Academia CSV
C\Laureano Mediante nº1 Bajo
Tlf 981.28.89.06 Movil 685.50.26.05

Examen X.I. Enero 2020

1. (2 puntos)Sea $x(t)=u(t+2)-2u(t)+u(t-2)$
   a) Dibujar $x(t)$.
   b) Determine la energía y la potencia media de $x(t)$.
   c) Determine y dibuje la derivada de $x(t)$ respecto al tiempo.

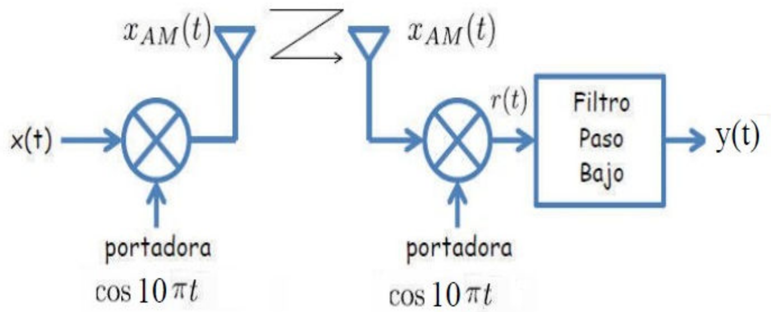
2. (1,5 puntos)Considere la señal $x(t) = e^{-at}\, u(t)$ con a un número real positivo.
   a) Demuestre que la transformada de Fourier de $x(t)$ es:

$$X(w) = \frac{1}{a+jw}$$

   b) Determine la transformada de Fourier de $x(t)=[e^{-t}+e^{-3t}]\, u(t)$ usando el resultado del apartado a.
   c) Determine la transformada de Fourier de $x(t)=e^{-2t}\, u(t-1)$ usando el resultado del apartado a y la propiedad de desplazamiento en el tiempo.

3. (1 punto)Sea una señal analógica con ancho de banda de 200KHz.
   a) Cúal será el tamaño del fichero para almacenar 8 segundos de información si se muestrea a frecuencia de Nyquist, cuantificandose a 256 lvl (Nota de la academia con lvl querian decir niveles) con codificación PCM.
   b) Cúanto tiempo se tardará en enviar el fichero a traves de un canal de 1MHz utilizando 16-PAM.

4. (2 puntos) Considere un filtro paso bajo ideal de frecuencia de corte W= 6π y una señal $x(t)= \dfrac{\operatorname{sen}(4\pi t)}{\pi t}$.

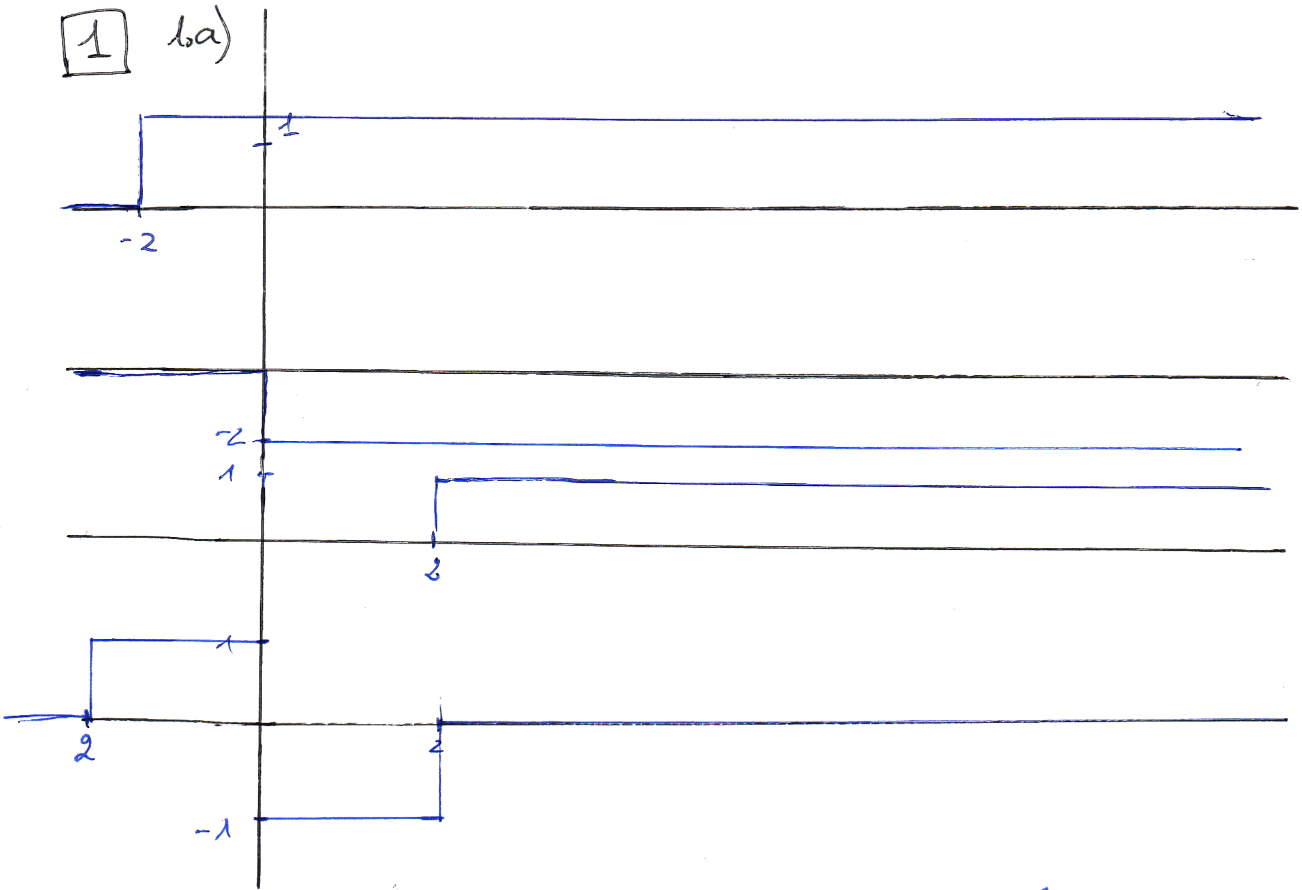


   a) Dibujar la transformada de fourier Xam(w).
   b) Dibujar la transformada de fourier R(w).
   c) Calcular la respuesta en frecuencia del filtro y la salida y(t) en el dominio del tiempo.

5. (1.5 puntos) Considere la señal continua $x(t)=\cos(14\pi t)+\cos(20\pi t)$ .Esta señal se muestrea a la frecuencia $w_s=30\pi$.
   a) Determine la señal discreta $x(n)$ resultante del muestreo.
   b) Determine la señal reconstruida $x_r(t)$.
   c) Calcule la mínima frecuencia de muestreo para que $x_r(t)$ sea igual a $x(t)$.

Solución XI. Enero 2020.

$\boxed{1}$ 1.a)

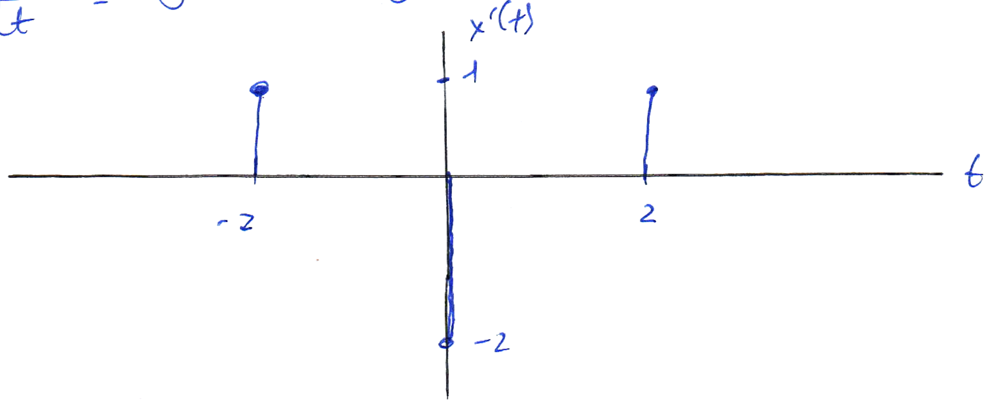


1.b) $E = \int_{-2}^{0} 1^2 dt + \int_{0}^{2} (-1)^2 dt = t\Big]_{-2}^{0} + t\Big]_{0}^{2} = (0-(-2)) + (2-0) = 4$ Julios

$Pot = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x^2(t)\, dt = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_{-2}^{0} 1^2 dt + \int_{0}^{-2} (-1)^2 dt = \frac{4}{\infty} = 0$ watt

Dado que la energía de la señal es finita es normal que dea que la potencia es 0.

1.c) $\frac{d\, x(t)}{dt} = \delta(t+2) - 2\delta(t) + \delta(t-2)$



$\boxed{2}$ 2.a) $\mathcal{TF}(x(t)) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)\, e^{-j2\pi ft}\,dt = \int_{0}^{\infty} e^{-at-j2\pi ft}\,dt =$

Por la $u(t)$

$$= \left.\frac{e^{-(a+2\pi fj)t}}{-(a+2\pi fj)}\right]_0^{\infty} = 0 + \frac{1}{a+2\pi fj} = \boxed{\frac{1}{a+j\omega}}$$

2.b) $\mathcal{TF}(x(t)) = \mathcal{TF}(e^{-t}u(t)) + \mathcal{TF}(e^{-3t}u(t)) = \frac{1}{1+j\omega} + \frac{1}{3+j\omega} =$

$$= \frac{3+j\omega+1+j\omega}{(1+j\omega)(1+3j\omega)} = \boxed{\frac{2(2+j\omega)}{(1+j\omega)(3+j\omega)}}$$

2.c) $\mathcal{TF}\left(e^{-2(t-1+1)}u(t-1)\right) = \mathcal{TF}\left(e^{-2}\cdot e^{-2(t-1)}\cdot u(t-1)\right) =$

$$= e^{-2}\frac{1}{2+j\omega}\, e^{-j\omega} = \boxed{\frac{e^{-j\omega-2}}{2+j\omega}}$$

$\boxed{3}$ 3.a)

$t = 8s$

$B = 200kHz = 200\cdot 10^3\ Hz$

256 niveles $= 2^8 \Rightarrow b = 8$ bits

$Rb = b\cdot 2\cdot B = 2^3\cdot 2\cdot 200\cdot 10^3 Hz = 3'2\cdot 10^6$ bits/seg

$tam = nb = Rb\cdot t = 3'2\cdot 10^6\cdot 8 = 25,6\cdot 10^6$ bits $=$

$= 3'2$ MB.

3.b) 16 PAM $= 2^4 \Rightarrow b = 4$

$tam = 3'2$ MB

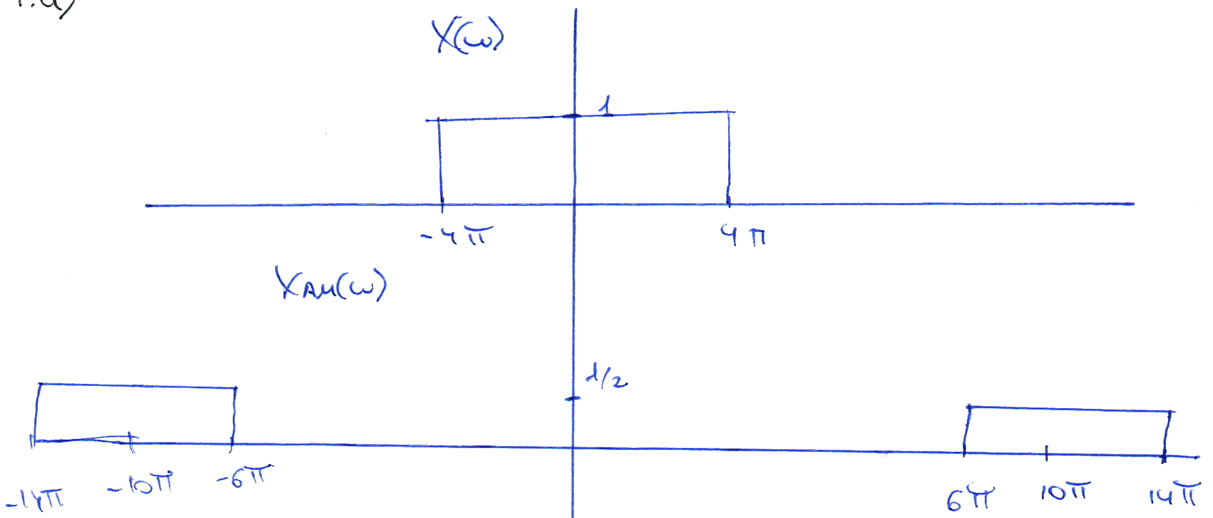
$B = 1$ MHz

$3'2\cdot 10^6\cdot 8 = Rb\cdot t$

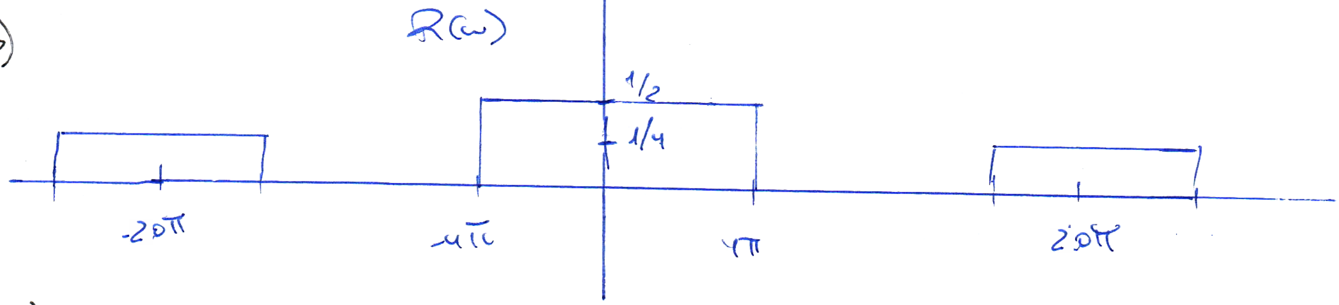
$Rb = 2Bb = 2\cdot 10^6\cdot 4 = 8\cdot 10^6$

$3'2\cdot \cancel{10^6\cdot 8} = \cancel{8\cdot 10^6}\cdot t \Rightarrow \boxed{t = 3'2\ seg}$

4 4.a)



4.b)



4.c)

$$Y(\omega) = \begin{cases} 1/2 & |\omega| < 4\pi \\ 0 & |\omega| > 4\pi \end{cases} \xrightarrow[TF^{-1}]{} y(t) = \frac{1}{2}\,\frac{\sin(4\pi t)}{\pi t}$$

5 5.a) $\omega_s = 30\pi = 2\pi f_s \Rightarrow f_s = 15\ Hz \Rightarrow T_s = \frac{1}{15} \Rightarrow t = nT_s = \frac{n}{15}$

$x(n) = \cos\left(\frac{14}{15}\pi n\right) + \left(\frac{4}{3}\pi n\right)$

5.b) $\omega_1 = 14\pi \rightarrow 2\cdot 14\pi < 30\pi$ no precisa alias

$\omega_2 = 20\pi \rightarrow 2\cdot 20\pi > 30\pi$ precisa alias.

$\omega_{alias} = 20\pi \pm 1\cdot 30\pi \begin{matrix} \nearrow 50\pi \\ \rightarrow 10\pi \end{matrix}$

$x_r(t) = \cos(14\pi t) + \cos(10\pi t)$

5.c) Dado que $\omega_{max} = 20\pi \Rightarrow \omega_s = 20\pi\cdot 2 = 40\pi = 2\pi f_s$

$\Rightarrow \boxed{f_s = 20\ Hz}$