Семинар 3

Шугаман тэгшитгэлийн систем, бодох аргууд

1. Шугаман тэгшитгэлийн системийн өргөтгөсөн матриц өгөгдсөн бол ШТС шийдтэй эсэхийг тогтоож шийдийг ол.

$$a. \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \qquad b. \begin{bmatrix} 3 & -2 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -3 & 1 & -1 \\ 2 & 4 & -6 & 2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$c. \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 0 \\ 5 & 6 & 7 & 8 & 0 \\ 9 & 10 & 11 & 12 & 0 \end{bmatrix} \quad d \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 5 & 4 & 3 & 2 & 1 \\ 7 & 7 & 7 & 7 & 7 & 7 \end{bmatrix}$$

2. Дараах системүүдийн хувьд

1. шийдгүй байх, 2. цор ганц шийдтэй байх, 3. төгсгөлгүй олон шийдтэй байх k-ийн утгыг ол.

a.
$$\begin{cases} kx + 2y = 3 \\ 2x - 4y = -6 \end{cases}$$
b.
$$\begin{cases} x + ky = 1 \\ kx + y = 1 \end{cases}$$
c.
$$\begin{cases} x - 2y + 3z = 2 \\ x + y + z = k \\ 2x - y + 4z = k^2 \end{cases}$$
d.
$$\begin{cases} x + ky = 1 \\ x + ky + z = 1 \\ x + ky + z = 1 \\ kx + y + z = -2 \end{cases}$$

3. Систем нийцтэй эсэхийг тогтоож, ерөнхий шийд ба хэд хэдэн тухайн шийд ол.

a.
$$\begin{cases} 2x_1 + 7x_2 + 3x_3 + x_4 = 6 \\ 3x_1 - 5x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 4 \\ 9x_1 + 4x_2 + x_3 + 7x_4 = 2 \end{cases}$$
b.
$$\begin{cases} 2x_1 + 5x_2 - 8x_3 = 8 \\ 4x_1 + 3x_2 - 9x_3 = 9 \\ 2x_1 + 3x_2 - 5x_3 = 7 \end{cases}$$
c.
$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = -2 \\ 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 5x_4 = 3 \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 5 \\ 7x_1 + x_2 + 6x_3 - x_4 = 7 \end{cases}$$
d.
$$\begin{cases} 8x_1 + 6x_2 + 5x_3 + 2x_4 = 21 \\ 3x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 = 10 \\ 4x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 = 8 \\ 3x_1 + 5x_2 + x_3 + x_4 = 15 \\ 7x_1 + 4x_2 + 5x_3 + 2x_4 = 18 \end{cases}$$

4. Шугаман тэгшитгэлийн системийг Гаусс болон Гаусс-Жорданы аргаар бод.

a.
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 9 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 0 \\ 4x_1 - x_2 + x_3 = 4 \end{cases}$$
b.
$$\begin{cases} x - y + 2z = 0 \\ -x + 3y + z = 1 \\ x + y + 7z = 3 \end{cases}$$
c.
$$\begin{cases} 2w + 3x - y + 4z = 1 \\ 3w - x + z = 1 \\ 3w - 4x + y - z = 2 \end{cases}$$
d.
$$\begin{cases} x_1 - 3x_2 - 2x_3 = 0 \\ -x_1 + 2x_2 + x_3 = 0 \\ 2x_1 + 4x_2 + 6x_3 = 0 \end{cases}$$
e.
$$\begin{cases} -x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 4x_4 = 0 \\ 2x_1 - 6x_2 + x_3 - 2x_4 = -3 \\ x_1 - 3x_2 + 4x_3 - 8x_4 = 2 \end{cases}$$
f.
$$\begin{cases} 2r + s = 3 \\ 4r + s = 7 \\ 2r + 5s = -1 \end{cases}$$
g.
$$\begin{cases} \frac{1}{2}x_1 + x_2 - x_3 - 6x_4 = 2 \\ \frac{1}{6}x_1 + \frac{1}{2}x_2 - 3x_4 + x_5 = -1 \end{cases}$$
h.
$$\begin{cases} \sqrt{2}y - 3z = -\sqrt{2} \\ -y + \sqrt{2}z = 1 \end{cases}$$

i.
$$\begin{cases} a+b+c+d=4\\ a+2b+3c+4d=10\\ a+3b+6c+10d=20\\ a+4b+10c+20d=35 \end{cases}$$
 j.
$$\begin{cases} w-x+2y-z=1\\ w-x-y+z=0\\ x+y=-1\\ w+x+z=-2 \end{cases}$$

5. Шугаман тэгшитгэлийн системийг Крамерийн дүрмээр болон урвуу матриц ашиглан бод.

a.
$$\begin{cases} x+y=1 \\ x-y=2 \end{cases}$$
b.
$$\begin{cases} 2x-y=5 \\ x+3y=-1 \\ x+y+z=1 \\ z=1 \end{cases}$$
d.
$$\begin{cases} x+y=5 \\ x+y+z=1 \\ x+y+z=2 \\ x-y=3 \end{cases}$$

6. Жишээ ??-ийг дараах тохиолдолуудад бод.

а. Өдөр бүр А, В, С тэжээл тус бүрээс харгалзан 400, 600, 600 нэгжийг туршилтанд ашиглах бөгөөд бактери тус бүр өдөрт хоол тус бүрээс хүснэгтэнд үзүүлсэн хэмжээгээр хэрэглэдэг. Ашиглаж байгаа бүх тэжээлийг хэрэглэхийн тулд бактери тус бүрээс хичнээн хэмжээтэйг туршилтанд байрлуулах шаардлагатай вэ?

			Бактери		
		I	II	III	
	A	1	2	0	
пеежет	В	2	1	1	
	$^{\mathrm{C}}$	1	1	2	

b. Өдөр бүр А, В, С тэжээл тус бүрээс харгалзан 400, 500, 600 нэгжийг туршилтанд ашиглах бөгөөд бактери тус бүр өдөрт хоол тус бүрээс хүснэгтэнд үзүүлсэн хэмжээгээр хэрэглэдэг. Ашиглаж байгаа бүх тэжээлийг хэрэглэхийн тулд бактери тус бүрээс хичнээн хэмжээтэйг туршилтанд байрлуулах шаардлагатай вэ?

		Бактери		
		I	II	III
	A	1	2	0
песжет	В	2	1	3
	\mathbf{C}	1	1	1

- 7. Цэцэгчин сарнай, удвал, цахирмаа оролцсон цэцэгийн баглаа хийдэг. Цэцэгийн жижиг баглаанд 1 сарнай, 3 удвал, 3 цахирмаа, дунд баглаанд 2 сарнай, 4 удвал, 6 цахирмаа, том баглаанд 4 сарнай, 8 удвал, 6 цахирмаа тус тус оролцдог. Цэцэгчин 24 сарнай, 50 удвал, 48 цахирмаа ашиглан дээрх 3 төрлийн цэцэгийн баглаа тус бүр хэдийг хийх вэ?
- 8. Оюутанд 500, 1000, 5000-тын 20 ширхэг дэвсгэрт бүхий 25000 төгрөг байсан.
 - а. 1000-тын дэвсгэрт нь 500-таасаа 2 дахин их бол дэвсгэрт тус бүрээс хэд байсан бэ.
 - b. Дээрх 20 ширхэг дэвсгэрт 25000 төгрөг үүсгэх бүх боломжийг ол.

- 9. Кофены худалдаачин 3 төрлийн найрлага бүхий кофе хийж худалдаалдаг. I төрлийн 1 уут кофенд 300гр Колумб, 200гр Франц буурцаг, II төрлийн 1 уут кофенд 200гр Колумб, 200гр Кени, 100гр Франц буурцаг, III төрлийн 1 уут кофенд 100гр Колумб, 200гр Кени, 200гр Франц буурцаг тус тус ордог. Тэгвэл 25кг Колумб, 15кг Кени, 25кг Франц буурцагаар дээрх 3 төрлийн найрлага бухий кофе тус бур хэдэн уутыг хийх вэ?
- 10. Кофены худалдаачин 3 төрлийн найрлага бүхий кофе хийж худалдаалдаг. I төрлийн 1 уут кофенд 300гр Колумб, 50гр Кени, 150гр Франц буурцаг, II төрлийн 1 уут кофенд 200гр Колумб, 200гр Кени, 100гр Франц буурцаг, III төрлийн 1 уут кофенд 100гр Колумб, 350гр Кени, 50гр Франц буурцаг тус тус ордог. Худалдаачин I төрлийн нэг уут кофеноос 0.5\$, II төрлийн нэг уут кофеноос 2\$-ийн ашиг тус тус олдог. Тэгвэл 30кг Колумб, 15кг Кени, 15кг Франц буурцагаар дээрх 3 төрлийн найрлага бүхий кофе хийхдээ хамгийн их ашиг олж байхаар төрөл тус бүрээс хэдэн уутыг хийх вэ? Хамгийн их ашиг нь хэд вэ?
- 11. Дараах химийн урвал тус бүрийн химийн балансын тэгшитгэлийг зохиож бод.

a.
$$FeS_2 + O_2 \longrightarrow Fe_2O_3 + SO_2$$

b.
$$CO_2 + H_2O \longrightarrow C_6H_{12}O_6 + O_2$$

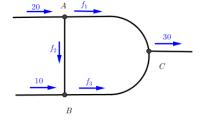
c.
$$C_4H_{10} + O_2 \longrightarrow CO_2 + H_2O$$

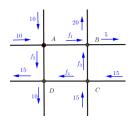
d.
$$C_7H_6O_2 + O_2 \longrightarrow H_2O + CO_2$$

e.
$$C_5H_{11}OH + O_2 \longrightarrow H_2O + CO_2$$

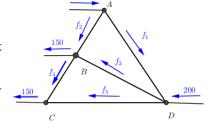
f.
$$Na_2CO_3 + C + N_2 \longrightarrow NaCN + CO$$

- 12. Урсгал нь минут тутамд литрээр хэмжигддэг усны хоолойн сүлжээ зурагт өгөгдсөн.
 - а. Боломжит урсгалын хувьд шугаман тэгшитгэлийн систем зохиож бод.
 - b. Хэрэв AB хэрчмээр дамжих урсгалын хэмжээг $5\pi/мин$ гэж хязгаарлавал нөгөө хоёр мөчрөөр дамжих урсгалын хэмжээ хэд байх вэ?
 - с. Мөчир тус бүрээр нэвтрэх боломжит урсгалын хамгийн их ба хамгийн бага хэмжээг ол.
 - d. Урсгалын хэмжээг эерэг байхаар авч үзэж байгаа. Урсгалын хэмжээ сөрөг утгатай байж болох уу?
- 13. Хотын төв нь нэг урсгалтай замуудаас бүрдэх бөгөөд замын уулзвар бүр дээрх хөдөлгөөний урсгалыг хэмжсэн. Зураг 2.3.6-д ачаалалтай үед $A,\,B,\,C,\,D$ уулзвараар минут тутам нэвтрэн өнгөрөх тээврийн хэрэгслийн дундаж тоо өгөгдсөн.
 - а. f_1, f_2, f_3, f_4 боломжит урсгалын хэмжээг тодорхойлох шугаман тэгшитгэлийн систем зохиож бод.

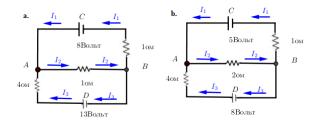




- b. Хэрэв минут тутамд CD-ээр өнгөрөх тээврийн хэрэгслийн тоог $f_4=10$ гэж үзвэл бусад зам дээрх тээврийн урсгалын дундаж тоог ол.
- с. Зам бүр дээрх урсгалын хамгийн их ба хамгийн бага хэмжээг тодорхойл.
- d. Бүх чиглэлүүдийг эсрэгээр өөрчилбөл шийд хэрхэн өөрчлөгдөх вэ.
- 14. Өдөр тутам урсгал нь литрээр хэмжигдэх усжуулалтын системийн сүлжээ зурагт өгөгдсөн.
 - а. $f_1,\,f_2,\,f_3,\,f_4,\,f_5$ боломжит урсгалын хэмжээг тодорхойлох шугаман тэгшитгэлийн систем зохиож бод.
 - b. DC хоолойг хаахад DB хоолойгоор дамжих урсгалын хэмжээг ол.
 - с. 1.-д олсон системийн шийдээс DB хоолойгоор нэвтрэх хамгийн их ба хамгийн бага урсгалын хэмжээг ол.



15. Зурагт өгөгдсөн цахилгаан хэлхээний гүйдлийг тодорхойл.



- 16. Зурагт гүүрэн холбоос үүсгэсэн хэлхээний
 - а. $I, I_1, I_2, I_3, I_4, I_5$ гүйдлүүдийг ол.
 - b. Энэ хүрээний бодит эсэргүүцлийг ол.

