



Problema: Razonamiento categórico y corrección bayesiana

Dos pacientes acuden a urgencias del hospital la noche del sábado. Uno aquejado de tos - $m(3)$ - y diarreas frecuentes - $m(2)$. El médico de guardia comprueba que no tiene fiebre alta - $m(1)$. El otro, manifiesta fiebre alta y tos pero no tiene diarrea. A la vista de únicamente estos síntomas, el médico debe discernir entre dos posibilidades para establecer un tratamiento adecuado: (1) El paciente tiene el virus de la gripe - $i(1)$ -, que se manifiesta a través de fiebre alta acompañada de tos; o (2) el paciente tiene una gastroenteritis - $i(2)$ - pero no gripe - $i(1)$ -, lo cual se manifiesta por diarreas frecuentes. Y además, la manifestación de cualquiera de los tres síntomas, indicaría la presencia de alguno de los diagnósticos posibles. Se pide:

1. Aplicar el procedimiento sistemático para el razonamiento categórico y obtener el conjunto de interpretaciones compatible con las manifestaciones para ambos pacientes.
2. Si una estadística fiable nos ha aportado la siguiente información:

$P(m1/i1) = 1,0$	$P(m7/i2) = 0,2$	$P(m8/i3) = 0,7$
$P(m3/i2) = 0,4$	$P(m8/i2) = 0,1$	$P(m8/i4) = 0,9$
$P(m4/i2) = 0,3$	$P(m6/i3) = 0,3$	$P(m6/i4) = 0,1$

y también se sabe que en una muestra suficientemente amplia y representativa:

- $\neg i(1) \wedge \neg i(2)$ representa el 45 % de los casos
- $\neg i(1) \wedge i(2)$ representa el 30 % de los casos
- $i(1) \wedge \neg i(2)$ representa el 20 % de los casos
- $i(1) \wedge i(2)$ representa el 5 % de los casos

aplicar el esquema bayesiano para mejorar los resultados obtenidos a partir del modelo categórico, decidiendo qué interpretación será más probable en el caso que el paciente padezca fiebre alta y tos.

En la solución detallar:

1. El conjunto completo de complejos manifestaciones y de interpretaciones.
2. La función del conocimiento en base a la información proporcionada.
3. La base lógica expandida (BLE).
4. La tabla de complejos manifestación-interpretación posible o BLR.
5. El conjunto de interpretaciones compatible con las manifestaciones para el primer y segundo paciente.

Para resolver el caso planteado utilizar el siguiente criterio:

	<i>m1</i>	<i>m2</i>	<i>m3</i>	<i>m4</i>	<i>m5</i>	<i>m6</i>	<i>m7</i>	<i>m8</i>
m(1)	0	0	0	0	1	1	1	1
m(2)	0	0	1	1	0	0	1	1
m(3)	0	1	0	1	0	1	0	1

	i1	i2	i3	i4
i(1)	0	0	1	1
i(2)	0	1	0	1

Solución:

1. Sean las manifestaciones: fiebre alta $m(1)$, diarrea $m(2)$, tos $m(3)$ y las interpretaciones: gripe $i(1)$ y gastroenteritis $i(2)$. El conjunto completo de manifestaciones e interpretaciones es:

[illegible]

	m1	m2	m3	m4	m5	m6	m7	m8
m(1)	0	0	0	0	1	1	1	1
m(2)	0	0	1	1	0	0	1	1
m(3)	0	1	0	1	0	1	0	1
i(1)	0	0	0	0	0	0	0	0
i(2)	1	1	1	1	1	1	1	1
<i>i2</i>								

[illegible]

	$m1$	$m2$	$m3$	$m4$	$m5$	$m6$	$m7$	$m8$
$m(1)$	0	0	0	0	1	1	1	1
$m(2)$	0	0	1	1	0	0	1	1
$m(3)$	0	1	0	1	0	1	0	1
$i(1)$	1	1	1	1	1	1	1	1
$i(2)$	1	1	1	1	1	1	1	1
$i4$								

2. Construcción de la función de conocimiento en base a la información proporcionada:

$r1$	$i(1) \rightarrow m(1) \wedge m(3)$
$r2$	$\neg i(1) \wedge i(2) \rightarrow m(2)$
$r3$	$m(1) \vee m(2) \vee m(3) \rightarrow i(1) \vee i(2)$

3. Construcción de la BLE:

$$BLE = \{m1i1, m2i1, m3i1, m4i1, m5i1, m6i1, m7i1, m8i1, \\ m1i2, m2i2, m3i2, m4i2, m5i2, m6i2, m7i2, m8i2, \\ m1i3, m2i3, m3i3, m4i3, m5i3, m6i3, m7i3, m8i3, \\ m1i4, m2i4, m3i4, m4i4, m5i4, m6i4, m7i4, m8i4\}$$

4. Aplicación de la función de conocimiento E y construcción de la BLR. En la tabla se indica, en la última línea, las reglas que eliminan los complejos según corresponda.

	$m1$	$m2$	$m3$	$m4$	$m5$	$m6$	$m7$	$m8$
m(1)	0	0	0	0	1	1	1	1
m(2)	0	0	1	1	0	0	1	1
m(3)	0	1	0	1	0	1	0	1
i(1)	0	0	0	0	0	0	0	0
i(2)	0	0	0	0	0	0	0	0
$i1$								
		$r3$	$r3$	$r3$	$r3$	$r3$	$r3$	$r3$

	$m1$	$m2$	$m3$	$m4$	$m5$	$m6$	$m7$	$m8$
m(1)	0	0	0	0	1	1	1	1
m(2)	0	0	1	1	0	0	1	1
m(3)	0	1	0	1	0	1	0	1
i(1)	0	0	0	0	0	0	0	0
i(2)	1	1	1	1	1	1	1	1
$i2$								
	$r2$	$r2$			$r2$	$r2$		

	$m1$	$m2$	$m3$	$m4$	$m5$	$m6$	$m7$	$m8$
m(1)	0	0	0	0	1	1	1	1
m(2)	0	0	1	1	0	0	1	1
m(3)	0	1	0	1	0	1	0	1
i(1)	1	1	1	1	1	1	1	1
i(2)	0	0	0	0	0	0	0	0
$i3$								
	$r1$	$r1$	$r1$	$r1$	$r1$		$r1$	

	<i>m1</i>	<i>m2</i>	<i>m3</i>	<i>m4</i>	<i>m5</i>	<i>m6</i>	<i>m7</i>	<i>m8</i>
m(1)	0	0	0	0	1	1	1	1
m(2)	0	0	1	1	0	0	1	1
m(3)	0	1	0	1	0	1	0	1
i(1)	1	1	1	1	1	1	1	1
i(2)	1	1	1	1	1	1	1	1
<i>i4</i>								
	<i>r1</i>	<i>r1</i>	<i>r1</i>	<i>r1</i>	<i>r1</i>		<i>r1</i>	

La tabla de complejos manifestación-interpretación posible o BLR es la siguiente:

	<i>m1</i>	<i>m3</i>	<i>m4</i>	<i>m7</i>	<i>m8</i>	<i>m6</i>	<i>m8</i>	<i>m6</i>	<i>m8</i>
m(1)	0	0	0	1	1	1	1	1	1
m(2)	0	1	1	1	1	0	1	0	1
m(3)	0	0	1	0	1	1	1	1	1
i(1)	0	0	0	0	0	1	1	1	1
i(2)	0	1	1	1	1	0	0	1	1
	<i>i1</i>	<i>i2</i>				<i>i3</i>		<i>i4</i>	

BLR = {m1i1, m3i2, m4i2, m7i2, m8i2, m6i3, m8i3, m6i4, m8i4}

- Obtención del conjunto de interpretaciones compatible con las manifestaciones para el caso el paciente no manifiesta m(1) y sí presenta m(2) y m(3). Dado que se manifiestan m(2) y m(3) pero no m(1)

$$f = \neg m(1) \wedge m(2) \wedge m(3) = m4$$

nos preguntamos qué complejos de la BLR contienen al complejo m4. Así,

$$g = i2 = \neg i(1) \wedge i(2)$$

Entonces, podemos concluir que el paciente sufre *gastroenteritis*.

En el caso del segundo paciente, que sufre de fiebre alta y tos pero no tiene diarrea, dado que se manifiestan $m(1)$ y $m(3)$,

$$f = m(1) \wedge \neg m(2) \wedge m(3) = m6$$

Así, ¿qué complejos de la BLR contienen al complejo $m6$?

$$g = i3 \vee i4 = (i(1) \wedge \neg i(2)) \vee (i(1) \wedge i(2))$$

Por consiguiente, sabemos que padece *gripe* pero nada acerca de *gastroenteritis*.

6. De los datos que nos proporcionan, sabemos que $P(i1) = 0,45$, $P(i2) = 0,30$, $P(i3) = 0,20$ y $P(i4) = 0,05$.

	$i1$	$i2$	$i3$	$i4$
$m1$	1,0			
$m2$				
$m3$		0,4		
$m4$		0,3		
$m5$				
$m6$			0,3	0,1
$m7$		0,2		
$m8$		0,1	0,7	0,9
	1,0	1,0	1,0	1,0

A través de la corrección bayesiana evaluaremos $P(i3/m6)$ versus $P(i4/m6)$:

$$P(i3/m6) = (P(m6/i3) P(i3)) / (\sum_j P(m6/i_j) P(d_j)) = \\ (0,3 * 0,2) / ((0,3 * 0,2) + (0,1 * 0,05)) = 0,92$$

$$P(i4/m6) = (P(m6/i4) P(i4)) / (\sum_j P(m6/i_j) P(d_j)) = \\ (0,1 * 0,05) / ((0,3 * 0,2) + (0,1 * 0,05)) = 0,08$$

y la conclusión es que hay una probabilidad del 92 % de que el enfermo padezca gripe.