

三角関数と三角比

中学校で

$$f(x) = y = 2x + 1$$

のように x にただの数字(1,2,3..)を代入して実数の値をとる関数を考えたと思う。

関数とは何かを、軽く復習しておく。

簡単には、

関数とは

ある値を変数(x など) に代入すると、規則や関係(式)に基づき、ある値を出力する、式のことである。

以後現れる新しい記号(定義は後で)

$\sin \theta$

$\cos \theta$

$\tan \theta$

は θ (シータ)の関数である。

でも、 θ はなんだよという方がいるだろう。

当然、今までやってきた関数というのは、 $y = x^2 + 3x + 2$

のように、多項式などの形だった。

今回も、表しかたが異なるだけで、上三つの記号もれっきとした関数である。

今、 θ という変数に代入するのは角度である。そしてどんな規則であるかを示したのが、

\sin

\cos

\tan

の部分である。

三角比と三角関数の違いについても、先に言っておこう。

三角比は基本的に 0-180 度までの角度しか扱わない。

三角関数は三角比を-90 度や 420 度のようにより広い角度に拡張したものである。

(また、三角関数では基本、弧度法という角度の新しい表し方を用いることが多い。)

次に $\sin \theta$ と $\cos \theta$ の定義のために単位円を定義する($\tan \theta$ は $\sin \theta / \cos \theta$ で定まるので、考えなくてよい)

単位円ってなに

- 半径が 1 の円を「単位円」と呼びます。座標の原点 ($x = 0, y = 0$) を中心に置く
と、円の縁は常に「原点からの距離が 1」の点で出来上がります。mathsisfun.com

角度 θ の取りかた

1. x 軸の正方向 (右向き) を 0° (0 rad) として、反時計回りを正の向きに角度 θ を測ります。
2. その角度で円周上に現れる点 P を考えます (上の図では黄色い点などが P)。

単位円において $\cos \theta$ と $\sin \theta$ は「座標そのもの」

名称 意味

図での見え方

cos θ 点 P の **x 座標** (横方向の長さ)
原点から P へ引いた半径を、x 軸に垂線を下ろした長さ

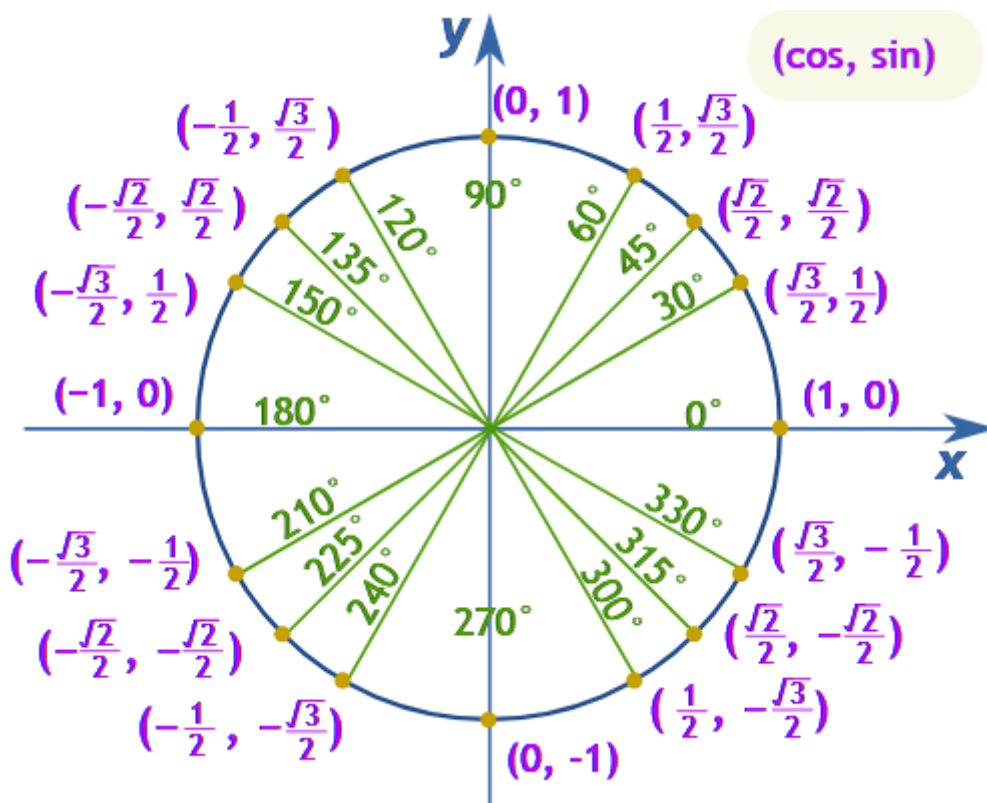
sin θ 点 P の **y 座標** (縦方向の長さ)
同じ半径を、y 軸に垂線を下ろした長さ

覚え方: 「cos は horizontal (横)、sin は vertical (縦)」とだけ思い出せば OK です。

どうしてそう言える?

- 半径 = 1 の直角三角形ができる
 - 斜辺 (半径) が 1
 - 横の辺が $\cos \theta$
 - 縦の辺が $\sin \theta$
- ピタゴラスの定理より

$$(\cos \theta)^2 + (\sin \theta)^2 = 1$$



単位円 ⇒ 直角三角形への“拡大コピー”

1. 単位円の三角形がお手本

前回見たように、半径 1 の単位円で

- 横の長さ = $\cos \theta$
- 縦の長さ = $\sin \theta$
- 斜辺 (半径) = 1

という直角三角形ができます。

2. 拡大すると一般の直角三角形に

斜辺を 1 → r 倍に引き伸ばせば、

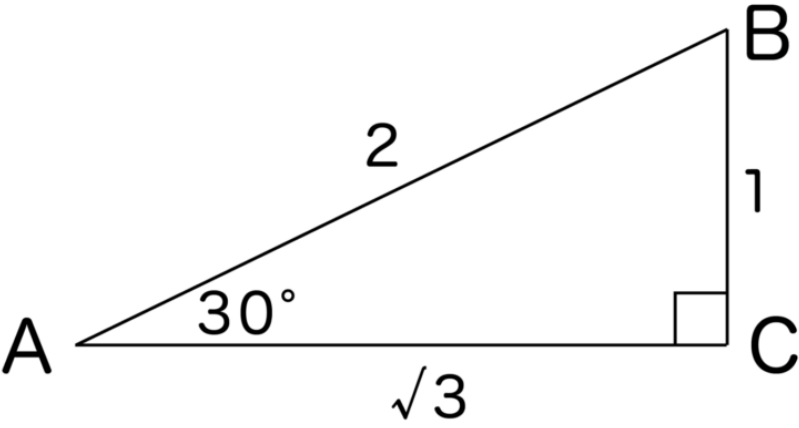
- 斜辺 = r
- 横辺 = $r \cos \theta$
- 縦辺 = $r \sin \theta$

となり、角度 θ はそのまま。

つまり「直角三角形は単位円の三角形を拡大しただけ」なので、**辺の比は拡大しても変わりません。**

直角三角形での三角比の定義

三角比	式 (直角三角形)	単位円と同じ意味
$\sin \theta$	$\frac{\text{(向かいの辺)}}{\text{(斜辺)}}$	$\frac{r \sin \theta}{r} = \sin \theta$
$\cos \theta$	$\frac{\text{(隣の辺)}}{\text{(斜辺)}}$	$\frac{r \cos \theta}{r} = \cos \theta$
$\tan \theta$	$\frac{\text{(向かいの辺)}}{\text{(隣の辺)}}$	$\frac{r \sin \theta}{r \cos \theta} = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$



上の図においては
単位円の半径を 2 倍にしたものとして考えるとよい。
 $\theta = 30^\circ$ としてみれば、 $\sin \theta = 1/2$ $\cos \theta = \sqrt{3}/2$ がわかる。