

シグマ記号 (Σ) の使い方講義資料

cahtgpt + overleaf

Contents

1	はじめに：シグマ記号とは？	2
2	シグマ記号の基本形	2
3	シグマ記号の中身の式の扱い方	3
4	シグマの公式を使う	3
5	応用例	4
6	練習問題	4
7	まとめ	4

1 はじめに：シグマ記号とは？

シグマ記号 (Σ) は、「たくさんの数をまとめて足す」ことを簡単に書くための記号です。

例えば、

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5$$

をシグマ記号を使って書くと、

$$\sum_{k=1}^5 k$$

となります。

ポイント：

- 「 Σ 」は「総和」を意味するギリシャ文字
- 下に「 $k=1$ 」と書くことで「どこから始めるか」を指定
- 上に「5」と書くことで「どこまで足すか」を指定
- 右側の「 k 」は足し算する中身

2 シグマ記号の基本形

一般に、

$$\sum_{k=\Gamma}^{\Gamma} \Gamma$$

と書きます。

例1：1から5までの自然数の和

$$\sum_{k=1}^5 k = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$$

例 2：奇数の和

$$\begin{aligned} & \sum_{k=1}^4 (2k - 1) \\ &= (2 \times 1 - 1) + (2 \times 2 - 1) + (2 \times 3 - 1) + (2 \times 4 - 1) \\ &= 1 + 3 + 5 + 7 = 16 \end{aligned}$$

3 シグマ記号の中身の式の扱い方

ステップバイステップで展開することが大事。

1. 下の $k = 1$ から上の数字まで、 k を 1 ずつ増やす
2. そのたびに中身の式を計算する
3. すべて足し合わせる

例 3：二乗の和

$$\begin{aligned} & \sum_{k=1}^3 k^2 \\ &= 1^2 + 2^2 + 3^2 \\ &= 1 + 4 + 9 = 14 \end{aligned}$$

4 シグマの公式を使う

慣れてきたら公式も使える。

- 自然数の和： $\sum_{k=1}^n k = \frac{n(n+1)}{2}$
- 二乗の和： $\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

例 4：公式を使う例

$$\sum_{k=1}^{10} k = \frac{10 \times 11}{2} = 55$$

5 応用例

例5：定数を含む和

$$\begin{aligned}\sum_{k=1}^4 (3k + 2) \\&= (3 \times 1 + 2) + (3 \times 2 + 2) + (3 \times 3 + 2) + (3 \times 4 + 2) \\&= 5 + 8 + 11 + 14 = 38\end{aligned}$$

例6：和を分解する

$$\begin{aligned}\sum_{k=1}^n (a + bk) &= \sum_{k=1}^n a + \sum_{k=1}^n bk \\&= an + b \frac{n(n+1)}{2}\end{aligned}$$

6 練習問題

1. $\sum_{k=1}^5 (2k + 1)$ を計算せよ。
2. $\sum_{k=1}^6 k^2$ を計算せよ。
3. $\sum_{k=1}^{10} 5$ を計算せよ。
4. $\sum_{k=3}^7 k$ を計算せよ。

7 まとめ

- \sum は「総和」を表す便利な記号
- 下から上まで、 k を1ずつ動かしながら計算
- 慣れるまで展開して計算するのが大事
- 公式も活用できる

「シグマ記号は難しく見えるけど、実はただの足し算をまとめる記号だ」と理解しよう！