NO.97

B6639983

นาย โกวิท ภูอ่าง

Assignment#3

1. โอเจชอบเลี้ยงปลาทองมาก ซึ่งปลาทองที่ซื้อมาในแต่ละครั้ง หลังจากซื้อมาหนึ่งอาทิตย์มักจะตายไปบางส่วนหรือไม่ก็ตายทั้งหมด *โอเจจึงอยากหาความน่าจะเป็นเกี่ยวกับจำนวนปลาทองที่จะรอดตายหลังจากซื้อมาหนึ่งอาทิตย์* โดยการนำความรู้เกี่ยวกับเรื่องตัวแปรสุ่มมาใช้ ซึ่งก่อนจะหาค่าความน่าจะเป็นที่ต้องการได้ ต้องกำหนดตัวแปรสุ่มและหาค่าของตัวแปรสุ่มทั้งหมดออกมาก่อน ดังนั้นถ้าในแต่ละครั้งโอเจซื้อปลาทองมา 4 ตัว แล้วเค้าต้องกำหนดตัวแปรสุ่มอย่างไรและค่าต่างๆ ในตัวแปรสุ่มนั้นเป็นอะไรได้บ้าง เพราะอะไร จงอธิบาย *(2 คะแนน)*

ใช้การแจกแจงแบบทวินาม

จากสูตร $P(X=x) = f(x; n, p) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$

ให้ x เป็นค่าตัวแปรสุ่มที่แทนจำนวนปลาทองที่จะรอดตายหลังจากซื้อมาหนึ่งอาทิตย์

ค่าที่เป็นไปได้ 0, 1, 2, 3, 4

p เป็นโอกาสการรอดให้กับปลาแต่ละตัว

n คือจำนวนปลาทั้งหมด

2. กำหนดฟังก์ชันการแจกแจงสะสมหนึ่งเป็นตามค่าด้านล่าง จงใช้ตอบคำถามต่อไปนี้

$$F(X) = \begin{cases} 0 & , x < 1 \\ 3/13 & , 1 \le x < 2 \\ 7/13 & , 2 \le x < 3 \\ 11/13 & , 3 \le x < 4 \\ 1 & , x \ge 4 \end{cases}$$

(2a) ค่าของ P(X=2) เป็นเท่าไร

$P(X=k) = F(k) - F(k^-)$

(2b) ค่าของ P(X>=2) เป็นเท่าไร

(2c) ค่าของ P(X>3) เป็นเท่าไร

(2a) $P(X=2) = P(2 \le X < 3) - P(1 \le X < 2)$

$= \frac{7}{13} - \frac{3}{13}$

$= \frac{4}{13}$ ※

(2b) $P(X>=2) = 1 - P(X<2)$

$= 1 - \frac{3}{13}$

$= \frac{10}{13}$ ※

(2c) $P(X>3) = 1 - P(X \le 3)$

$= 1 - \frac{11}{13}$

$= \frac{2}{13}$ ※

3. จากค่าของฟังก์ชันความน่าจะเป็น f(x) ที่ให้มาด้านล่าง

$$P(X = x) = kx^2$$

เมื่อ $X \in \{1, 2, 3, 4\}$

จงหา

(3a). ค่าของ k ที่ทำให้ f(x) เป็น function ความน่าจะเป็น

(3b). ค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนของตัวแปรสุ่ม X นี้

(3a) จากผลรวมความน่าจะเป็น = 1

$\therefore \quad \sum_{x=1}^{4} kx^2 = k(1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2) = 1$

$k(30) = 1$

$\boxed{k = \frac{1}{30}}$ #

(3b) จากค่าเฉลี่ยของ $X = \mu = E(X) = \sum_{x=1}^{4} x \cdot P(X=x)$

$= \sum_{x=1}^{4} x \cdot kx^2$

$= k \sum_{x=1}^{4} x^3$

$\therefore \quad k \sum_{x=1}^{4} x^3 = \frac{1}{30}(1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3)$

$= \frac{1}{\cancel{30}}(\overset{3.3}{\cancel{100}})$

$\boxed{= 3.33 \text{ หรือ } \frac{10}{3}}$ #

ความแปรปรวนของ $X = E(x^2) - \mu^2$

หา $E(x^2) = \sum_{x=1}^{4} x^2 \cdot kx^2$

$= k \sum_{x=1}^{4} x^4$

$= \frac{1}{30}(1^4 + 2^4 + 3^4 + 4^4)$

$= \frac{1}{30}(354)$

$\therefore \quad E(x^2) - \mu^2 = \frac{354}{30} - \left(\frac{10}{3}\right)^2$

$= \frac{354 \times 3}{30 \times 3} - \frac{100 \times 10}{9 \times 10}$

$= \frac{1062}{90} - \frac{1000}{90}$

$= \frac{62}{90}$

$\boxed{\approx 0.689}$ #

4. ในการเพาะเมล็ดพันธุ์พืชหายากชนิดหนึ่งพบว่า แต่ละเมล็ดจะมีอัตราการงอก 70% ถ้าทำการเพาะเมล็ดพันธุ์พืชชนิดนี้ 10 เมล็ด จงหาค่าความน่าจะเป็นในแต่ละข้อต่อไปนี้ *(4 คะแนน)*

4.1 ความน่าจะเป็นที่จะมีเมล็ดที่ไม่งอก 2 เมล็ด

4.2 ความน่าจะเป็นที่จะมีเมล็ดที่ไม่งอกตั้งแต่ 1 ถึง 2 เมล็ด

4.3 ความน่าจะเป็นที่จะมีเมล็ดที่ไม่งอกอย่างน้อย 2 เมล็ด

4.4 ค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนของจำนวนเมล็ดที่ไม่งอก

อัตราการไม่งอก = 30 %
= 0.3

จากสูตร $P(X=x) = f(x; n, p) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$

ให้ x เป็นจำนวนที่ไม่งอก

n เป็นจำนวนเมล็ด 10

p เป็นอัตราไม่งอก 0.3

จะได้ $f(x; 10, 0.3) = \binom{10}{x}(0.3)^x(1-0.3)^{10-x}$

4.1) $P(X=2) = \binom{10}{2}(0.3)^2(0.7)^{10-2}$

$= 0.2335$ #

4.2) $P(1 \le X \le 2) = P(X=1) + P(X=2)$

$= \binom{10}{1}(0.3)^1(0.7)^{10-1} + 0.2335$

$= 0.1211 + 0.2335$

≈ 0.3545 #

4.3) $P(X \ge 2) = 1 - P(X \le 1)$

$= 1 - [P(X=0) + P(X=1)]$

$= 1 - \left[\binom{10}{0}(0.3)^0(0.7)^{10-0} + 0.1211\right]$

$= 1 - (0.0282 + 0.1211)$

$= 0.8507$ #

4.4) หาค่าเฉลี่ยและความแปรปรวน จาก $\mu = np, \quad \sigma^2 = np(1-p)$

แทน n = จำนวนเมล็ด 10 , p = อัตราไม่งอก 0.3

จะได้ $\mu = 10(0.3) = 3.0$ #

$\sigma^2 = 10(0.3)(1-0.3) = 2.1$ #

5. กำหนดปัญหาความน่าจะเป็นในข้อ (5a) – (5f) ด้านล่าง จงแสดงให้เห็นว่าในแต่ละข้อ เป็นการแจกแจงความน่าจะเป็นแบบใด **และ** หาค่าความน่าจะเป็นที่ถามในแต่ละข้อออกมา *(9 คะแนน)*

(5a). ด้วยสภาพทางเศรษฐกิจและจากข้อมูลทางสถิติพบว่า 3 ใน 7 ของคู่สามีภรรยาในปัจจุบันไม่ต้องการที่จะมีบุตร จงหาความน่าจะเป็นที่คู่สามีภรรยาคู่หนึ่งที่เพิ่งแต่งงานกันต้องการที่จะมีบุตร

(5b). จากผลการทดลองพบว่าการฉีดวัคซีนชนิดหนึ่งในเด็กมีความเสี่ยงที่จะเกิดกล้ามเนื้อหัวใจอักเสบร้อยละ 0.0025 จงหาความน่าจะเป็นที่จะพบการเกิดกล้ามเนื้อหัวใจอักเสบกับเด็ก 2 คนจากการฉีดวัคซีนชนิดนี้ให้กับเด็ก 2,000 คน

(5c). ในการจับฉลากปีใหม่ที่มีรางวัลทั้งหมด 20 รางวัล (เมื่อรางวัลที่ 1 คือรางวัลใหญ่ที่สุด) จงหาความน่าจะเป็นคนที่จับรางวัลคนแรกจะจับได้รางวัลที่ 1 ถึง 3

(5d). จากการเก็บสถิติการเครมสินค้าของโรงงานผลิตอะไหล่รถยนต์ชนิดหนึ่งพบว่า 80% ของจำนวนอะไหล่ที่เครมเข้ามาจะเป็นสินค้าที่มีวัสดุเป็นยาง ถ้ามีการส่งสินค้าเข้ามาเครม 20 ชิ้น จงหาความน่าจะเป็นที่จะเป็นสินค้าที่ไม่ได้มีวัสดุเป็นยางทั้ง 20 ชิ้น

(5e). ร้านขายเครื่องดื่มเพื่อสุขภาพเปิดใหม่แห่งหนึ่ง เปิดร้านวันละ 8 ชั่วโมง (10.00-18.00 น.) จากการเก็บข้อมูลที่ผ่านมาพบว่า มีลูกค้ามาสั่งเครื่องดื่มโดยเฉลี่ยวันละ 32 แก้ว จงหาความน่าจะเป็นที่ในเวลา 10.00-11.00 ของวันพรุ่งนี้จะมีลูกค้ามาสั่งเครื่องดื่มอย่างมาก 1 แก้ว

(5f). ถ้าเงินค่าตอบแทนของการรับงานที่ปรึกษาแบบ out source มีการแจกแจงแบบปกติ ที่มีค่าเฉลี่ย 45,000 บาทต่อสัปดาห์ ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน 2,500 บาท จงหาความน่าจะเป็นที่ผู้เชี่ยวชาญคนหนึ่ง จะมีค่าตอบแทนน้อยกว่า 40,000 บาทต่อสัปดาห์

(5a). ด้วยสภาพทางเศรษฐกิจและจากข้อมูลทางสถิติพบว่า 3 ใน 7 ของคู่สามีภรรยาในปัจจุบันไม่ต้องการที่จะมีบุตร จงหาความน่าจะเป็นที่คู่สามีภรรยาคู่หนึ่งที่เพิ่งแต่งงานกันต้องการที่จะมีบุตร

เป็นการแจกแจงแบบเบอนูลลี่ เหตุการณ์ต้องการมีบุตร = ความน่าจะเป็น p

โจทย์กำหนดให้ $P($ไม่ต้องการ$) = \frac{3}{7}$

ดังนั้น $P($ต้องการ$) = 1 - \frac{3}{7} = \frac{4}{7}$ ※

(5b). จากผลการทดลองพบว่าการฉีดวัคซีนชนิดหนึ่งในเด็กมีความเสี่ยงที่จะเกิดกล้ามเนื้อหัวใจอักเสบร้อยละ 0.0025 จงหาความน่าจะเป็นที่จะพบการเกิดกล้ามเนื้อหัวใจอักเสบกับเด็ก 2 คนจากการฉีดวัคซีนชนิดนี้ให้กับเด็ก 2,000 คน

เป็นการแจกแจงแบบทวินาม

ให้ x คือ จำนวนการเกิดกล้ามเนื้อหัวใจอักเสบ 2 คน

$f(x; 2000, 0.0025) \approx p(x; \lambda)$ โดย $\lambda = np = 2000 \times 0.0025 = 5$

$$P(X=2) = e^{-\lambda}\frac{\lambda^2}{2!} = e^{-5}\frac{5^2}{2!}$$

$$= e^{-5}\frac{25}{2}$$

$$\approx 0.0842 ※$$

(5c). ในการจับฉลากปีใหม่ที่มีรางวัลทั้งหมด 20 รางวัล (เมื่อรางวัลที่ 1 คือรางวัลใหญ่ที่สุด) จงหาความน่าจะเป็นคนที่จับรางวัลคนแรกจะจับได้รางวัลที่ 1 ถึง 3

เป็นการแจกแจงแบบสม่ำเสมอ

ให้ x เป็น คนที่จับได้รางวัล 1 ถึง 3

n เป็น รางวัลทั้งหมด

จาก 3 ทั้งหมด 20 $P = \frac{3}{20}$ ※

(5d). จากการเก็บสถิติการเครมสินค้าของโรงงานผลิตอะไหล่รถยนต์ชนิดหนึ่งพบว่า 80% ของจำนวนอะไหล่ที่เครมเข้ามาจะเป็นสินค้าที่มีวัสดุเป็นยาง ถ้ามีการส่งสินค้าเข้ามาเครม 20 ชิ้น จงหาความน่าจะเป็นที่จะเป็นสินค้าที่ไม่ได้มีวัสดุเป็นยางทั้ง 20 ชิ้น

แจกแจงแบบทวินาม

ให้ x คือจำนวนชิ้นที่ไม่ใช่ยาง $1 - 0.8 = 0.2$

จาก $f(x; 20, 0.2) = \binom{20}{x}(0.2)^x(1-0.2)^{20-x}$

$$= \cancel{\binom{20}{20}}(0.2)^{20}\cancel{(0.8)}^{\cancel{20-20}} = 1.0485 ※$$

(5e). ร้านขายเครื่องดื่มเพื่อสุขภาพเปิดใหม่แห่งหนึ่ง เปิดร้านวันละ 8 ชั่วโมง (10.00-18.00 น.) จากการเก็บข้อมูลที่ผ่านมาพบว่า มีลูกค้ามาสั่งเครื่องดื่มโดยเฉลี่ยวันละ 32 แก้ว จงหาความน่าจะเป็นที่ในเวลา 10.00-11.00 ของวันพรุ่งนี้จะมีลูกค้ามาสั่งเครื่องดื่มอย่างมาก 1 แก้ว

การแจกแจงแบบปัวซอง

โจทย์ให้ เฉลี่ยวันละ 32 แก้ว ใน 8 ชม.

$\Rightarrow \quad \lambda = \frac{32}{8} = 4$

ต้องการหา $P(x \le 1) = P(0) + P(1)$

$= e^{-4}\frac{4^0}{0!} + e^{-4}\frac{4^1}{1!}$

$= e^{-4}(1+4)$

≈ 0.0916 #

(5f). ถ้าเงินค่าตอบแทนของการรับงานที่ปรึกษาแบบ out source มีการแจกแจงแบบปกติ ที่มีค่าเฉลี่ย 45,000 บาทต่อสัปดาห์ ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน 2,500 บาท จงหาความน่าจะเป็นที่ผู้เชี่ยวชาญคนหนึ่ง จะมีค่าตอบแทนน้อยกว่า 40,000 บาทต่อสัปดาห์

เป็นการแจกแจงแบบปกติ

ให้ $\mu = 45{,}000$ บาท / สัปดาห์

$\sigma = 2{,}500$ บาท

คิดหา $z = \frac{40000 - 45000}{2500} = \frac{-5000}{2500} = -2$

$\therefore \quad P(x < 40{,}000) = P(z < -2)$

≈ 0.02275 #