Examen de muestra/práctica Enero 2019, preguntas y respuestas

Xestión de Infraestruturas (Universidade da Coruña)

Grado en Ingeniería Informática
Xestión de Infraestructuras (Examen de Teoría)
Fecha: 8 Enero 2019, Tiempo: 2 horas

Apellidos y Nombre: Soluciones

DNI: .... Email: ....

1. Ejercicio 1 (1,5 puntos)

   Considere la siguiente señal

$$x(t) = u(t+3) - u(t+1) - u(t-1) + u(t-3)$$

   donde $u(t)$ es la señal escalón unidad.

   0,75 a) Dibuje $x(t)$.

   0,75 b) Determine la energía y la potencia media de $x(t)$.

2. Ejercicio 2 (2.5 puntos)

   Considere la señal pulso rectangular de duración T

$$p(t) = \begin{cases} A & -\frac{T}{2} < t < \frac{T}{2} \\ 0 & \text{resto} \end{cases}$$

   0,75 a) Demuestre que la transformada de Fourier de $p(t)$ es

$$P(\omega) = 2A\frac{\sin(\frac{\omega T}{2})}{\omega}$$

   0,5 b) Dibuje la señal $z(t) = p(t+T) - p(t-T)$

   0,25 c) Determine los valores de A y T para que $z(t)$ sea igual a la señal $x(t)$ del ejercicio 1.

   1 d) Determine la transformada de Fourier de la señal $x(t)$ del ejercicio 1.

3. Ejercicio 3 (1,5 puntos)

Considere un filtro paso bajo ideal de frecuencia de corte 4π

0,5 a) Determine la salida $y(t)$ cuando la entrada es $x(t) = \dfrac{\sin(2\pi t)}{\pi t}$

1 b) Determine la salida $y(t)$ cuando la entrada es $x(t) = \dfrac{\sin(2\pi t)}{\pi t}\cos(4\pi t)$

4. Ejercicio 4 (1,5 puntos)

Considere la señal continua $x(t) = \cos 14\pi t + \cos 20\pi t$. Esta señal se muestrea a la frecuencia $\omega_s = 30\pi$.

0,75 a) Determine la señal discreta $x(n)$ resultante del muestreo.

0,5 b) Determine la señal reconstruida, $x_r(t)$.

0,25 c) Determine la mínima frecuencia de muestreo para que la señal reconstruida, $x_r(t)$, sea igual a $x(t)$.

5. Ejercicio 5 (1 punto)

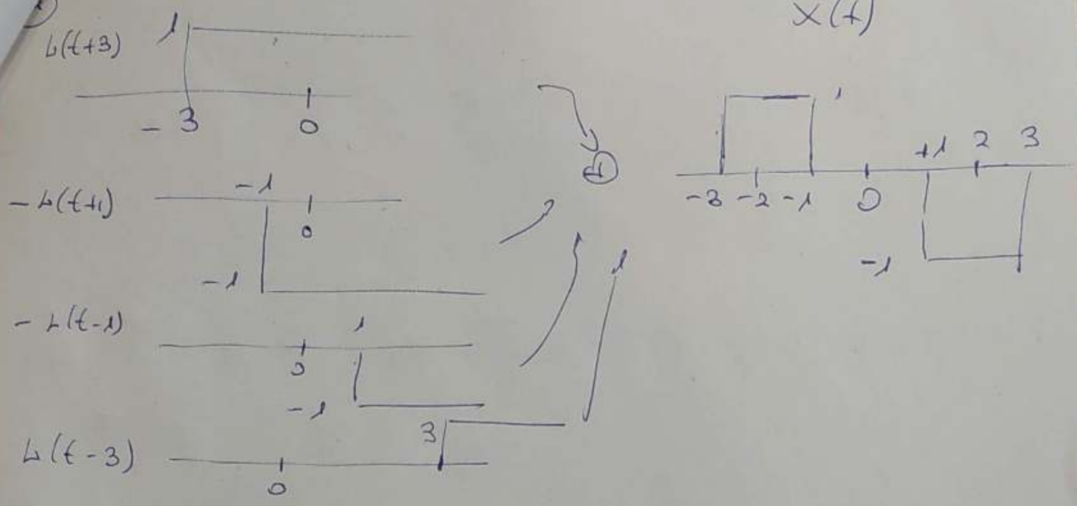
Considere una señal analógica de ancho de banda 100 kHz.

0,5 a) Determine el tamaño de un fichero para almacenar 8 segundos de señal si se muestrea a la frecuencia de Nyquist, se cuantifica con 256 niveles, y se codifica con PCM.

0,5 b) Determine el tiempo que se tarda en enviar el fichero a través de un canal de 1 MHz, utilizando un modem con modulación 16-PAM.

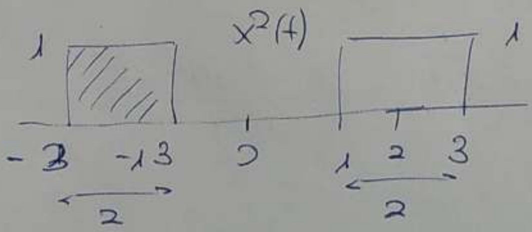
Ejercicio 1:

a)



b) $E_x = \int_{-\infty}^{\infty} x^2(t)\,dt = 2\times1 + 2\times1 = 4$ Julios

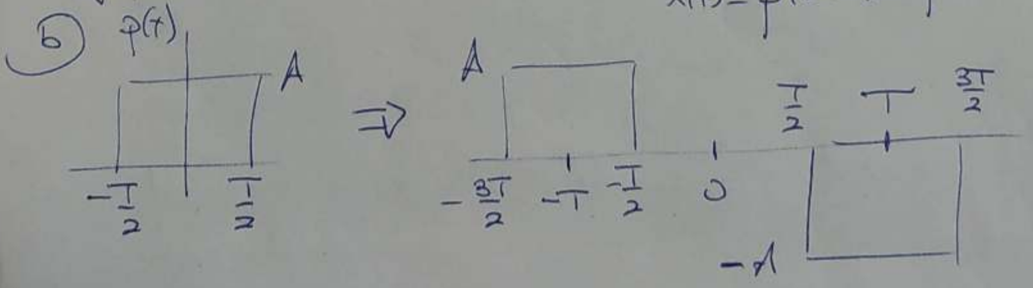
Señal de energía finita ⇒ Potencia media 0



Ejercicio 2

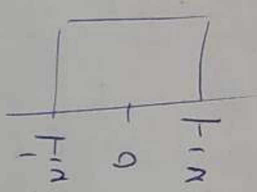
b)

$x(t) = p(t+T) - p(t-T)$



(c) Si $A = 1$, $T = 2$ entonces se obtiene la señal de $x(t)$ del ejercicio 1

(d) $p(t)$



$\xleftrightarrow{TF} P(\omega) = 2A\,\dfrac{\text{sen}\left(\frac{\omega T}{2}\right)}{\omega}$

$$x(t) = p(t+T) - p(t-T) \xleftrightarrow{TF} X(\omega) = P(\omega)e^{j\omega T} - P(\omega)e^{-j\omega T}$$

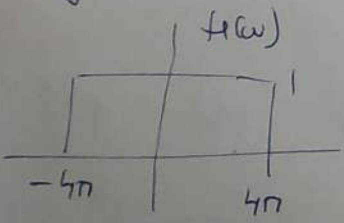
$$= 2j\,P(\omega)\,\frac{e^{j\omega T} - e^{-j\omega T}}{2j}$$

$$= 2j\,P(\omega)\,\text{sen}(\omega T)$$

$$X(\omega) = 2j \cdot 2A\,\frac{\text{sen}\left(\frac{\omega T}{2}\right)}{\omega} \cdot \text{sen}(\omega T)$$

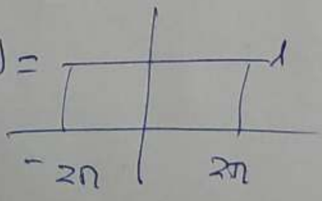
Si $A = 1$, $T = 2 \Rightarrow X(\omega) = 4j\,\dfrac{\text{sen}(\omega)\,\text{sen}(2\omega)}{\omega}$

Ejercicio 3:

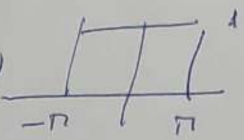


$$X(\omega) \longrightarrow \boxed{H(\omega)} \longrightarrow Y(\omega) = H(\omega)\,X(\omega)$$

(a) $x(t) = \dfrac{\text{sen}\,2\pi t}{\pi t} \xleftrightarrow{TF} X(\omega) =$



Sea $x(t) = \frac{\operatorname{sen} \pi t}{\pi t} \longleftrightarrow X(\omega)$



Entonces $Y(\omega) = \frac{1}{2} X(\omega+3\pi) + \frac{1}{2} X(\omega-3\pi)$

$$y(t) = \frac{1}{2} x(t)\, e^{-j3\pi t} + \frac{1}{2} x(t)\, e^{j3\pi t}$$

$$= x(t)\cdot \cos 3\pi t = \frac{\operatorname{sen}\pi t}{\pi t}\cdot \cos 3\pi t$$

Ejercicio 4:

(a) $\omega_s = 30\pi = \frac{2\pi}{T_s} \Rightarrow T_s = \frac{2\pi}{30\pi} = \frac{1}{15}$ sg (periodo muestreo)

$$x(n) = x(t = nT_s) = x\left(t = \frac{n}{15}\right) = \cos\left(14\pi \frac{n}{15}\right) + \cos\left(20\pi \frac{n}{15}\right)$$

$$= \cos\left(\frac{14}{15}\cdot \pi n\right) + \text{—}\left(\frac{4\pi}{3}\cdot n\right) = \cos\left(2\pi\cdot\frac{7}{15}\cdot n\right) + \cos\left(2\pi\frac{2}{3}\right.$$

Observar que $F_1 = \frac{7}{15} < \frac{1}{2} \Rightarrow$ no hay aliasing

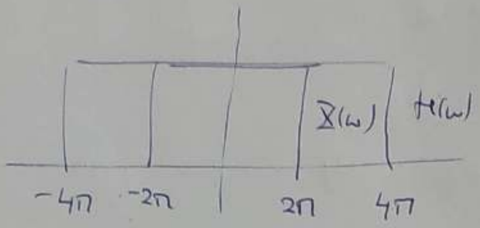
Por el contrario, $F_2 = \frac{2}{3} > \frac{1}{2} \Rightarrow$ ¡Hay aliasing!

F_2 es un alias de la frecuencia $\frac{2}{3} - 1 = \frac{2}{3} - \frac{3}{3} = -\frac{1}{3}$

$$x(n) = \cos\left(2\pi \frac{7}{15}\cdot n\right) + \cos\left(-2\pi \frac{1}{3} n\right) =$$

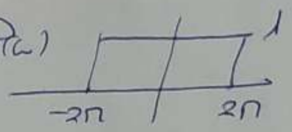
$$= \cos\left(\frac{14\pi}{15} n\right) + \cos\left(\frac{2\pi}{3}\cdot n\right)$$

$$Y(\omega) = H(\omega)\cdot X(\omega) = X(\omega) \Rightarrow y(t) = \frac{\text{sen } 2\pi t}{\pi t}$$



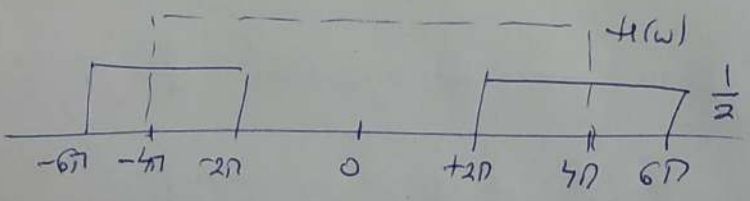
(b) $x(t) = \frac{\text{sen } 2\pi t}{\pi t} \cdot \cos 4\pi t = p(t) \cos 4\pi t$

$$p(t) = \frac{\text{sen } 2\pi t}{\pi t} \longleftrightarrow P(\omega)$$

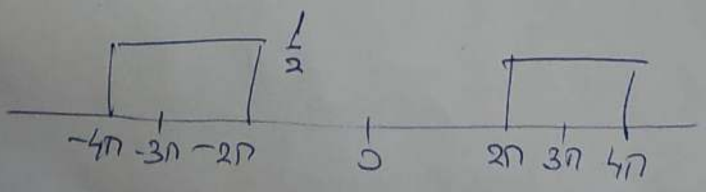


$$x(t) = \frac{1}{2} p(t) e^{j4\pi t} + \frac{1}{2} p(t) e^{-j4\pi t}$$

$$X(\omega) = \frac{1}{2} P(\omega - 4\pi) + \frac{1}{2} P(\omega + 4\pi)$$



$$Y(\omega) = H(\omega) \cdot X(\omega)$$



3

$\omega_s = 30\pi \Rightarrow \frac{\omega_s}{2} = 15\pi$

$\omega_1 = 14\pi < \frac{\omega_s}{2} = 15\pi \Rightarrow$ se reconstruye a $\omega_1 = 14\pi$

$\omega_2 = 20\pi > \frac{\omega_s}{2} = 15\pi \Rightarrow$ se reconstruye a $\omega_1 - \omega_s =$
$= 20\pi - 30\pi = -10\pi$

$x_r(t) = \cos 14\pi t + \cos(-10\pi t) = \cos(14\pi t) + \cos(10\pi t)$

(c) Máxima frecuencia en $x(t)$: $20\pi \Rightarrow \omega_s > 2 \times 20\pi = 40\pi$

Mínimo $\omega_s = 40\pi$

Ejercicio 5

(a) Ancho banda señal analógica: $100 \text{ kHz} = 100 \times 10^3 \text{ Hz}$

Frecuencia de muestreo: $2 \times 100 \times 10^3 \frac{\text{muestras}}{\text{sg}}$

nº bit/sg : $R_b = 8 \frac{\text{bits}}{\text{muestra}} \times 2 \times 100 \times 10^3 = 16 \times 100 \times 10^3 \frac{\text{bits}}{\text{sg}}$

nº bits : $8 \text{ sg} \times R_b = 8 \times 16 \times 100 \times 10^3 = 128 \times 10^5 = 12{,}8\ 10^6 \text{ bits}$

(b) Ancho banda canal: $1 \text{ MHz} = 10^6 \text{ Hz}$

Velocidad de símbolo $2 \times 10^6 \frac{\text{símbolos}}{\text{sg}}$

velocidad de bit (16-PAM) $= 4 \times v_s = 4 \times 2 \times 10^6 = 8 \times 10^6 \frac{\text{bits}}{\text{sg}}$

$\text{Tiempo} = \frac{12{,}8 \times \cancel{10^6}}{8 \times \cancel{10^6}} = \frac{12{,}8}{8} = 1{,}6 \text{ sg}$