Informe Trabajo 4

Grupo O

Pablo Yusta Aparicio
Oscar Romero Espinosa
Fermín Ruíz Arrabal
Víctor Suárez Pañeda

Modificación del método del trapecio.

1.1- Descripción del método.

El método del trapecio es una herramienta de aproximación para la integración de funciones continuas definidas en un intervalo [a,b], aproximando dichas funciones con la ayuda de un polinomio lineal y posteriormente obtendremos la aproximación a la solución mediante la integración del polinomio.

En el caso de la regla del trapecio, mejoramos éstas aproximaciones a medida que dividimos el intervalo [a,b] en n > 1 subintervalos de amplitud $h=\frac{b-a}{n}$.

Para el caso del trapecio modificado, vamos a utilizar la amplitud aproximada de los intervalos en lugar del número de intervalos como variable de entrada, de tal manera que dado un *h,* decreciente, obtendremos n: $n=\frac{b-a}{h}$ cada vez mayores, haciendo converger el valor de la integral a la solución analítica.

1.2- Estructuración del código y pseudocódigo.

Para la implementación del algoritmo hemos definido una subrutina (trapecio_h) que, haciendo uso de una función en la cual hemos guardado nuestra f(x), la resuelve por el método del trapecio para diferentes valores de h dados desde el programa principal.

En dicho programa principal se ha creado un sistema para obtener valores del paso (h) cada vez menores usando potencias de 2, a demás de implementar un sistema para el cálculo del error a cada paso y un criterio de parada cuando el error cometido es menor de 10^{-8}.

El pseudocódigo de la subrutina para la resolución del método del trapecio es el siguiente:

1. Dados a, b, h y f(x).
   I. Definimos *n = ceiling((b-a)/h).*
   II. Para i = 1, n-1
      a) Hacemos: *x = a + i * h.*
      b) Obtenemos el sumatorio: *s =* $\sum_{1}^{n-1} f(x)$.
   III. Aplicamos la fórmula del trapecio: $t=h*((\frac{1}{2})*(f(a)+f(b)+s))$.

Resultados obtenidos por el programa:

```
informatico@informatica: ~/Documentos/Informatica/ZClase7/trapeciomod
informatico@informatica:~/Documentos/Informatica/ZClase7/trapeciomod$ ./main.exe
 Método del Trapecio para tolerancia < 10**-8
  n            T_n              error
   2   -.1738925933E+02  0.4406595200E+00
   4   -.1333602285E+02  0.1048583444E+00
   8   -.1238216243E+02  0.2583323669E-01
  16   -.1214800410E+02  0.6433765980E-02
  32   -.1208974212E+02  0.1606896779E-02
  64   -.1207519410E+02  0.4016274823E-03
 128   -.1207155819E+02  0.1004008229E-03
 256   -.1207064928E+02  0.2509982709E-04
 512   -.1207042206E+02  0.6274932503E-05
1024   -.1207036525E+02  0.1568731005E-05
2048   -.1207035105E+02  0.3921820145E-06
4096   -.1207034750E+02  0.9804485255E-07
8192   -.1207034661E+02  0.2451056895E-07
****   -.1207034639E+02  0.6126997278E-08
informatico@informatica:~/Documentos/Informatica/ZClase7/trapeciomod$
```

Método de Simpson.
Con número óptimo de subintervalos

2.1- Descripción del método.

El método de Simpson es una herramienta de aproximación para la integración de funciones continuas definidas en un intervalo [a,b], mediante la parábola que pasa por los puntos *(a,f(a)), (c,f(c)) y (b,f(b))*, siendo $c = (a + b)/2$, tras ésto la integral se aproxima mediante la integral de la parábola y al igual que en el método del trapecio, ésta será mejor al dividir [a,b] en n subintervalos iguales de amplitud $h = (b - a)/n$.

En nuestro caso vamos a mejorar la manera en la que el método se aproxima a la solución de la integral mediante la duplicación sistemática del intervalo a cada paso y vamos a hacer una estimación del error cometido con el valor absoluto de la diferencia entre el paso actual y el anterior dividido entre el valor absoluto del resultado del paso anterior.

Para el cálculo de la regla de simpson a cada paso vamos a ayudarnos de la regla del trapecio ya que sabemos que $S = (4 * T_1 - T_0) / 3$.

El pseudocódigo de la subrutina para la resolución del método del trapecio es el siguiente:

1. Dados a, b, epsilon, kmax y f(x)
   I. Se calcula la fórmula del trapecio para un intervalo
      a) Con $n = 1$ y $h = (b - a)/n$.
      b) Hacemos $T_0 = \frac{1}{2} * h * (f(a) + f(b))$.
   II. Se calcula el trapecio y Simpson para dos subintervalos.
      a) Con $n = 2 * n$ y $h = \frac{1}{2} * h$
      b) Hacemos $T1 = \frac{1}{2} * T0 + h * f(a + b)$.
      c) Hacemos $S = (4 * T1 - T0)/3$.
      d) Guardamos $T_0 = T_1$ y $S_0 = S$.

III. Duplicaciones

a) Para $k = 2$ y hasta *Kmax.*

1) Tomamos $n = 2^{**}k$ y $h = (b - a)/n$.

2) Para $i = 1$ hasta $n/2$

(a) Calculamos $x = a + (2 * i - 1) * h$.

(b) Calculamos $suma = suma + f(x)$

3) Actualizamos el trapecio $T1 = \frac{1}{2} * T0 + h * suma$.

4) Calcular Simpson con n subintervalos $S = (4 * T1 - T0) /3$.

5) Estimamos el error $e = abs((S - S0)/S0)$

6) Si el error < epsilon → para las iteraciones

7) Si el error es superior actualizamos las soluciones y volvemos al paso III. a).

Resultados obtenidos por el programa:

```
informatico@informatica: ~/Documentos/Informatica/ZClase7/simpson
informatico@informatica:~/Documentos/Informatica/ZClase7/simpson$ ./main.exe
 Método de Simpson para tolerancia < 10**-5
  n            S_n            error
   4  -.1198494402E+02  0.3382298742E-01
   8  -.1206420896E+02  0.6613709443E-02
  16  -.1206995132E+02  0.4759836373E-03
  32  -.1207032146E+02  0.3066563950E-04
 ----------------------------------------
 Método de Simpson para tolerancia < 10**-8
  n            S_n            error
   4  -.1198494402E+02  0.3382298742E-01
   8  -.1206420896E+02  0.6613709443E-02
  16  -.1206995132E+02  0.4759836373E-03
  32  -.1207032146E+02  0.3066563950E-04
  64  -.1207034476E+02  0.1930675849E-05
 128  -.1207034622E+02  0.1208861606E-06
informatico@informatica:~/Documentos/Informatica/ZClase7/simpson$
```