GESTIÓN DE INFRAESTRUCTURAS – MÓDULO I

Estas hojas son de gran utilidad para resolver los problemas del Módulo I.
Se pueden llevar **impresas** al examen, **sin anotaciones adicionales.**

Señales básicas

Constante $x(t) = A$

Escalón unidad $u(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 1 & t > 0 \end{cases}$

Pulso rectangular $p_1(t) = \begin{cases} 1 & 0 < t < T \\ 0 & \text{resto} \end{cases}$

Sinc $x(t) = \text{sinc}(t) = \dfrac{\sin \pi t}{\pi t}$

Coseno $x(t) = A\cos(2\pi f t + \phi)$

$$x(t - t_0) = A\cos(\omega(t - t_0))$$
$$= A\cos(\omega t - \omega t_0)$$
$$= A\cos(\omega t + \phi)$$

$$\phi = -\omega t_0 = -2\pi \frac{t_0}{T_0}$$

Energía y potencia

Energía de una señal en un intervalo $E_x^T = \int_{-T/2}^{T/2} x^2(t)dt$

Energía de una señal $E_x = \lim_{T\to\infty} \int_{-T/2}^{T/2} x^2(t)dt = \int_{-\infty}^{\infty} x^2(t)dt$

Potencia en un intervalo $P_x^T = \dfrac{E_x^T}{T} = \dfrac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} x^2(t)dt$

Potencia media de una señal $P_x = \lim_{T\to\infty} \dfrac{E_x^T}{T} = \lim_{T\to\infty} \dfrac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} x^2(t)dt$

Convolución

$$y(t) = x(t) * h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)h(t-\tau)d\tau$$

$$y(t) = x(t) * h(t) = h(t) * x(t)$$

$$y(t) = x(t) * \big(g(t) * h(t)\big) = (x(t) * g(t)) * h(t)$$

$$y(t) = x(t) * \big(g(t) + h(t)\big) = x(t) * g(t) + x(t) * h(t)$$

$$y(t) = a\big(x(t) * h(t)\big) = ax(t) * h(t)$$

Sistema de comunicación

- Cada símbolo corresponde a b bits. El modulador emplea $M = 2^b$ señales diferentes.
- Señales del modulador M-PAM: $s_i(t) = A_i p(t) \quad i = 0, \ldots M-1$

$$A_i = M - 2i - 1 \quad i = 0, \ldots M-1$$

- Velocidad de símbolo $v_s = \frac{1}{T}$ velocidad de bit $v_b = bv_s$ $b = log_2 M$
- Ancho de banda mínimo de un sistema banda base: $B = \frac{v_s}{2}$
- Ancho de banda mínimo de un sistema paso banda: $B = v_s$

Transformada de Fourier

Ecuación de análisis

$$X(\omega) = TF\{x(t)\} = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-j\omega t}dt$$

Ecuación de síntesis

$$x(t) = TF^{-1}\{X(\omega)\} = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} X(\omega)e^{j\omega t}d\omega$$

Pulso de duración T

$$x(t) = \begin{cases} A & -\frac{T}{2} < t < \frac{T}{2} \\ 0 & \text{resto} \end{cases} \xleftrightarrow{TF\{\cdot\}} X(\omega) = 2A\frac{\sin(\frac{\omega T}{2})}{\omega}$$

Sinc

$$x(t) = \frac{\sin Wt}{\pi t} \xleftrightarrow{TF\{\cdot\}} X(\omega) = \begin{cases} 1 & -W < \omega < W \\ 0 & \text{resto} \end{cases}$$

Exponencial unilateral

$$x(t) = e^{-at}u(t) \xleftrightarrow{TF\{\cdot\}} \begin{aligned} |X(\omega)| &= \frac{1}{\sqrt{a^2+\omega^2}} \\ \angle X(\omega) &= -\arctan\left(\frac{\omega}{a}\right) \end{aligned}$$

Señal coseno

$$x(t) = \cos(\omega_0 t) \xleftrightarrow{TF\{\cdot\}} X(\omega) = \pi\delta(\omega-\omega_0) + \pi\delta(\omega+\omega_0)$$

Propiedades

Linealidad

$$a_1x_1(t) + a_2x_2(t) \xleftrightarrow{TF\{\cdot\}} a_1X_1(\omega) + a_2X_2(\omega)$$

Escalado en tiempo

$$x(at) \xleftrightarrow{TF\{\cdot\}} \frac{1}{|a|}X\left(\frac{\omega}{a}\right)$$

Desplazamiento en tiempo

$$x(t-t_0) \xleftrightarrow{TF\{\cdot\}} X(\omega)e^{-j\omega t_0}$$

Desplazamiento en frecuencia

$$x(t)e^{j\omega_0 t} \xleftrightarrow{TF\{\cdot\}} X(\omega-\omega_0)$$

$$x(t)e^{-j\omega_0 t} \xleftrightarrow{TF\{\cdot\}} X(\omega+\omega_0)$$

Multiplicación

$$x(t)y(t) \xleftrightarrow{TF\{\cdot\}} \frac{1}{2\pi} X(\omega) * Y(\omega)$$

Convolución

$$x(t) * y(t) \xleftrightarrow{TF\{\cdot\}} X(\omega)\,Y(\omega)$$

Relación de Parseval

$$E_x = \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2dt = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} |X(\omega)|^2d\omega$$

IEEE 802.11 – Capa PHY

- Velocidad de bit: $v_b = BSR\eta$ (sin OFDM), $v_b = \frac{C}{T_{\mathrm{DFT}}+T_{\mathrm{GI}}} SR\eta$ (con OFDM)
- Eficiencia: $$e = \frac{\frac{C}{T_{\mathrm{DFT}} + T_{\mathrm{GI}}}}{B}$$

Codificación de canal

- Detecta $d_{\mathrm{mín}} - 1$ errores. Corrige $\left\lfloor \frac{d_{\mathrm{mín}} - 1}{2} \right\rfloor$ errores.
- Código lineal sistemático *(n, k)*: $R = k/n$, matriz generadora $G = (I_k \, P_{k\times(n-k)})$, matriz control de paridad $H = (P^T I_{n-k})$, síndrome $s' = c' \, H^T$
- Probabilidad de error de palabra de un código que corrige hasta $t = \left\lfloor \frac{d_{\mathrm{mín}}-1}{2} \right\rfloor$ errores

$$p_{\mathrm{we}} \le 1 - \sum_{j=0}^{t} \binom{n}{j} p^j (1-p)^{n-j}$$

$$p_{\mathrm{we}} \le \sum_{j=t+1}^{n} \binom{n}{j} p^j (1-p)^{n-j}$$

$$p_{\mathrm{we}} \approx \binom{n}{t+1} p^{t+1}$$

- Probabilidad de error de palabra de un código de Hamming

$$p_{\mathrm{we}} = 1 - [(1-p)^n + np(1-p)^{n-1}]$$

- Probabilidad de error de bit $p_{\mathrm{be}} \approx \binom{n-1}{t} p^{t+1}$
- Probabilidad de error de bit BPSK en canal AWGN

$$p_{\mathrm{be,c}} \approx \binom{n-1}{t} p_{\mathrm{be,u}}^{t+1} = \binom{n-1}{t} \left[Q\left(\sqrt{2R \frac{E_b}{N_0}} \right) \right]^{t+1}$$