Automne 2018

IFT–2505
Devoir 1

Date de remise : 25 septembre 2018 (au plus tard à 14h30).
Le devoir est individuel. Le règlement sur le plagiat sera d'application.

1. Une entreprise d'exploitation forestière doit attribuer des équipements forestiers entre deux sites de manière à maximiser ses revenus nets quotidiens. Ils ont déterminé que le revenu net d'une corde de bois est de 1,90$ du site 1 et de 2,10$ du site 2. Deux débardeurs, un transitaire et un camion sont à leur disposition. Chaque type d'équipement peut être utilisé pendant 9 heures par jour, et ce temps peut être divisé en toute proportion entre les deux sites. L'équipement nécessaire pour produire un cordon de bois de chaque site varie comme indiqué dans la table 1.

Site	Débardeur	Transitaire	Camion
1	0,30	0,30	0,17
2	0,40	0,15	0,17

Table 1 – Heures d'équipement nécessaires pour produire une corde de bois.

Formuler ce problème sous forme de programme linéaire, et expliquant le choix des variables de décision, la construction de la fonction objectif et des contraintes.

2. Soit le problème de programmation avec une seule contrainte

$$\begin{aligned} \min\ & \sum_{j=1}^{n} c_j x_j \\ \text{t.q. } & \sum_{j=1}^{n} a_j x_j \leq b \\ & x_j \geq 0,\ j = 1, \dots, n \end{aligned}$$

Supposons que $b > 0$ et $a_j > 0$, $j = 1, 2, \dots, n$. Supposons également qu'il existe au moins un indice j tel que $c_j < 0$. Démontrer qu'une solution optimale de ce problème est de la forme

$$x_k = \frac{b}{a_k}$$

et $x_j = 0$ pour tout $j \neq k$. où l'indice k satisfait la relation

$$\frac{c_k}{a_k} = \min_{j=1,\ldots,n} \left\{ \frac{c_j}{a_j} \right\}$$

(Suggestion : considérer x_k comme variable de base du problème.)