# 演習課題 11 レポート

0500319521
尾崎　凌明

1. 計算

拡散方程式

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \sigma \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

を、初期値

$$u(x,0) = \exp\left[-\frac{(x-5)^2}{4\pi\sigma t_0}\right] \, (t_0 = 1)$$

についてディリクレ境界条件で、陰的スキームを用いて解いた。このときプログラムには、これまでに作成した”PDE”クラスを陰的スキームでも使えるように改良したもの（微分方程式が線形の場合のみ使用できる）を用いた。（一応陰的スキームで周期境界条件、ノイマン条件で解く機能もつけたが動作未確認。デバグしていないので多分動かない。）また、この中の連立 1 次方程式を解く部分は numpy ライブラリの numpy.linalg.solve()関数を用いた。

$x$、$t$それぞれの刻み幅は$\Delta x = 1/10$、$\Delta t = (\Delta x)^2 L/(2\sigma)$とした。

(1)

完全陰的スキーム（$\theta = 1$）の場合について$L = 20$として解き、$t = 0,1,2,3,4,5$の数値解と解析解を同グラフ上にプロットした。

(2)

$L = 5/3$として、$\theta$を$0.2$から$0.5$まで$0.01$刻みでうごかし、$t = 5$の数値解と解析解の平均二乗誤差を、横軸を$\theta$、縦軸を誤差としてプロットした。

(3)

$L = 1/3$として、$\theta$を$0$から$0.3$まで$0.01$刻みでうごかし、$t = 5$の数値解と解析解の平均二乗誤差を、横軸を$\theta$、縦軸を誤差としてプロットした。

2. 計算結果

上の(1)、(2)、(3)の計算結果は以下のようになった。（図１，２，３）

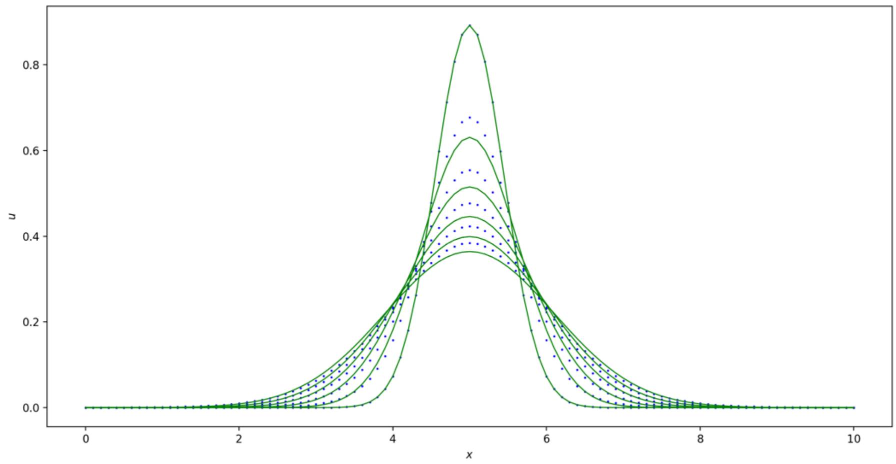


図 1　 L=20 の数値解（青）と解析解（緑）

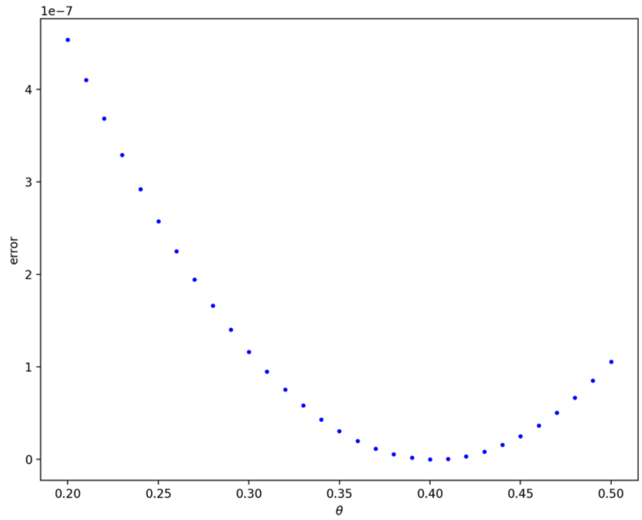


図 2　L=5/3 のときの$\boldsymbol{\theta}$と平均 2 乗誤差の関係

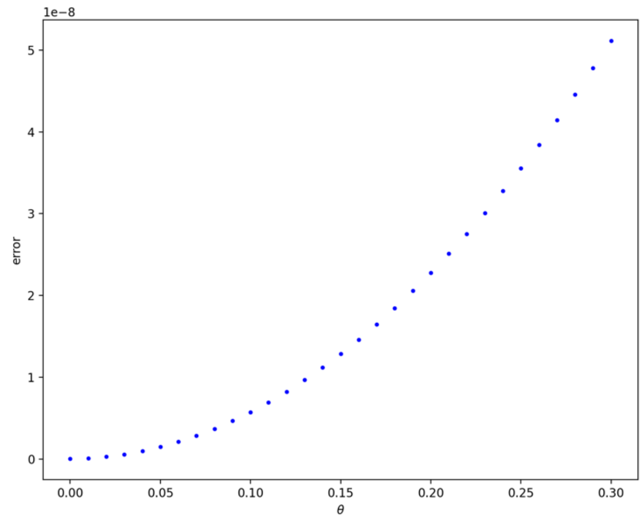


図 3　L=1/3 のときの$\boldsymbol{\theta}$と平均 2 乗誤差の関係

3.　考察

図 1 を見ると、数値解は$x=5$付近では解析解より大きく、$x=5$から遠い場所では解析解より小さく計算されていることがわかる。

図 2 を見ると、$L=5/3$のときは$\theta=0.4$ぐらいで最も誤差が小さくなっていることがわかる。

図 3 を見ると、$L=1/3$のときは$\theta=0$のとき、つまり陽的スキームのときに最も誤差が小さくなっていることがわかる。