Examen Enero 2018, preguntas y respuestas

Xestión de Infraestruturas (Universidade da Coruña)

Grado en Ingeniería Informática
Xestión de Infraestructuras (Examen de Teoría)
Fecha: 25 Enero 2018, Tiempo: 2 horas

Apellidos y Nombre: ..Soluciones..

DNI: .... Email:..

1. Ejercicio 1 (2 puntos)

   Considere la siguiente señal

$$x(t) = u(t+1) - 2u(t) + u(t-2)$$

   donde $u(t)$ es la señal escalón unidad.

   0,5 *a*) Dibuje $x(t)$.

   0,75 *b*) Determine la energía y la potencia media de $x(t)$.

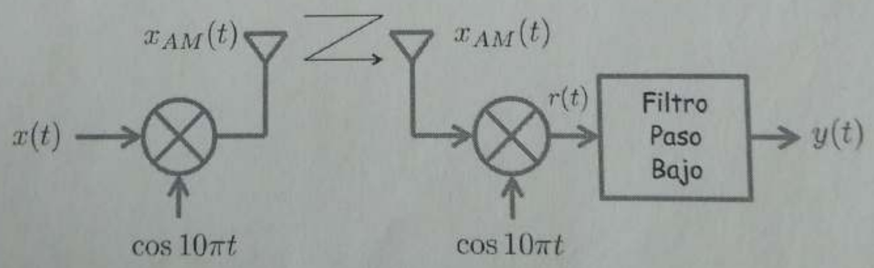
   0,75 *c*) Determine y dibuje la derivada de $x(t)$ respecto al tiempo.

2. Ejercicio 2 (2 puntos)

   La figura muestra el diagrama de bloques de un sistema de transmisión radio AM. Considere que el mensaje que se desea transmitir es la señal

$$x(t) = \frac{\sin 4\pi t}{\pi t}$$

   y que el filtro paso bajo en el receptor es ideal con ancho de banda 6π.



0,75 a) Dibuje $X_{AM}(\omega)$, la transformada de Fourier de la señal radiada $x_{AM}(t)$.

0,5 b) Dibuje $R(\omega)$, la transformada de Fourier de la señal a la salida del multiplicador en el receptor $r(t)$.

0,5 c) Determine $y(t)$, la señal en el dominio del tiempo a la salida del filtro paso bajo en el receptor.

3. Ejercicio 2 (1,25 puntos)

   Considere la señal $x(t) = e^{-at}u(t)$ donde a es un número real positivo.

   0,5 a) Demuestre que la transformada de Fourier de $x(t)$ es

   $$X(\omega) = \frac{1}{a + j\omega}$$

   0,75 b) Utilizando el resultado del apartado anterior y la propiedad de desplazamiento en tiempo, determine la transformada de Fourier de $y(t) = e^{-2t}u(t-1)$.

4. Ejercicio 4 (1,75 puntos)

   Considere la señal continua $x(t) = \cos 14\pi t + \cos 20\pi t$. Esta señal se muestrea a la frecuencia $\omega_s = 50\pi$.

   0,5 a) Determine la señal discreta $x(n)$ resultante del muestreo.

   0,5 b) Determine la señal reconstruida, $x_r(t)$.

   0,75 c) Determine la señal reconstruida, $x_r(t)$, si la frecuencia de muestreo es $\omega_s = 30\pi$.

5. Ejercicio 5 (1 punto)

   Considere una señal analógica de ancho de banda 100 kHz.

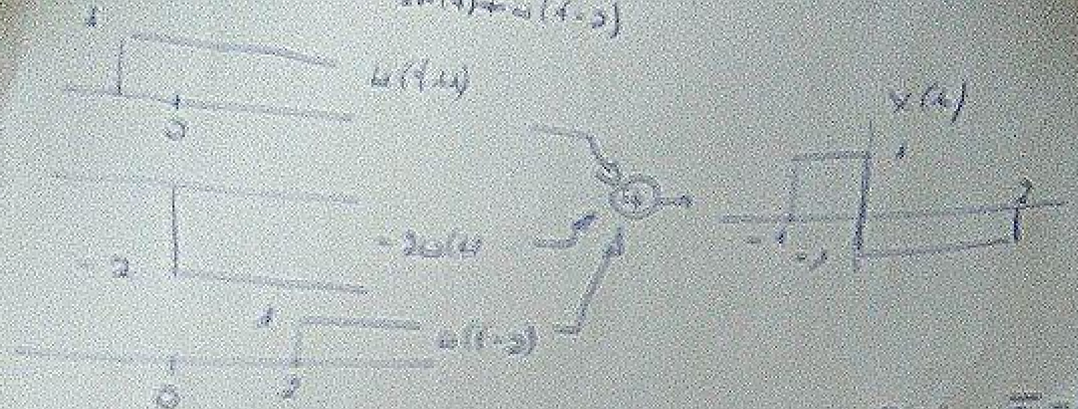
   0,5 a) Determine el tamaño de un fichero para almacenar 8 segundos de señal si se muestrea a la frecuencia de Nyquist, se cuantifica con 256 niveles, y se codifica con PCM.

   0,5 b) Determine el tiempo que se tarda en enviar el fichero a través de un canal de 1 MHz, utilizando un modem con modulación 16-PAM.

25 enero 2018

(2.0) .

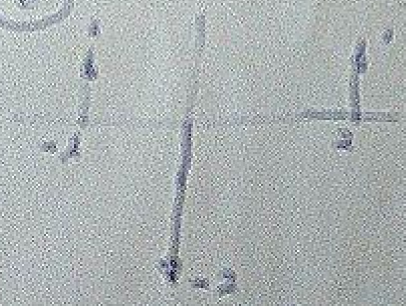
a) $x(t) = u(t+1) - 2u(t) + u(t-2)$



b) $E_x = \int_{-\infty}^{\infty} x^2(t)\,dt = 3 \cdot 1 = 3$ Julios

Señal de energía finita $\Rightarrow$ Potencia media cero $\Rightarrow$ $P_x = 0$

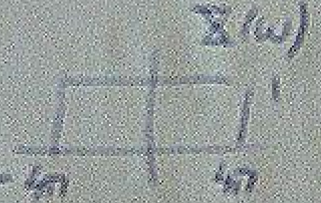
c)



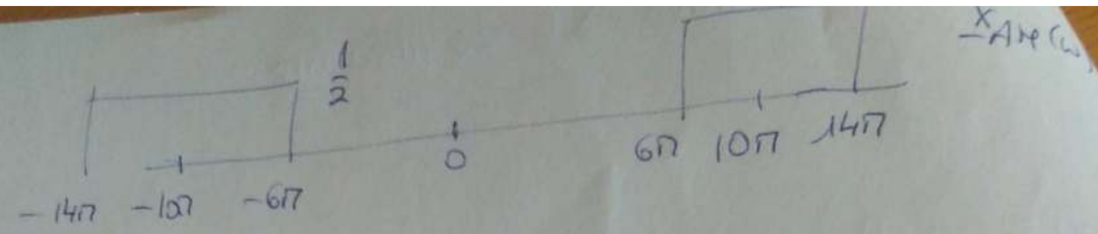
$$\frac{dx(t)}{dt} = \delta(t+1) - 2\delta(t) + \delta(t-2)$$

Ejercicio 2

a) $x(t) = \frac{\sin 4\pi t}{\pi t} \longleftrightarrow$

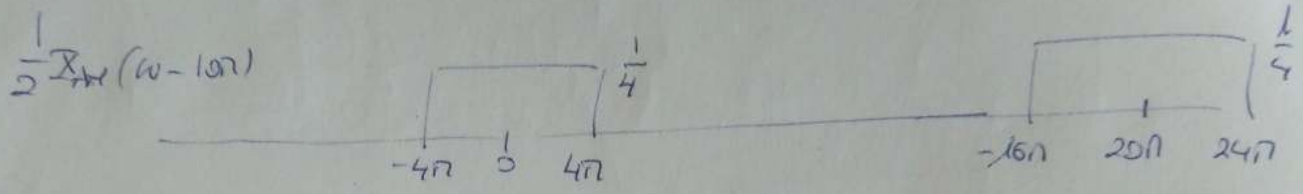


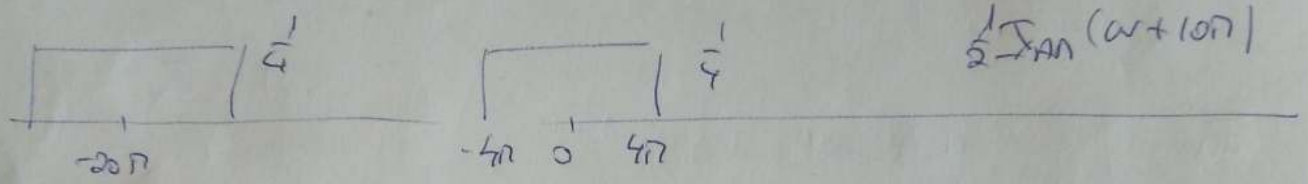
$x_{AM}(t) = x(t) \cdot \cos 10\pi t \longleftrightarrow X_{AM}(\omega) = \frac{1}{2} X(\omega - 10\pi) + \frac{1}{2} X(\omega + 10\pi)$

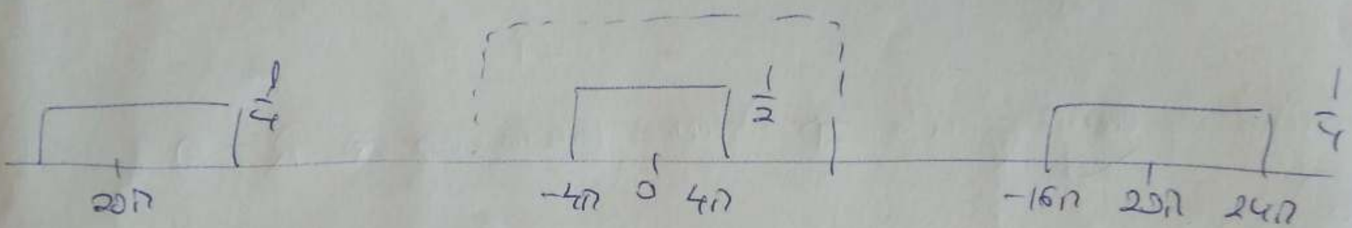


(b)

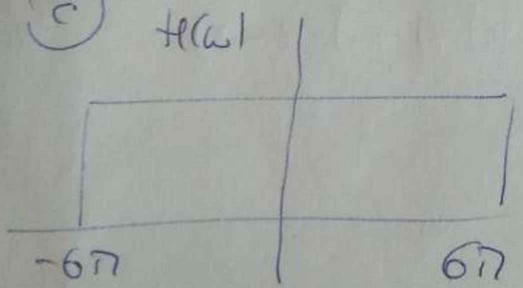
$$r(t) = x_{AM}(t) \cdot \cos 10\pi t \longleftrightarrow R(\omega) = \frac{1}{2} X_{AM}(\omega - 10\pi) + \frac{1}{2} X_{AM}(\omega + 10\pi)$$





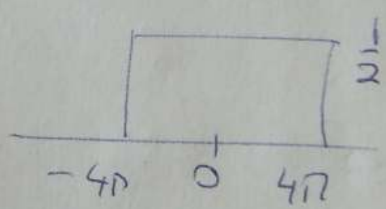


(c)



$\Rightarrow$

$$Y(\omega) = H(\omega) \cdot X(\omega)$$



$$y(t) = \frac{1}{2} \frac{\sin 4\pi t}{\pi t}$$

(2)

b3:

$$x(t) = e^{-at}u(t) \Rightarrow X(\omega) = \int_0^{\infty} e^{-at} \cdot e^{-j\omega t} dt = \int_0^{\infty} e^{-(a+j\omega)t} dt$$

$$= \frac{e^{-(a+j\omega)t}}{-(a+j\omega)}\Bigg|_0^{\infty} = \frac{0-1}{-(a+j\omega)} = \frac{1}{a+j\omega}$$

(b) $y(t) = e^{-2t}u(t-1) = e^{-2(t-1+1)}u(t-1) = e^{-2}e^{-2(t-1)}u(t-1)$

$$e^{-2t}u(t) \longleftrightarrow \frac{1}{2+j\omega}$$

$$e^{-2(t-1)}u(t-1) \longleftrightarrow \frac{1}{2+j\omega}e^{-j\omega}$$

$$y(t) = e^{-2}e^{-2(t-1)}u(t-1) \longleftrightarrow e^{-2}\frac{e^{-j\omega}}{2+j\omega} = \frac{e^{-(2+j\omega)}}{2+j\omega}$$

Ejercicio 4:

(a) $x(t) = \cos\omega_1 t + \cos\omega_2 t$ donde $\omega_1 = 14\pi$ y $\omega_2 = 20\pi$

$$\omega_s = \frac{2\pi}{T_s} = 50\pi \Rightarrow T_s = \frac{2\pi}{50\pi} = \frac{1}{25}$$

$$x(n) = x(t = nT_s) = \cos 14\pi n T_s + \cos 20\pi n T_s =$$

$$= \cos\frac{14\pi}{25}n + \cos\frac{20\pi}{25}n = \cos 0{,}56\pi n + \cos 0{,}8\pi n$$

$$= \cos 2\pi F_1 n + \cos 2\pi F_2 n \quad \text{donde } F_1 = 0{,}28 \text{ y } F_2 = 0{,}4$$

(b) si $\omega_s = 50\pi$ entonces $\omega_1 = 14\pi < \frac{\omega_s}{2} = 25\pi$, $\omega_2 = 20\pi < \frac{\omega_s}{2} = 25\pi$

Por tanto, no hay aliasing y $x_r(t) = x(t) = \cos 14\pi t + \cos 20\pi t$

(c) si $\omega_s = 30\pi$

la frecuencia $\omega_1 = 14\pi < \frac{\omega_s}{2} = 15\pi \Rightarrow$ no hay aliasing

la frecuencia $\omega_2 = 20\pi > \frac{\omega_s}{2} = 15 \Rightarrow$ hay aliasing. Esta frecuencia se reconstruye en el alias $\omega_2 - \omega_s = \cancel{15}\,20\pi - 30\pi = -\cancel{15}\,10\pi$

$x_r(t) = \cos 14\pi t + \cos(-10\pi t) = \cos(14\pi t) + \cos(10\pi t)$

Ejercicio 5:

(a)

$$\boxed{\begin{matrix} f_s \\ b \end{matrix}} \longrightarrow R_b = f_s \times b$$

$f_s = 2 \times 100 \times 10^3$

$256 = 2^8 \Rightarrow b = 8 \frac{\text{bits}}{\text{muestra}}$

$R_b = 8 \times 2 \times 100 \times 10^3 = 16 \times 10^5$ bits/sg

$\text{Tamaño} = 8\,\text{sg} \times 16 \times 10^5 \frac{\text{bits}}{\text{sg}} = \cancel{128}\,128 \times 10^5$ bits

(b) $B_{canal} = 1 \times 10^6 \Rightarrow f_{símbolo} = 2 \times B_{canal} = 2 \times 10^6 \frac{\text{símbolos}}{\text{sg}}$

$M = 16 = 2^4$ niveles $\Rightarrow 4 \frac{\text{bits}}{\text{símbolo}} \Rightarrow f_b = 4 \times f_{símbolo} = 4 \times 2 \times 10^6 =$

$= 8 \times 10^6 \frac{\text{bits}}{\text{sg}}$

$\text{Tiempo} = \frac{\cancel{256}\,128 \times \cancel{10^5}}{80 \times \cancel{10^5}} = \frac{16}{10}\,\text{sg} = 1{,}6$ seg.