077
二維 + 三維	51.00183	10.76510
一維 + 三維	10.04785	9.44541
一維 + 二維 + 三維	9.05310	8.32828

4. 請討論正規化(regularization)對於 PM2.5 預測準確率的影響

答：

(作圖：hw1_q4.py)

取前 9 小時 PM2.5 一維作為 features

切 50% 總資料作為 Validation Set

另外 50% 通通用來做訓練

分別以 lambda = [0, 0.001, 0.005, 0.01, 0.05, 0.1, 0.5, 1, 5, 10] 來正規化

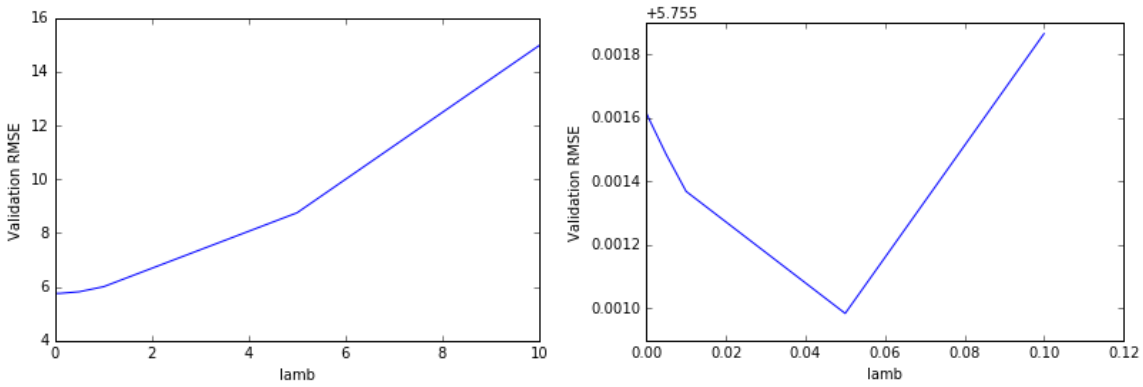
將原本的 loss function 加上 lambda * $\sum(W^2)$

訓練出模型並觀察並紀錄 Validation Set 的 RMSE

結論是 lambda 有助於降低 Valid RMSE，其值通常不必太高

在這邊的情況是 lambda 約等於 0.05 時最合適

lambda	Valid RMSE
0	5.75661445687
0.001	5.75658710753
0.005	5.75648372625
0.01	5.75636803907
0.05	5.75598471407
0.1	5.75686352377
0.5	5.81837150599
1	6.00503199987
5	8.75156959083
10	14.9610170793



(左圖為全覽，右圖為放大 x 軸 0~0.1)

5. 在線性回歸問題中，假設有 N 筆訓練資料，每筆訓練資料的特徵 (feature) 為一向量 x^n，其標註(label)為一存量 y^n，模型參數為一向量 w (此處忽略偏權值 b)，則線性回歸的損失函數(loss function)為$\sum_{n=1}^{N}(y^n - w \cdot x^n)^2$ 。若將所有訓練資料的特徵值以矩陣 X = [x^1 x^2 ... x^N] 表示，所有訓練資料的標註以向量 y = [y^1 y^2 ... y^N]^T 表示，請以 X 和 y 表示可以最小化損失函數的向量 w 。

答：

假設有 P 個 feature

w 維度：1 * P

x^n 維度：1 * P

y 維度：N * 1

X 維度：N * P

$w = y^T X(X^T X)^{-1}$