

На правах рукописи



**ЛЕВАШЕВ СЕРГЕЙ ПЕТРОВИЧ**

**РАЗРАБОТКА И ИССЛЕДОВАНИЕ МЕТОДОВ  
СЕГМЕНТАЦИИ И РАСПОЗНАВАНИЯ  
ТРЕХМЕРНЫХ ОБЪЕКТОВ**

Специальность 05.13.17 — Теоретические основы информатики

**АВТОРЕФЕРАТ**  
диссертации на соискание учёной степени  
кандидата технических наук

Таганрог 2019

Работа выполнена в ФГАОУ ВО «Южный федеральный университет»

- Научный руководитель: доктор физико-математических наук,  
профессор Каркищенко Александр Николаевич,  
ФГАОУ ВО «Южный федеральный университет»  
(г. Таганрог)
- Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук,  
профессор Лепский Александр Евгеньевич,  
ФГАОУ ВО «Национальный исследовательский  
университет «Высшая школа экономики»  
(г. Москва)
- доктор технических наук,  
профессор Бутакова Мария Александровна,  
ФГБОУ ВО «Ростовский государственный уни-  
верситет путей сообщения», декан факультета  
«Информационные технологии управления»  
(г. Ростов-на-Дону)
- Ведущая организация: ФГБОУ ВО «Кубанский государственный универ-  
ситет» (г. Краснодар)

Защита состоится «14» февраля 2020 г. в 14<sup>00</sup> на заседании объединенного дис-  
сертационного совета Д 999.065.02, созданного на базе ФГАОУ ВО «ЮФУ»  
и ФГБОУ ВО «ЮРГПУ (НПИ) имени М.И. Платова», по адресу: 347928, г. Та-  
ганрог, пер. Некрасовский, 44, ауд. Д-406.

С диссертацией можно ознакомиться в Зональной научной библиотеке  
ЮФУ по адресу 344090, Ростов-на-Дону, ул. Зорге, 21-ж и на сайте  
<https://hub.sfedu.ru/diss/announcement/e3f07dfe-b7fe-496a-b6d8-84fdb98620a5/>.

Автореферат разослан «\_\_\_» декабря 2019 г.

Просим Вас присылать отзыв на автореферат в двух экземплярах, заверенный  
гербовой печатью учреждения, по адресу: 347928, г. Таганрог, пер. Некрасов-  
ский, 44, ауд. Г-144, ученому секретарю диссертационного совета Д 999.065.02.

Ученый секретарь  
диссертационного совета Д 999.065.02  
доктор технических наук, профессор



А.Н. Целих

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

**Актуальность темы.** В последнее время распознавание образов — одно из наиболее перспективных направлений искусственного интеллекта и компьютерного зрения. Данное направление охватывает практически все области. В теории распознавания образов можно выделить в отдельный класс задачи, связанные с сегментацией и распознаванием трехмерных объектов. Под сегментацией трехмерных данных в компьютерном зрении понимается разделение данных, заданных в трехмерном пространстве на части, представляющие собой отдельные объекты (сегментация на отдельные объекты) или на классы объектов (семантическая сегментация) по определенным признакам. Зачастую сегментация является одним из этапов задачи распознавания объектов. Под распознаванием трехмерных объектов можно понимать два типа задач: идентификация — поиск заданного объекта из базы объектов и классификация — отнесение предъявляемого объекта к одному из известных классов.

Сегментация и распознавание объектов по трехмерным данным — гораздо менее изученные области по сравнению с сегментацией и распознаванием по двумерным данным. Исследования в этих областях в основном начаты относительно недавно. Развитие технологий обработки, хранения и передачи данных, графического оборудования и вычислительных систем способствует постоянному улучшению существующих, а также появлению новых методов распознавания образов. Разработка точных, робастных и быстрых методов сегментации и распознавания трехмерных данных в соответствии с тенденциями развития технологий является безусловно актуальной задачей.

**Цель и задачи исследования.** Целью диссертационного исследования является разработка новых и улучшение существующих методов сегментации и распознавания трехмерных объектов на основе использования алгебраических и топологических инвариантов.

Для достижения цели необходимо решить следующие основные задачи:

- 1) разработать модифицированные методы семантической сегментации и сегментации на отдельные объекты;
- 2) разработать и исследовать метод определения параметров сегментации;
- 3) разработать методы распознавания объектов по облаку точек;
- 4) разработать метод высокоточного распознавания трехмерных объектов с использованием машинного обучения.

**Личный вклад автора.** Основные научные результаты, аналитические выражения, доказательства, методы и алгоритмы, приведенные в диссертации, получены автором лично, либо при его непосредственном участии.

**Методы исследований** основываются на аналитической геометрии, методах оптимизации, векторном анализе, численных методах, теории вероятностей, теории графов, теории инвариантов, дифференциальной геометрии, теории распознавания образов.

**Научная новизна.** Заключается в следующем:

- *разработан метод семантической сегментации на группы объектов*, отличающийся совместным использованием модифицированных робастных оценок и редукции семантических классов, которые позволяют повысить скорость и улучшить качество семантической сегментации;
- *разработан метод сегментации на отдельные объекты*, отличающийся использованием сжатой информации об интенсивностях лазерных данных и введенным способом трехмерной фильтрации интенсивностей, которые позволяют улучшить точность выделения отдельных объектов;

- *разработан метод определения параметров сегментации*, отличающийся использованием модифицированных вероятностных характеристик, применение которых позволяет однозначно найти параметры сжатия данных для качественной сегментации и распознавания объектов по облаку точек;
- *разработаны методы распознавания трехмерных объектов по облакам точек*, отличающиеся применением комбинации модифицированных алгебраических, спектральных и топологических инвариантов, позволяющих понизить размерность исходных данных и улучшить качество распознавания;
- *разработан метод высокоточного распознавания объектов, заданных треугольными поверхностями сетками*, отличающийся использованием введенных способов сжатия спектральных и топологических инвариантов и их агрегации на основе глубокого машинного обучения, которые позволяют повысить скорость и улучшить качество распознавания трехмерных объектов.

**Область исследования.** Диссертационное исследование соответствует **пункту 7** паспорта научной специальности 05.13.17 — Теоретические основы информатики: *разработка методов распознавания образов, фильтрации, распознавания и синтеза изображений, решающих правил. Моделирование формирования эмпирического знания.*

**Практическая значимость.** Разработанные в рамках диссертационной работы методы и алгоритмы сегментации и распознавания трехмерных объектов могут успешно применяться во многих задачах, в частности, для навигации мобильных роботов, мониторинга инфраструктуры, создания моделей в архитектуре и инженерии, в реконструкции объектов, при контроле качества выпускаемой продукции, для создания спецэффектов в киноиндустрии. Построенные методы и алгоритмы сегментации и распознавания позволяют повысить эффективность обработки трехмерных данных и улучшить качество поиска релевантных объектов.

**Апробация работы.** Практические и теоретические результаты диссертации использованы в следующих инициативных научных проектах РФФИ: № 13-07-00327 «Разработка алгебраических методов анализа симметрии цифровых изображений», № 13-07-13112 «Разработка и исследование методов и алгоритмов реконструкции объектов железнодорожной инфраструктуры по изображениям и данным лазерного сканирования», № 16-07-00648 «Развитие методов анализа и восстановления инвариантных свойств изображений на основе алгебраических и теоретико-числовых подходов» и № 17-20-02017 «Распознавание и мониторинг состояния отдельных объектов инфраструктуры на основе лазерных данных».

Основные положения и результаты работы докладывались и обсуждались на следующих конференциях: Международная научно-практическая конференция «Интеллект-Транс-2014» (г. Санкт-Петербург, 2014); Международная научно-практическая конференция «Робототехника и системный анализ» (г. Пенза, 2015); Научно-техническая конференция с международным участием «Интеллектуальные системы управления на железнодорожном транспорте» (г. Москва, 2014-2018 гг.); Всероссийская научно-техническая конференция «Фундаментальные и прикладные аспекты компьютерных технологий и информационной безопасности», (г. Таганрог, 2015-2017 гг.); Всероссийская научно-практическая конференция «Информационные системы и технологии: фундаментальные и прикладные исследования» (г. Таганрог, 2017 г.).

**Публикации.** По теме диссертации опубликовано 17 работ, из них три работы в изданиях, входящих в «Перечень ведущих научных журналов и изданий, выпускаемых в Российской Федерации», утвержденный ВАК, из которых одна работа входит в журнал, индексируемый Scopus.

**Основные результаты, выносимые на защиту:**

- метод редуктивной семантической сегментации объектов;
- метод сегментации на отдельные объекты на основе интенсивностей с применением трехмерной фильтрации;
- метод определения параметров сегментации;
- методы распознавания трехмерных объектов по облакам точек на основе модифицированных инвариантов;
- метод высокоточного распознавания трехмерных объектов, заданных треугольными сетками с применением машинного обучения.

**Структура и объем диссертации.** Диссертация состоит из введения, четырех тематических глав, заключения, списка литературы и приложений. Общий объем основного текста — 154 страницы, включая 58 рисунков и 6 таблиц. Список литературы изложен на 13 страницах и содержит 97 наименований.

## СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

**Во введении** обосновывается актуальность исследований по теме диссертационной работы, сделан обзор современных методов сегментации и распознавания трехмерных объектов, сформулирована цель, ставятся задачи работы, выделена научная новизна и практическая ценность результатов исследований.

**Первая глава** посвящена разработке и исследованию методов сегментации трехмерных данных на примере облака точек лазерного сканирования. Рассматриваются два типа сегментации: семантическая с разделением данных на группы объектов и сегментация на отдельные объекты.

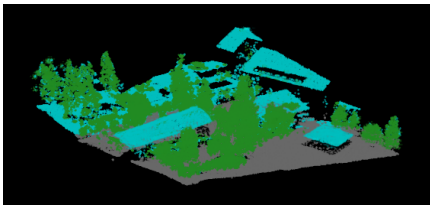
Для разрабатываемых методов сегментации в качестве предобработки, сокращающей размерность исходных данных для ускорения вычислений и повышения информативности признаков предлагается способ разделения облака точек на части путем покрытия области сканирования регулярно расположенными сегментами. Пусть  $V$  — область сканирования в форме параллелепипеда, содержащая облако точек  $P$  в декартовой системе координат  $OXYZ$ . В качестве таких сегментов рассмотрим множество пересекающихся шаров  $S$  одинакового радиуса  $r$ , степень перекрытия которых обусловлена параметром  $\alpha \in [0,1]$ . Будем считать, что шары покрывают область сканирования  $V$  вдоль координатных осей следующим образом:

- отрезки, соединяющие центры сфер образуют кубическую решетку;
- $S$  образует покрытие  $V$ , при этом каждая точка из облака  $p \in P$  принадлежит хотя бы одному шару;
- перекрытия шаров минимальны.

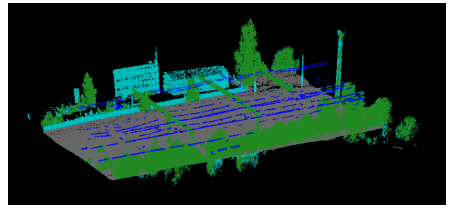
Далее вводится понятие *суперпикселя* для частей данных, попавших в соответствующие шары. Под суперпикселем  $P_i \subset P$  будем понимать набор точек  $P_i = \{(x, y, z) \mid (x, y, z) \in s_i\}$ , попавших в шар  $s_i \in S$  в результате покрытия области сканирования.

Как известно, облако точек реальных данных зачастую содержит зашумления и выбросы, вызванные естественными колебаниями и особенностями сканируемых поверхностей. В качестве признака, альтернативного центроиду, предлагается рассматривать *медоиду*  $\hat{p}$  — точку с медианами каждой из декартовых координат  $x, y$  и  $z$ .

В *семантической сегментации* вводятся следующие семантические классы для суперпикселей, наиболее типичные для различных сцен сканирования:



(a)



(b)

**Рис. 1.** Результат семантической сегментации: (a) — Aeroscan, (b) — Landscan.

- *пустые* ( $K_{empty}$ ). Суперпиксели с малым количеством точек;
- *земля* ( $K_{ground}$ ). Поверхность почвы, автодороги и т.п.;
- *протяженные объекты* ( $K_{lines}$ ). Линии электропередач, столбы и т.п.;
- *плоскости* ( $K_{planes}$ ). Фасады зданий, крыши, платформы и т.п.;
- *растительность* ( $K_{vegetation}$ ). Деревья, кусты, трава.

Основная идея предлагаемого метода состоит в том, что из облака точек последовательно определяются наборы объектов путем сопоставления характеристик суперпикселей и введенных признаков семантических классов. Точки, попавшие в объекты далее не рассматриваются, следовательно, каждый последующий набор объектов определяется на основе все меньшего количества точек, что позволяет повысить скорость сегментации и уменьшить вычислительные затраты. Для повышения качества выделения семантических классов применяются модифицированные робастные оценки, которые позволяют значительно уменьшить содержание выбросов и зашумлений в облаке точек.

Для проведения экспериментов использовались наборы данных мобильного лазерного сканирования реальных объектов, полученных с летательного аппарата (далее *Aeroscan*) и со сканирующего устройства, закрепленного на железнодорожном вагоне (далее *Landscan*). Результаты классификации суперпикселей приведены в рис. 1. В вычисленной разметке *Landscan* (рис. 1(b)) также хорошо видны провода для достаточно разреженного облака точек, что подтверждает эффективность представленного метода. В заключительной серии экспериментов исследуется качество сегментации и время вычислений в зависимости от радиуса шаров в покрытии для данных лазерного сканирования различной детализации.

В *сегментации на отдельные объекты* используется предположение о важности информации об интенсивности отраженного лазерного сигнала от поверхности объектов в ходе сканирования. Аналогичным образом уменьшается важность исходных данных — путем выделения суперпикселей.

В качестве сжатой информации об интенсивностях в каждом из суперпикселей вводятся *гистограммы распределения интенсивностей* в виде множества упорядоченных пар  $U = \{(a_k, n_k)\}_{k=1}^K$ , в котором значения первых элементов пар  $a_k$  — середины интервалов разбиения, а значения вторых  $n_1, n_2, \dots, n_K$  — количества точек, интенсивности которых принадлежат соответствующим интервалам. Поскольку количество точек в суперпикселях может существенно различаться, то гистограммы задаются с разным количеством столбцов.

Выделение объектов в лазерных данных производится на основе попарного сравнения гистограмм распределения интенсивностей в соседних суперпикселях. В нашем случае для корректного сравнения необходимо уметь вычислять меру,

характеризующую различие между гистограммами с разным количеством столбцов. Для этого применяется EMD-расстояние (Earth Movie Distance) — наиболее эффективный способ определить различие между такими гистограммами путем решения транспортной задачи линейного программирования.

Как отмечалось выше, для облака точек реальных данных характерно наличие шумов и выбросов, влияющих на EMD-расстояние как на числовую характеристику для сегментации. Для улучшения качества сегментации предложена трехмерная фильтрация интенсивностей с использованием низкочастотного фильтра Габора и способы определения параметров фильтра.

**Определение 1.** *Функцию Габора  $G$ , описывающую фильтр, определим следующим образом:*

$$G(x, y, z; \sigma, \gamma_1, \gamma_2, \lambda_1, \lambda_2, \psi) = e^{-\frac{x^2 + \gamma_1^2 y^2 + \gamma_2^2 z^2}{2\sigma^2}} \cos(2\pi\lambda_1 x + 2\pi\lambda_2 y + \psi),$$

где параметры  $\gamma_1, \gamma_2, \sigma, \lambda_1$  и  $\lambda_2$  определяют вид функции.

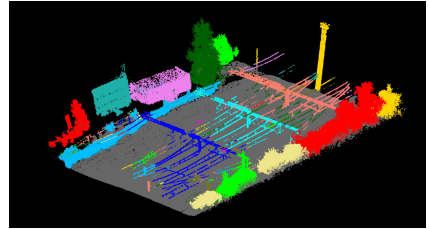
Приводятся рекомендации выбора значений параметров фильтра  $G$  в зависимости от сцен сканирования. Рассмотрим окрестность  $C_i$  точки  $(x_i, y_i, z_i)^T$ , представляющую собой шар радиуса  $r_g$ , не обязательно совпадающим с радиусом шаров покрытия  $r$ . Пусть  $(x_{i,j}, y_{i,j}, z_{i,j})^T, j = 1, \dots, k_i$  — набор из  $k_i$  точек, принадлежащих  $i$ -й окрестности. Новые значения интенсивностей точек из облака вычисляются путем свертки координат точек, принадлежащих  $C_i$  с введенным выше фильтром  $G$ .

Разработан метод выделения объектов путем слияния-разделения суперпикселей с помощью кубических масок, состоящих из разного количества шаров, которые перемещаются вдоль координатных осей. Слияние-разделение выполнялось на основе сравнения расстояний между медоидами и EMD-расстояний между гистограммами распределений интенсивности соседних суперпикселей с пороговыми значениями. Соседство суперпикселей определялось в пределах кубических масок.

Таким образом, сегментацию с использованием интенсивностей можно разделить на несколько этапов:

1. Предварительная фильтрация интенсивностей;
2. Построение суперпикселей;
3. Отбор суперпикселей, описывающих рельеф сцены ( $\mathcal{K}_{ground}$  в семантической сегментации);
4. Построение гистограмм распределения интенсивностей  $U$  для соответствующих суперпикселей с различным числом столбцов в зависимости от количества точек (приводится метод определения необходимого количества столбцов).
5. Выделение объектов слиянием-разделением суперпикселей при помощи кубических масок на основе расстояния между медоидами и EMD-расстояния между соседними суперпикселями.

Вычислительные эксперименты показали, что применение введенного способа фильтрации улучшает результаты сегментации. На примере из экспериментов



**Рис. 2.** Пример сегментации облака точек по данным интенсивностей с применением трехмерной фильтрации (Landsan).

(рис. 2) можно заметить, что выполняется верное объединение частей одного объекта и разделение частей разных объектов, что подтверждает эффективность предлагаемого метода. Проведена дополнительная серия экспериментов для исследования зависимости количества обнаруженных объектов от количества столбцов гистограмм распределений интенсивности, а также использования различных метрик для сопоставления гистограмм.

Результаты первой главы опубликованы в работах [1,12,13], а также использовались в работах [4,5,10,15,16] при построении алгоритмов сегментации.

**Вторая глава** посвящена разработке и исследованию метода определения параметров сегментации: радиуса  $r$  и параметра перекрытия шаров  $\alpha$ . Для этого ставится задача о нахождении таких параметров сегментации, чтобы различие между объемом шарового покрытия  $V_S$  и объемом покрываемого тела в виде параллелепипеда сканирования  $V_U$  было минимальным:

$$V_S(r, \alpha) - V_U \xrightarrow{r, \alpha} \min, \quad r \in (0, R], \quad \alpha \in [0, 1),$$

где  $R$  — максимально возможный радиус шаров, при котором в покрытии вдоль каждой из осей содержится не менее двух шаров. В случае, если один из параметров фиксирован, ставятся дополнительные задачи:

$$V_S(r, \alpha_0) - V_U \xrightarrow{r} \min, \quad V_S(r_0, \alpha) - V_U \xrightarrow{\alpha} \min \quad r \in (0, R], \quad \alpha \in [0, 1).$$

Геометрически минимизация разности  $V_S - V_U$  означает то, что шаровое покрытие  $S$  будет приближаться к форме параллелепипеда  $U$ . Если выбирать  $r$ , при которых  $V_S$  и  $V_U$  будут существенно различаться, то небольшие части крайних шаров, попавшие в параллелепипед, могут образовывать суперпиксели с небольшим количеством точек и, более того, разделять объекты для лазерных сканов с данными, близко расположенными к краям параллелепипеда сканирования. Кроме того, уменьшение количества шаров в покрытии обеспечивает более низкие вычислительные затраты.

При вычислении  $V_S$  учитывается тот факт, что шаровое покрытие  $S$  представляет собой сложный геометрический объект, включающий в себя большое количество пересечений, которые необходимо учитывать при вычислении объема  $S$ . Для описания структуры пересечений шаров вводится граф, описывающий совокупность каждого из пересечений в отдельности. Пусть  $V(s_i)$  — объем шара  $s_i$ ,  $i = 1, \dots, N_S$ , где  $N_S$  — количество шаров в покрытии  $S$ , а  $V(I_{i_1, \dots, i_n})$  — объем тела  $I_{i_1, \dots, i_n}$ , образованного пересечениями  $n$  шаров с индексами  $i_1, i_2, \dots, i_n \in \{1, 2, \dots, N_S\}$ . Для вычисления объема покрытия  $S$  на основе принципа включения-исключения множество вводится формула

$$V_S = \sum_{i=1}^{N_S} V(s_i) - \sum_{n=2}^{N_S} (-1)^n \sum_{i_1 < \dots < i_n} V(I_{i_1, \dots, i_n}),$$

в которой существование непустых пересечений  $I_{i_1, \dots, i_n}$  определяется на основе введенного графа пересечений. Если согласно графу пересечений  $I_{i_1, \dots, i_n} = \emptyset$ , то соответствующий объем  $V(I_{i_1, \dots, i_n})$  полагается равным нулю.

Для вычислительно-затратных случаев предлагается метод приближенного расчета  $V_S$  на основе аппроксимации Монте-Карло. Основная идея предлагаемого метода оценки объема покрытия заключается в генерации случайных точек и использовании отношения количества точек, попавших в покрытие к общему количеству сгенерированных точек. Точность данного метода во многом зависит от



количества случайных точек. В данной главе получена оценка для необходимого количества генерируемых точек для расчета объема и излагается способ выбора параметров аппроксимации Монте-Карло. На основе полученных параметров и оценок решаются поставленные задачи о нахождении параметров сегментации путем исследования зависимостей радиусов и параметра перекрытия от объемов покрытия и параллелизма сканирования.

Для более точного выбора параметров сегментации приводится методика на основе дополнительного критерия в виде количества точек в предполагаемых сегментах. При помощи серии вычислительных экспериментов демонстрируется работа методов на реальных данных.

Результаты второй главы использовались в работах [1,3,15] для сегментации и распознавания объектов по облаку точек.

**Третья глава** посвящена разработке методов и алгоритмов распознавания объектов на основе различных инвариантов по данным, которые могут быть получены в результате сегментации — по облакам точек. Данные так же, как и при сегментации, предварительно разделяются на суперпиксели.

В распознавании с использованием *алгебраических инвариантов* вводится иной способ получения суперпикселей. Данный способ предполагает имитацию вращения облака точек вокруг оси аппликат, в результате которого образуются *угловые цилиндрические сегменты* следующим образом. Предположим, что облако точек  $P$  с декартовыми координатами  $(x, y, z)$  находится в ограниченном цилиндре и выполним переход к цилиндрической системе координат  $(\rho, \varphi, z^c)$ ,  $\rho \geq 0$ ,  $0 \leq \varphi \leq 2\pi$ . Угловые цилиндрические сегменты образуются разделением цилиндра на части вдоль осей  $\varphi$  и  $z^c$ . Наборы точек, попавшие в такие сегменты образуют суперпиксели. Пусть  $P_{lm} = \{(\rho, \varphi, z^c) \mid (\rho, \varphi, z^c) \in \Delta_{lm}\}$  — множество точек, попавших в сегмент  $\Delta_{lm}$  и  $k_{lm} = |P_{lm}|$  — количество таких точек. Множество  $P_{lm}$  можно рассматривать как выборку трехмерных точек. Далее вводятся дискретные функции, определенные на множестве цилиндрических сегментов при  $l = 1, \dots, L$ ,  $m = 1, \dots, M$  и описывающие статистические характеристики выборки  $P_{lm}$ :

- 1) средние значения  $M\rho(l, m)$ ,  $M\varphi(l, m)$ ,  $Mz^c(l, m)$ ;
- 2) несмещенные оценки дисперсий:  $D\rho(l, m)$ ,  $D\varphi(l, m)$ ,  $Dz^c(l, m)$ ;
- 3) модули коэффициентов асимметрии:  $S\rho(l, m)$ ,  $S\varphi(l, m)$ ,  $Sz^c(l, m)$ ;
- 4) коэффициенты эксцесса:  $K\rho(l, m)$ ,  $K\varphi(l, m)$ ,  $Kz^c(l, m)$ .

В качестве *алгебраических инвариантов* представлены *hi-моменты*, вычисляемые на основе значений введенных выше дискретных функций  $M\rho, \dots, Kz^c$ .

Объекты описываются при помощи вводимого *алгебраического дескриптора* в виде матрицы  $\Xi$  размера  $7 \times 12$ , в которой строки соответствуют *hi-моментам*, а столбцы — числовым характеристикам объекта, вычисленным с помощью функций  $M\rho, \dots, Kz^c$ .

Распознавание осуществляется путем попарного сопоставления дескриптора предъявляемого объекта  $\Xi_0$  с дескрипторами предварительно классифицированных объектов из базы  $\Xi_{a,b}$ , где  $a$  — номер класса,  $b$  — номер объекта в соответствующем классе. Дескрипторы сопоставляются на основе вычисления нормы Фробениуса между дескрипторами  $d(\Xi_0, \Xi_{a,b}) = \|\Xi_0 - \Xi_{a,b}\|$ . Результатом распознавания является метка класса  $\hat{a}$ , для которого значение  $d$  минимально среди всех объектов из базы:  $\hat{a}: d(\Xi_0, \Xi_{\hat{a},b}) = \min_{a,b} d(\Xi_0, \Xi_{a,b})$ .

*Основные этапы метода распознавания объектов с использованием алгебраических инвариантов:*

1. Перевести декартовы координаты точек  $(x, y, z)$  объекта в цилиндрические  $(\rho, \varphi, z^c)$ ;

2. На основе параметров разбиения  $L$  и  $M$  построить угловые цилиндрические сегменты  $\Delta_{lm}$  и выделить множества точек  $P_{lm}, l = 1, \dots, L, m = 1, \dots, M$ ;
3. Вычислить значения дискретных функций  $M\rho, \dots, Kz^c$  на основе координат точек в цилиндрических сегментах;
4. Вычислить  $hu$ -моменты  $\xi_1, \dots, \xi_7$  для каждой из дискретных функций;
5. Распознать предьявляемый объект, сопоставив его дескриптор  $\Xi_0$ , с дескрипторами объектов из базы.

Отметим, что данный метод может быть предназначен, в основном, для предварительного отбора объектов, поскольку он предполагает использование группы статистических признаков, оценивающих только распределение координат точек. Вместе с этим данный метод может оказаться эффективным и для распознавания в том случае, когда сравниваемые объекты будут иметь большое количество плотно расположенных точек.

В распознавании с использованием *топологических и спектральных* инвариантов предварительное сжатие лазерных точек выполняется так же, как и при сегментации — с использованием суперпикселей, полученных покрытием области, в которой находится объект, перекрывающимися шарами. Далее вводятся следующие три числовых признака, характеризующих суперпиксель  $P_i \subset P$ :

- *медоида*  $\hat{p}_i$  — точка с медианами координат точек в суперпикселе  $P_i$ ;
- *вектор измерений*  $s_i = (s_{i1}, s_{i2}, s_{i3})$ , компоненты которого обусловлены найденными по методу РСА среднеквадратическими отклонениями  $\sigma_{i1}, \sigma_{i2}$  и  $\sigma_{i3}$  вдоль каждого из собственных векторов, соответствующим собственным значениям  $\lambda_{i1} \geq \lambda_{i2} \geq \lambda_{i3}$ , упорядоченным по невозрастанию. Компоненты вектора измерений вводятся следующим образом:  $s_{i1} = 2\sigma_{i1}$  — длина отрезка,  $s_{i2} = 4\sigma_{i1}\sigma_{i2}$  — площадь ограниченной плоскости и  $s_{i3} = 8\sigma_{i1}\sigma_{i2}\sigma_{i3}$  — объем параллелепипеда;
- *вектор нормали*  $\bar{n}$  — вектор, соответствующий наименьшему собственному значению  $\lambda_{i3}$ , который рассматривается как нормаль к плоскости, вокруг которой концентрируется основная масса точек суперпикселя  $P_i$ .

Для описания структуры объекта вводится *граф структуры*  $G = (V, \mathcal{E})$ , в котором каждой из вершин  $v_i \in V$  сопоставляется индекс суперпикселя, а ребрам  $e_{ij} \in \mathcal{E} \subseteq V \times V$  — пары «соседних» вершин  $(v_i, v_j)$ , соответствующим суперпикселям, расстояния между центрами которых не больше  $2(1 - \alpha)r$ , где  $r$  — радиус шаров,  $\alpha$  — параметр перекрытия. Так как изоморфизм структурных графов еще не позволяет говорить об идентичности анализируемых объектов, то по этой причине структурный граф рассматривается взвешенным — вершине  $v_i \in V$  ставятся в соответствие введенные признаки  $\hat{p}_i, \bar{n}_i$  и  $s_i$ . Каждому ребру  $e_{ij} = (v_i, v_j) \in \mathcal{E}$  присваивается вес, равный  $\rho_{ij} = \|f_i - f_j\|$ , где  $f_i = \hat{p}_i \oplus s_i = (\hat{x}_i, \hat{y}_i, \hat{z}_i, s_{i1}, s_{i2}, s_{i3})$  вектор из компонент медоиды и вектора измерений. Для инвариантности расстояния  $\rho_{ij}$  относительно масштабирования рассматривается величина  $w_{ij}$ :  $w_{ij} = e^{-\rho_{ij}^2 / 2\sigma_p^2}$ , в которой  $\sigma_p = \max\{\rho_{ij}\}$  — среднеквадратическое отклонение. Для добавления информации об «углах» вводится дополнительная характеристика на ребрах, определяемая углом между векторами нормалей  $\bar{n}_i$  и  $\bar{n}_j$ :  $\varphi_{ij} = \arccos \frac{(\bar{n}_i, \bar{n}_j)}{\|\bar{n}_i\| \|\bar{n}_j\|}$ .

Далее описывается процедура построения матрицы Эрмита, определяющей смежность полученного взвешенного графа, которая является комплекснозначным аналогом матрицы Лапласа графа. Пусть  $H = (h_{ij})$  — матрица Эрмита с элементами  $h_{ij}$ . На основе введенных выше весов  $w_{ij}$  и  $\varphi_{ij}$  поставим каждому ребру графа в соответствие комплексное число  $h_{ij} = -w_{ij}e^{i\varphi_{ij}}$ . Элементы матрицы Эрмита задаются условиями: 1)  $h_{ij} = -w_{ij}e^{i\varphi_{ij}}$ , если  $(v_i, v_j) \in \mathcal{E}, i \neq j$ ; 2)

$h_{ij} = \sum_{k \neq i} w_{ik}$ , если  $i = j$ ; 3)  $h_{ij} = 0$ , если  $(v_i, v_j) \notin \mathcal{E}, i \neq j$ , где диагональные элементы  $H$  берутся равными суммам действительных частей соответствующей строки  $\text{Re}(h_{ij}) = w_{ij}, i \neq j$ ;  $h_{ii} = \sum_{i \neq j} w_{ij}$  с целью сохранения полезных свойств

матрицы Лапласа — диагонального преобладания и вещественнозначности собственных значений.

Пусть  $\Lambda = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n)$ , где  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$  — собственные значения  $H$ , упорядоченные по невозрастанию, т.е.  $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_n \geq 0$ . Обозначим через  $V$  матрицу из собственных векторов  $\mathbf{v} = (v_1, v_2, \dots, v_n)^T$ , заданных в соответствующем порядке. Тогда  $H = V\Lambda V^T$ . Введем *спектральную матрицу*  $C = V\Lambda^{1/2}$ . Поскольку собственные значения, начиная с некоторого индекса, становятся близкими к нулю, то в дальнейшем для сопоставления графов будем использовать только первые  $k < n$  столбцов  $C$ :  $\tilde{C} = (\sqrt{\lambda_1} \mathbf{v}_1 \quad \dots \quad \sqrt{\lambda_k} \mathbf{v}_k)$ .

В качестве *спектральных инвариантов* вводятся:

1. Вектор собственных значений  $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_k)$ ;

2. Вектор спектральных признаков  $F = (F_R^T \oplus F_I^T)^T$ , состоящий из действительных  $F_R$  и мнимых  $F_I$  значений матрицы  $\tilde{C}$ , вытянутых в строку.

*Топологические инварианты* введены как структурные характеристики, вычисляемые на основе матрицы смежности графов без весов и предназначены для предварительного отбора объектов. Вводятся следующие два инварианта.

1. *Отношение количества треугольников к числу ребер графа.* Пусть  $A$  — матрица смежности структурного графа  $G(\mathcal{V}, \mathcal{E})$ , в котором существует хотя бы одно ребро. Введем отношение количества треугольников к числу ребер:  $\delta = N_T / N_E = \text{tr}(A^3) / 3\text{tr}(A^2)$  как числовую характеристику графа.

2. *Число Чигера по разрезам графа.* Рассмотрим структурный граф объектов  $G = (\mathcal{V}, \mathcal{E})$ . Выделим из множества его вершин две и обозначим через  $v_S$  и  $v_T$ . Определим *ST-разрез* на графе, как разбиение множества его вершин на два подмножества таким образом, что  $v_S$  и  $v_T$  находятся в разных подмножествах. Под *границей разреза* понимается набор ребер  $\mathcal{E}_{ST}$ , соединяющих вершины из множества  $\mathcal{V}_S$  с множеством  $\mathcal{V}_T$ , состоящим из вершин, не принадлежащих  $\mathcal{V}_S$ :  $\mathcal{V}_T = \mathcal{V} \setminus \mathcal{V}_S$ ,  $\mathcal{E}_{ST} = \{(i, j) \in \mathcal{E} : i \in \mathcal{V}_S, j \in \mathcal{V}_T\}$ . Число Чигера  $c(G)$  по всем *ST-разрезам* с границами  $\mathcal{E}_{ST}$  определим как:  $c(G) = \min_{v_S \in \mathcal{V}_S, v_T \in \mathcal{V}_T} \min_{0 < |\mathcal{V}_S| \leq \frac{n}{2}} \frac{|\mathcal{E}_{ST}|}{|\mathcal{V}_S|}$ . Ины-

ми словами, мы ищем число Чигера  $c(G)$ , характеризующее «наиболее узкое место» графа по всем *ST-разрезам*.

Принадлежность графа к определенной группе и выделение объектов, существенно отличающихся по структуре устанавливается на основе сравнения вышеуказанных дескрипторов  $\delta(G)$  и  $c(G)$  с пороговыми значениями.

Распознавание осуществляется таким же образом, как и для алгоритма с применением алгебраических дескрипторов — на основе попарного сопоставления дескриптора предъявляемого объекта с дескрипторами объектов из базы.

*Основные этапы распознавания объектов с использованием спектральных и топологических инвариантов:*

1. Построить суперпиксели предъявляемого объекта на основе покрытия облака точек шарами;
2. Выполнить отсев наиболее отличающихся объектов из базы на основе топологических инвариантов  $\delta$  и  $c$ ;
3. Построить матрицу Эрмита  $H$  для предъявляемого объекта;
4. Распознать объект, сопоставив его спектральные инварианты  $\lambda$  и  $F$  со спектральными инвариантами объектов из базы.

Заключительная часть третьей главы посвящена обширной серии вычислительных экспериментов, в ходе которых проведен анализ точности представленных алгоритмов, подтверждающий эффективность методов, а также исследованы зависимости значений сходства между сравниваемыми объектами от параметров построения дескрипторов.

Результаты третьей главы опубликованы в работах [3,6,14,17], а также использовались в работах [7-9] при построении контуров в облаках точек.

**Четвертая глава** посвящена высокоточному распознаванию объектов, заданных поверхностными треугольными сетками. В отличие от предыдущих методов, данный метод не предполагает предварительное выделение суперпикселей.

Пусть поверхность рассматриваемого объекта в пространстве  $\mathbb{R}^3$  с декартовой системой координат аппроксимирована треугольной сеткой  $S = (P, \mathcal{E}, \mathcal{T})$ , которая содержит вершины  $p \in P$ , ребра  $e \in \mathcal{E}$  и треугольники  $t \in \mathcal{T}$ . Для каждой из точек  $p_i, i = 1, \dots, N$  обозначим через  $\mathcal{N}(p_i)$  множество соседей. Обозначим через  $\alpha_{ij}$  и  $\beta_{ij}$  углы, расположенные напротив ребра  $e_{ij}$  (рис. 3).

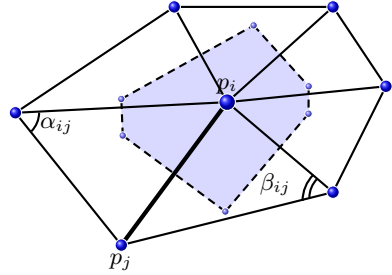
Оказалось, что одной из наиболее информативных характеристик для сжатого описания объектов, является спектральное разложение дискретного оператора Лапласа-Бельтрами, описывающего диффузию на поверхности объектов, аппроксимированных треугольными сетками.

Пусть  $f$  — некоторая дважды дифференцируемая функция, определенная на всех вершинах  $p_i \in P$  дискретной сетки  $S$ , причем  $f : p_i \rightarrow \mathbb{R}$  для всех  $i = 1, \dots, N$ . Пусть каждой из вершин  $p_i \in P$  и каждому ребру  $e_{ij} \in \mathcal{E}$  присвоены весовые коэффициенты  $a_i$  и  $w_{ij}$  соответственно. Дискретный оператор Лапласа-Бельтрами определяется выражением  $\Delta_{LB} = \frac{1}{a_i} \sum_{p_j \in \mathcal{N}(p_i)} w_{ij} (f(p_i) - f(p_j))$ .

Поскольку треугольная сетка  $S$  содержит различные по форме и площади треугольники (не является регулярной), то  $w_{ij}$  и  $a_i$  необходимо задавать такими, чтобы  $\Delta_{LB}$  как можно меньше зависел от степени регулярности сетки. В ходе обзора существующих методов, установлено, что такие свойства для  $\Delta_{LB}$  будут выполняться, если задавать *котангенсные веса*  $w_{ij} = \frac{\text{ctg } \alpha_{ij} + \text{ctg } \beta_{ij}}{2}$ , а в качестве  $a_i$  рассматривать *площадь области Вороного* (рис. 3), являющейся многоугольником с вершинами в центрах описанных около треугольников окружностей с общей вершиной в точке  $p_i$ .

Для вычисления спектрального разложения используется представление  $\Delta_{LB}$  в виде матрицы Лапласа-Бельтрами  $L_B$ . Описывается построение  $L_B$ , которая также характеризует смежность вершин сетки с использованием  $w_{ij}$  и  $a_i$ . Полученное спектральное разложение далее используются для вычисления более информативных дескрипторов.

Спектральное разложение  $L_B = \Phi \Lambda \Phi^T$  включает в себя диагональную матрицу собственных значений  $\Lambda = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_N)$  и собственные векторы столбцы  $\phi$ , объединенные в матрицу  $\Phi = (\phi_1 \ \phi_2 \ \dots \ \phi_N)$ .



**Рис. 3.** Точка  $p_i$ , связанная с каждой из точек-соседей. Темной областью показана область Вороного.

Тем не менее, описание объектов только при помощи спектрального разложения  $\Delta_{LB}$  зачастую не является достаточным, особенно при высокоточном распознавании объектов. В связи с этим применяются дескрипторы, которые описывают форму объектов на основе спектрального разложения  $\Delta_{LB}$  путем получения числовых характеристик процессов переноса на поверхности объекта: дескриптор теплопроводности Heat Kernel Signature (HKS); волновой дескриптор Wave Kernel Signature (WKS); вейвлет-дескриптор Spectral Graph Wavelet Transform (SGWT). Подробно описывается построение данных дескрипторов с адаптацией их для трехмерных объектов, заданных треугольной сеткой, а также поясняется их физический смысл.

Одной из ключевых целей в четвертой главе является повышение скорости распознавания, поскольку для трехмерных объектов высокой детализации распознавание с использованием описанных выше дескрипторов представляет существенную вычислительную сложность. Кроме того, количество элементов треугольных сеток объектов может сильно различаться.

Для решения описанных проблем вводятся *карты спектральных распределений* — сжатые, но информативные и приведенные к единым размерам признаки описания геометрической формы объекта. Обозначим через  $\mathbf{d}_H^{\tau_i}$  вектор-столбец, представляющий собой распределение  $N_D$  значений HKS в момент времени  $\tau_i$  по всем вершинам  $p \in \mathcal{P}$ . Структура карты  $D_H$  будет определяться следующим образом:  $D_H = (\mathbf{d}_H^{\tau_1} \ \mathbf{d}_H^{\tau_2} \ \dots \ \mathbf{d}_H^{\tau_{N_D}})$ . Аналогичным образом определим структуру матрицы  $D_W$ :  $D_W = (\mathbf{d}_W^{\epsilon_1} \ \mathbf{d}_W^{\epsilon_2} \ \dots \ \mathbf{d}_W^{\epsilon_{N_D}})$ . Поскольку в вейвлет-дескрипторе SGWT добавляется низкочастотная информация о форме объектов, то для сохранения размерности определим  $N_D \times N_D$  структуру матрицы  $D_S$  в виде первых  $N_D - 1$  векторов-столбцов распределений по времени  $\mathbf{d}_S^i, i = 1, \dots, N_D - 1$  высокочастотной функции  $F_h$  и присоединенным вектором-столбцом  $\mathbf{d}_S^i$ , описывающим распределение значений низкочастотной функции  $F_l$ :  $D_S = (\mathbf{d}_S^{t_1} \ \dots \ \mathbf{d}_S^{t_{N_D-1}} \ \mathbf{d}_S^l)$ .

Можно показать, что каждая из карт спектральных распределений эффективна для описания или распознавания каких-либо определенных характеристик поверхностей. Поскольку рассматриваемая форма поверхности и тем более ее геометрические признаки априори неизвестны, то выбор наиболее подходящей карты спектральных распределений заранее сделать затруднительно. Во второй половине четвертой главы предлагается способ агрегирования всех трех карт с тем, чтобы снять присутствующую изначально неопределенность выбора. Данное агрегирование дескрипторов реализуется с применением глубокого машинного обучения путем построения сверточной нейронной сети и ее обучения на обучающей выборке, содержащей все карты  $D_H$ ,  $D_W$  и  $D_S$ . Описываются вычисления в сети и способы улучшения качества и скорости машинного обучения.

*Основные этапы разработанного метода распознавания трехмерных объектов с применением машинного обучения:*

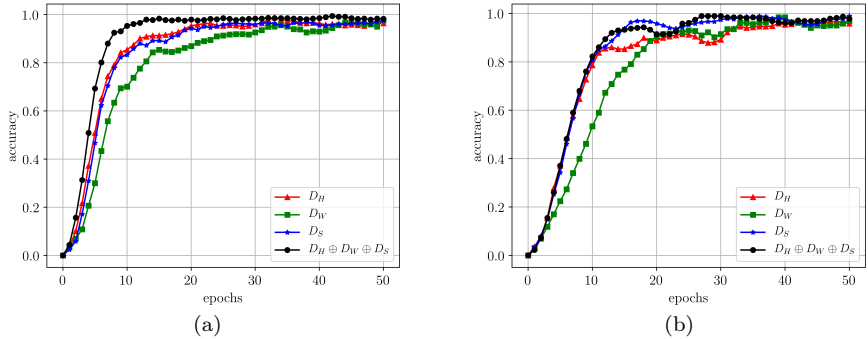
1. Построить матричное представление дискретного оператора Лапласа Бельтрами  $\Delta_{LB}$  и вычислить его спектральное разложение;
2. Построить карты спектрального распределения  $D_H$ ,  $D_W$  и  $D_S$ ;
3. Распознать объект нейронной сетью на основе трех карт.

В заключительной части четвертой главы описывается серия экспериментов для датасетов с различными преобразованиями формы. В первом датасете содержались объекты 10 классов с изометрическими преобразованиями. Во втором классе — объекты 9 классов с небольшими неизометрическими преобразованиями с присутствием различающихся по форме объектов.

**Таблица.** Значения критериев качества в зависимости от карт спектральных распределений.

Input data	Dataset 1				Dataset 2			
	Precision	Recall	Fscore	Accuracy	Precision	Recall	Fscore	Accuracy
$D_H$	0.9451	0.9348	0.9334	0.9348	0.8088	0.7638	0.7737	0.7857
$D_W$	0.8949	0.8696	0.8663	0.8696	0.8310	0.8194	0.8214	0.8252
$D_S$	0.9178	0.8982	0.8971	0.8982	0.8696	0.8333	0.8456	0.8511
$D_H \oplus D_W \oplus D_S$	0.9744	0.9710	0.9706	0.9710	0.9143	0.8889	0.9011	0.9014

Результаты оценок естественных для таких экспериментов критериев качества Precision, Recall и Accuracy демонстрируются в таблице. Для первого и второго датасетов использование всех трех карт спектральных распределений позволяет получить более высокую точность, чем использование одной из карт.



**Рис. 4.** Зависимость метрики ассигу от используемых карт спектральных распределений и количества итераций: (a) — первый датасет, (b) — второй датасет.

На рисунке 4(a, b) представлены графики зависимостей метрики ассигу для каждого из дескрипторов с течением итераций (epochs) для двух датасетов. Можно также заметить преимущество в скорости и точности обучения в том случае, когда используется одновременно три карты спектральных распределений. Приводятся результаты исследования эффективности способов улучшения скорости и качества обучения для разработанного метода.

Результаты четвертой главы опубликованы в работах [2,11].

## ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

При решении поставленных в диссертационной работе задач получены следующие прикладные и теоретические результаты:

1. Разработаны и исследованы модифицированные методы редуктивной семантической сегментации и сегментации на отдельные объекты, универсальные для облаков точек различной плотности и полученных различными способами сканирования, а также разработан способ трехмерной фильтрации данных, улучшающий качество сегментации;
2. Проведены разработка и исследование метода определения параметров, важных для качественной сегментации и распознавания объектов по облакам точек;

3. Разработаны и исследованы методы распознавания объектов по облакам точек, использующих комбинацию модифицированных алгебраических, спектральных и топологических инвариантов, позволяющих понизить размерность исходных данных и повысить качество распознавания объектов по облаку точек различной плотности;
4. Разработан и исследован метод высокоточного распознавания объектов по треугольным сеткам с использованием введенных способов сжатия спектральных и топологических инвариантов и их агрегации на основе глубокого машинного обучения, позволяющих повысить скорость высокоточного распознавания трехмерных объектов различной детализации и преобразованиями формы.

## СПИСОК ПУБЛИКАЦИЙ ПО ТЕМЕ РАБОТЫ

### Публикации в изданиях из списка ВАК и Scopus

1. Levashev, S.P. Segmentation of a point cloud by data on laser scanning intensities // Pattern Recognition and Image Analysis, Vol.29, part 1, P. 144-155, 2019.
2. Левашев, С.П. Распознавание 3D объектов на основе спектральных инвариантов с использованием глубокого машинного обучения / С.П. Левашев // Известия ЮФУ. Технические науки, Таганрог. — № 3. — 2019. — С. 20-31.
3. Левашев, С.П. Метод распознавания объектов по данным лазерного сканирования на основе спектральной теории графов / А.Н. Каркищенко, С.П. Левашев // Известия ЮФУ. Технические науки, Таганрог. — № 3. — 2019. — С. 72-85.

### Статьи в сборниках, материалы и тезисы конференций

4. Левашев, С.П. Распознавание объектов железнодорожной инфраструктуры по данным лазерного сканирования / А.Н. Каркищенко, В.Б. Мнухин, А.А. Абраменко, И.А. Гречухин, С.П. Левашев // Интеллектуальные системы на транспорте: Материалы IV международной науч.-практ. конф. "Интеллект-Транс-2014". — 2014. — С. 134-141.
5. Левашев, С.П. Сегментация объектов инфраструктуры по данным лазерного сканирования / А.Н. Каркищенко, В.Б. Мнухин, А.А. Абраменко, И.А. Гречухин, С.П. Левашев // Сборник трудов III международной науч.-техн. конф. "ИСУЖТ-2014". — 2014. — С. 193-197
6. Левашев, С.П. Распознавание объектов по данным мобильного лазерного сканирования на основе метода моментов / А.А. Абраменко, С.П. Левашев // В сб. докладов всероссийской науч.-техн. конф. "Фундаментальные и прикладные аспекты компьютерных технологий и информационной безопасности". Таганрог: издательство ЮФУ. — 2015. — С. 12-15.
7. Левашев, С.П. Анализ изображений сравнением замкнутых контуров с помощью Фурье-дескрипторов / С.П. Левашев, А.А. Абраменко // В сб. докладов всероссийской науч.-техн. конф. "Фундаментальные и прикладные аспекты компьютерных технологий и информационной безопасности". Таганрог: издательство ЮФУ. — 2015. — С. 37-40.
8. Левашев, С.П. Использование Фурье-дескрипторов для идентификации объектов инфраструктуры по данным лазерного сканирования / С.П. Левашев, А.Н. Каркищенко, В.Б. Мнухин, А.А. Абраменко // Сборник трудов IV международной науч.-техн. конф. "ИСУЖТ-2015". — 2015. — С. 178-181.

9. Левашев, С.П. Классификация объектов по данным лазерного сканирования с робототизированной системы с применением фурье-дескрипторов на основе выделения контуров / С.П. Левашев // В сб. статей международной науч.-практ. конф. "Робототехника и системный анализ-2015". г. Пенза. — 2015. — С. 19-26.
10. Левашев, С.П. Распознавание и анализ объектов по данным лазерного сканирования / С.П. Левашев, А.А. Абраменко // Неделя науки 2015 сборник тезисов. — Ростов-на-дону. — Издательство Южного федерального университета. — 2015. — С. 565-567.
11. Левашев, С.П. Распознавание объектов на основе сравнения структур кусочно-линейных аппроксимаций / С.П. Левашев // Сборник трудов V международной науч.-техн. конф. "ИСУЖТ-2016". — 2016. — С. 202-206.
12. Левашев, С.П. Распознавание плоскостей в объектах железнодорожной инфраструктуры по лазерным данным / С.П. Левашев, А.Н. Каркищенко // Сборник трудов VI международной науч.-техн. конф. "ИСУЖТ-2017". — 2017. — С. 212-216.
13. Левашев, С.П. Детекция аппроксимирующих плоскостей на основе статистических оценок по данным лазерного сканирования / С.П. Левашев // В сб. докладов всероссийской науч.-техн. конф. "Фундаментальные и прикладные аспекты компьютерных технологий и информационной безопасности". — 2017. — С. 266-269.
14. Левашев, С.П. Распознавание объектов на основе числовых характеристик графов / С.П. Левашев // В сб. докладов всероссийской науч.-техн. конф. "Фундаментальные и прикладные аспекты компьютерных технологий и информационной безопасности". — 2017. — С. 269-273.
15. Левашев, С.П. Автоматическая сегментация объектов по данным лазерного сканирования / С.П. Левашев // Сборник статей II Всероссийской науч.-техн. конф. молодых ученых, аспирантов, магистрантов и студентов «Информационные системы и технологии: фундаментальные и прикладные исследования». — 2017. — С. 85-89.
16. Левашев, С.П. Сегментация облаков лазерных точек на основе методов теории графов / А.Н. Каркищенко, С.П. Левашев, В.Б. Мнухин // Сборник трудов VII международной науч.-техн. конф. "ИСУЖТ-2018". — 2018. — С. 129-133.
17. Левашев, С.П. Регуляризация лазерных данных и распознавание объектов с помощью инвариантных алгебраических дескрипторов / С.П. Левашев, А.Н. Каркищенко // Сборник трудов VII международной науч.-техн. конф. "ИСУЖТ-2018". — 2018. — С. 174-179.

#### **Личный вклад автора в работах, опубликованных в соавторстве**

[3] исследование свойств спектральных характеристик графов, построение метода и алгоритма распознавания, проведение вычислительных экспериментов; [4,6] программная реализация методов распознавания и проведение численных экспериментов; [5,16] программная реализация методов сегментации и проведение численных экспериментов; [7,8,10,17] разработка методов распознавания объектов по инвариантным алгебраическим дескрипторам, проведение вычислительных экспериментов; [12] алгоритм детекции плоскостей по лазерным данным, проведение вычислительных экспериментов.

