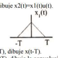
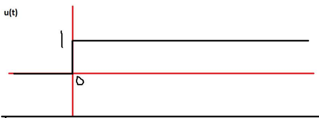
1. a)[0.2p] Para le señal de la figura, dibuje x2(t)=x1(t)u(t).



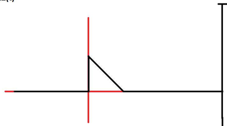
b)[0.2p] Para la señal x(t)=u(t)-u(t-T), dibuje x(t-T).
c)[0.2p] Para la señal x(t)=u(t)-u(t-2T), dibuje la convolución x(t)*(δ(t) +δ(t-T)).
d)[0.2p] Para la señal x(t)=cos(120πt+30º),diga cuál es el desplazamiento t_0.
e)[0.2p] Utilizando la relación de Parseval, calcule la energía de $x(t)=\frac{\sin 4\pi t}{\pi t}$.

a)

u(t)

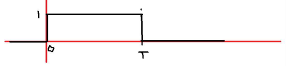


x2(t)

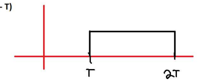


b)

x(t)

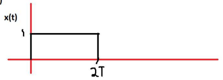


x (t - T)

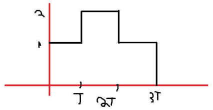


c)

x(t)



u(t) - u(t-2T) + u(t-T) - u(t-3T)



d)

x(t) = cos(120Πt+30º)

θ = -2Π(to/To) -> 30º = -2Π(to/(1/60)) ->
-> Π/6 = 120Πto -> to = 1.389s

ω = 120Π = 2Πf -> f = 60 -> To = 1/60

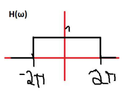
e)

$$E_x = \frac{1}{2\pi}\int_{-4\pi}^{4\pi} 1^2\, dw = \frac{1}{2\cancel{\pi}} 8\cancel{\pi} = \underline{4 \text{ Julios}}$$

2. [1.5p] Considere un filtro paso bajo con frecuencia de corte W=2π.
a) Represente el filtro en el dominio de la frecuencia.
b) Determine la salida del filtro y(t) cuando la entrada es $x(t)=\frac{\sin 4\pi t}{\pi t}$.
c) Determine la salida del filtro y(t) cuando la entrada es x(t)=cos(πt+30º).

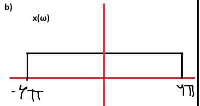
a)

H(ω)

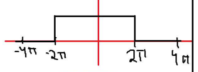


b)

x(ω)



H(ω) * x(ω)



$$\boxed{y(t) = \frac{\sin 2\pi t}{\pi t}}$$

c)

Desplazamiento en tiempo $\quad x(t-t_0) \xleftrightarrow{TF\{\cdot\}} X(\omega)e^{-j\omega t_0}$

Señal coseno
$$x(t) = \cos(\omega_0 t) \xleftrightarrow{TF\{\cdot\}} X(\omega) = \pi\delta(\omega-\omega_0) + \pi\delta(\omega+\omega_0)$$

x(t) = cos(Πt + 30º) **θ = -ωto -> -30 = -Πto -> to = 30/Π**

Transformada de Fourier a la señal coseno:
X(t) = cos(Πt) -> X(ω) = Π·δ(ω-Π) + Π·δ(ω+Π)

Aplicamos el Desplazamiento en el tiempo:
X(ω) = (Π·δ(ω-Π)+Π·δ(ω+Π))·e^(-j·ω·(30/Π))

3.[1.5p] Una señal analógica se muestrea a la frecuencia de Nyquist y se codifica con 5 bits.
Se desea transmitir esa señal a través de un canal con un ancho de banda de 100KHz empleando un sistema PAM binario.
a) Cálcule la máxima velocidad de bit y de símbolo que puede emplearse.
b) Calcule el ancho de banda máximo que puede tener la señal analógica para ser transmitida.
c) Escriba la expresión de una señal coseno cuyo ancho de banda sea el obtenido en el apartado anterior. representa la transformada de Fourier de esa señal.

a) velocidad de bit $v_b = bv_s$

Ancho de banda mínimo de un sistema banda base: $B = \frac{v_s}{2}$

PAM binario = 2^1 -> b = 1 **vs = 100KHz * 2 = 200K simbolos/s**

vb = 1 * 200KHz = 200Kbps

b) **Ancho de banda = fx**

frecuencia de muestreo <= velocidad bits / tamaño de la muestra en bits

fs <= Rb/bs = 200k / 5 = 40kHZ

fs = 2 fx -> fx = 40k/2 = 20kHz

c) **ω = 2Πf = 2Π·20kHz**

Aplico la TF a la señal coseno

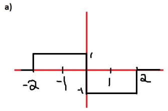
x(t) = cos(2Π·20k·t)

TF ↓

x(ω) = Π·δ(ω-40kΠ)+Π·δ(ω+40kΠ)

1. (2 puntos)Sea x(t)=u(t+2)-2u(t)+u(t-2)
a) Dibujar x(t).
b) Determine la energía y la potencia media de x(t).
c) Determine y dibuje la derivada de x(t) respecto al tiempo.

a)



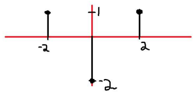
b)

$$E = \int_{-2}^{0} 1^2 dt + \int_{0}^{2} (-1)^2 dt = t\Big]_{-2}^{0} + t\Big]_{0}^{2} = (0-(-2)) + (2-0) = 4 \text{ Julios}$$

$$Pot = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} x^2(t)\, dt = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T}\int_{-2}^{0} 1^2 dt + \int_{0}^{-2} (-1)^2 dt = \frac{4}{\infty} = 0 \text{ watt}$$

Dado que la energía de la señal es finita es normal que dea que la Potencia es 0.

c) **d x(t) / dt = δ(t+2) - 2δ(t) + δ(t+2)**



2. (1,5 puntos)Considere la señal x(t) = e^{-at} u(t) con a un número real positivo.
a) Demuestre que la transformada de Fourier de x(t) es:
$$X(w) = \frac{1}{a+jw}$$
b) Determine la transformada de Fourier de x(t)=[e^{-t}+e^{-3t}] u(t) usando el resultado del apartado a.
c) Determine la transformada de Fourier de x(t)=e^{-2t} u(t-1) usando el resultado del apartado a y la propiedad de desplazamiento en el tiempo.

a)

$$2.a)\ TF(x(t)) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)\, e^{-j2\pi ft} dt = \int_{0}^{\infty} e^{-at-j2\pi ft} dt =$$

$2\pi f$ & u(t)

$$\frac{e^{-(a+2\pi fj)t}}{-(a+2\pi fj)}\Bigg]_{0}^{\infty} = 0 + \frac{1}{a+2\pi fj} = \boxed{\frac{1}{a+j\omega}}$$

NO HAI QUE HACERLO,
CURIOSIDAD PROFE

3. (1 punto)Sea una señal analógica con ancho de banda de 200KHz.
a) Cúal será el tamaño del fichero para almacenar 8 segundos de información si se muestrea a frecuencia de Nyquist, cuantificandose a 256 lvl (Nota de la academia con lvl querian decir niveles) con codificación PCM.
b) Cúanto tiempo se tardará en enviar el fichero a traves de un canal de 1MHz utilizando 16-PAM.

a) **Nivel 256 = 2^8 -> b = 8**

Vs = 2 * B = 2 * 200kHz = 400k simbolos/s

Vb = 8 * 400k = 3,2·10^6 bits/s

tam = Vb * t = 3,2·10^6 * 8 = 25,6·10^6 = 3,2 MB

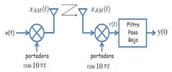
b) **B = 1MHz** **16 - PAM = 2^4 -> b = 4**

tam = Vb * t -> 3,2 MB = Vb * t -> 3,2·10^6 * 8 = Vb * t

Vb = 2 * B * b = 2 * 10^6 * 4 = 8·10^6

3,2·10^6 * 8 = 8·10^6 * t -> t = 3,2s

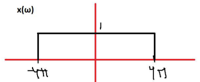
4. (2 puntos) Considere un filtro paso bajo ideal de frecuencia de corte W= 6π y una señal $x(t)=\frac{\text{sen}(4\pi t)}{\pi t}$.



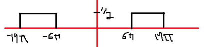
a) Dibujar la transformada de fourier Xam(w).
b) Dibujar la transformada de fourier R(w).
c) Calcular la respuesta en frecuencia del filtro y la salida y(t) en el dominio del tiempo.

a)

x(ω)

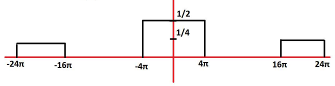


Xam(ω)



b)

R(ω)



c)

$$Y(\omega) = \begin{cases} 1/2 & |\omega|<4\pi \\ 0 & |\omega|>4\pi \end{cases} \xRightarrow{TF^{-1}} y(t) = \frac{1}{2}\frac{\sin(4\pi t)}{\pi t}$$

5. (1.5 puntos) Considere la señal continua x(t)=cos(14πt)+cos(20πt) .Esta señal se muestrea a la frecuencia w_s=30π.
a) Determine la señal discreta x(n) resultante del muestreo.
b) Determine la señal reconstruida $x_r(t)$.
c) Calcule la mínima frecuencia de muestreo para que $x_r(t)$ sea igual a x(t).

a) **Ws = 2πf -> 30π = 2πf -> f = 15 Hz -> T = 1/15**

t = n T -> t = n/15

x(n) = cos((14/15)·π·n) + cos ((4/3)·π·n)

b)