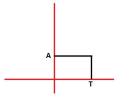
Boletin 1

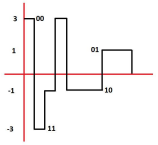
1) Ejercicio:

Se desea transmitir la secuencia de bits 0011100010100000 (para lo cual se emplea un modulador PAM con pulsos rectangulares definidos como $p(t) = A[u(t)-u(t-T)]$ donde T es el periodo de símbolo y A es la amplitud.

Dibuje la señal que se obtiene cuando se emplean 4 niveles.



4 niveles -> {-3,-1,1,3}



3) Ejercicio de clase:

Se quiere transmitir un texto a la velocidad de 800 caracteres por segundo. Los caracteres se representan en binario por medio de un código ASCII de 7 bits al que se le añade un octavo bit por cada carácter para detección de errores. Se emplea una modulación digital de 16 niveles.

a) ¿Cuál es la velocidad de bit?

b) ¿Cuál es la velocidad de símbolo?

16 niveles -> b = 4

a) Vb = 800 caracteres/s * 8 bits/caracter = 6400 bps

b) Vs = Vb/b = 6400/4 = 1600 simb/s

5) Ejercicio de clase:

Se construye un sistema conectando dos sistemas en paralelo como se muestra en figura. La salida de cada sistema se la entrada de la entrada con la respuesta impulso de ese sistema ($h_1(t)$ o $h_2(t)$).

Considérando la siguiente señal,

$$x(t) = \begin{cases} 1 & 0 < t < 1 \\ 0 & \text{resto} \end{cases}$$

determine la salida del sistema para $h_1(t) = \delta(t) + \delta(t-1)$ y $h_2(t) = \delta(t-2)$.

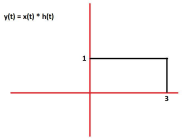
Las convoluciones en paralelo se suman -> h(t) = h1(t) + h2(t)

h(t) = [δ(t) + δ(t-1)] + [δ(t-2)] = δ(t) + δ(t-1) + δ(t-2)

x(t) = u(t) - u(t-1)

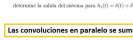
x(t) * h(t) = [u(t) + u(t-1) + u(t-2)] - [u(t-1) + u(t-2) + u(t-3)] =
= u(t) + u(t-1) - u(t-1) + u(t-2) - u(t-2) - u(t-3) =
= u(t) - u(t-3)

y(t) = x(t) * h(t)



7) Ejercicio:

Se construye un sistema conectando dos sistemas en serie como se muestra en la figura. La salida de cada sistema es la entrada de su entrada con la respuesta al impulso de ese sistema.



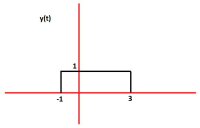
Para la señal $x(t) = u(t+1) - u(t-1)$, determine la salida de un sistema formado por dos sistemas conectados en serie con $h_1(t) = \delta(t-2)$ y $h_2(t) = \delta(t+2) + \delta(t)$.

Las convoluciones en serie se multiplican -> h(t) = h1(t) * h2(t)

h(t) = δ(t-2) * [δ(t+2) + δ(t)] = δ(t-2+2) + δ(t-2) = δ(t) + δ(t-2)

x(t) * h(t) = [u(t+1) - u(t-1)] * [δ(t) + δ(t-2)] = [u(t+1) + u(t-1)] +
+ [-u(t-1) - u(t-3)] = u(t+1) + u(t-1) - u(t-1) - u(t-3) =
= u(t+1) - u(t-3)

y(t)



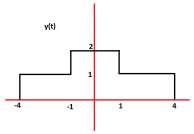
8) Ejercicio de clase:

Calcule la convolución $y(t) = x(t) * h(t)$ de las siguientes señales:

$$x(t) = u(t+2) - u(t-3)$$
$$h(t) = \delta(t+2) + \delta(t-1)$$

x(t) * h(t) = [u(t+2) - u(t-3)] * [δ(t+2) + δ(t-1)] =
=[u(t+4) + u(t+1)] + [-u(t-1) - u(t-4)] =
= u(t+4) + u(t+1) - u(t-1) - u(t-4)

y(t)



9) Ejercicio de clase (apartados (a) y (b)):

A partir de la explicación dada en la clase de teoría, represente la convolución $y(t) = x(t) * h(t)$ de las siguientes señales:

a) $x(t) = u(t) - u(t-1)$ y $h(t) = u(t) - u(t-2)$.

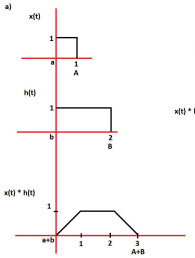
b) $x(t) = 2(u(t) - u(t-1))$ y $h(t) = u(t)$.

c) $x(t) = u(t) - u(t-1)$ y $h(t) = x(t-2)$.

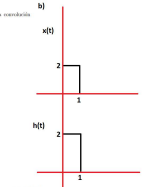
d) $x(t) = u(t) - u(t-1)$ y $h(t) = \delta(t+2) + \delta(t-1)$.

e) $x(t) = u(t) - u(t-1)$ y $h(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(t-k)$.

a)



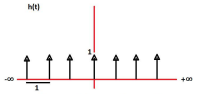
b)



En una convolucion, la altura es la multiplicacion de las areas

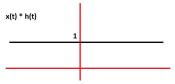
e) x(t)

h(t)



Tren de pulsos infinito con 1 de separación (replican la señal cada 1 de separacion, como x(t) dura 1, la replican por todo el plano)

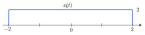
x(t) * h(t)



Tema 2

2) determine la transformada de Fourier de los tres pulsos:

a) La señal $x_1(t)$ dada en la siguiente figura.



a) $X_1(\omega) = 4\frac{\operatorname{sen}(2\omega)}{\omega}$

b) La señal $x_2(t)$ dada en la siguiente figura.

b) $X_2(\omega) = 8\frac{\operatorname{sen}(\frac{\omega}{2})}{\omega}$

c) Utilizando las propiedades de la transformada de Fourier, determine $X_3(\omega)$ a partir de $X_1(\omega)$.

$$x_3(t) = 2x_1(at) \quad con \quad a = 4$$

Por tanto,

$$X_3(\omega) = 2\frac{1}{a}X_1(\frac{\omega}{a}) = 2\frac{1}{4}X_1(\frac{\omega}{4}) = \frac{1}{2}X_1(\frac{\omega}{4})$$

d) $y_1(t) = 2[u(t) - u(t-4)]$.

d) $Y_1(\omega) = 4\frac{\operatorname{sen}(2\omega)}{\omega}e^{-j2\omega}$

e) $y_2(t) = 4[u(t+1) - u(t)]$

e) $Y_2(\omega) = 8\frac{\operatorname{sen}(\frac{\omega}{2})}{\omega}e^{j\omega/2}$

4) Ejercicio

Considere la siguiente transformada básica

$$x(t) = \cos(\omega_0 t) \longrightarrow X(\omega) = \pi\delta(\omega + \omega_0) + \pi\delta(\omega - \omega_0)$$

Utilizando la propiedad de desplazamiento en tiempo, determine la transformada de Fourier de la siguiente señal:

$$x_1(t) = \cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$$

1º Aplicamos la TF del coseno:

x(t) = cos(2πt) = π·δ(ω-2π) + π·δ(ω+2π)

2º Aplicamos el desplazamiento en el tiempo:

ϕ = -ωto -> π/4 = -2πto -> to = -1/8

$$x(t - t_0) \xrightarrow{TF(\cdot)} X(\omega)e^{-j\omega t_0}$$

X(ω)·e^{-j·2πt·(-1/8)} =X(ω)·e^{-jπ/4)

3º Si queremos podemos aplicar la propiedad asociativa:

$$X_1(\omega) = \pi\delta(\omega - 2\pi)e^{j\frac{\pi}{4}} + \pi\delta(\omega + 2\pi)e^{-j\frac{\pi}{4}}$$

5) Ejercicio:

Determine la transformada de Fourier de las siguiente señales

$$x(t) = \cos(2\pi t) + \cos(4\pi t)$$

1º Aplicamos la TF del coseno:

X_1(ω) = cos(2πt) = π·δ(ω-2π)+π·δ(ω+2π)
X_2(ω) = cos(4πt) = π·δ(ω-4π)+π·δ(ω+4π)

X(ω) = π·δ(ω-2π)+π·δ(ω+2π) + π·δ(ω-4π)+π·δ(ω+4π)

6) Ejercicio de clase (apartados (a) y (b)):

Considere un filtro paso bajo ideal de frecuencia de corte $W = 6\pi$

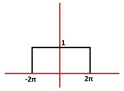
a) Determine la salida $y_1(t)$ cuando la entrada es $x_1(t) = \frac{\operatorname{sen}(2\pi t)}{\pi t}$

b) Calcule la energía de $x_1(t)$ y de $y_1(t)$.

c) Determine la salida $y_2(t)$ cuando la entrada es $x_2(t) = \frac{\operatorname{sen}(2\pi t)}{\pi t}\cos(6\pi t)$

d) Calcule la energía de $x_2(t)$ y de $y_2(t)$.

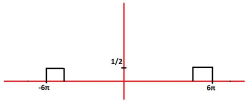
a)



b) **Utilizo la Relacion de Parseval**

$$E_x = \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} |X(\omega)|^2 d\omega$$

E_{y1} = E_{x1} = 4π/2π = 2J

c) **x2(t) antes de aplicar el filtro de W=6π**

Aplicamos el filtro: