МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
“САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИТМО”

ФАКУЛЬТЕТ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ И РОБОТОТЕХНИКИ

Лабораторная работа №3:
«Астатизмы»

по дисциплине Теория автоматического управления

Выполнил: Студент группы R33362 Осинина Т. С
Преподаватель: Перегудин А.А.

Санкт-Петербург, 2022

Задание №1. Исследование задачи стабилизации с идеальным дифференцирующим звеном

Придумайте такие коэффициенты a1, a2 и a3 для системы вида:

$$a_1\ddot{y} + a_2\dot{y} + a_3 y = u,$$

чтобы она содержала хотя бы один неустойчивый полюс. Возьмите регулятор вида: $u = k_1 y + k_2\dot{y}$ *и задайте такие значения k1 и k2, при которых замкнутая система будет устойчивой.*
При построении схемы моделирования в качестве дифференцирующего звена используйте блок SIMULINK Derivative. Выполните моделирование с начальными условиями y(0), y˙(0) отличными от нуля и постройте графики выхода разомкнутой и замкнутой системы.

Решение:

$$a_1\ddot{y} + a_2\dot{y} + a_3 y = u$$

$$W(s) = \frac{1}{a_1 s^2 + a_2 s + a_3}$$

Для того, чтобы найти система содержала один неустойчивый полюс, необходимо найти коэффициенты, при которых хотя бы один корень больше 0.

$$a_1 s^2 + a_2 s + a_3 = 0$$

$$D = a_2^2 - 4a_1 a_3$$

$$\lambda_1, \lambda_2 = \frac{-a_2 \pm \sqrt{a_2^2 - 4a_1 a_3}}{2a_1}$$

Пусть $a_1 = 1,\ a_2 = -2\ , a_3 = 5$, получаем:

$$\ddot{y} - 2\dot{y} + 5y = 0$$

$$D = 4 - 20 = -16 \Rightarrow \sqrt{D} = \pm 4i$$

$$\lambda_1, \lambda_2 = \frac{-2 \pm 4i}{2} = -1 \pm 2i$$

Далее определим начальные условия:

$$y(t) = C_1 e^t \cdot \cos(2t) + C_2 e^t \cdot \sin(2t) \Rightarrow y(0) = C_1 \Rightarrow C_1 = 2, C_2 = 1$$

$$y(0) = 2$$

$$\dot{y}(0) = C_1 + 2C_2 \Rightarrow \dot{y}(0) = 2 - 3 = -1$$

Далее подбираем коэффициенты k_1, k_2, при которых замкнутая система будет устойчивой:

$$\ddot{y} - 2\dot{y} + 5y = u$$

$$\ddot{y} - 2\dot{y} + 5y = k_1 y + k_2\dot{y}$$

$$\ddot{y} + (-2 - k_2)\dot{y} + (5 - k_1)y = 0$$

По следствию Гурвица для уравнения второго порядка устанавливаем условия для коэффициентов:

$$\begin{cases} -2 - k_2 > 0 \\ 5 - k_1 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k_2 < -2 \\ k_1 < 5 \end{cases}$$

Пусть $k_1 = 3, k_2 = -5,$ тогда получим:

$$\ddot{y} + 3\dot{y} + 2y = 0$$

$$\lambda_1, \lambda_2 = \frac{-3 \pm 1}{2} = -2, -1$$

$\lambda_1 < 0, \lambda_2 < 0,$ следовательно система устойчива

Далее определим начальные условия:

$$y(0) = 2$$

$$\dot{y}(0) = -C_1 - 2C_2 \Rightarrow \dot{y}(0) = -1$$

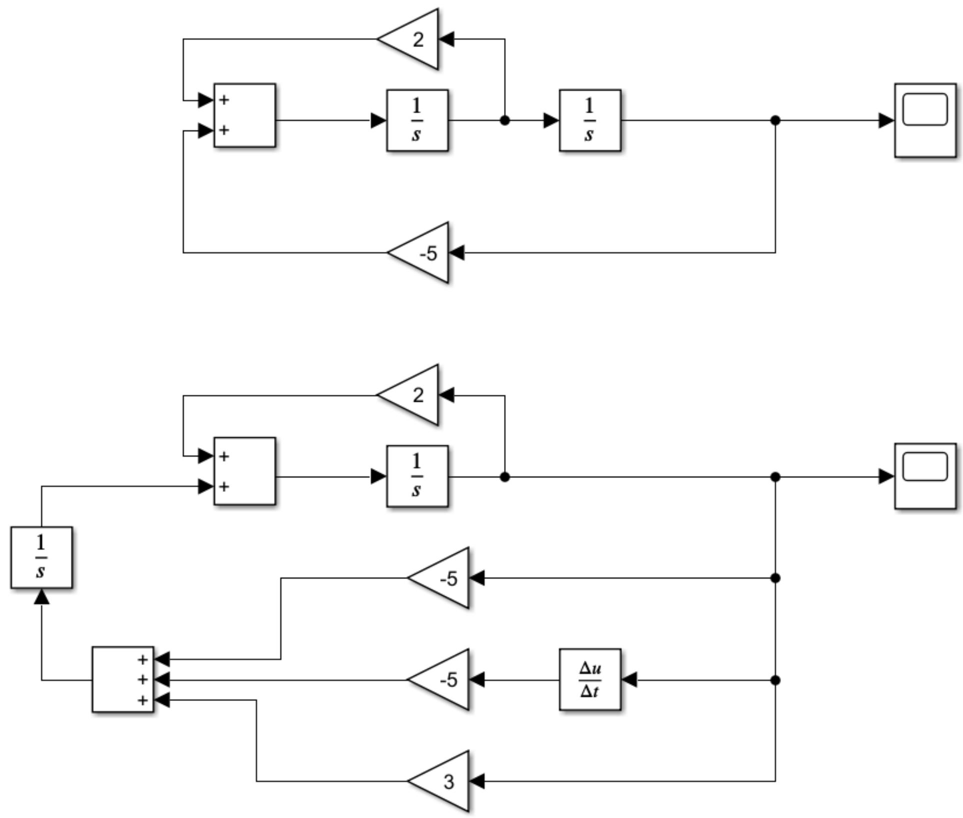


Рисунок 1. Схема моделирования замкнутой и разомнкнутой системы

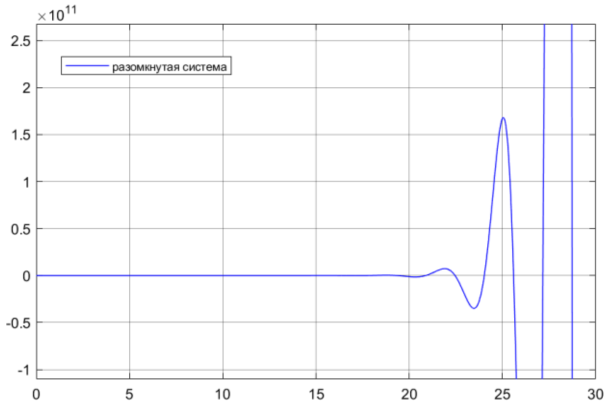


Рисунок 2. Зависимость y(t) при разомкнутой системе

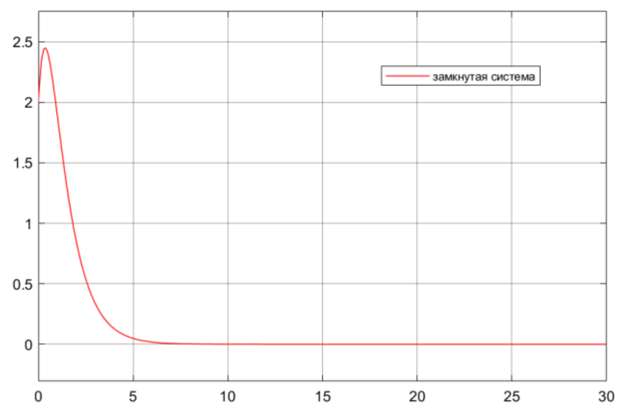


Рисунок 3. Зависимость y(t) при замкнутой системе

Вывод: подобрали коэффициенты k_1, k_2 верно, так как по графику видно, что разомкнутая системы неустойчива, а при значениях $k_1 = 3$ и $k_2 = -5$ замкнутая система устойчива.

Задание 2. Исследование задачи стабилизации с реальным дифференцирующим звеном

Измените схему из предыдущего пункта, заменив блок Derivative на передаточную функцию вида:

$$\frac{p}{T\,p\,+\,1}$$

Исследуйте влияние параметра T на устойчивость системы. Также по желанию вы можете найти аналитически критическое значение этого параметра, при котором система становится неустойчивой.

Решение:

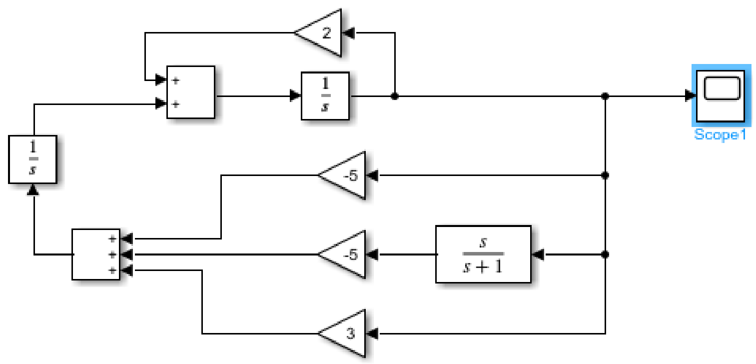


Рисунок 4. Схема моделирования при передаточную функцию вида: $\frac{p}{T\,p+1}$, при T=1

При $T \geq 1$:

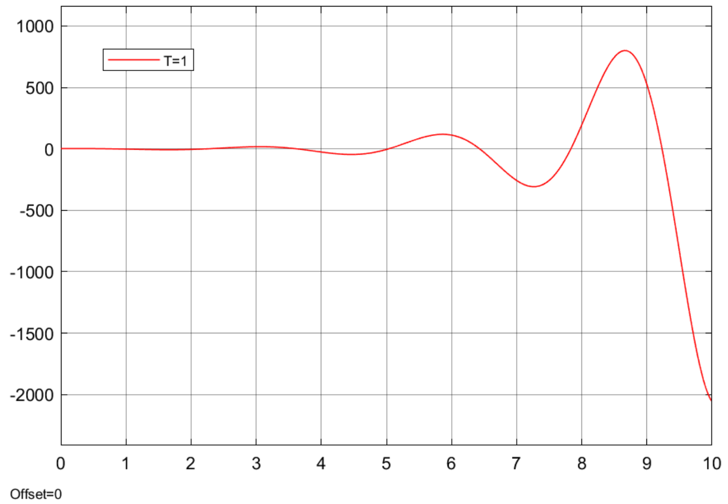


Рисунок 5.Зависимость y(t) при T=1

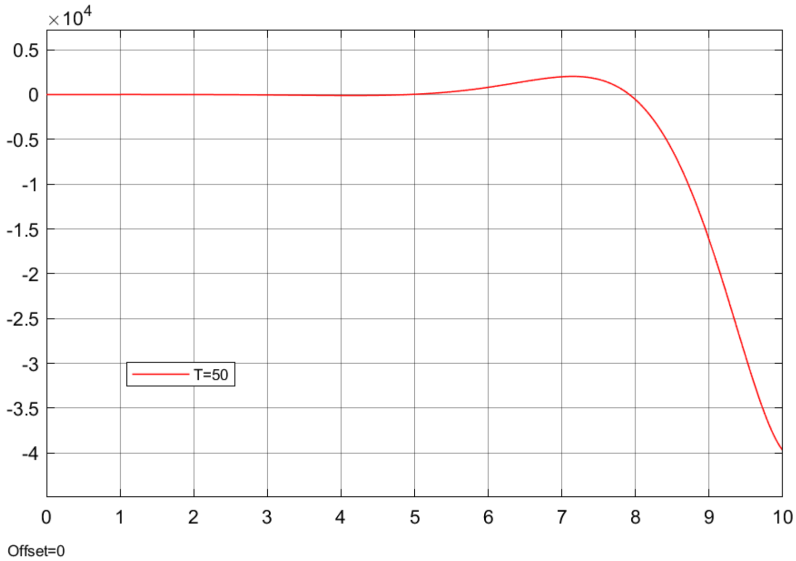


Рисунок 6. Зависимость y(t) при T=50

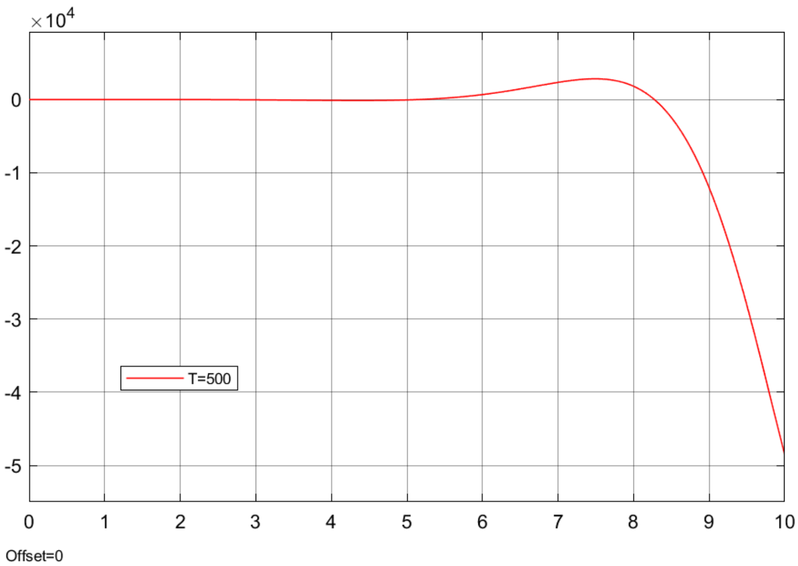


Рисунок 7. Зависимость y(t) при T=500

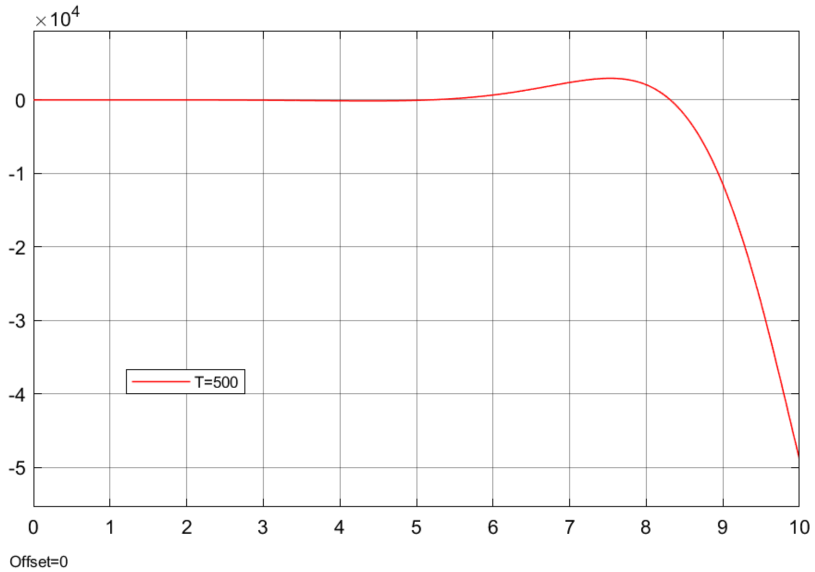


Рисунок 8. Зависимость y(t) при T=5000

При T<0:

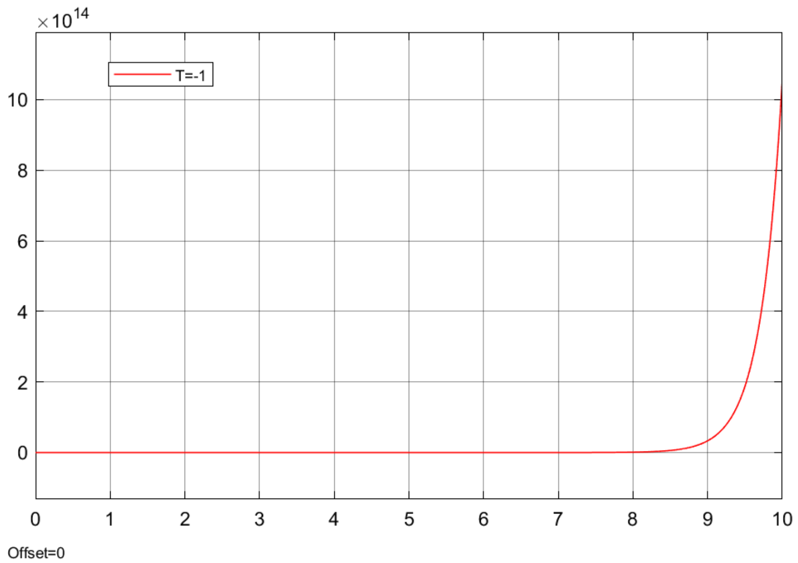


Рисунок 9. Зависимость y(t) при T=-1

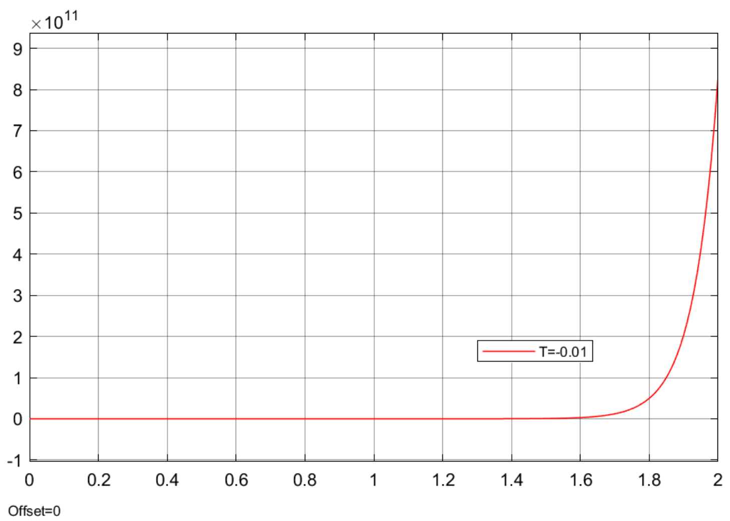


Рисунок 10. Зависимость y(t) при T=-0.1

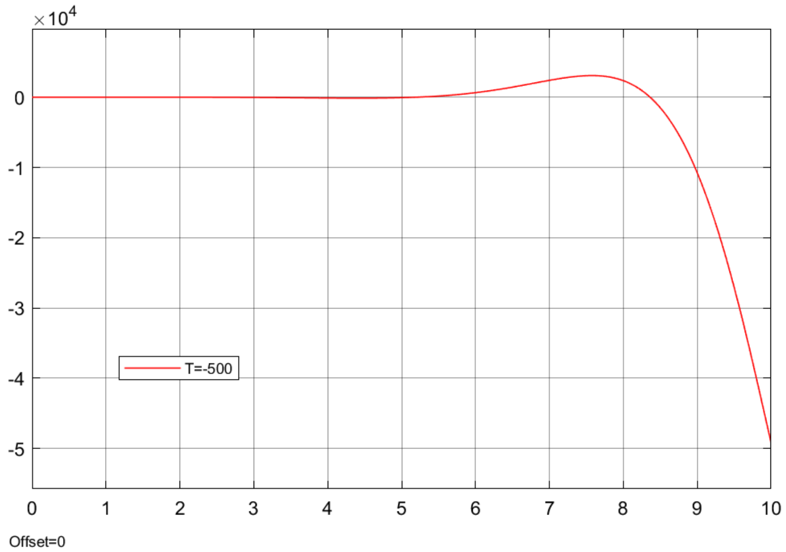


Рисунок 11. Зависимость y(t) при T=-500

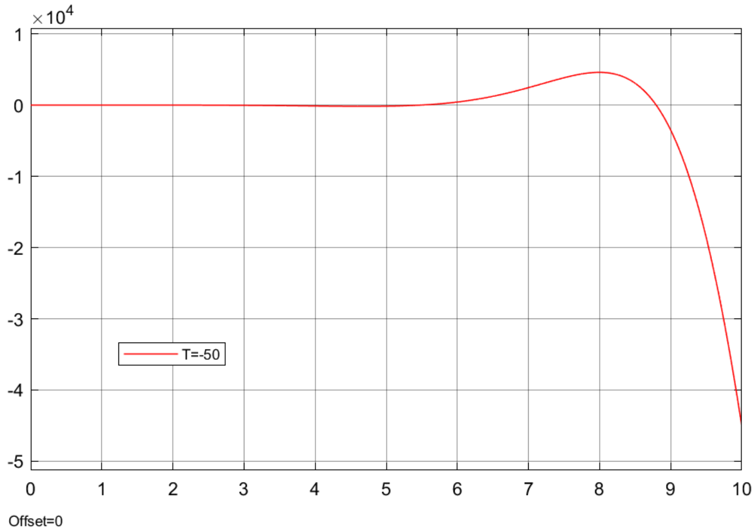


Рисунок 12. Зависимость y(t) при T=-50

1>T>0:

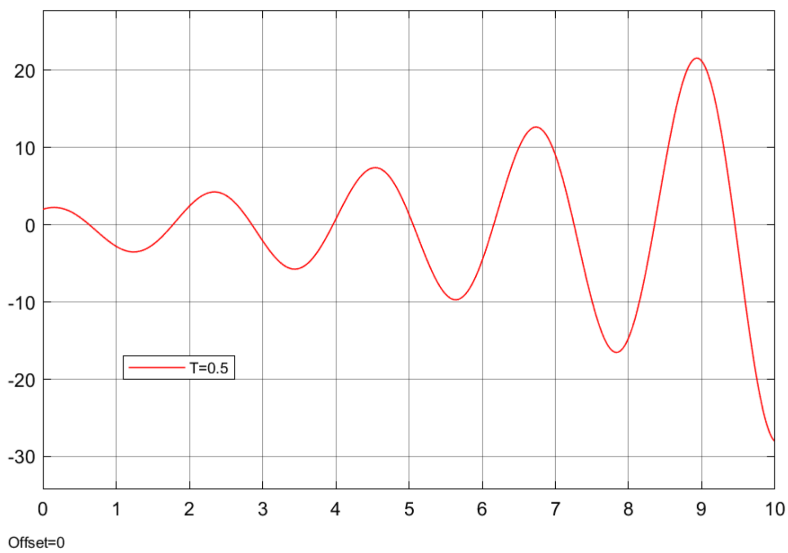


Рисунок 13. Зависимость y(t) при T=0.5

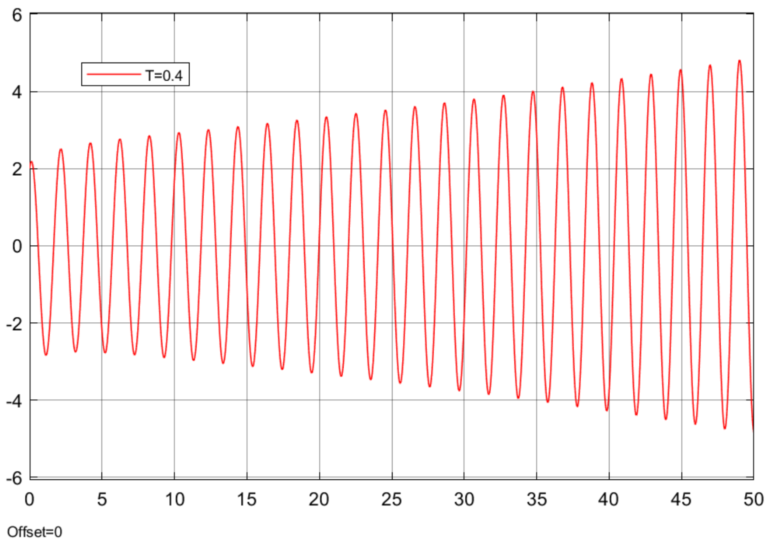


Рисунок 14. Зависимость y(t) при T=0.4

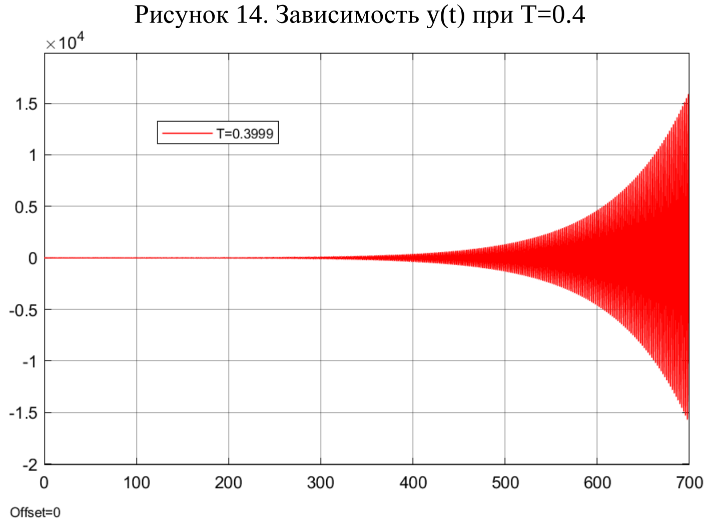


Рисунок 15. Зависимость y(t) при T=0.3999

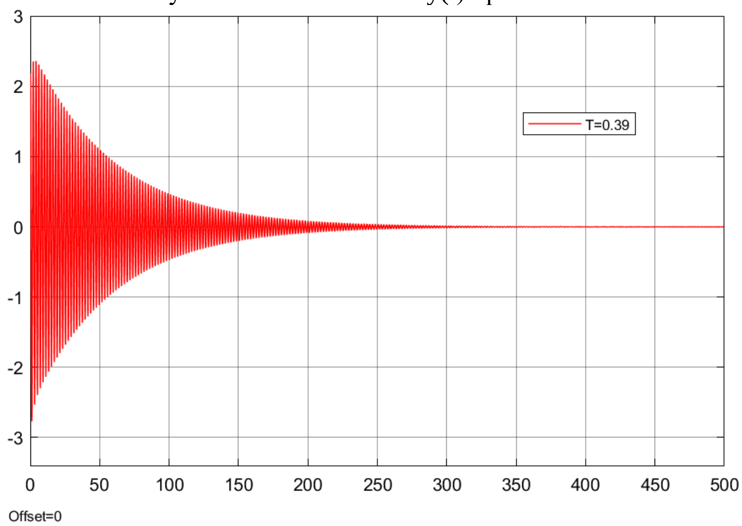


Рисунок 16. Зависимость y(t) при T=0.39

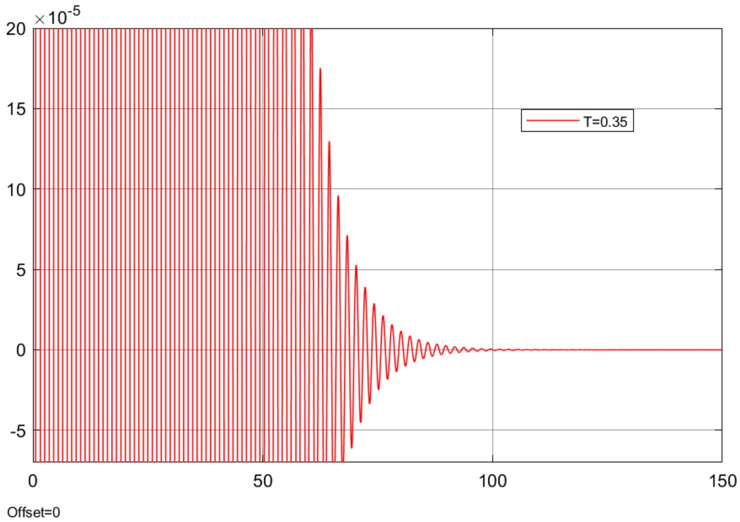


Рисунок 17. Зависимость y(t) при T=0.35

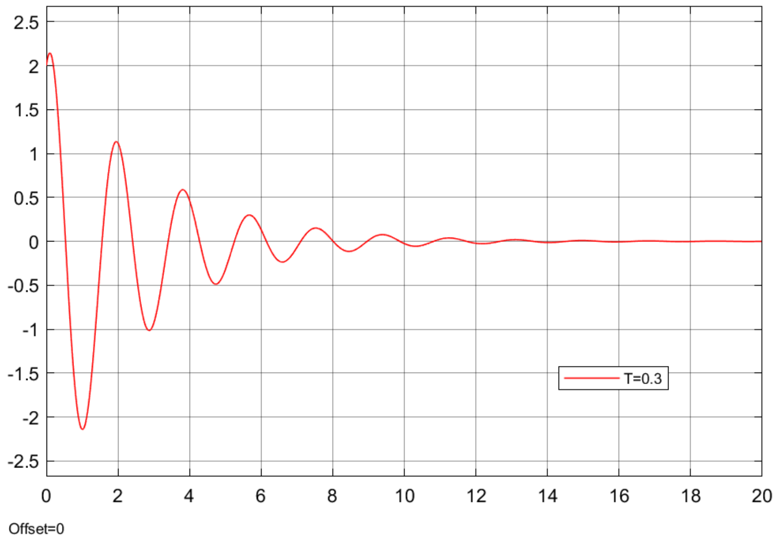


Рисунок 18. Зависимость y(t) при T=0.3

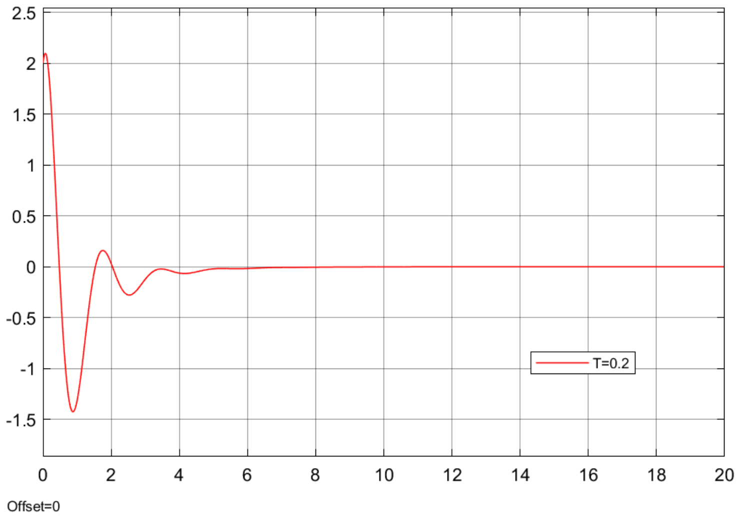


Рисунок 19. Зависимость y(t) при T=0.2

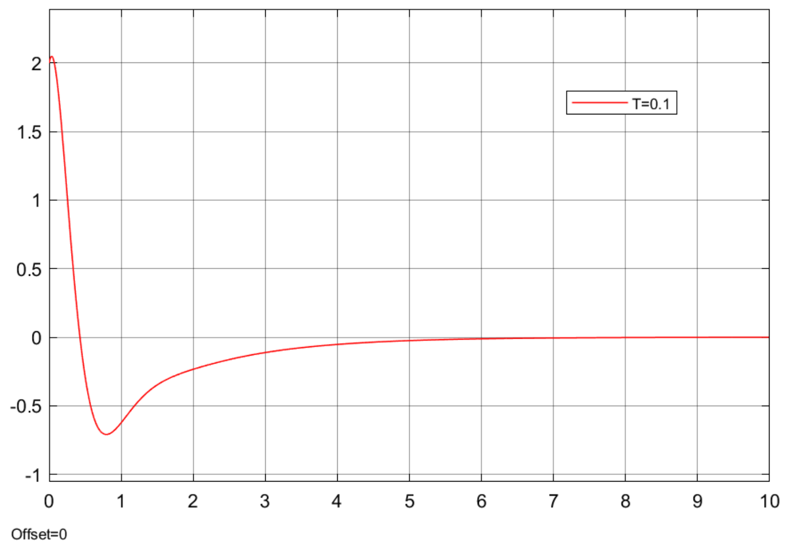


Рисунок 20. Зависимость y(t) при T=0.1

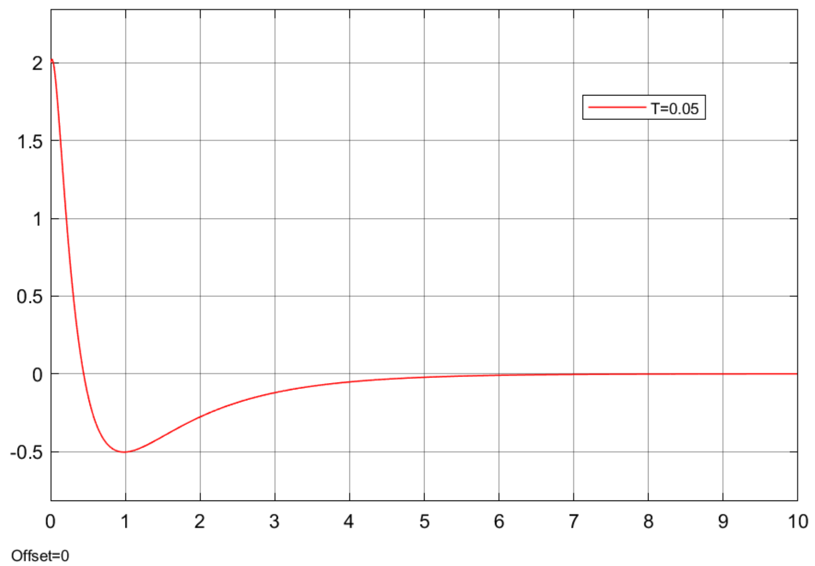


Рисунок 21. Зависимость y(t) при T=0.05

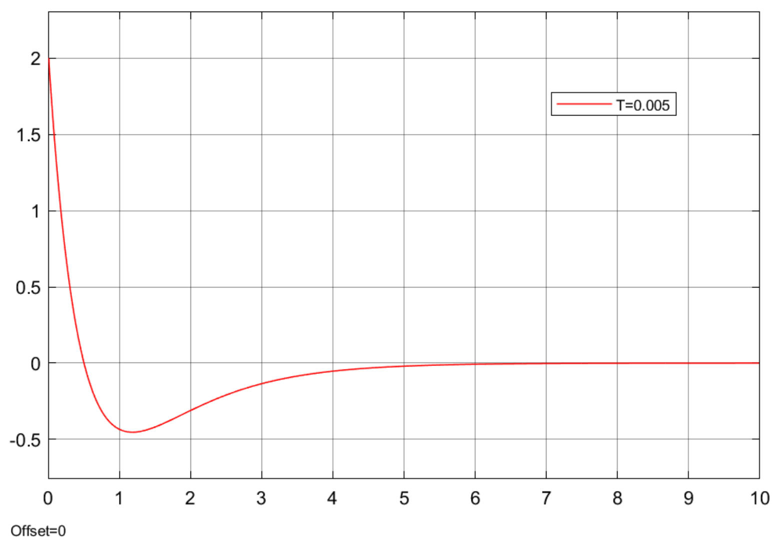


Рисунок 22. Зависимость y(t) при T=0.005

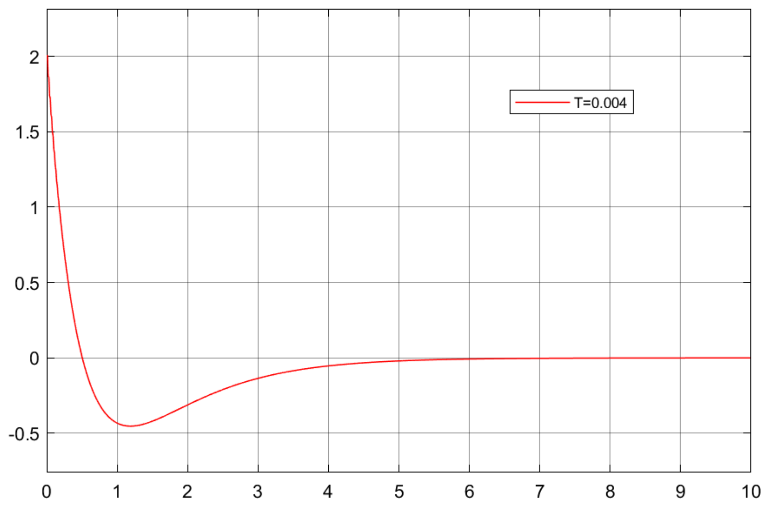


Рисунок 23.Зависимость y(t) при T=0.004

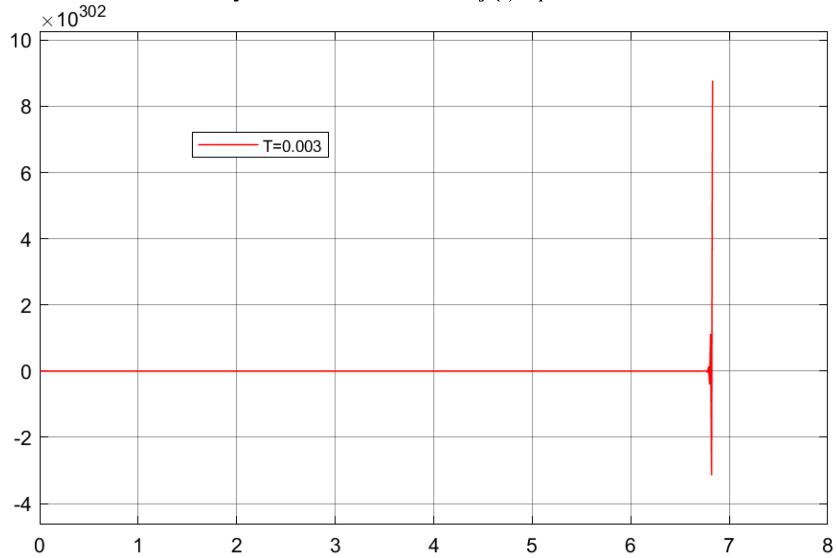


Рисунок 24. Зависимость y(t) при T=0.003

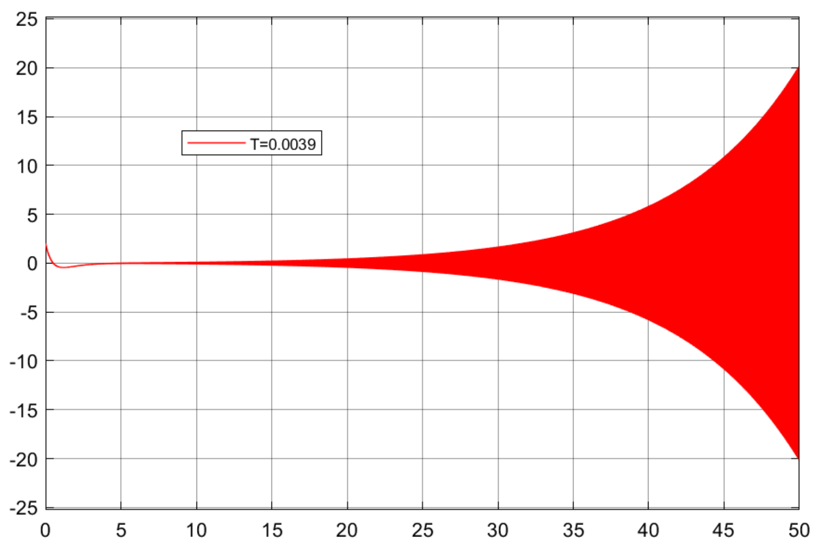


Рисунок 25. Зависимость y(t) при T=0.0039

Вывод: анализируя графики, можно заметить, что система неустойчива при $0 > T > 0.39$, а также $T < 0.004$. Система устойчива при $0.004 \leq T \leq 0.39$.

Задание 3. Исследование влияния шума.

Исследуйте влияние шума на работоспособность замкнутой системы с идеальным и реальным дифференцирующими звеньями. Для этого добавьте шум к входам передаточных функций регуляторов каждой из систем предыдущих пунктов. Для генерации шума используйте блок Band-Limited White Noise со следующими параметрами: noise power = 0.01 и sample time = 0.01. Сравните выходы систем и сделайте вывод о поведении дифференцирующего звена при наличии шума. Исследуйте влияние параметра T на чувствительность системы, замкнутой реальным дифференцирующим звеном, к шуму.

Решение:

Сначала проведем исследование влияние шума на работоспособность замкнутой системы с идеальным дифференцирующим звеном.

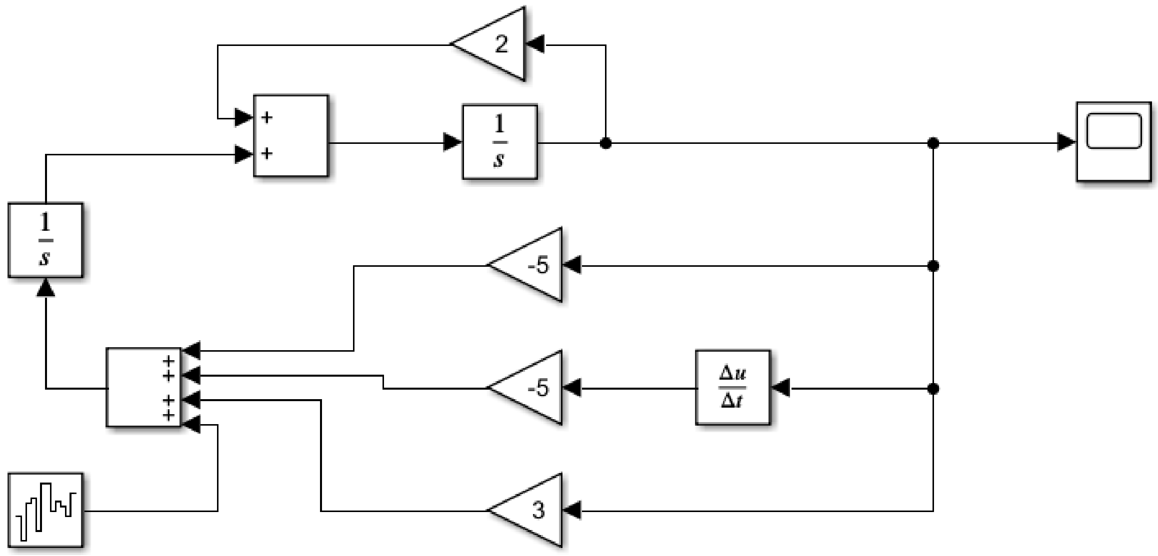


Рисунок 26. Схема моделирования системы с идеальным дифференцирующим звеном и с шумом.

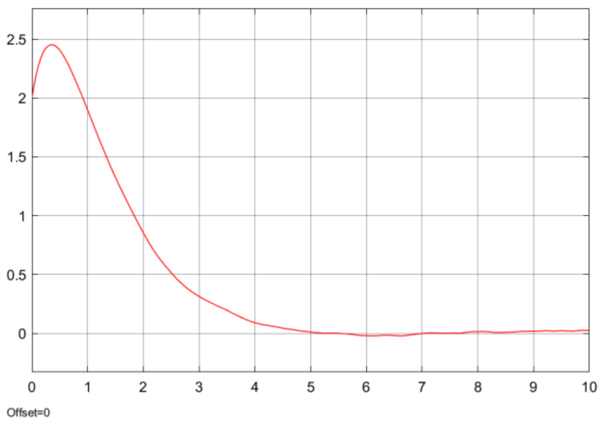


Рисунок 27. Зависимость системы y(t) с шумом

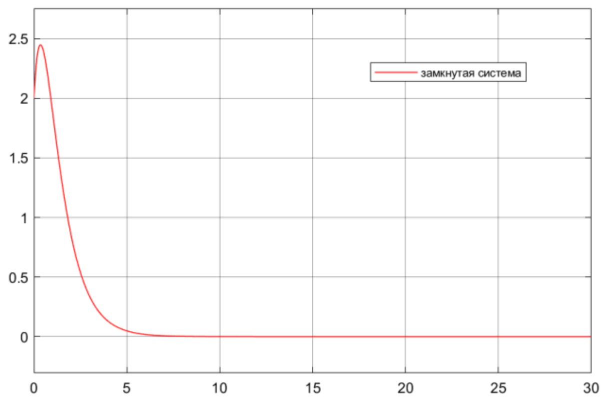


Рисунок 28. Зависимость системы y(t) без шума

Вывод: анализирую графики Зависимость системы y(t) с шумом и Зависимость системы y(t) без шума, можно заметить, что система с шумом неустойчива.

Далее проведем исследование влияние шума на работоспособность замкнутой системы с реальным дифференцирующим звеном.

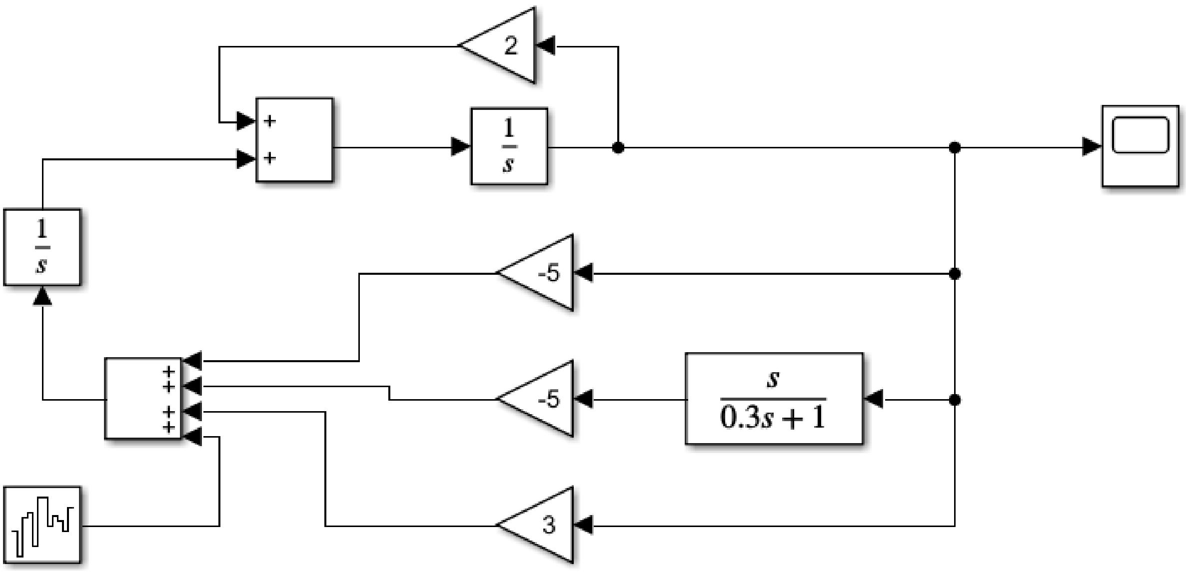


Рисунок 29. Схема моделирования системы с реальным дифференцирующим звеном и с шумом.

При 0<T<1:

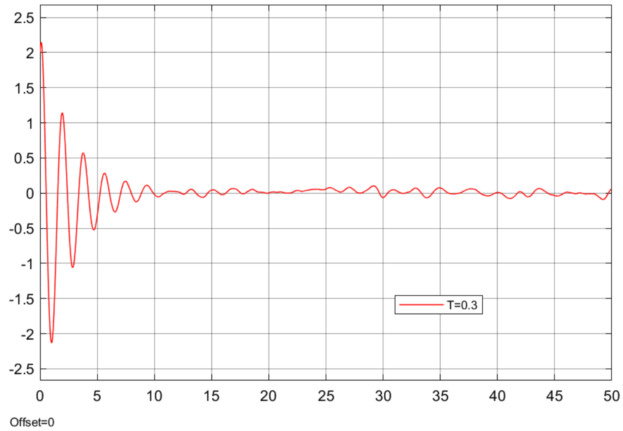


Рисунок 30. Зависимость системы y(t) с шумом при T = 0.3

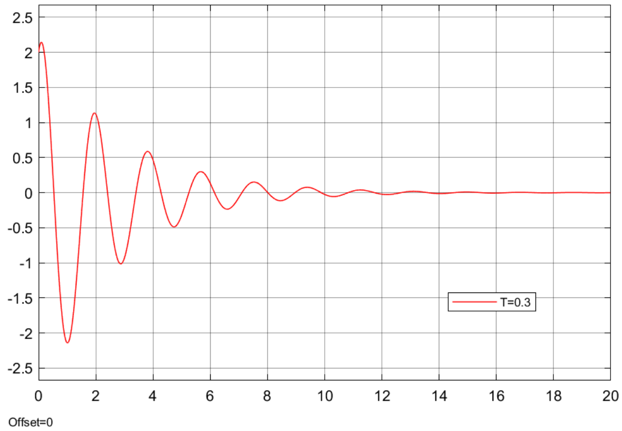


Рисунок 31. Зависимость системы y(t) без шума при T=0,3

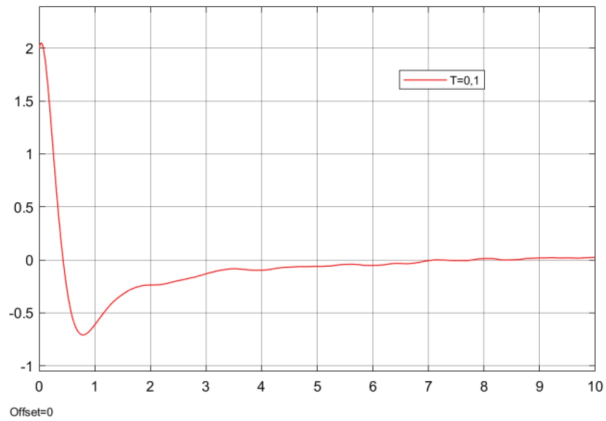


Рисунок 32.Зависимость системы y(t) с шумом при T = 0.1

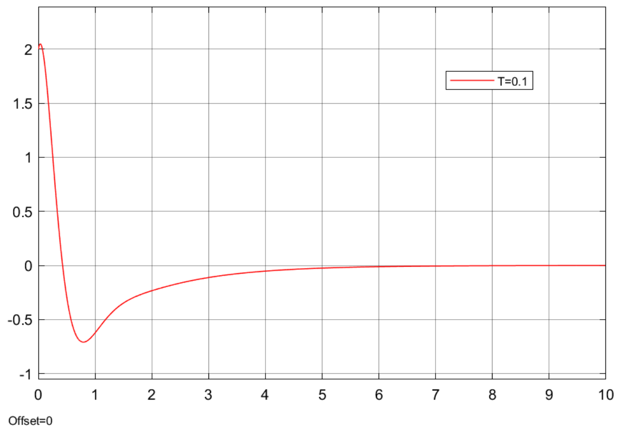


Рисунок 33. Зависимость системы y(t) без шума при T = 0.1

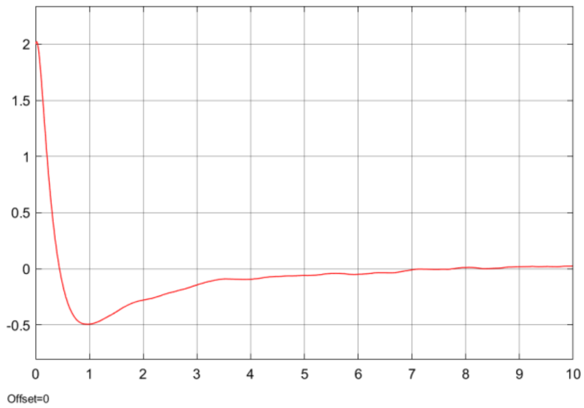


Рисунок 34. Зависимость системы y(t) с шумом
при T = 0.05

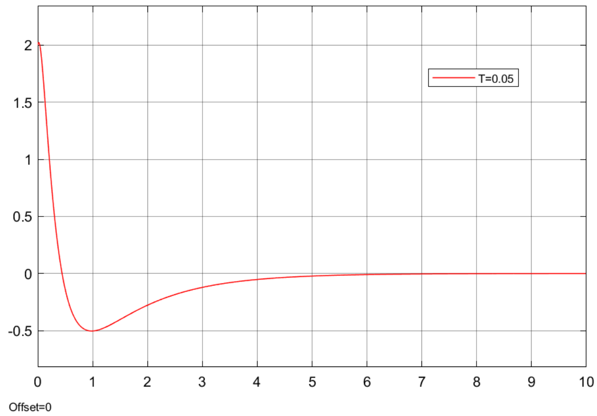


Рисунок 35. Зависимость системы y(t) без шума
при T=0,05

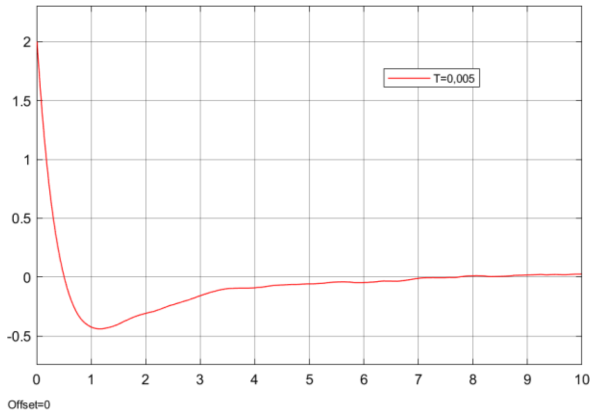


Рисунок 36. Зависимость системы y(t) с шумом при
T=0,005

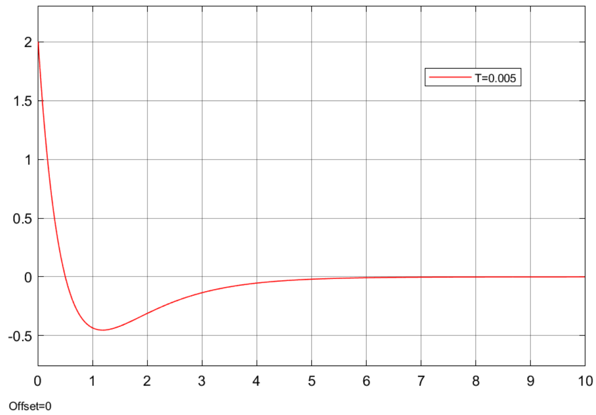


Рисунок 37. Зависимость системы y(t) без шума
при T=0,005

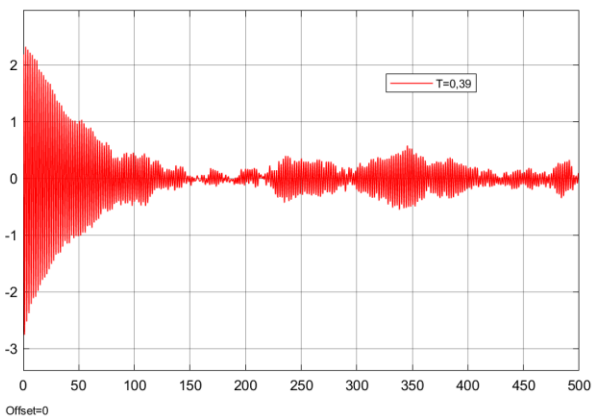


Рисунок 38. Зависимость системы y(t) с шумом при
T=0,39

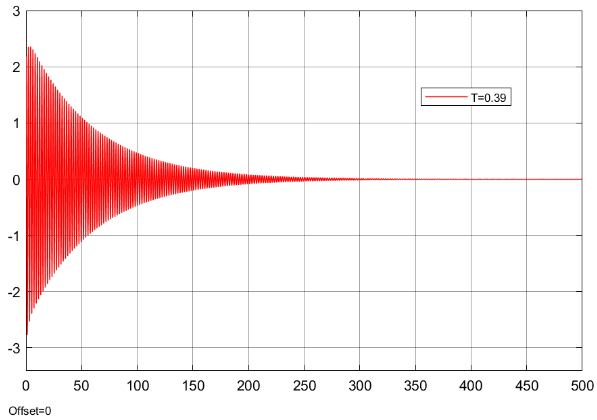


Рисунок 39. Зависимость системы y(t) без шума при
T=0,39

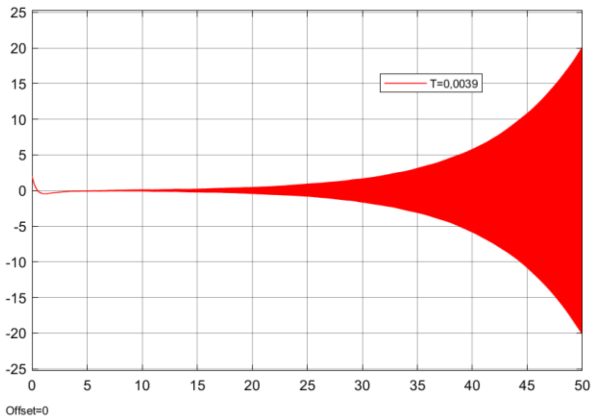


Рисунок 40. Зависимость системы y(t) с шумом
при T=0,0039

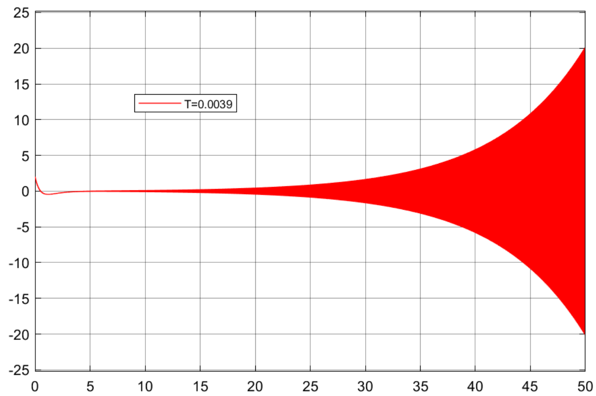


Рисунок 41. Зависимость системы y(t) без шума
при T=0,0039

При $T \geq 1$

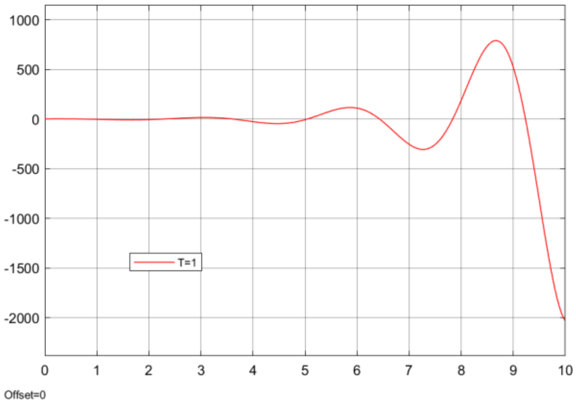


Рисунок 42. Зависимость системы y(t) с шумом при T=1

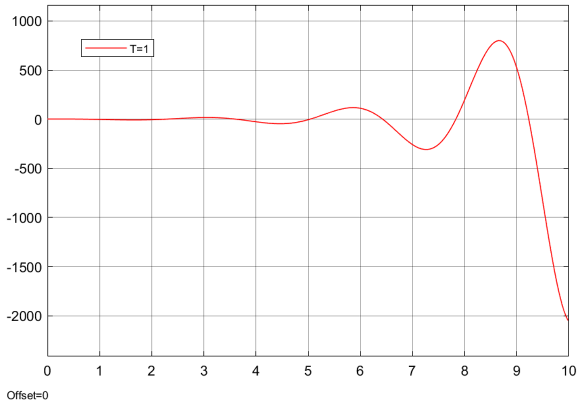


Рисунок 43. Зависимость системы y(t) без шума при T=1

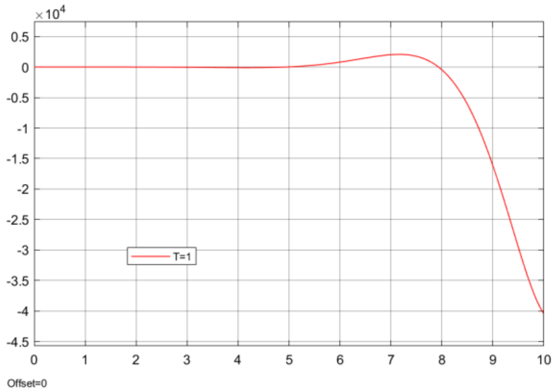


Рисунок 44. Зависимость системы y(t) с шумом при T = 50

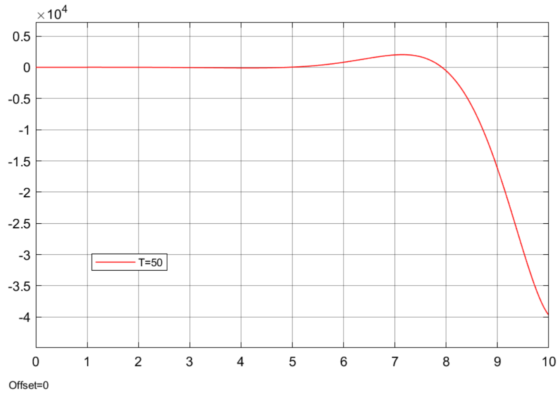


Рисунок 45. Зависимость системы y(t) без шума при T = 50

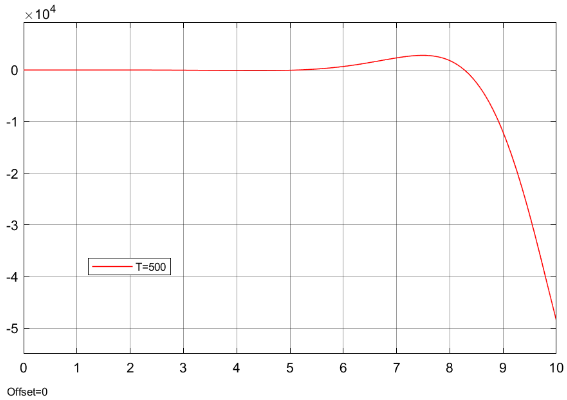


Рисунок 46. Зависимость системы y(t) с шумом при T = 500

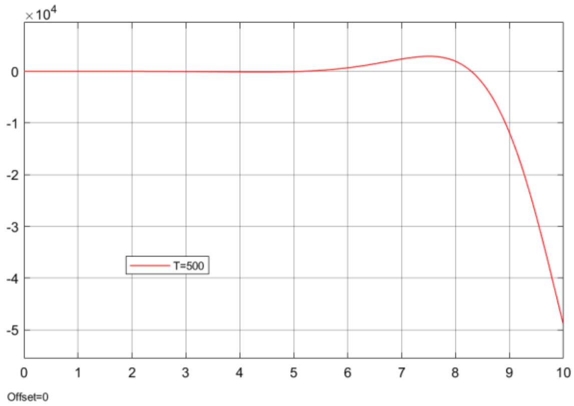


Рисунок 47. Зависимость системы y(t) без шума при T = 500

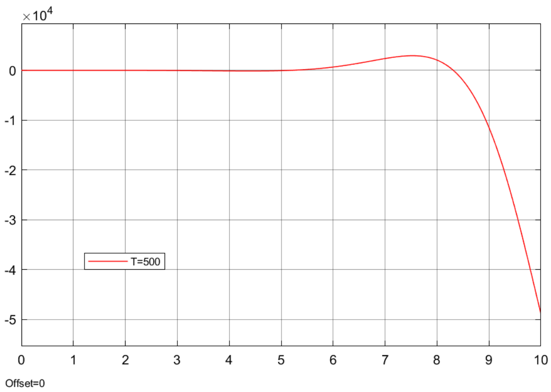


Рисунок 48. Зависимость системы y(t) без шума при T=5000

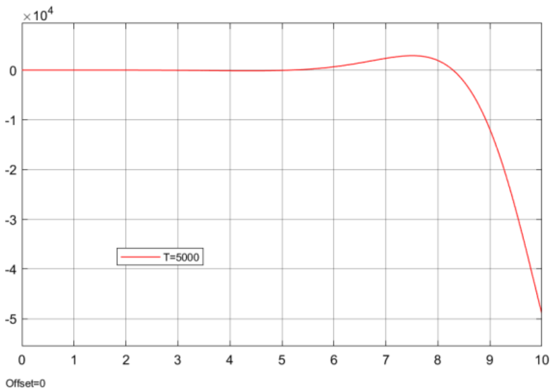


Рисунок 49. Зависимость системы y(t) с шумом при T=5000

При $T < 0$

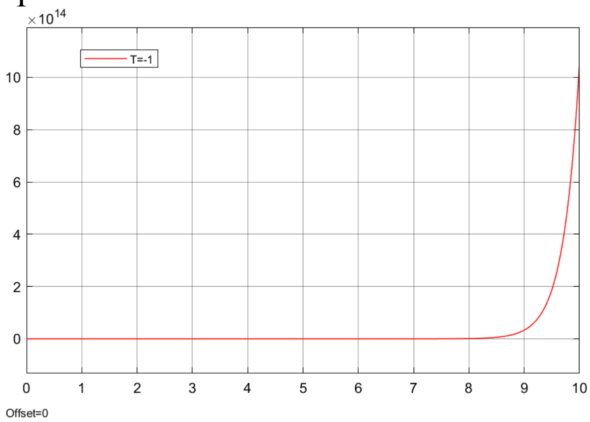


Рисунок 50. Зависимость y(t) при T=-1 без шума

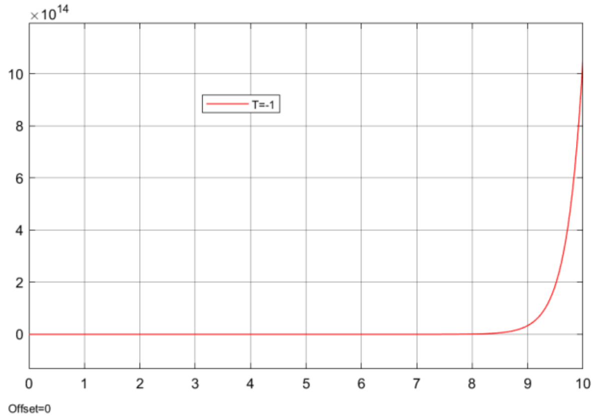


Рисунок 51.Зависимость y(t) при T=-1 с шумом

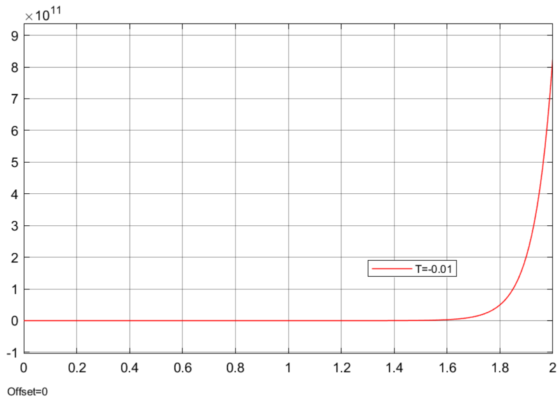


Рисунок 52. Зависимость y(t) при T=-0.1 без шума

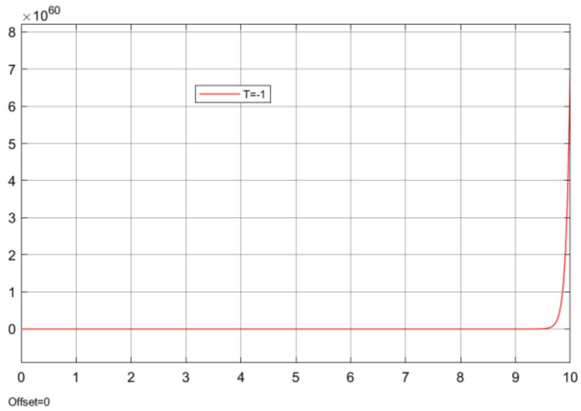


Рисунок 53. Зависимость y(t) при T=-0.1 с шумом

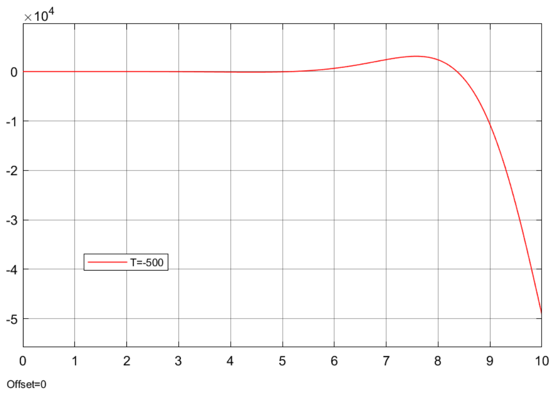


Рисунок 54. Зависимость y(t) при T=-500 без шума

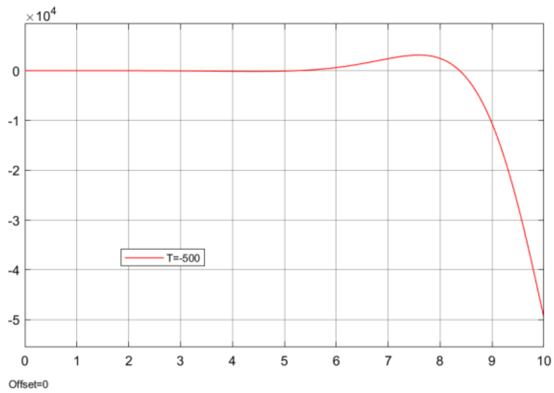


Рисунок 55. Зависимость y(t) при T=-500 с шумом

Вывод: графики с шумом и без шума неустойчивой системы, т. е. при $T \geq 1$, $T < 0$, а также при $T > 0.004$ не отличаются. А при $0.004 \leq T \leq 0.39$ система стала неустойчивой при добавлении шума.

Задание 4. Исследование системы с астатизмом нулевого порядка.

Придумайте ненулевые коэффициенты a_1, a_2, b_1 и b_2 для передаточной функции объекта вида:

$$W(p) = \frac{b_1 p + b_2}{p^2 + a_1 p + a_2}$$

такие, чтобы система была устойчивой. Замкните систему П-регулятором вида:

$$W_{\text{рег}}(p) = k.$$

Исследуйте поведение системы в установившемся режиме при задающем воздействии $g(t) = \alpha$. Постройте графики переходных процессов для различных значений коэффициента регулятора k и определите значение установившейся ошибки ε. Исследуйте влияние значения коэффициента k на выход системы. Для задания значений k можно использовать слайдер.

Аналогично исследуйте режим движения с постоянной скоростью при задающем воздействии $g(t) = \beta t + \alpha$ и с синусоидальным воздействием вида $g(t) = \alpha \cdot \sin(\omega t + \varphi)$.

Решение:
Сначала подберем коэффициенты a_1, a_2, b_1 *и* b_2, *при которых система устойчива,* для передаточной функции объекта вида:

$$W(p) = \frac{b_1 p + b_2}{p^2 + a_1 p + a_2}$$

$a_1 = 2$, $a_2 = 5$, $b_1 = 1$, $b_2 = 1$, тогда получаем:

$$W(p) = \frac{p + 1}{p^2 + 2p + 5}$$

Далее рассмотрим систему при коэффициентах: k=5, k=10, k=20, k=100.

Исследуем поведение системы в установившемся режиме при задающем воздействии g(t) = 1:

Для того, чтобы найти ошибку, находим образ Лапласа от g(t), G(s)=$\frac{1}{s}$:

$$E(s) = W_{g\to e} \cdot G(s) = \frac{s^2 + 2s + 5}{s^2 + 7s + 10} \cdot \frac{1}{s}\ ,\ где\ \ W_{g\to e} = \frac{1}{W(s)+1} = \frac{s^2 + 2s + 5}{s^2 + 7s + 10}$$

$$e = \lim_{s\to 0} s \cdot E(s) = \lim_{s\to 0}\left(\frac{s^2 + 2s + 5}{s^2 + 7s + 10}\right) = \frac{5}{10} = 0{,}5$$

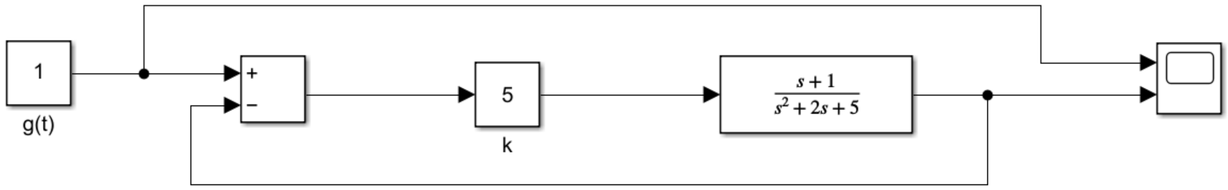


Рисунок 56. Схема моделирования

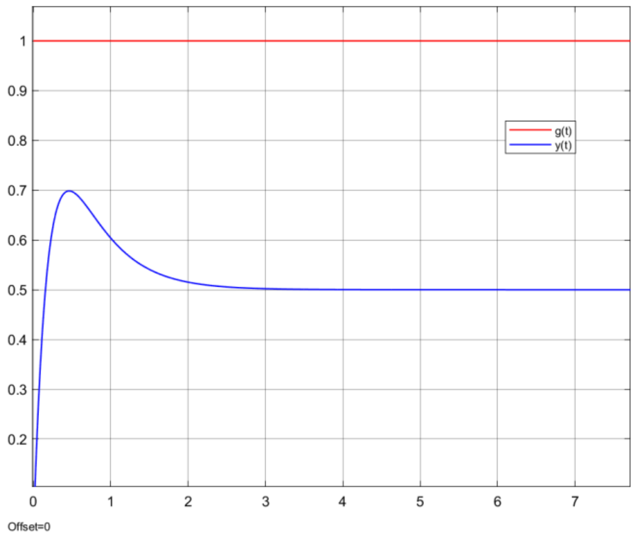


Рисунок 57. График входа и выхода при k=5

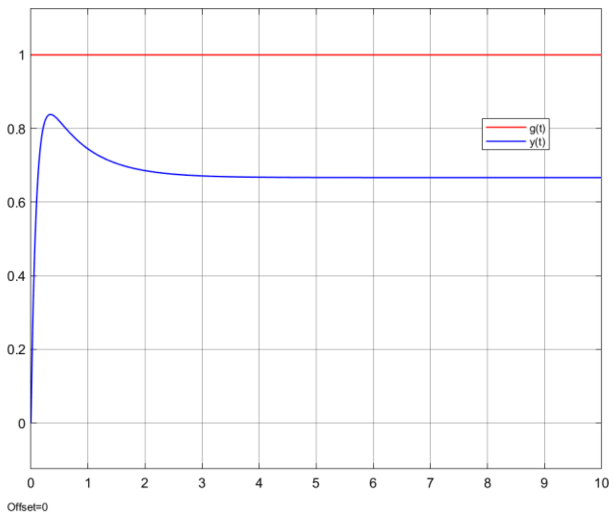


Рисунок 58. График входа и выхода при k=10

$$e = \lim_{s\to 0} s \cdot E(s) = \lim_{s\to 0}\left(\frac{s^2 + 2s + 5}{s^2 + 12s + 15}\right) = \frac{5}{15} = 0{,}33$$

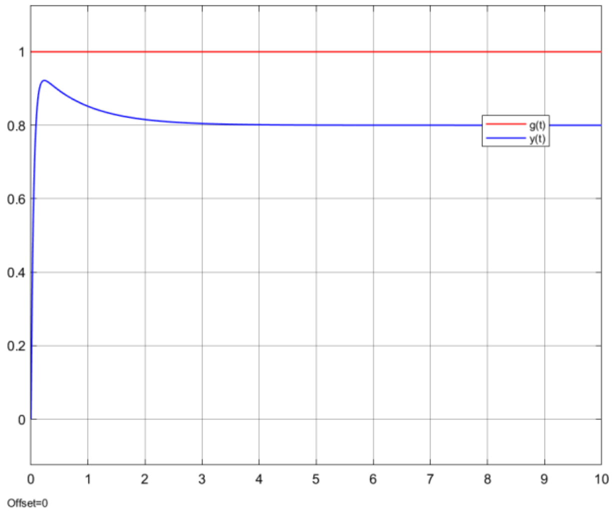


Рисунок 59. График входа и выхода при k=20

$$e = \lim_{s\to 0} s\cdot E(s) = \lim_{s\to 0}\left(\frac{s^2+2s+5}{s^2+22s+25}\right) = \frac{5}{25} = 0{,}2$$

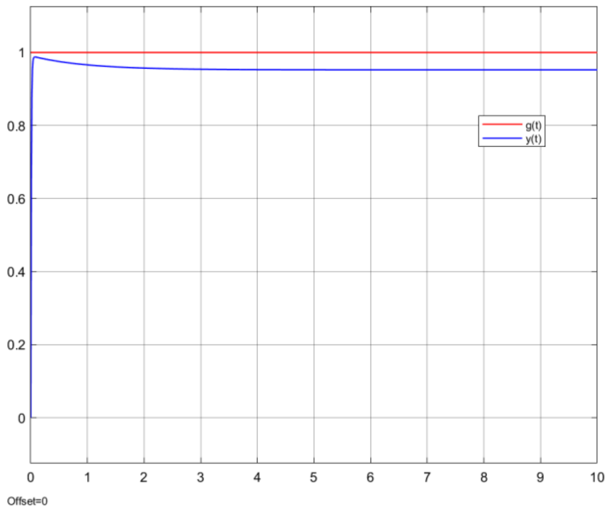


Рисунок 60. График входа и выхода при k=100

$$e = \lim_{s\to 0} s\cdot E(s) = \lim_{s\to 0}\left(\frac{s^2+2s+5}{s^2+102s+105}\right) = \frac{5}{105} = 0{,}048$$

Исследуем поведение системы в установившемся режиме при задающем воздействии *g(t) = t + 1:*

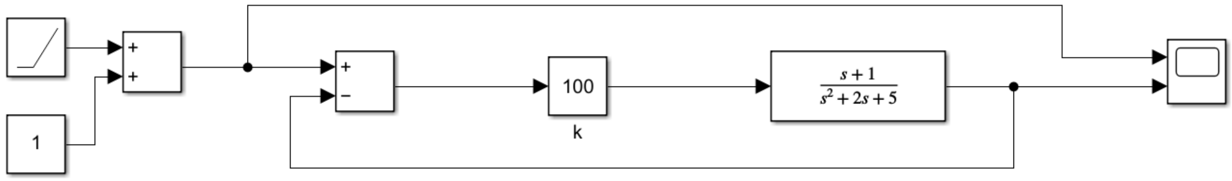


Рисунок 61. Схема моделирования

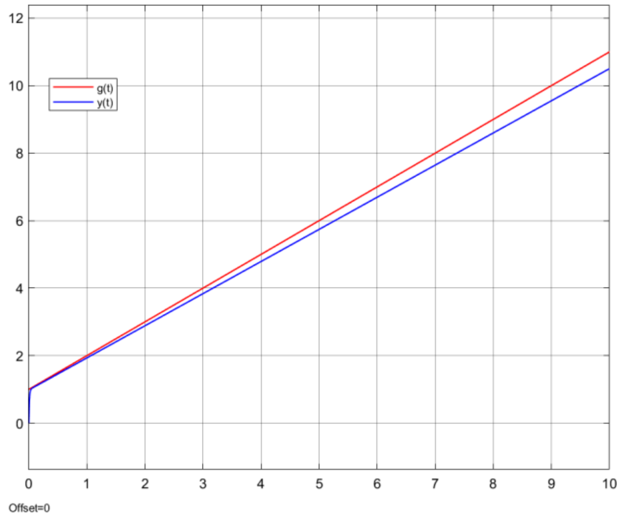


Рисунок 62. График входа и выхода при k=100

Для того, чтобы найти ошибку, находим образ Лапласа от g(t), G(s)= $\frac{1+s}{s^2}$:

$$E(s) = W_{g\to e} \cdot G(s) = \frac{s^3+3s^2+7s+5}{s^2+102s+105} \cdot \frac{1}{s^2}\ \text{, где}\ W_{g\to e} = \frac{1}{W(s)+1} = \frac{s^2+2s+5}{s^2+102s+105}$$

$$e = \lim_{s\to 0} s \cdot E(s) = \lim_{s\to 0}\left(\frac{s^3+3s^2+7s+5}{s^3+102s^2+105s}\right) = +\infty$$

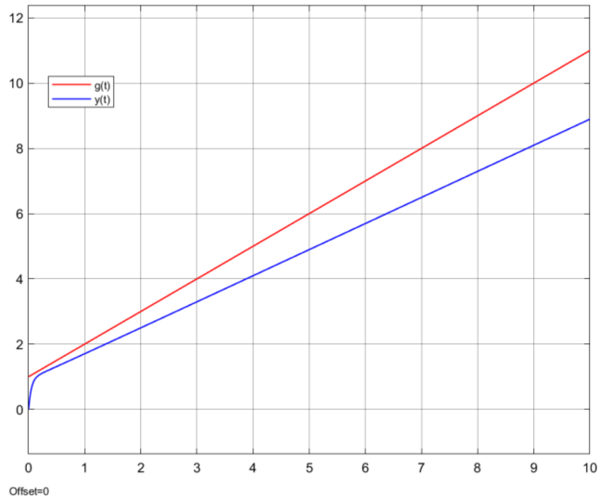


Рисунок 63. График входа и выхода при k=20

$$e = \lim_{s\to 0} s \cdot E(s) = \lim_{s\to 0}\left(\frac{s^3+3s^2+7s+5}{s^3+22s^2+25s}\right) = +\infty$$

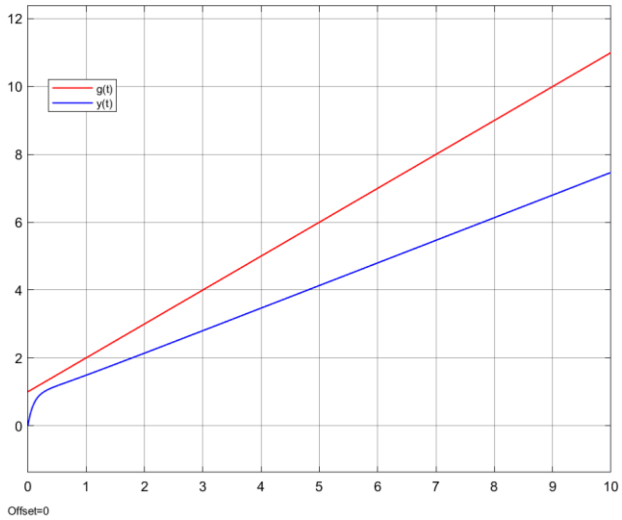


Рисунок 64. График входа и выхода при k=10

$$e = \lim_{s\to 0} s \cdot E(s) = \lim_{s\to 0}\left(\frac{s^3 + 3s^2 + 7s + 5}{s^3 + 12s^2 + 15s}\right) = +\infty$$

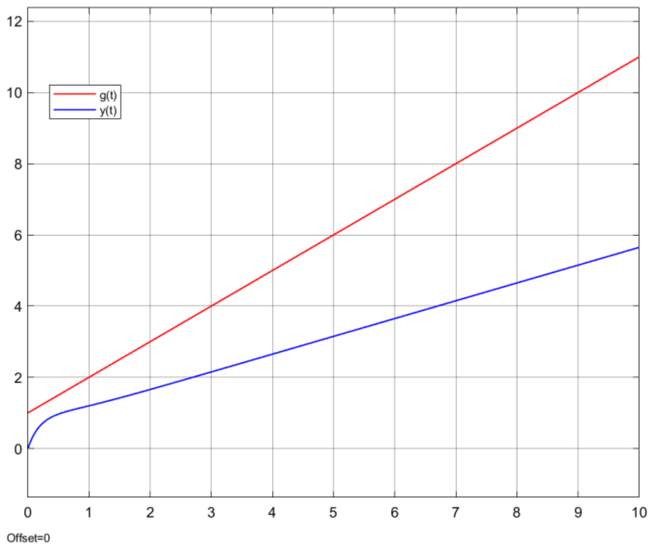


Рисунок 65. График входа и выхода при k=5

$$e = \lim_{s\to 0} s \cdot E(s) = \lim_{s\to 0}\left(\frac{s^3 + 3s^2 + 7s + 5}{s^3 + 7s^2 + 10s}\right) = +\infty$$

Исследуем поведение системы в установившемся режиме при задающем воздействии *g(t) = 3· sin(2t + 1)*:

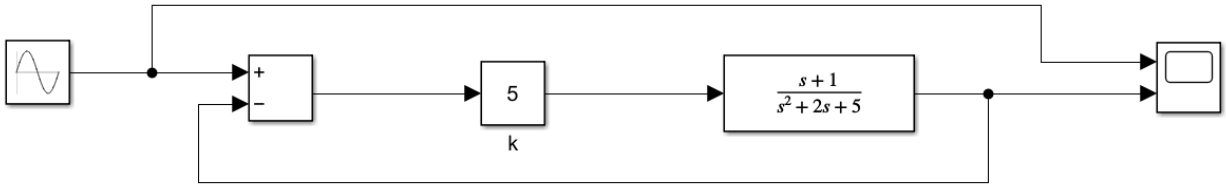


Рисунок 66. Схема моделирования

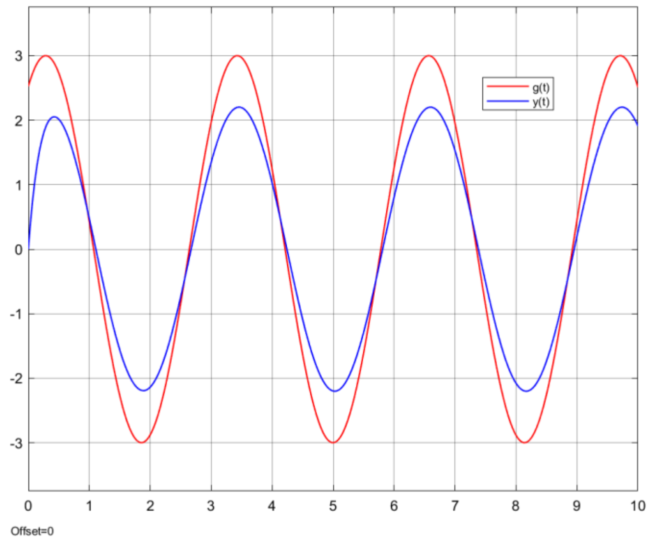


Рисунок 67. График входа и выхода при k=5

Находим образ Лапласа от g(t), G(s)= $\frac{3(s\cdot\sin 1+2\cdot\cos 1)}{s^2+4}$:

$$W_{g\to e} = \frac{1}{W(s)+1} = \frac{s^2 + 2s + 5}{s^2 + 7s + 10}$$

$$E(s) = W_{g\to e}\cdot G(s) = \frac{s^2+2s+5}{s^2+7s+10}\cdot\frac{3(s\cdot\sin 1+2\cdot\cos 1)}{s^2+4}\text{, где}$$

$$e = \lim_{s\to 0} s\cdot E(s) = \lim_{s\to 0}\left(\frac{s^2 + 2s + 5}{s^2 + 7s + 10}\cdot\frac{3(s\cdot\sin 1 + 2\cdot\cos 1)}{s^2+4}\cdot s\right) = 0$$

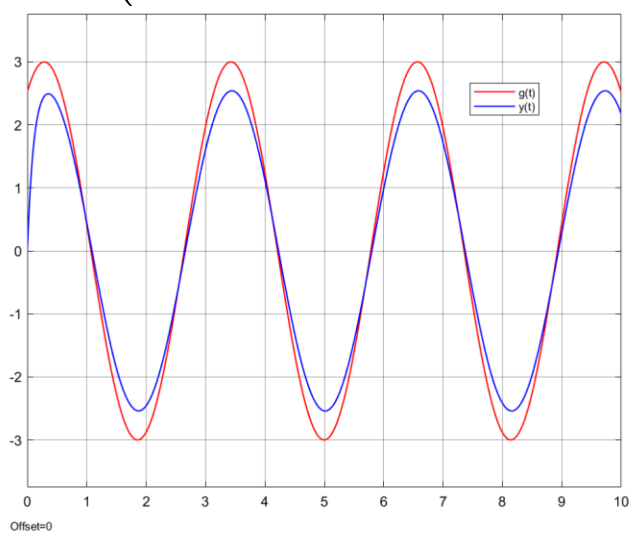


Рисунок 68. График входа и выхода при k=10

$$e = \lim_{s\to 0} s\cdot E(s) = \lim_{s\to 0}\left(\frac{s^2 + 2s + 5}{s^2 + 12s + 15}\cdot\frac{3(s\cdot\sin 1 + 2\cdot\cos 1)}{s^2+4}\cdot s\right) = 0$$

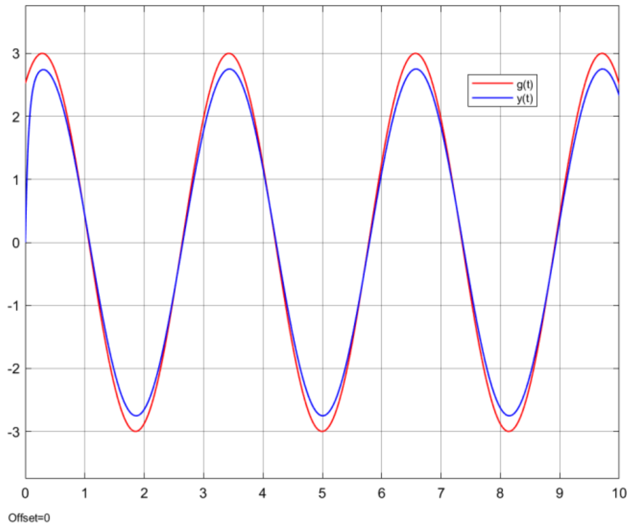


Рисунок 69. График входа и выхода при k=20

$$e = \lim_{s\to 0} s \cdot E(s) = \lim_{s\to 0}\left(\frac{s^2 + 2s + 5}{s^2 + 22s + 25} \cdot \frac{3(s \cdot \sin 1 + 2 \cdot \cos 1)}{s^2 + 4} \cdot s\right) = 0$$

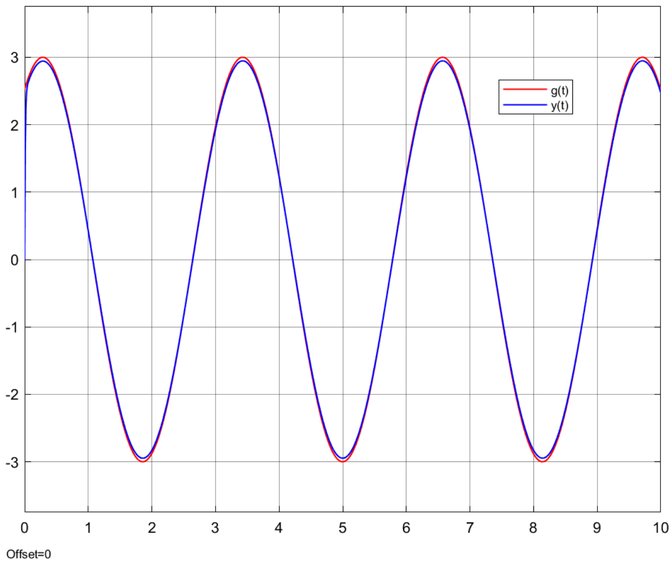


Рисунок 70. График входа и выхода при k=100

$$e = \lim_{s\to 0} s \cdot E(s) = \lim_{s\to 0}\left(\frac{s^2 + 2s + 5}{s^2 + 102s + 105} \cdot \frac{3(s \cdot \sin 1 + 2 \cdot \cos 1)}{s^2 + 4} \cdot s\right) = 0$$

Вывод: в данном задании исследовали систему с астатизмом нулевого порядка. При *g(t) = 1* ошибка зависит от k, при увеличении k ошибка уменьшается. При *g(t) = t + 1* графики входа и выхода расходятся, коэффициент k влияет на «быстроту» расхождения графиков, чем больше k, тем быстрее расходятся графики, ошибка равна бесконечности. При *g(t) = 3· sin(2t + 1)* ошибка равна 0, фаза не зависит от k, а амплитуда увеличивается с увеличением k.

Задание 5. Исследование системы с астатизмом первого порядка.

Придумайте ненулевые коэффициенты a_1, a_2, b_1 и b_2 для передаточной функции объекта вида:

$$W(p) = \frac{b_1 p + b_2}{p^2 + a_1 p + a_2}$$

такие, чтобы система была устойчивой. Замкните систему ПИ-регулятором вида:

$$W_{\text{рег}}(p) = k_1 + \frac{k_2}{p}$$

Исследуйте поведение системы в установившемся режиме при задающем воздействии $g(t) = \alpha$. Постройте графики переходных процессов для различных значений коэффициентов регулятора k_1, k_2 и определите значение установившейся ошибки ε. Исследуйте влияние значения коэффициентов k_1, k_2 на выход системы. Для задания значений k_1, k_2 можно использовать слайдер.

Аналогично исследуйте режим движения с постоянной скоростью при задающем воздействии $g(t) = \beta t + \alpha$ и с синусоидальным воздействием вида $g(t) = \alpha \cdot \sin(\omega t + \varphi)$.

Решение:

Сначала подберем коэффициенты a_1, a_2, b_1 *и* b_2, *при которых система устойчива,* для передаточной функции объекта вида:

$$W(p) = \frac{b_1 p + b_2}{p^2 + a_1 p + a_2}$$

$a_1 = 2$, $a_2 = 5$, $b_1 = 1$, $b_2 = 1$, тогда получаем:

$$W(p) = \frac{p + 1}{p^2 + 2p + 5}$$

Далее рассмотрим систему при коэффициентах: k_1, k_2 *из диапазона [0;50]*

Исследуем поведение системы в установившемся режиме при задающем воздействии *g(t) = 1:*

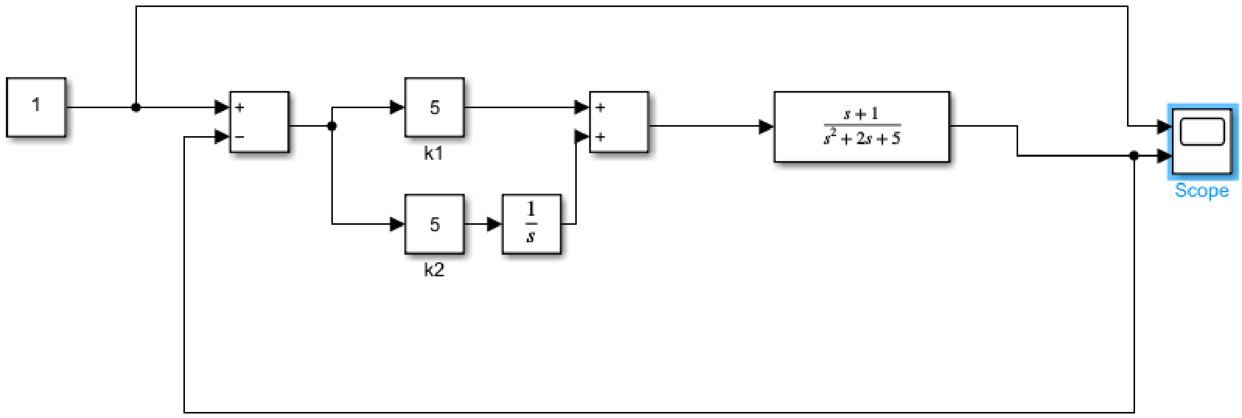


Рисунок 71. Схема моделирование с ПИ-регулятором

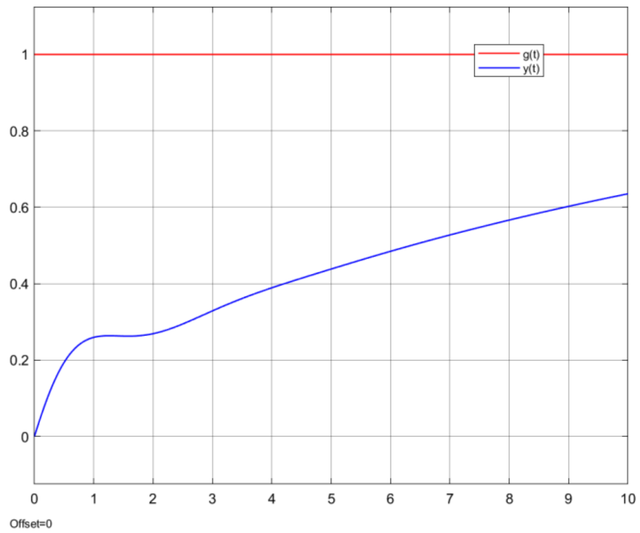


Рисунок 72. График входа и выхода при k1 =0,5, k2 =0,5

Для того, чтобы найти ошибку, находим образ Лапласа от g(t), G(s)=$\frac{1}{s}$:

$$E(s) = W_{g\to e} \cdot G(s) = \frac{s^2 + 2s + 5}{s^2 + 7s + 10} \cdot \frac{1}{s} \ ,$$

$$где \ \ W_{g\to e} = \frac{1}{W(s)+1} = \frac{s^2 + 2s + 5}{k_1(1+\frac{1}{s})+k_2(1+s)+s^2 + 2s + 5} = \frac{s^2 + 2s + 5}{0{,}5(1+\frac{1}{s})+0{,}5(1+s)+s^2 + 2s + 5}$$

$$e = \lim_{s\to 0} s \cdot E(s) = \lim_{s\to 0}\left(\frac{s^2 + 2s + 5}{0{,}5(1+\frac{1}{s})+0{,}5(1+s)+s^2 + 2s + 5}\right) = 0$$

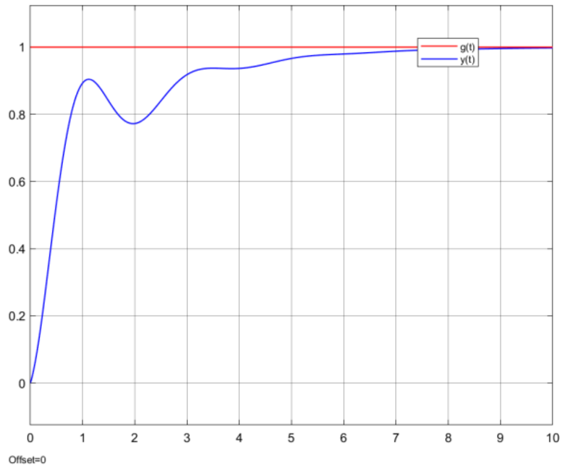


Рисунок 73. График входа и выхода при k1 =0,5, k2 =5

$$e = \lim_{s\to 0} s \cdot E(s) = \lim_{s\to 0}\left(\frac{s^2 + 2s + 5}{0{,}5(1 + \frac{1}{s}) + 5(1 + s) + s^2 + 2s + 5}\right) = 0$$

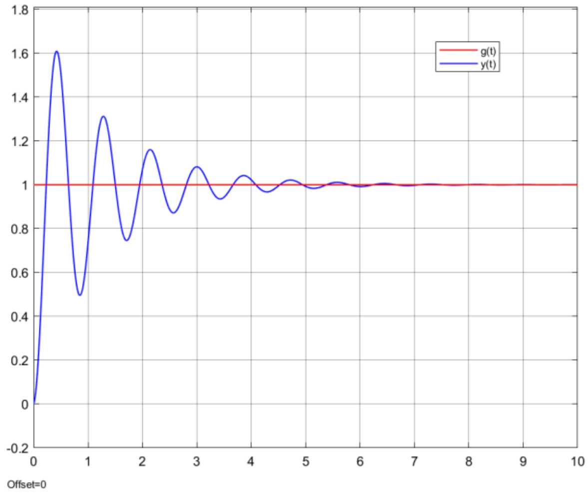


Рисунок 74. График входа и выхода при k1 =0,5, k2 =50

$$e = \lim_{s\to 0} s \cdot E(s) = \lim_{s\to 0}\left(\frac{s^2 + 2s + 5}{0{,}5(1 + \frac{1}{s}) + 50(1 + s) + s^2 + 2s + 5}\right) = 0$$

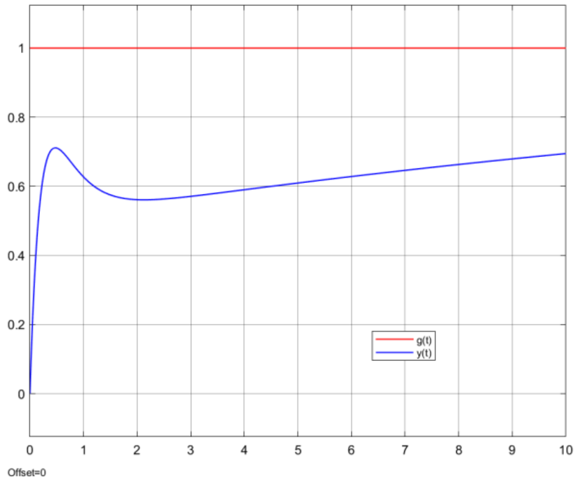


Рисунок 75.График входа и выхода при k1 =5, k2 =0,5

$$e = \lim_{s\to 0} s \cdot E(s) = \lim_{s\to 0}\left(\frac{s^2 + 2s + 5}{5(1 + \frac{1}{s}) + 0{,}5(1 + s) + s^2 + 2s + 5}\right) = 0$$

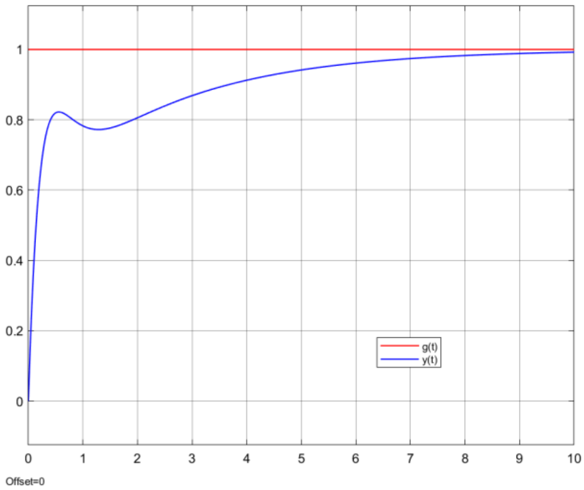


Рисунок 76. График входа и выхода при k1 =5, k2 =5

$$e = \lim_{s\to 0} s \cdot E(s) = \lim_{s\to 0}\left(\frac{s^2 + 2s + 5}{5(1+\frac{1}{s}) + 5(1+s) + s^2 + 2s + 5}\right) = 0$$

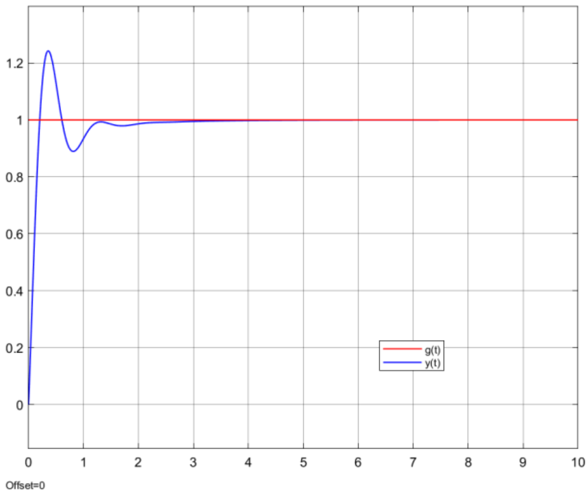


Рисунок 77. График входа и выхода при k1 =5, k2 =50

$$e = \lim_{s\to 0} s \cdot E(s) = \lim_{s\to 0}\left(\frac{s^2 + 2s + 5}{5(1+\frac{1}{s}) + 50(1+s) + s^2 + 2s + 5}\right) = 0$$

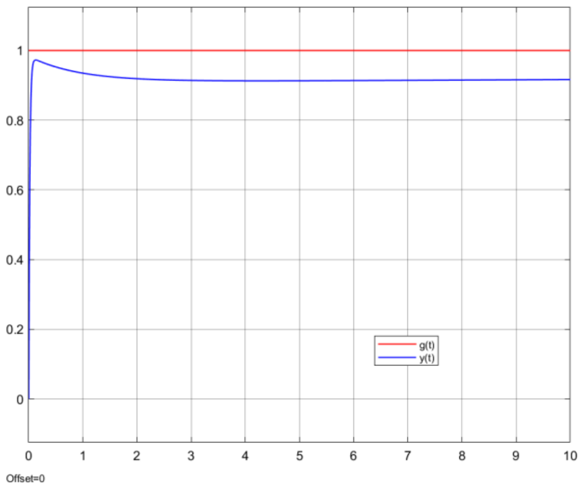


Рисунок 78. График входа и выхода при k1 =50, k2 =0,5

$$e = \lim_{s\to 0} s \cdot E(s) = \lim_{s\to 0}\left(\frac{s^2 + 2s + 5}{50(1+\frac{1}{s}) + 0{,}5(1+s) + s^2 + 2s + 5}\right) = 0$$

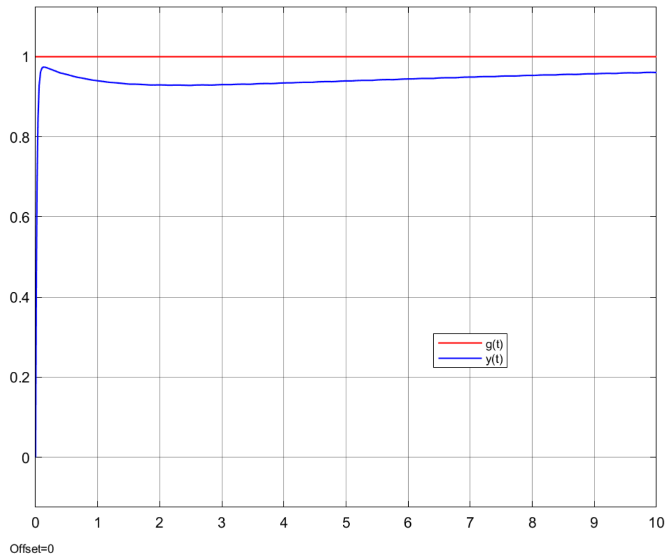


Рисунок 79.График входа и выхода при k1 =50, k2 =5

$$e = \lim_{s\to 0} s \cdot E(s) = \lim_{s\to 0}\left(\frac{s^2 + 2s + 5}{50(1+\frac{1}{s}) + 5(1+s) + s^2 + 2s + 5}\right) = 0$$

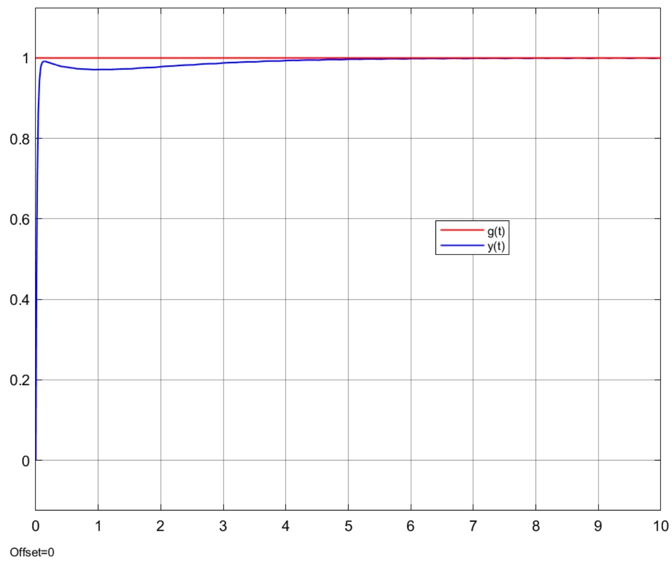
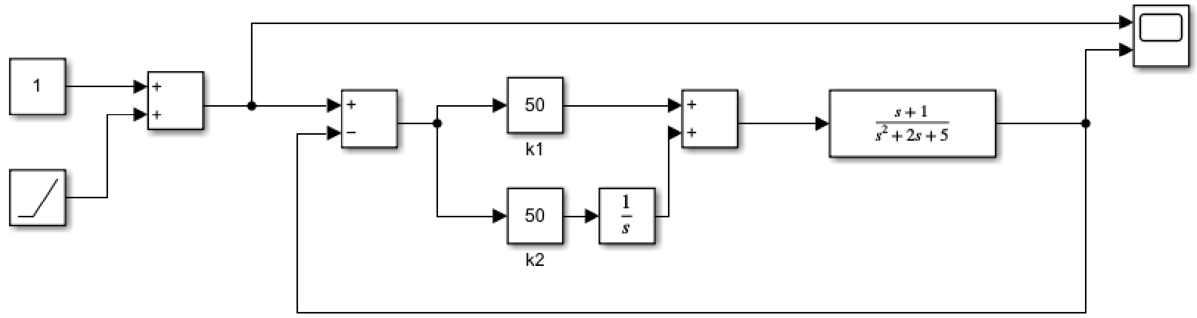


Рисунок 80. График входа и выхода при k1 =50, k2 =50

$$e = \lim_{s\to 0} s \cdot E(s) = \lim_{s\to 0}\left(\frac{s^2 + 2s + 5}{50(1+\frac{1}{s}) + 50(1+s) + s^2 + 2s + 5}\right) = 0$$

Исследуем поведение системы в установившемся режиме при задающем воздействии *g(t) = t + 1:*



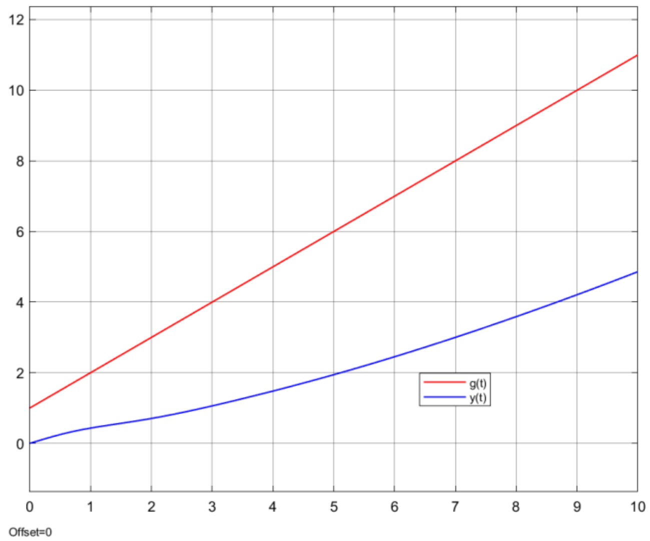


Рисунок 81. График входа и выхода при k1 =0.5, k2 =0.5

‘Для того, чтобы найти ошибку, находим образ Лапласа от g(t), G(s)= $\frac{1+s}{s^2}$:

$$E(s) = W_{g\to e} \cdot G(s), \ ,$$

$$где\ \ W_{g\to e} = \frac{1}{W(s)+1} = \frac{s^2+2s+5}{0.5(1+\frac{1}{s})+0.5(1+s)+s^2+2s+5}$$

$$e = \lim_{s\to 0} s \cdot E(s) = \lim_{s\to 0}\left(\frac{s^2+2s+5}{0.5(1+\frac{1}{s})+0.5(1+s)+s^2+2s+5} \cdot \frac{1+s}{s} \cdot\right) =$$
$$\lim_{s\to 0}\left(\frac{s^2+2s+5+s^3+2s^2+5s}{0.5(s+1)+0.5(s+s^2)+s^3+2s^2+5s}\right) = \frac{5}{0{,}5} = 10$$

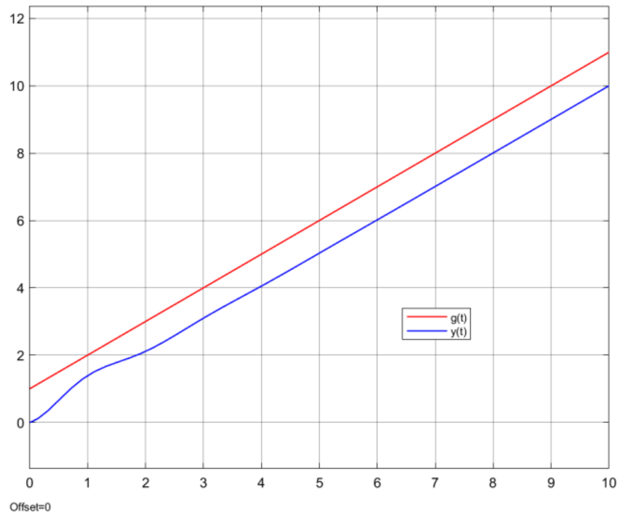


Рисунок 82. График входа и выхода при k1 =0.5, k2 =5

$$e = \lim_{s\to 0} s \cdot E(s) \quad = \lim_{s\to 0}\left(\frac{s^2 + 2s + 5 + s^3 + 2s^2 + 5s}{0.5(s+1) + 5(s+s^2) + s^3 + 2s^2 + 5s}\right) = \frac{5}{0,5} = 10$$

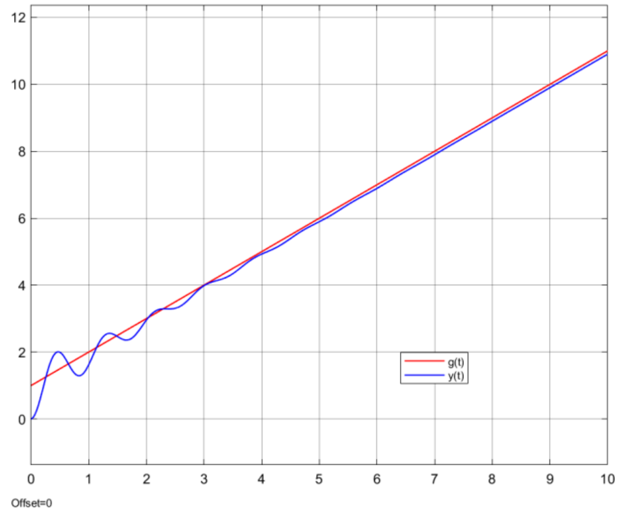


Рисунок 83. График входа и выхода при k1 =0.5, k2 =50

$$e = \lim_{s\to 0} s \cdot E(s) \quad = \lim_{s\to 0}\left(\frac{s^2 + 2s + 5 + s^3 + 2s^2 + 5s}{0.5(s+1) + 50(s+s^2) + s^3 + 2s^2 + 5s}\right) = \frac{5}{0,5} = 10$$

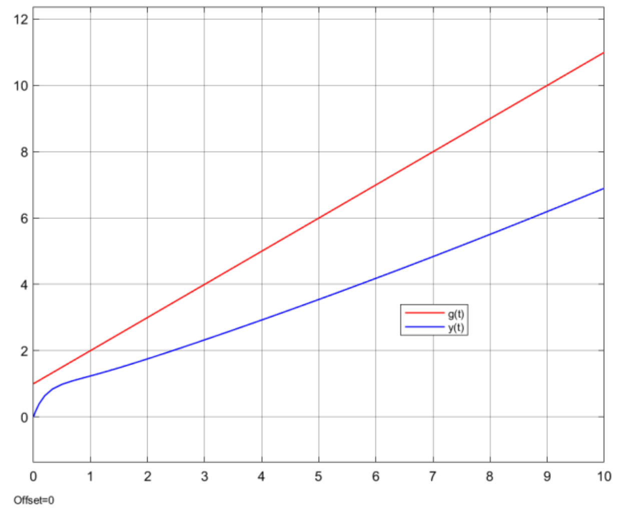


Рисунок 84. График входа и выхода при k1 =5, k2 =0.5

$$e = \lim_{s\to 0} s \cdot E(s) \quad = \lim_{s\to 0}\left(\frac{s^2 + 2s + 5 + s^3 + 2s^2 + 5s}{5(s+1) + 0,5(s+s^2) + s^3 + 2s^2 + 5s}\right) = \frac{5}{5} = 1$$

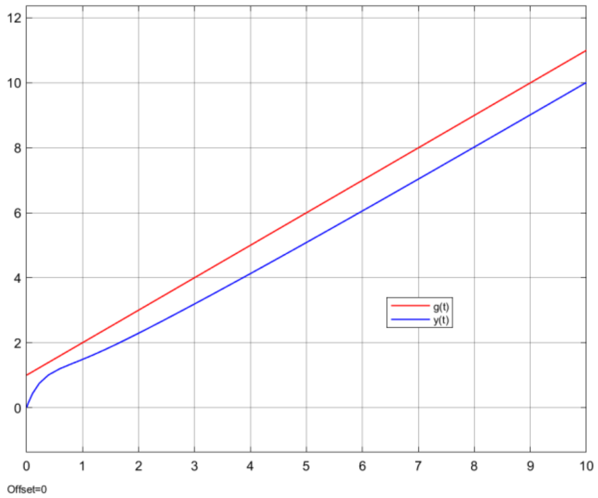


Рисунок 85. График входа и выхода при k1 =5, k2 =5

$$e = \lim_{s\to 0} s\cdot E(s) \ = \lim_{s\to 0}\left(\frac{s^2 + 2s + 5 + s^3 + 2s^2 + 5s}{5(s+1) + 5(s+s^2) + s^3 + 2s^2 + 5s}\right) = \frac{5}{5} = 1$$

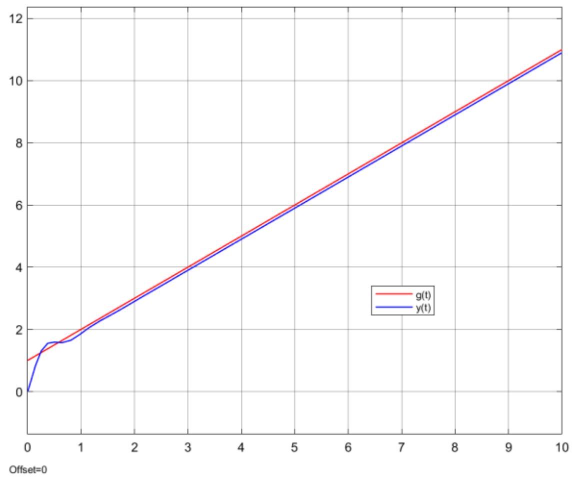


Рисунок 86. График входа и выхода при k1 =5, k2 =50

$$e = \lim_{s\to 0} s\cdot E(s) \ = \lim_{s\to 0}\left(\frac{s^2 + 2s + 5 + s^3 + 2s^2 + 5s}{5(s+1) + 50(s+s^2) + s^3 + 2s^2 + 5s}\right) = \frac{5}{5} = 1$$

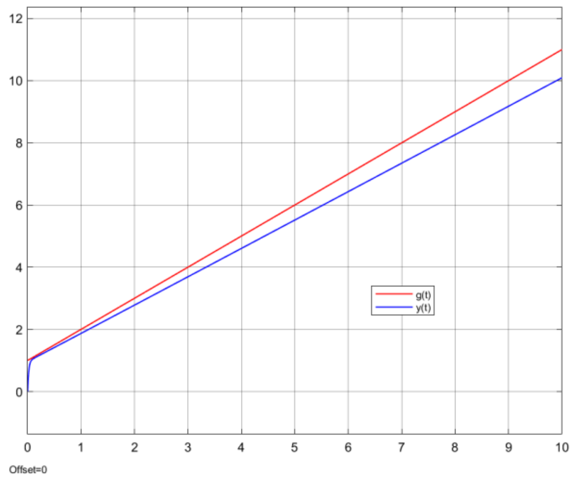


Рисунок 87. График входа и выхода при k1 =50, k2 =0.5

$$e = \lim_{s\to 0} s\cdot E(s) \ = \lim_{s\to 0}\left(\frac{s^2 + 2s + 5 + s^3 + 2s^2 + 5s}{50(s+1) + 0{,}5(s+s^2) + s^3 + 2s^2 + 5s}\right) = \frac{5}{50} = 0{,}1$$

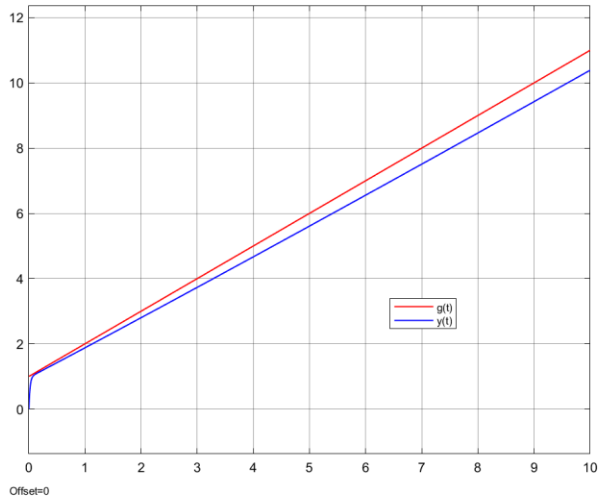


Рисунок 88. График входа и выхода при k1 =50, k2 =5

$$e = \lim_{s\to 0} s \cdot E(s) \;\; = \lim_{s\to 0}\left(\frac{s^2 + 2s + 5 + s^3 + 2s^2 + 5s}{50(s+1) + 5(s+s^2) + s^3 + 2s^2 + 5s}\right) = \frac{5}{50} = 0{,}1$$

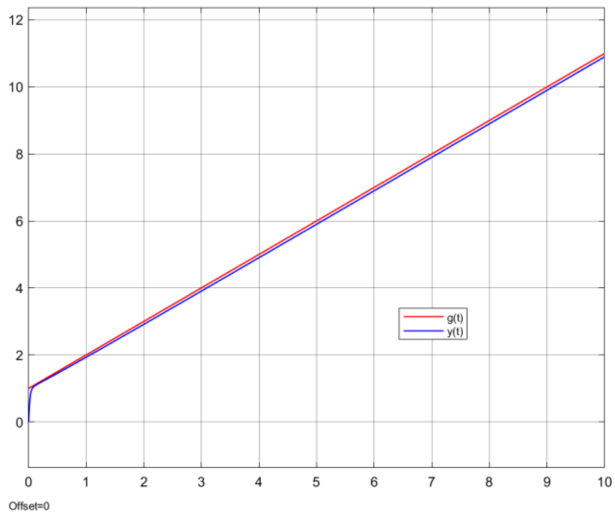
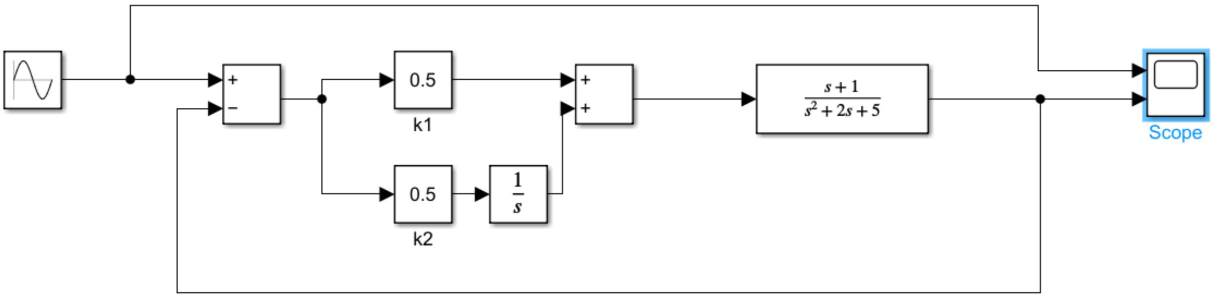


Рисунок 89. График входа и выхода при k1 =50, k2 =50

$$e = \lim_{s\to 0} s \cdot E(s) \;\; = \lim_{s\to 0}\left(\frac{s^2 + 2s + 5 + s^3 + 2s^2 + 5s}{50(s+1) + 50(s+s^2) + s^3 + 2s^2 + 5s}\right) = \frac{5}{50} = 0{,}1$$

Исследуем поведение системы в установившемся режиме при задающем воздействии *g(t) = 3· sin(2t + 1)*:



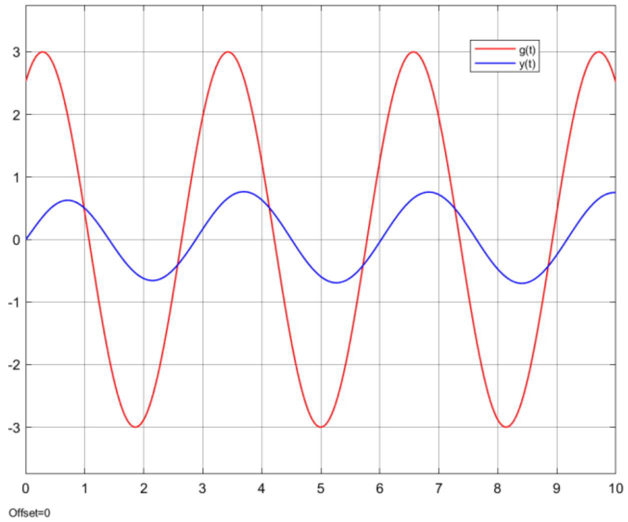


Рисунок 90. График входа и выхода при k1 =0,5, k2 =0,5

Находим ошибку:

$$G(s)=\frac{3(s\cdot\sin 1+2\cdot\cos 1)}{s^2+4}$$

$$W_{g\to e}=\frac{1}{W(s)+1}=\frac{s^2+\ 2s\ +\ 5}{0.5(1+\frac{1}{s})+0.5(1+s)+s^2+\ 2s\ +\ 5}$$

$$E(s)=W_{g\to e}\cdot G(s)=\frac{s^2+2s+5}{0.5(1+\frac{1}{s})+0.5(1+s)+s^2+2s+5}\cdot\frac{3(s\cdot\sin 1+2\cdot\cos 1)}{s^2+4}$$

$$e=\lim_{s\to 0}s\cdot E(s)=\lim_{s\to 0}\left(\frac{s^2+\ 2s\ +\ 5}{0.5(1+\frac{1}{s})+0.5(1+s)+s^2+\ 2s\ +\ 5}\cdot\frac{3(s\cdot\sin 1+2\cdot\cos 1)}{s^2+4}\cdot s\right)$$

$$e=\lim_{s\to 0}\left(\frac{s^2+\ 2s\ +\ 5}{0.5(1+\frac{1}{s})+0.5(1+s)+s^2+\ 2s\ +\ 5}\cdot\frac{3(s\cdot\sin 1+2\cdot\cos 1)}{s^2+4}\cdot s\right)$$
$$=\lim_{s\to 0}\left(\frac{(s^2+\ 2s\ +\ 5)\cdot 3s(s\cdot\sin 1+2\cdot\cos 1)}{0.5s^2(1+\frac{1}{s})+0.5s^2(1+s)+s^4+\ 2s^3\ +\ 5s^2+4\cdot(0.5(1+\frac{1}{s})+0.5(1+s)+s^2+\ 2s\ +\ 5)}\right)=0$$

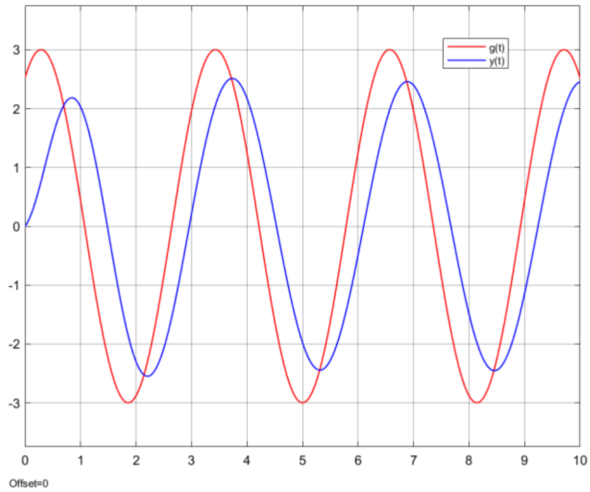


Рисунок 91. График входа и выхода при k1 =0,5, k2 =5

$$e = \lim_{s\to 0} s \cdot E(s) = \lim_{s\to 0}\left(\frac{s^2 + 2s + 5}{0.5(1+\frac{1}{s}) + 5(1+s) + s^2 + 2s + 5} \cdot \frac{3(s\cdot\sin 1 + 2\cdot\cos 1)}{s^2+4} \cdot s\right) = 0$$

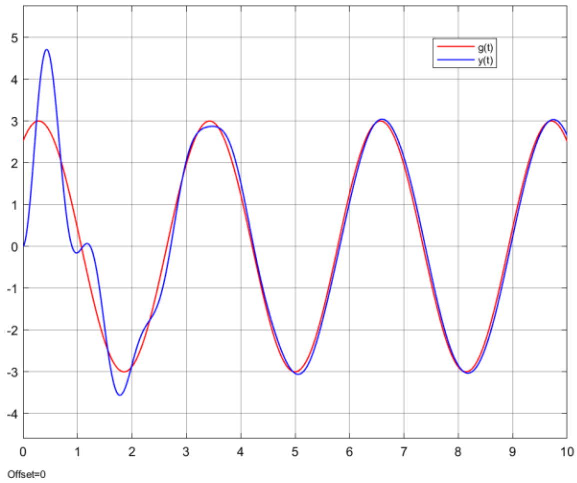


Рисунок 92. График входа и выхода при k1 =0,5, k2 =50

$$e = \lim_{s\to 0} s \cdot E(s) = \lim_{s\to 0}\left(\frac{s^2 + 2s + 5}{0.5(1+\frac{1}{s}) + 50(1+s) + s^2 + 2s + 5} \cdot \frac{3(s\cdot\sin 1 + 2\cdot\cos 1)}{s^2+4} \cdot s\right) = 0$$

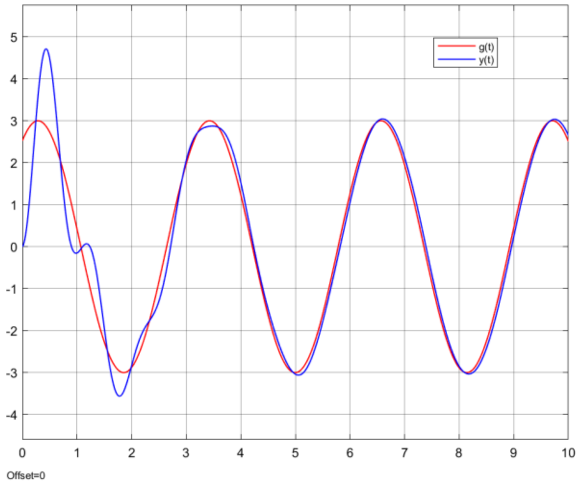


Рисунок 93. График входа и выхода при k1 = 5, k2 = 0,5

$$e = \lim_{s\to 0} s \cdot E(s) = \lim_{s\to 0}\left(\frac{s^2 + 2s + 5}{5(1+\frac{1}{s}) + 0.5(1+s) + s^2 + 2s + 5} \cdot \frac{3(s\cdot\sin 1 + 2\cdot\cos 1)}{s^2+4} \cdot s\right) = 0$$

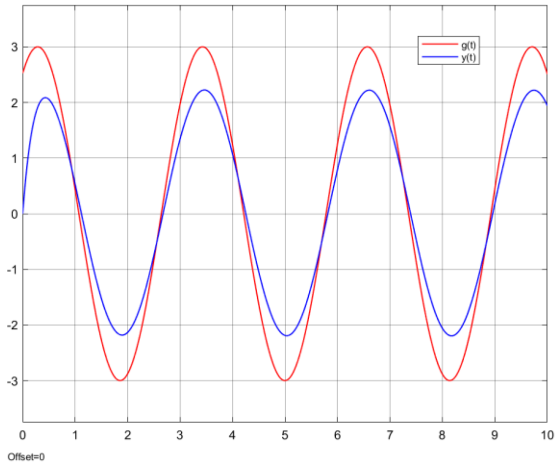


Рисунок 94. График входа и выхода при k1 = 5, k2 = 5

$$e = \lim_{s\to 0} s \cdot E(s) = \lim_{s\to 0}\left(\frac{s^2 + 2s + 5}{5(1+\frac{1}{s}) + 5(1+s) + s^2 + 2s + 5} \cdot \frac{3(s\cdot\sin 1 + 2\cdot\cos 1)}{s^2+4} \cdot s\right) = 0$$

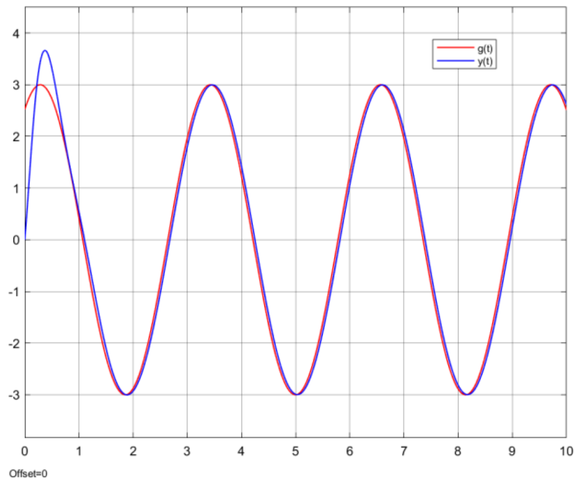


Рисунок 95. График входа и выхода при k1 = 5, k2 = 50

$$e = \lim_{s\to 0} s \cdot E(s) = \lim_{s\to 0}\left(\frac{s^2 + 2s + 5}{5(1+\frac{1}{s}) + 50(1+s) + s^2 + 2s + 5} \cdot \frac{3(s\cdot\sin 1 + 2\cdot\cos 1)}{s^2+4} \cdot s\right) = 0$$

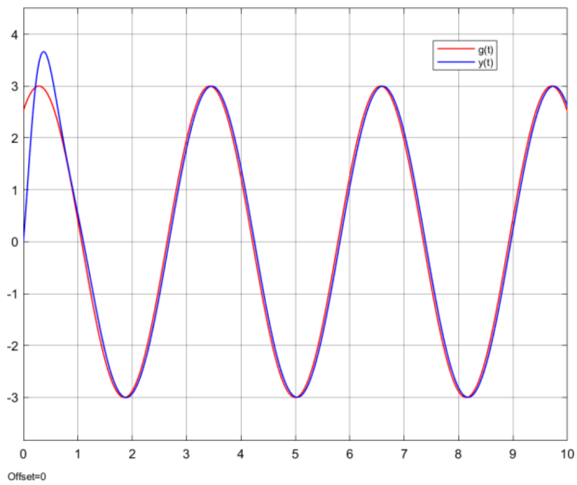


Рисунок 96. График входа и выхода при k1 = 50, k2 = 0,5

$$e = \lim_{s\to 0} s \cdot E(s) = \lim_{s\to 0}\left(\frac{s^2 + 2s + 5}{50(1+\frac{1}{s}) + 0.5(1+s) + s^2 + 2s + 5} \cdot \frac{3(s\cdot\sin 1 + 2\cdot\cos 1)}{s^2+4} \cdot s\right) = 0$$

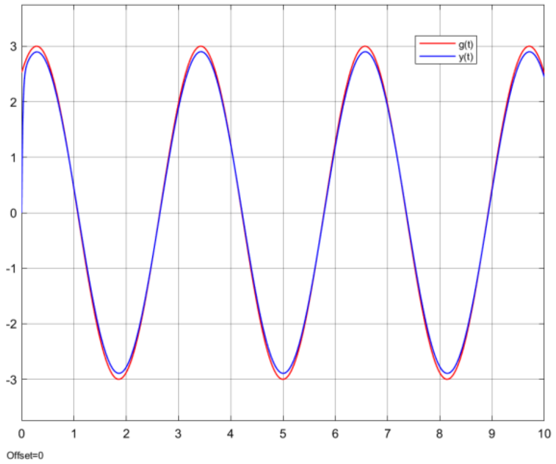


Рисунок 97. График входа и выхода при k1 = 50, k2 = 5

$$e = \lim_{s\to 0} s \cdot E(s) = \lim_{s\to 0}\left(\frac{s^2 + 2s + 5}{50(1+\frac{1}{s}) + 5(1+s) + s^2 + 2s + 5} \cdot \frac{3(s \cdot \sin 1 + 2 \cdot \cos 1)}{s^2 + 4} \cdot s\right) = 0$$

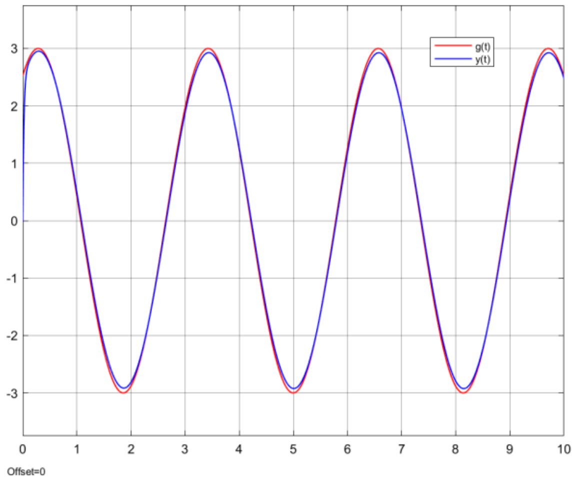


Рисунок 98. График входа и выхода при k1 = 50, k2 = 50

$$e = \lim_{s\to 0} s \cdot E(s) = \lim_{s\to 0}\left(\frac{s^2 + 2s + 5}{50(1+\frac{1}{s}) + 50(1+s) + s^2 + 2s + 5} \cdot \frac{3(s \cdot \sin 1 + 2 \cdot \cos 1)}{s^2 + 4} \cdot s\right) = 0$$

Вывод: в задании исследовали систему с астатизмом первого порядка. Анализируя графики при задающем воздействии g(t) = 1, видим, что при увеличении коэффициента $k_{2,}$ увеличиваются колебания графика выхода и быстрота приближения графика к g(t). А изменение значения k_1 влияет на значение при t близкое к нулю: чем больше k_1, тем ближе график выхода к g(t). При задающем воздействии g(t) = t + 1, можем сделать аналогичные выводы, а также можно заметить, что ошибка зависит только от $k_{\backslash 2}$. При задающем воздействии g(t) = 3· sin(2t + 1) заметили, что при увеличении коэффициентов график выхода приближается к графику входа.

Задание 6. Исследование линейной системы, замкнутой регулятором общего вида.

Исследуйте и постройте модель тележки. В качестве управляющей переменной u примите горизонтальную силу, приложенную к тележке. Задающее воздействие будет описываться функцией $g(t) = \alpha \cdot sin(\omega_1 t) \cdot cos(\omega_2 t)$, $\omega_1 \neq \omega_2$. Придумайте такой регулятор общего вида, чтобы ошибка замкнутой системы сходилась к нулю.

Решение:

Пусть $\omega_1 = 1$, $\omega_2 = 2$, $\alpha = 3$, тогда задающее воздействие будет описываться функцией:

$$g(t) = 3 \cdot sin(t) \cdot cos(2t)$$

Далее определим передаточную функцию тележки, для этого найдем образ Лапласа от входа дифференциального уравнения тележки: $\ddot{y} = u$. Следовательно, $W = \frac{1}{s^2}$

Так как для нахождения регулятора общего вида необходимо придумать передаточную функцию передаточную функцию, чтобы знаменатель сократился со знаменателем образа Лапласа g(t).

$$G(s) = \frac{3s^2 - 9}{(s^2 + 1)(s^2 + 9)}$$

```
syms s t;
g = 3*sin(t)*cos(2*t)%задающее воздействие
W=1/s^2 %передаточная функция
[N, D]=numden(Wo)
[Ng,Dg]=numden(laplace(g))% находим образ Лапласа от входа и разделяем на чилитель и знаменатель

syms c c0
Dper=c*Dg*(s+c0)

syms c1 c2 c3 c4 c5 c6
Nper=c1*s^5+c2*s^4+c3*s^3+c4*s^2+c5*s+c6
pol=coeffs(Nper*N+Dper*D,s,"All")
needed_pol=coeffs((s+1)*(s+1)*(s+1)*(s+1)*(s+1)*(s+1)*(s+1),s,"All")
sol=solve(pol==needed_pol)

Nper_sol=sym2poly(subs(Nper,[c c0 c1 c2 c3 c4 c5 c6], [sol.c sol.c0 sol.c1 sol.c2 sol.c3 sol.c4, sol.c5 sol.c6]))
%sym2poly() - возвращает коэффициенты полинома
%subs() - заменяет коэффициенты
Dper_sol=sym2poly(subs(Dper,[c c0],[sol.c sol.c0]))
```

Рисунок 99. Программа из MATLAB

g = $3\cos(2t)\sin(t)$

W =

$\frac{1}{s^2}$

N = 1

D = s^2

Ng = $3s^2-9$

Dg = $(s^2+1)\ (s^2+9)$

Dper = $c\ (s^2+1)\ (s^2+9)\ (c_0+s)$

Nper = $c_1 s^5 + c_2 s^4 + c_3 s^3 + c_4 s^2 + c_5 s + c_6$

pol = $\begin{pmatrix} c & c\,c_0 & 10\,c+c_1 & c_2+10\,c\,c_0 & 9\,c+c_3 & c_4+9\,c\,c_0 & c_5 & c_6 \end{pmatrix}$

needed_pol = $\begin{pmatrix} 1 & 7 & 21 & 35 & 35 & 21 & 7 & 1 \end{pmatrix}$

```
sol = struct with fields:
     c: 1
    c0: 7
    c1: 11
    c2: -35
    c3: 26
    c4: -42
    c5: 7
    c6: 1
Nper_sol = 1×6
    11   -35    26   -42     7     1

Dper_sol = 1×6
     1     7    10    70     9    63
```

Рисунок 100. Результаты программы из MATLAB

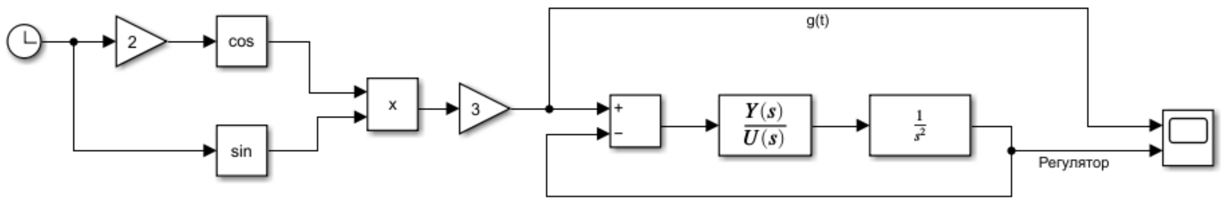


Рисунок 101. Схема моделирования

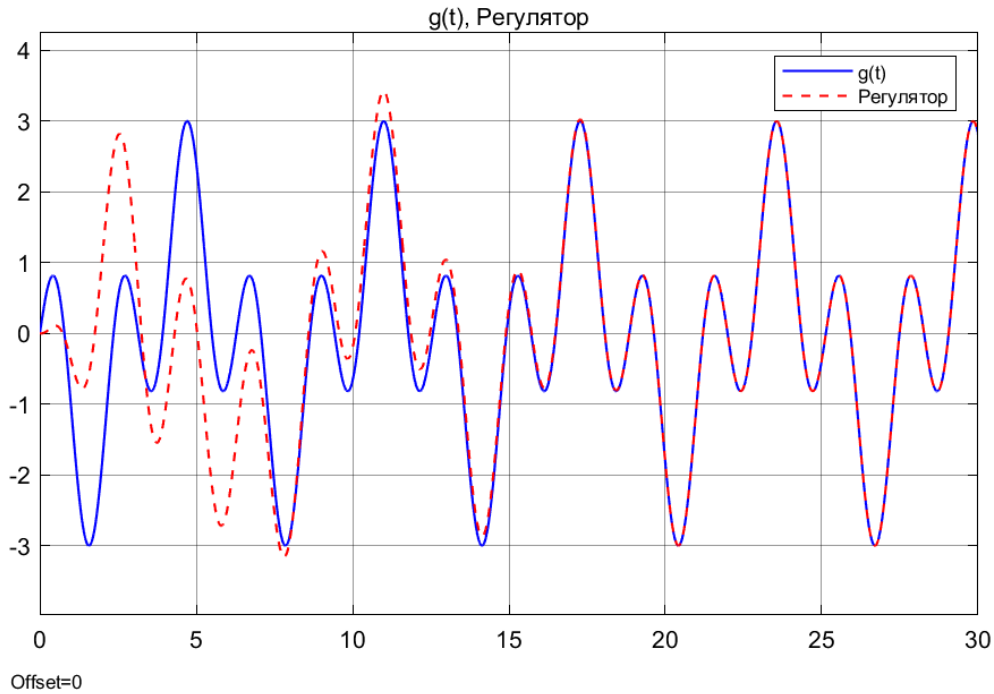


Рисунок 102. Графики зависимости входа и выхода при регуляторе общего вида

Вывод: анализируя Графики зависимости входа и выхода при регуляторе общего вида, можем заметить, что сначала ошибка большая, но через 15 с ошибка сходится к 0. Следовательно, мы определили передаточную функцию регулятора общего вида верно.