МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
“САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИТМО”
ФАКУЛЬТЕТ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ И РОБОТОТЕХНИКИ

Лабораторная работа №6:
«Практика с моторчиком»

по дисциплине Теория автоматического управления

Выполнили:
Осинина Т. С. R33362,
Королева А. Е. R33351,
Бахмутова В.Д. R33351,
Малышева А.Л. R33351

Преподаватель: Перегудин А.А.

Санкт-Петербург, 2022

Математическая модель

При выполнении данной лабораторной работы в качестве математической модели двигателя используйте уравнение относительно угла

$$T\theta'' + \theta' = kU, (1)$$

где θ, рад — угол поворота двигателя, U, В — напряжение, поданное на двигатель, и уравнение относительно скорости

$$Tw' + w = kU, (2)$$

где w, рад/с — угловая скорость двигателя.

Весь наш код можно найти по ссылке.

Задание 1. Определение параметров двигателя с помощью МНК

Снимите Step Response двигателя и, основываясь на этих данных, проведите аппроксимацию параметров T и k двигателя постоянного тока. В качестве математической модели используйте уравнение (1).

Решение:

Tm_avg = 0.0644

k_avg = 2.4716

Задание 2. Астатизмы и регуляторы

1) Используя П-регулятор, выполните слежение по углу поворота двигателя за

- постоянным сигналом,
- линейно возрастающим сигналом.

Используйте три различных значения коэффициента регулятора, сделайте выводы о его влиянии на величину ошибки регулирования. Для линейного сигнала аналитически посчитайте предполагаемую ошибку и сравните с реальной.

2) Используя ПИ-регулятор, выполните слежение по углу поворота двигателя за

- линейно возрастающим сигналом,
- квадратичным сигналом,
- кубическим сигналом.

Посчитайте предполагаемую ошибку и сравните с экспериментом. Приведите в отчете сравнительные графики ошибок для трех разных сигналов на одном рисунке.

3) Сделайте специальный регулятор для слежения по углу за сигналом вида

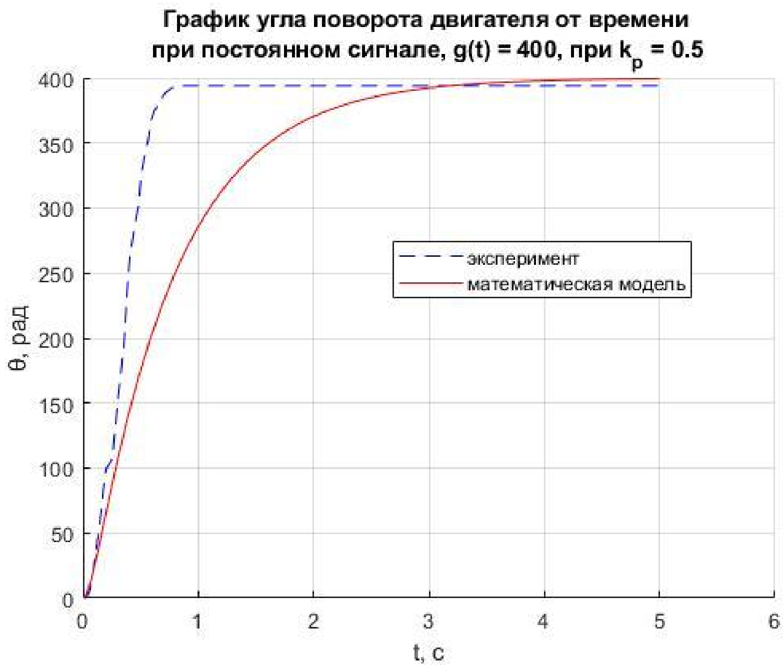
$$A1\,cos(\omega t + \varphi1) + A2\,sin(\omega t + \varphi2)$$

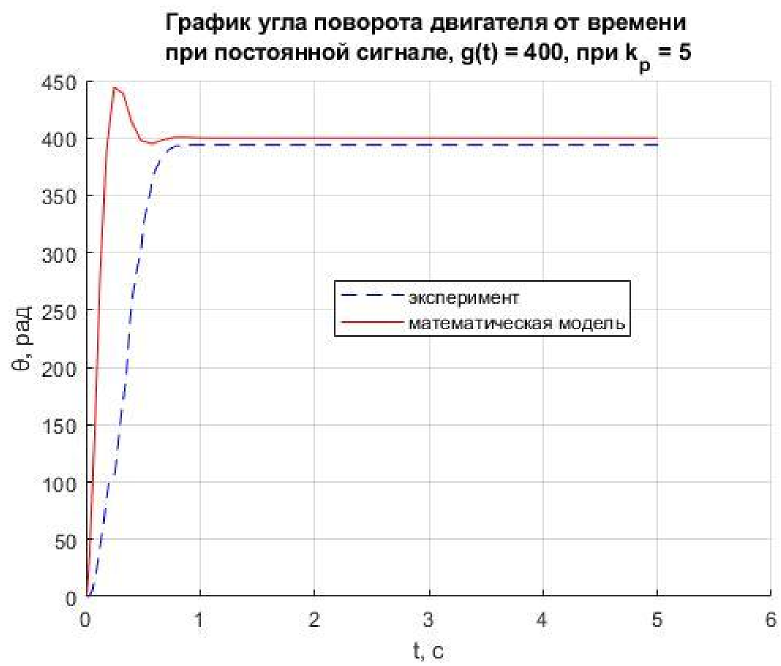
Коэффициенты A1, A2, φ1, φ2 выберите различными. Примечание: обратите внимание, что у двигателя есть предельная скорость, так что за некоторыми сигналами он сможет следить только ограниченное время.

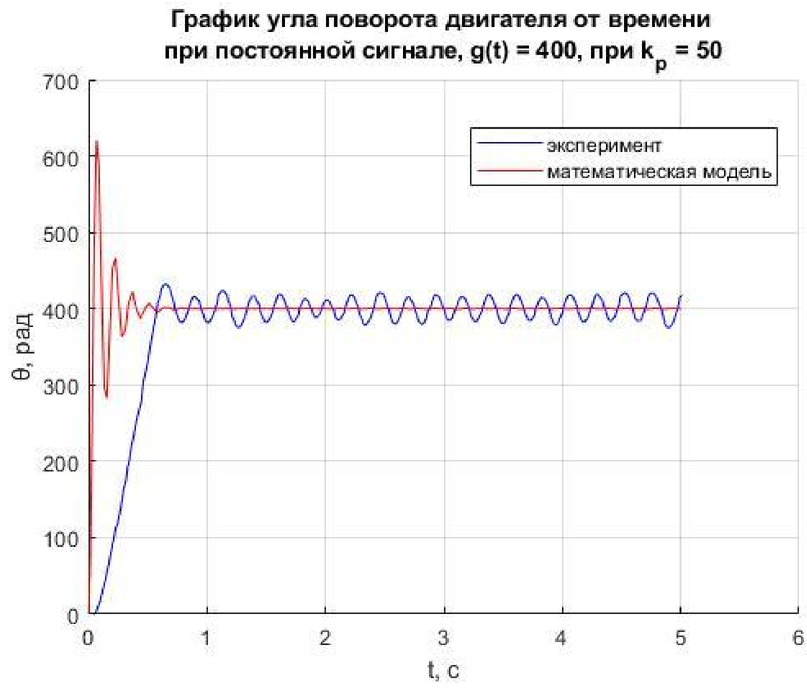
Решение:

Задание 2.1. П - регулятор

Постоянный сигнал







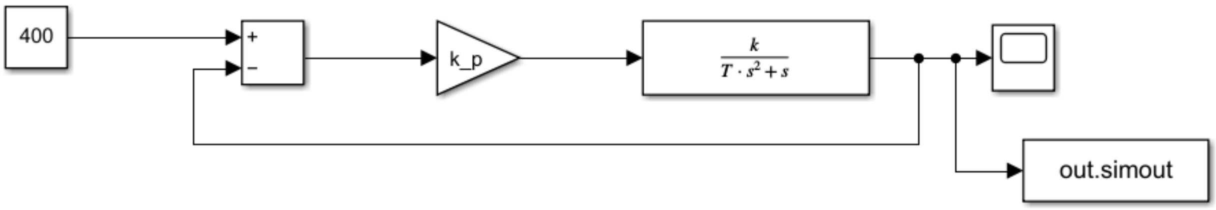


Схема моделирования П-регулятора с постоянным сигналом

Для того, чтобы найти ошибку, находим образ Лапласа от g(t), G(s)= $\frac{400}{s}$:

При k = 0.5:

$$W(s) = 0.5 \cdot \frac{k}{Ts^2 + s}$$

$$E(s) = W_{g\to e} \cdot G(s) = \frac{Ts^2+s}{0.5k+Ts^2+s} \cdot \frac{400}{s}$$

$$, где \ W_{g\to e} = \frac{1}{\frac{0.5k}{Ts^2+s}+1} = \frac{1}{\frac{0.5k}{Ts^2+s}+\frac{Ts^2+s}{Ts^2+s}} = \frac{1}{\frac{0.5k+Ts^2+s}{Ts^2+s}} = \frac{Ts^2+s}{0.5k+Ts^2+s}$$

$$e = \lim_{s\to 0} s \cdot E(s) = \lim_{s\to 0}\left(s \cdot \frac{Ts^2+s}{0.5k+Ts^2+s} \cdot \frac{400}{s}\right) = \lim_{s\to 0}\left(\frac{Ts^2+s}{0.5k+Ts^2+s} \cdot \frac{400}{1}\right) = 0$$

При k = 5:

$$W(s) = 5 \cdot \frac{k}{Ts^2 + s}$$

$$E(s) = W_{g\to e} \cdot G(s) = \frac{Ts^2+s}{5k+Ts^2+s} \cdot \frac{400}{s} ,$$

$$где \ W_{g\to e} = \frac{1}{\frac{5k}{Ts^2+s}+1} = \frac{1}{\frac{5k}{Ts^2+s}+\frac{Ts^2+s}{Ts^2+s}} = \frac{1}{\frac{5k+Ts^2+s}{Ts^2+s}} = \frac{Ts^2+s}{5k+Ts^2+s}$$

$$e = \lim_{s\to 0} s \cdot E(s) = \lim_{s\to 0}\left(\frac{Ts^2+s}{5k+Ts^2+s} \cdot \frac{400}{1}\right) = 0$$

При k = 50:

$$W(s) = 50 \cdot \frac{k}{Ts^2 + s}$$

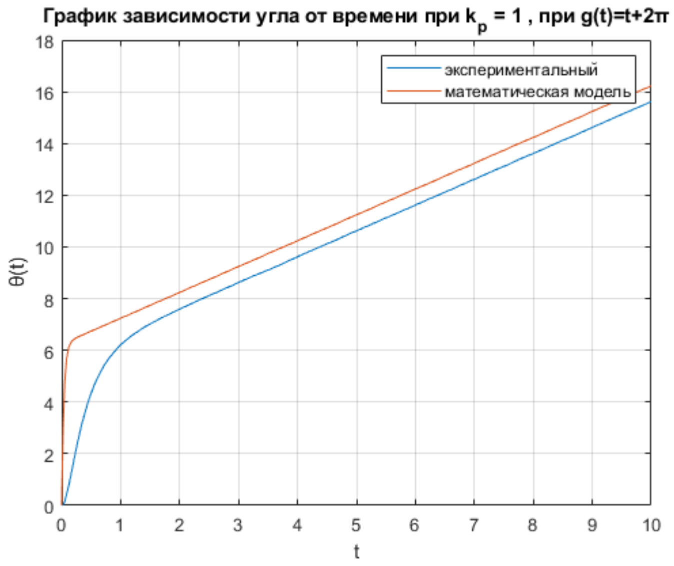
$$E(s) = W_{g\to e} \cdot G(s) = \frac{Ts^2+s}{50k+Ts^2+s} \cdot \frac{400}{s} ,$$

$$где \ W_{g\to e} = \frac{1}{\frac{50k}{Ts^2+s}+1} = \frac{1}{\frac{50k}{Ts^2+s}+\frac{Ts^2+s}{Ts^2+s}} = \frac{1}{\frac{50k+Ts^2+s}{Ts^2+s}} = \frac{Ts^2+s}{50k+Ts^2+s}$$

$$e = \lim_{s\to 0} s \cdot E(s) = \lim_{s\to 0}\left(\frac{Ts^2+s}{50k+Ts^2+s} \cdot \frac{400}{1}\right) = 0$$

Вывод: расчитали ошибку при постоянном сигнале, получили значение = 0, как видим на графиках зависимости угла от времени ошибка приблизтельно равна 0. Анализирую график математической модели и расчетную ошибку, заметили, что коэфициент регулятора не влияет на ошибку. На практике при небольших значениях коэффициента ошибка близка к 0, но при больших значениях, а именно k_p = 50, ошибка увеличивается.

Линейно возрастающий сигнал



Для того, чтобы найти ошибку, находим образ Лапласа от g(t), G(s)=$\frac{1+2\pi s}{s^2}$:

При $k_p = 1$:

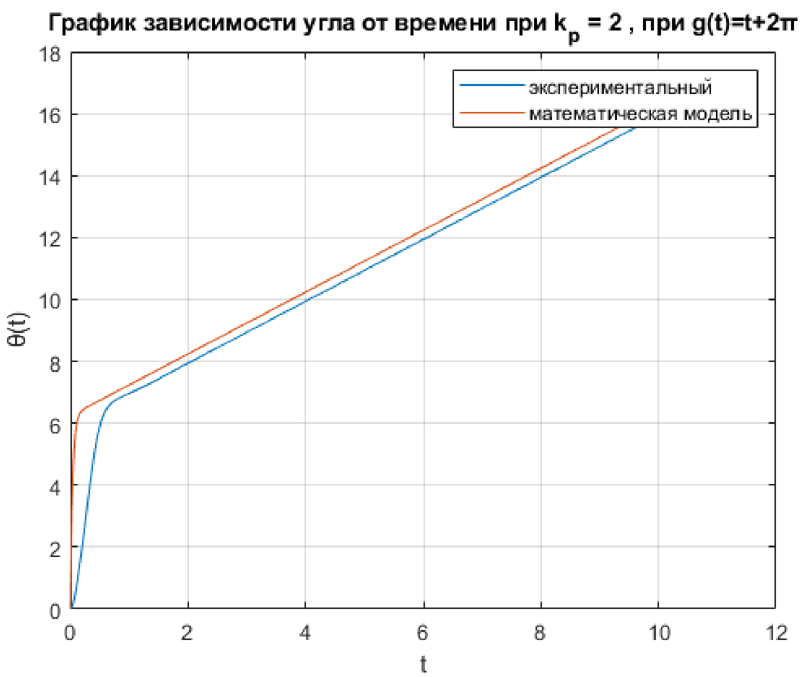
$$W(s) = 1 \cdot \frac{k}{Ts^2 + s}$$

$$E(s) = W_{g \to e} \cdot G(s) = \frac{Ts^2+s}{k+Ts^2+s} \cdot \frac{1+2\pi s}{s^2}$$

$$, \textit{где} \ \ W_{g \to e} = \frac{1}{\frac{k}{Ts^2+s}+1} = \frac{1}{\frac{k}{Ts^2+s}+\frac{Ts^2+s}{Ts^2+s}} = \frac{1}{\frac{k+Ts^2+s}{Ts^2+s}} = \frac{Ts^2+s}{k+Ts^2+s}$$

$$e = \lim_{s \to 0} s \cdot E(s) = \lim_{s \to 0} \left(s \cdot \frac{Ts^2+s}{k+Ts^2+s} \cdot \frac{1+2\pi s}{s^2} \right) = \lim_{s \to 0} \left(s \cdot \frac{s(Ts+1)}{k+Ts^2+s} \cdot \frac{1+2\pi s}{s^2} \right) =$$

$$\lim_{s \to 0} \left(\frac{(Ts+1)}{k+Ts^2+s} \cdot \frac{1+2\pi s}{1} \right) = \frac{1}{k} = \frac{1}{2.4716} = 0{,}4$$



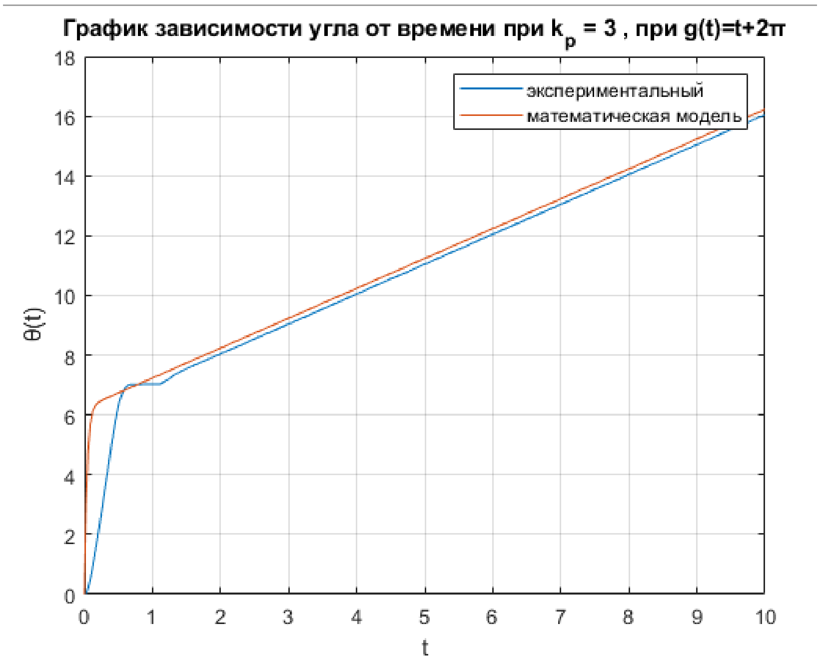
При $k_p = 2$:

$$W(s) = 2 \cdot \frac{k}{Ts^2 + s}$$

$$E(s) = W_{g\to e} \cdot G(s) = \frac{Ts^2+s}{k+Ts^2+s} \cdot \frac{1+2\pi s}{s^2}$$

$$, где\ W_{g\to e} = \frac{1}{\frac{2k}{Ts^2+s}+1} = \frac{1}{\frac{2k}{Ts^2+s}+\frac{Ts^2+s}{Ts^2+s}} = \frac{1}{\frac{2k+Ts^2+s}{Ts^2+s}} = \frac{Ts^2+s}{2k+Ts^2+s}$$

$$e = \lim_{s\to 0} s \cdot E(s) = \lim_{s\to 0}\left(s \cdot \frac{Ts^2+s}{2k+Ts^2+s} \cdot \frac{1+2\pi s}{s^2}\right) = \lim_{s\to 0}\left(s \cdot \frac{s(Ts+1)}{2k+Ts^2+s} \cdot \frac{1+2\pi s}{s^2}\right) =$$
$$\lim_{s\to 0}\left(\frac{(Ts+1)}{2k+Ts^2+s} \cdot \frac{1+2\pi s}{1}\right) = \frac{1}{2k} = \frac{1}{2\cdot 2.4716} = 0,2$$



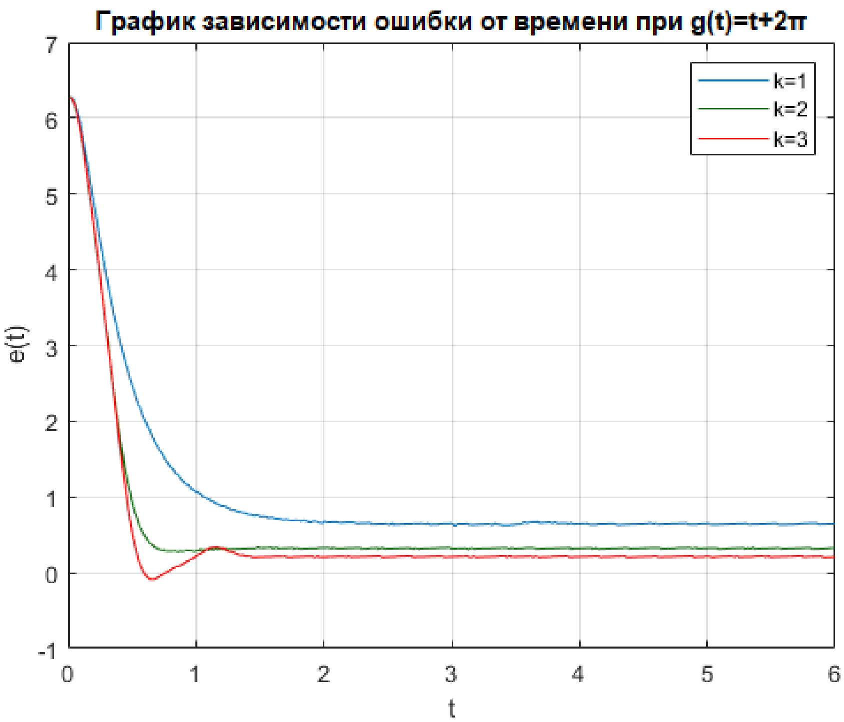
При $k_p = 3$:

$$W(s) = 3 \cdot \frac{k}{Ts^2 + s}$$

$$E(s) = W_{g\to e} \cdot G(s) = \frac{Ts^2+s}{3k+Ts^2+s} \cdot \frac{1+2\pi s}{s^2}$$

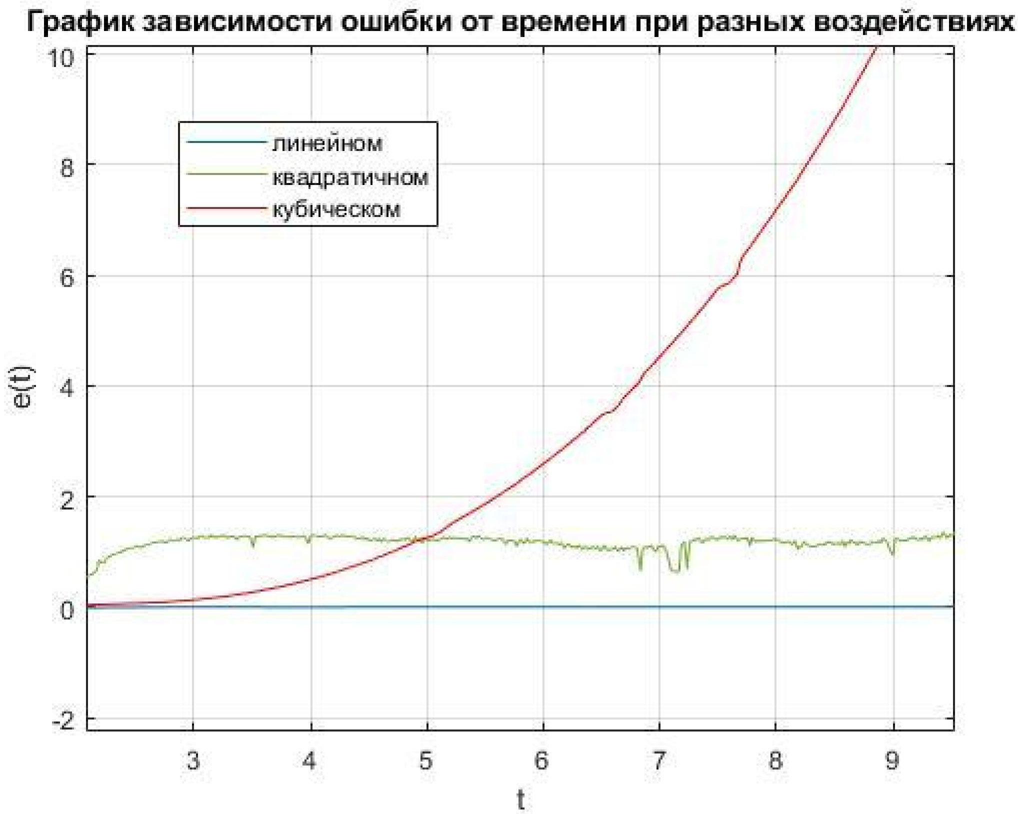
$$, где\ W_{g\to e} = \frac{1}{\frac{3k}{Ts^2+s}+1} = \frac{1}{\frac{3k}{Ts^2+s}+\frac{Ts^2+s}{Ts^2+s}} = \frac{1}{\frac{3k+Ts^2+s}{Ts^2+s}} = \frac{Ts^2+s}{3k+Ts^2+s}$$

$$e = \lim_{s\to 0} s \cdot E(s) = \lim_{s\to 0}\left(s \cdot \frac{Ts^2+s}{3k+Ts^2+s} \cdot \frac{1+2\pi s}{s^2}\right) = \lim_{s\to 0}\left(s \cdot \frac{s(Ts+1)}{3k+Ts^2+s} \cdot \frac{1+2\pi s}{s^2}\right) =$$
$$\lim_{s\to 0}\left(\frac{(Ts+1)}{3k+Ts^2+s} \cdot \frac{1+2\pi s}{1}\right) = \frac{1}{3k} = \frac{1}{3\cdot 2.4716} = 0,1$$



Вывод: расчитав ошибки, выяснили, что это постоянная величина, ошибки при увеличении коэфициентов уменьшаются. Эксперимент подтвердил наши выводы.

Задание 2.2. ПИ - регулятор



При линейном воздействии:

При $k_p\ =\ 0.5, k_i = 0.5$:

$$W(s) = \left(0.5 + \frac{0.5}{s}\right) \cdot \frac{k}{Ts^2 + s} = \frac{0.5s + 0.5}{s} \cdot \frac{k}{Ts^2 + s} = \frac{k(0.5s + 0.5)}{Ts^3 + s^2}$$

$$E(s) = W_{g\to e} \cdot G(s) = \frac{Ts^3+s^2}{k(0.5s+0.5)+Ts^3+s^2} \cdot \frac{1+2\pi s}{s^2}$$

$$, \textit{где}\ \ W_{g\to e} = \frac{1}{\frac{k(0.5s+0.5)}{Ts^3+s^2}+1} = \frac{1}{\frac{k(0.5s+0.5)}{Ts^3+s^2}+\frac{Ts^3+s^2}{Ts^3+s^2}} = \frac{1}{\frac{k(0.5s+0.5)+Ts^3+s^2}{Ts^3+s^2}} = \frac{Ts^3+s^2}{k(0.5s+0.5)+Ts^3+s^2}$$

$$e = \lim_{s\to 0} s \cdot E(s)$$

$$= \lim_{s\to 0}\left(s \cdot \frac{Ts^3 + s^2}{k(0.5s + 0.5) + Ts^3 + s^2} \cdot \frac{1 + 2\pi s}{s^2}\right)$$

$$= \lim_{s\to 0}\left(s \cdot \frac{Ts + 1}{k(0.5s + 0.5) + Ts^3 + s^2} \cdot \frac{1 + 2\pi s}{1}\right)$$

$$= \lim_{s\to 0}\left(s \cdot \frac{Ts + 1 + 2\pi Ts + 2\pi Ts^2}{k(0.5s + 0.5) + Ts^3 + s^2}\right) = 0$$

При квадратичном воздействии:

При $k_p\ =\ 0.5, k_i = 0.5$:

$$W(s) = \left(0.5 + \frac{0.5}{s}\right) \cdot \frac{k}{Ts^2 + s} = \frac{0.5s + 0.5}{s} \cdot \frac{k}{Ts^2 + s} = \frac{k(0.5s + 0.5)}{Ts^3 + s^2}$$

$$E(s) = W_{g\to e} \cdot G(s) = \frac{Ts^3+s^2}{k(0.5s+0.5)+Ts^3+s^2} \cdot \frac{2+2\pi s^2}{s^3}$$

$$, \textit{где}\ \ W_{g\to e} = \frac{1}{\frac{k(0.5s+0.5)}{Ts^3+s^2}+1} = \frac{1}{\frac{k(0.5s+0.5)}{Ts^3+s^2}+\frac{Ts^3+s^2}{Ts^3+s^2}} = \frac{1}{\frac{k(0.5s+0.5)+Ts^3+s^2}{Ts^3+s^2}} = \frac{Ts^3+s^2}{k(0.5s+0.5)+Ts^3+s^2}$$

$$e = \lim_{s\to 0} s \cdot E(s) = \lim_{s\to 0}\left(\frac{Ts + 1}{k(0.5s + 0.5) + Ts^3 + s^2} \cdot \frac{2 + 2\pi s^2}{1}\right) = \frac{2}{0.5k} = 1.6$$

При кубическом воздействии:

При $k_p = 0.5, k_i = 0.5$:

$$W(s) = \left(0.5 + \frac{0.5}{s}\right) \cdot \frac{k}{Ts^2 + s} = \frac{0.5s + 0.5}{s} \cdot \frac{k}{Ts^2 + s} = \frac{k(0.5s + 0.5)}{Ts^3 + s^2}$$

$$E(s) = W_{g\to e} \cdot G(s) = \frac{Ts^3+s^2}{k(0.5s+0.5)+Ts^3+s^2} \cdot \frac{6+2\pi s^3}{s^4}$$

$$, \textit{где}\ W_{g\to e} = \frac{1}{\frac{k(0.5s+0.5)}{Ts^3+s^2}+1} = \frac{1}{\frac{k(0.5s+0.5)}{Ts^3+s^2}+\frac{Ts^3+s^2}{Ts^3+s^2}} = \frac{1}{\frac{k(0.5s+0.5)+Ts^3+s^2}{Ts^3+s^2}} = \frac{Ts^3+s^2}{k(0.5s+0.5)+Ts^3+s^2}$$

$$e = \lim_{s\to 0} s \cdot E(s)$$

$$= \lim_{s\to 0}\left(s \cdot \frac{Ts^3 + s^2}{k(0.5s + 0.5) + Ts^3 + s^2} \cdot \frac{6 + 2\pi s^3}{s^4}\right)$$

$$= \lim_{s\to 0}\left(\frac{s^3(Ts + 1)}{k(0.5s + 0.5) + Ts^3 + s^2} \cdot \frac{6 + 2\pi s^3}{s^4}\right)$$

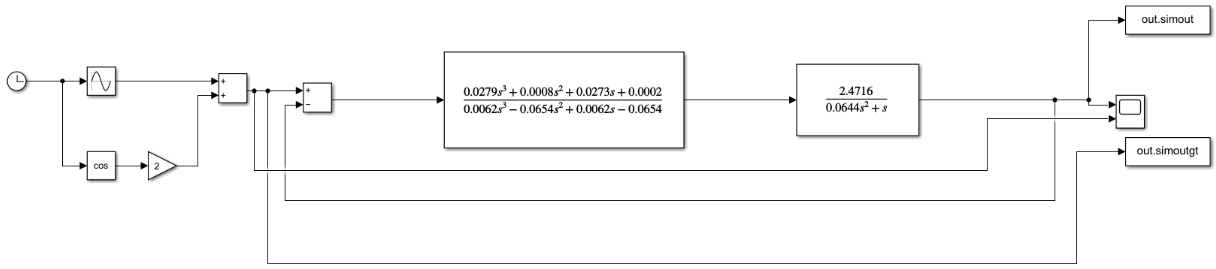
$$= \lim_{s\to 0}\left(\frac{Ts + 1}{k(0.5s + 0.5) + Ts^3 + s^2} \cdot \frac{6 + 2\pi s^3}{s}\right) = \infty$$

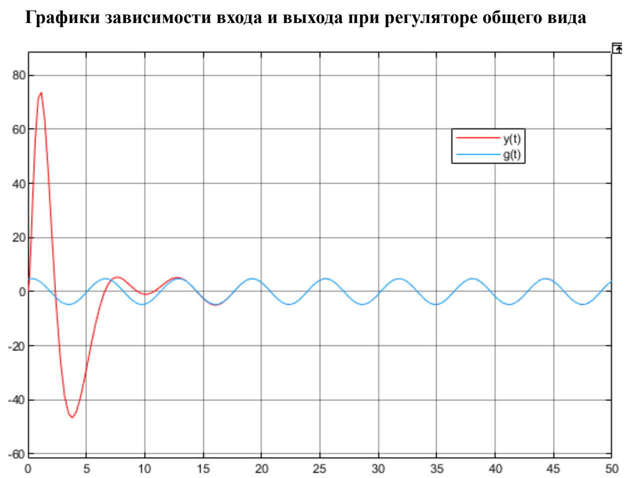
Вывод: При линейном воздействии ошибка равна 0, при квадратичном воздействии равна 1.6, при кубическом воздействии ошибка стремится к бесконечности. Значения расчетных ошибок сошлись с эксперименальными, следовательно, работа выполнена верно.

Задание 2.3. Специальный регулятор

Передаточная функция регулятора:

$$W_{per}(s) = \frac{0.0279s^3 + 0.0008s^2 + 0.0273s + 0.0002}{0.0062s^3 - 0.0654s^2 + 0.0062s - 0.0654}$$



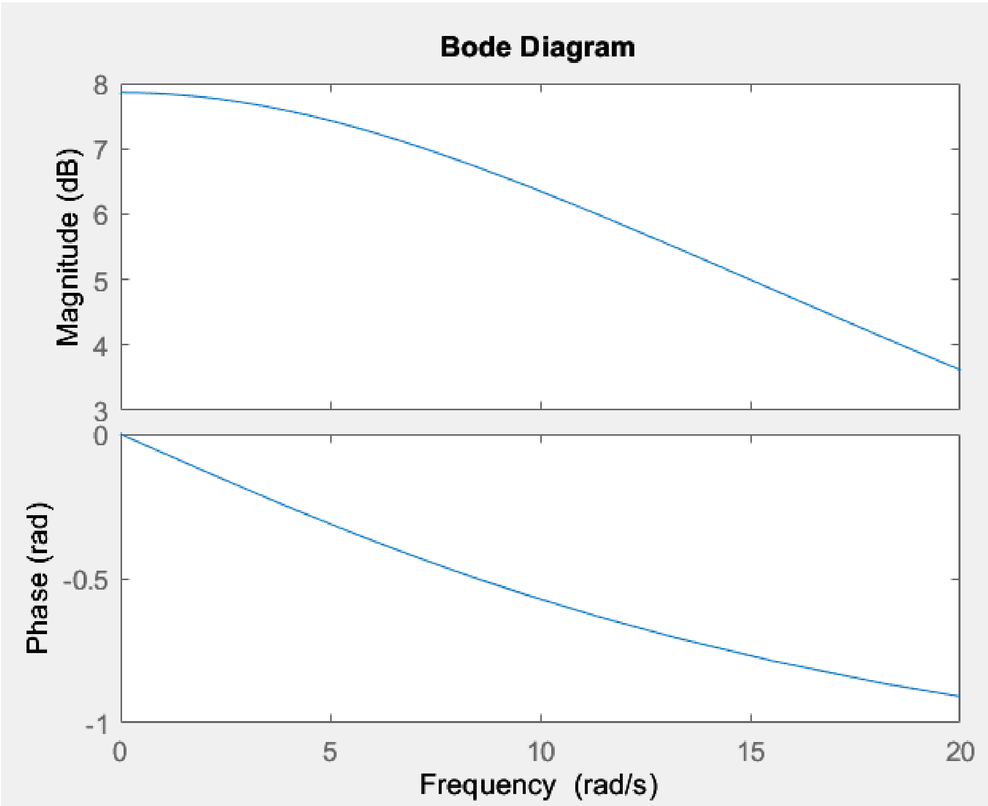


Вывод: у нас получилось создать регулятор общего вида в теории, так как графики входного воздействия и выхода сошлись, но на практике графики не сошлись, так как мы не учли ограничения мотора, а также запаздывание. Как оказалось, в жизни все намного сложнее, чем в теории.

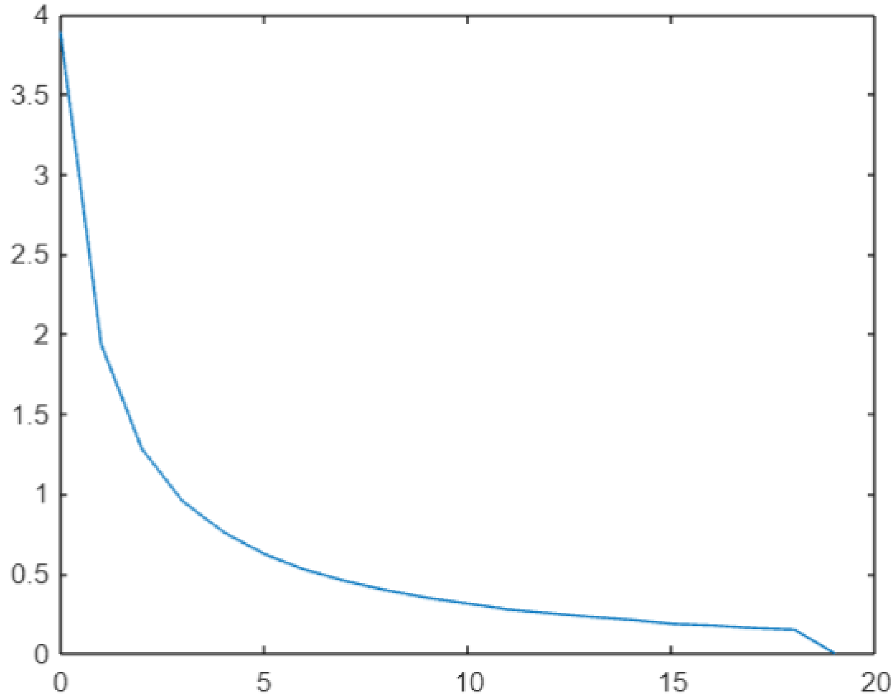
Задание 3. Частотные характеристики

Получите экспериментально АЧХ и ФЧХ двигателя постоянного тока относительно скорости. Сравните их с теоретическими.

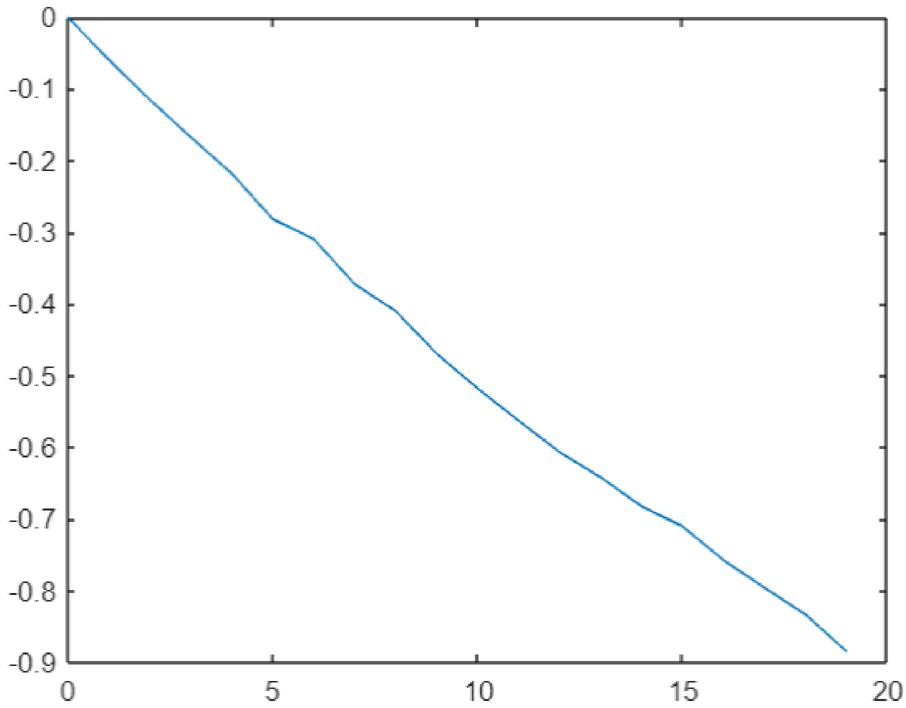
Решение:



Теоретические АЧХ и ФЧХ



АЧХ полученная экспериментально



ФЧХ полученная экспериментально

Вывод:

По графикам видно, что экспериментальные АЧХ и ФЧХ примерно совпадают с теоретическими.

Задание 4. Критерий Найквиста

Используя П-регулятор, поверните двигатель на фиксированный угол. Найдите (аналитически и экспериментально) критическую задержку, при которой данная система становится неустойчивой. Сравните результаты. В отчете приведите графики поведения системы с задержкой до критического значения и после.

Решение:

Определим аналитически критическую задержку с помощью MATLAB:

```
k = 2.4716

T = 0.0644

sys = tf([k], [T 1 0]);

margin(sys)

tau = deg2rad(81.0011)/2.45 % ищем критическую задержку: делим запас по фазе (через ЛАЧХ и ЛФЧХ) на частоту (координату x точк пересечения пунктирной вертикали и ФЧХ)
```

tau_an = 0,577

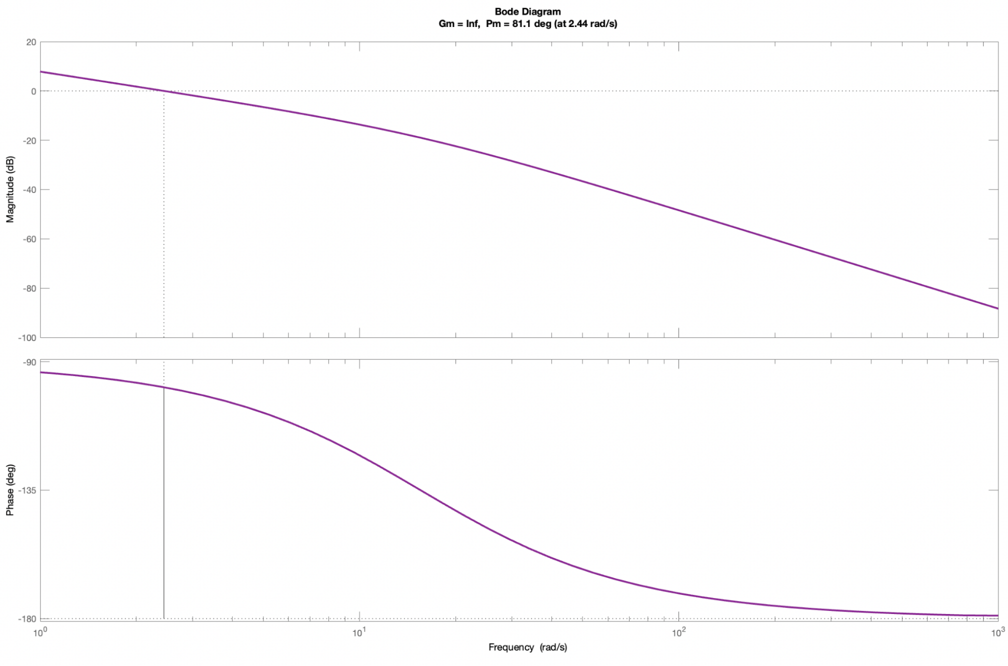


Рисунок - ЛАЧХ и ЛФЧХ передаточной функции

Эксперимент:

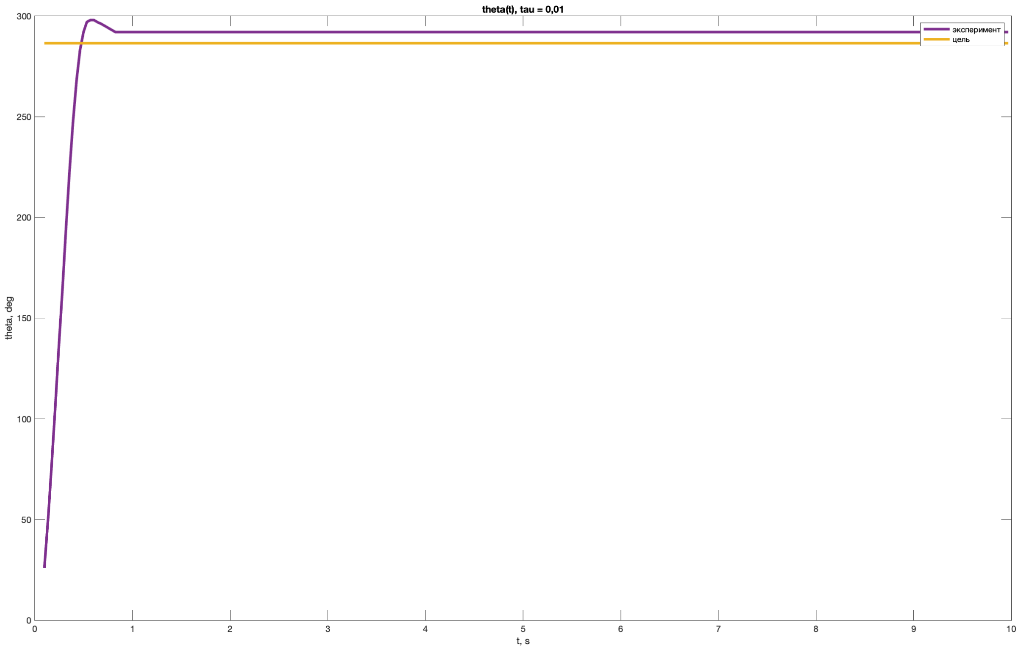


Рисунок - График зависимости theta(t) при tau = 0,01

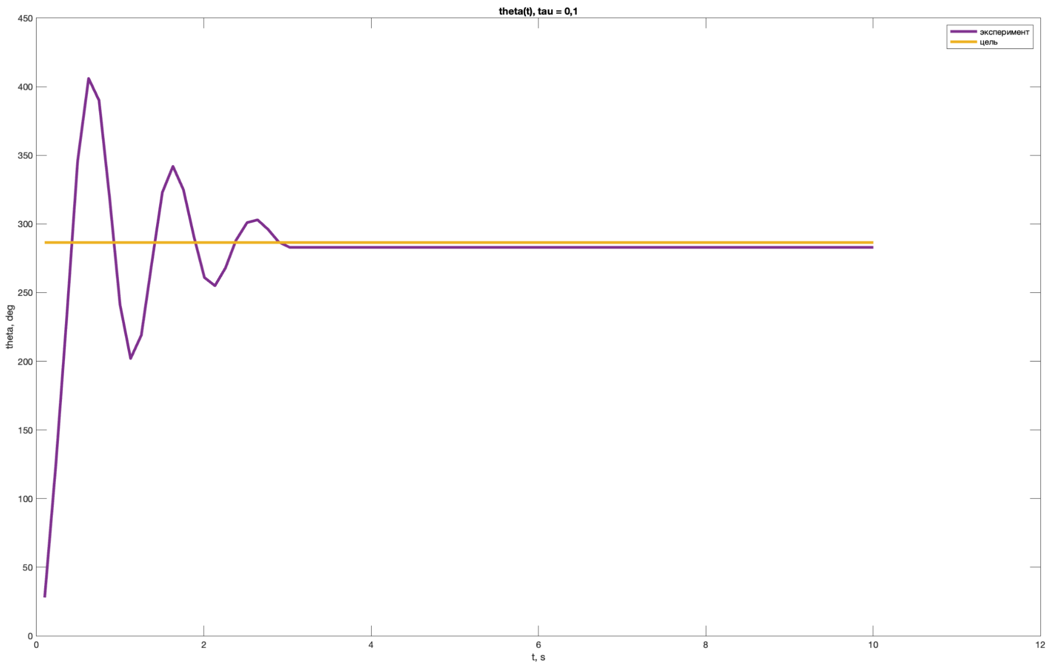


Рисунок - График зависимости theta(t) при tau = 0,1

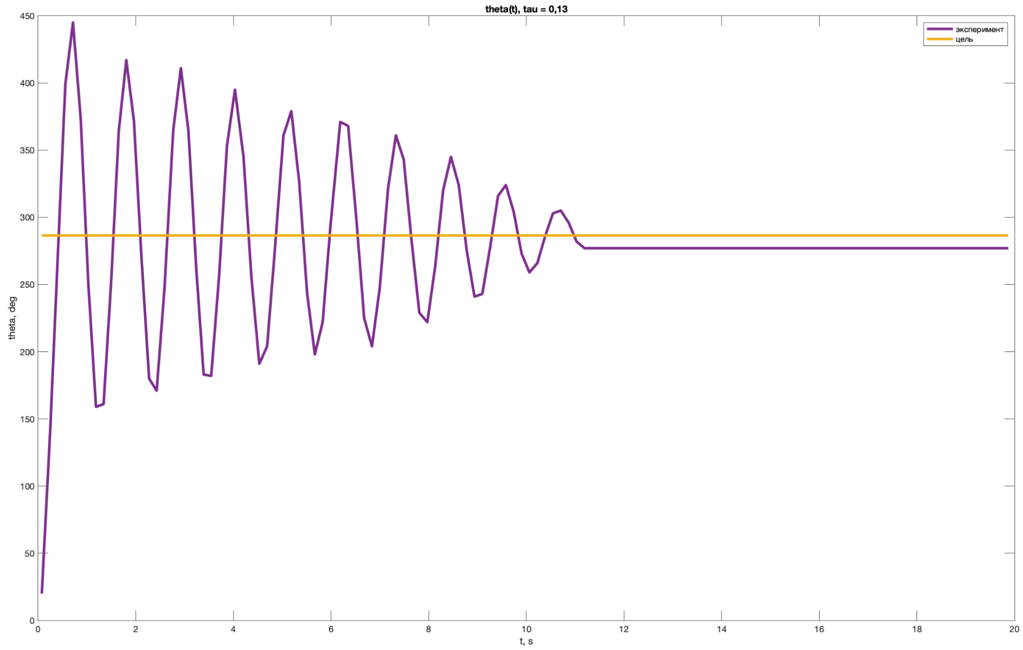


Рисунок - График зависимости theta(t) при tau = 0,13

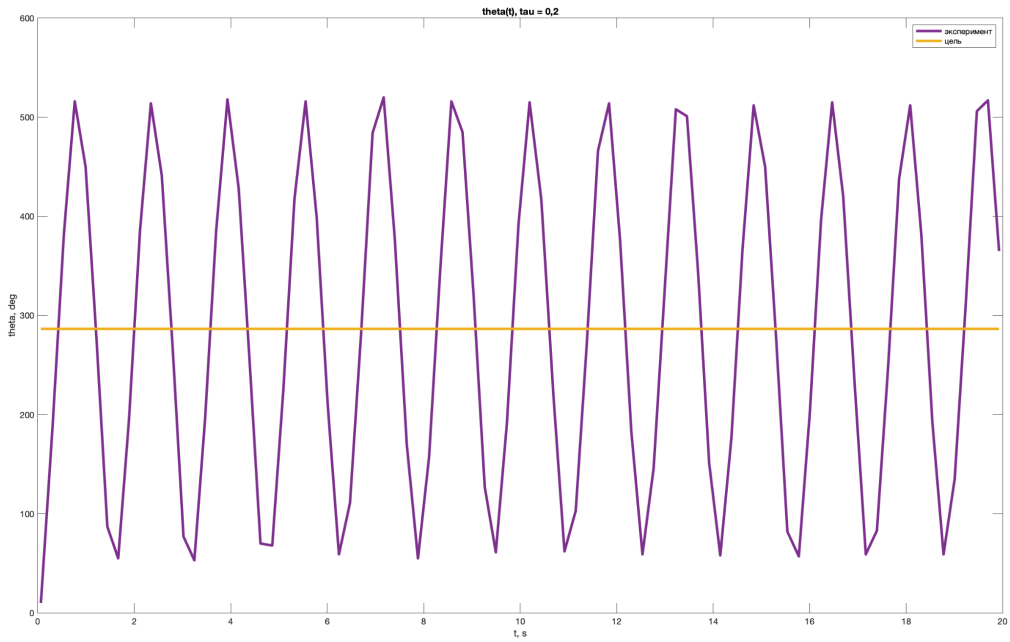


Рисунок - График зависимости theta(t) при tau = 0,2

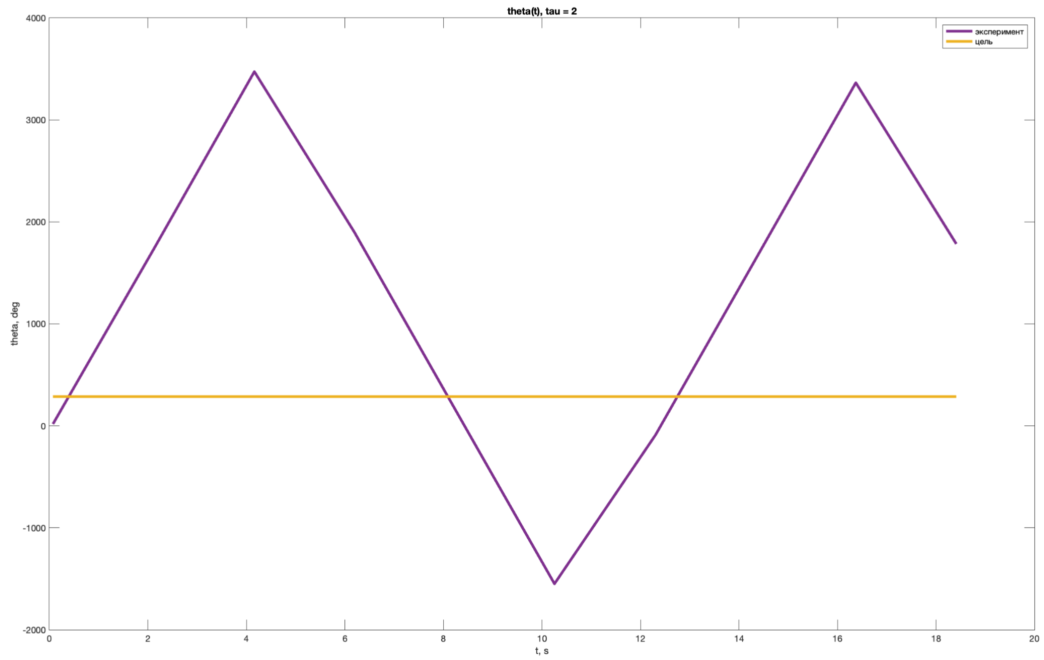


Рисунок - График зависимости theta(t) при tau = 2

Вывод: У каждой медали есть две стороны, и однажды все может перевернуться… А если серьезно, то по экспериментальным данным критическая задержка получается следующей 0,13 < tau_exp < 0,2, а уже потом наша система в цель прийти не может. Экспериментальная задержка меньше аналитической почти в 3 раза. Это связано с тем, что мы считаем tau как для “обратного” звена чистого запаздывания. Положительный сдвиг фазы говорит о том, что сигнал на выходе появляется *раньше*, чем на входе. А это нереально, так как мы не можем «заглянуть в будущее». Отсюда и получается большое расхождение в экспериментальном и аналитическом значениях.

Задание 5. Вынужденное движение

Рассчитайте траекторию угла поворота двигателя и его угловой скорости при подаче на двигатель входных воздействий вида

- A1 sin(ω1t)
- A2 cos(ω2t) + A3 sin(ω3t)

Коэффициенты A1, A2, A3, а также ω1, ω2, ω3 выберите самостоятельно. Все коэффициенты для второго воздействия должны быть различными. Подайте такое же воздействие на реальный двигатель и сравните результат с расчетами.

Решение:

A1 = 80;

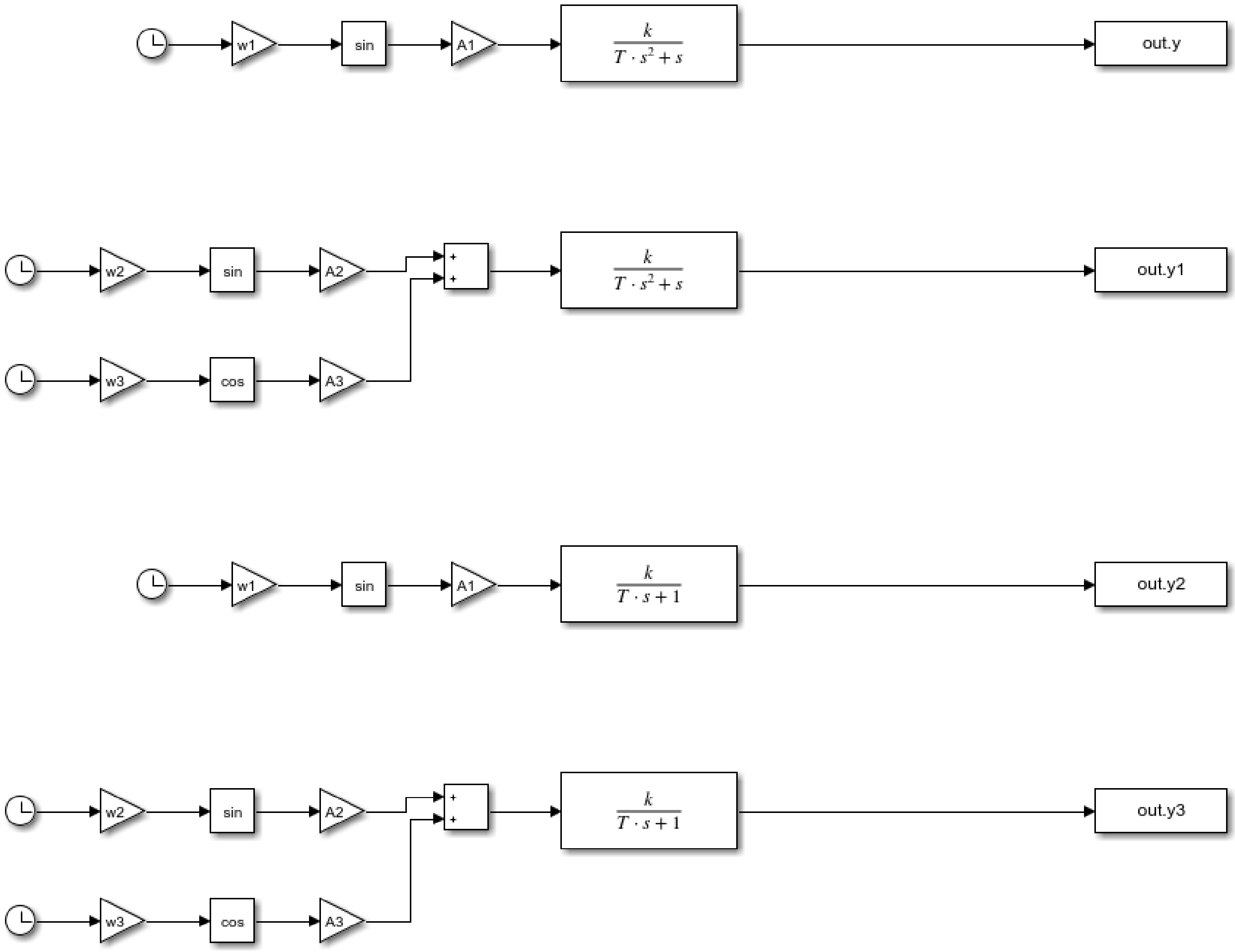
A2 = 20;

A3 = 70;

w1 = 3;

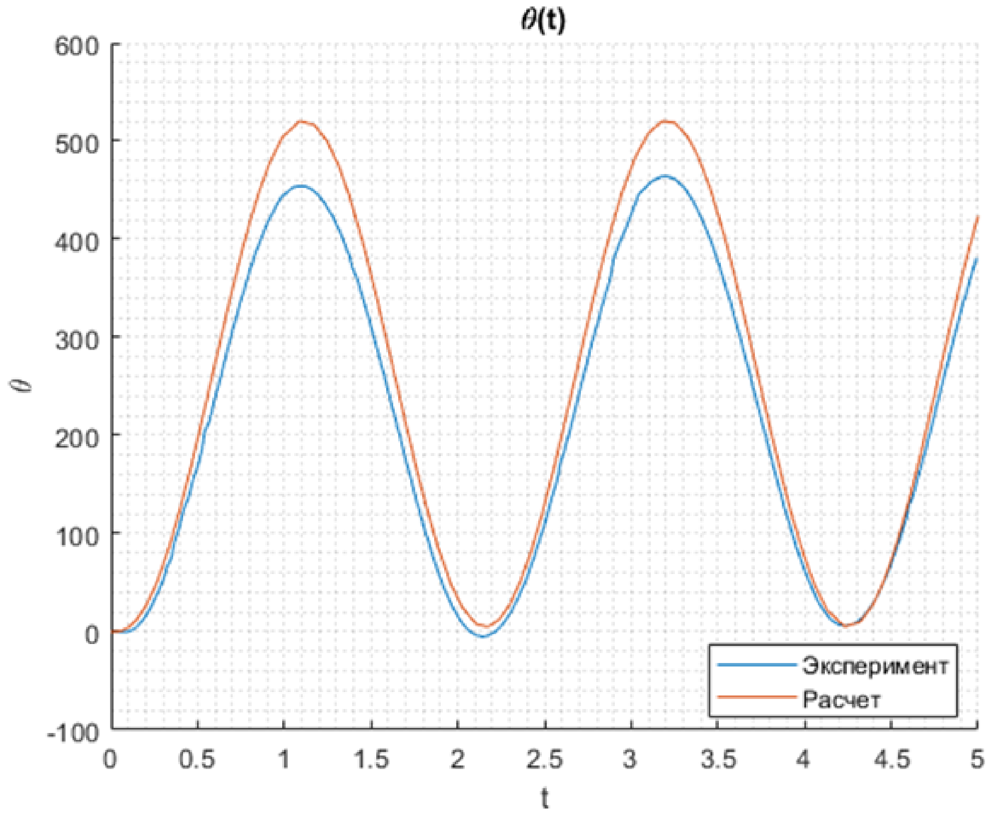
w2 = 20;

w3 = 8;

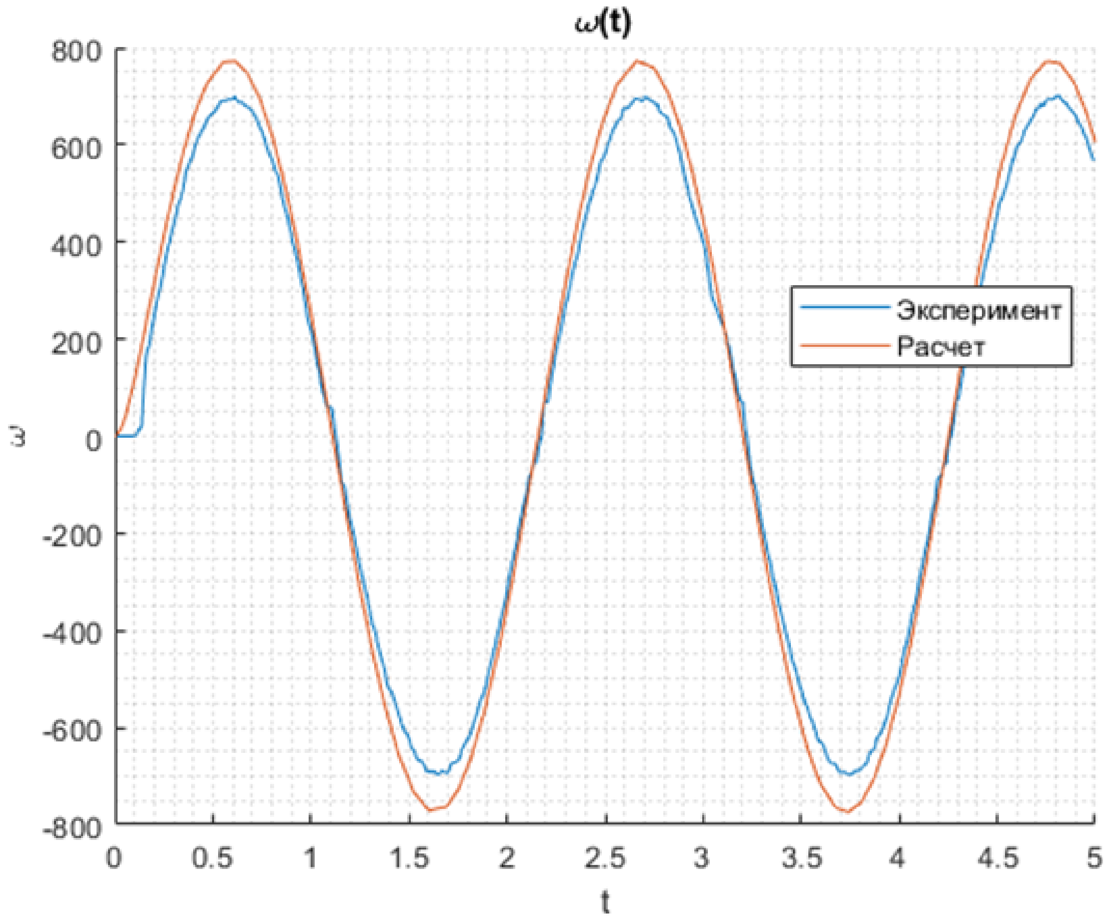


Схемы моделирования траекторий угла поворота двигателя и его угловой скорости при подаче на него различных входных воздействий для расчетных графиков

1) A1 sin(ω1t)

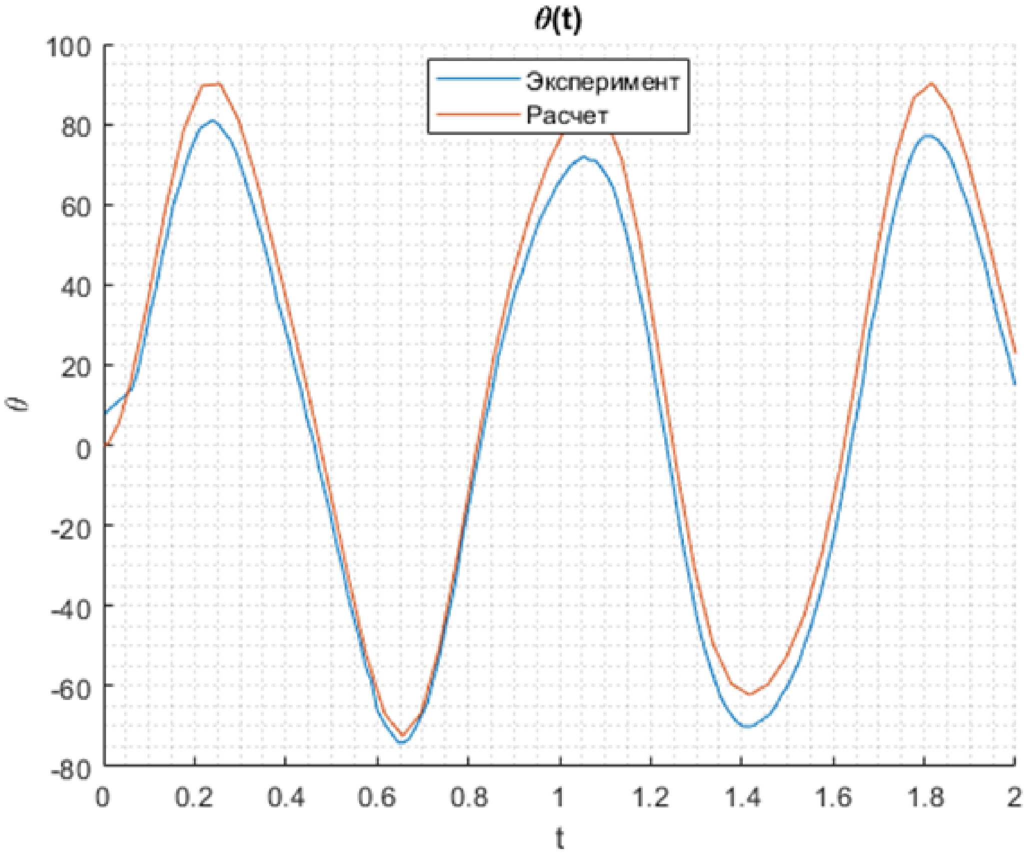


Угол поворота двигателя при гармоническом входном воздействии

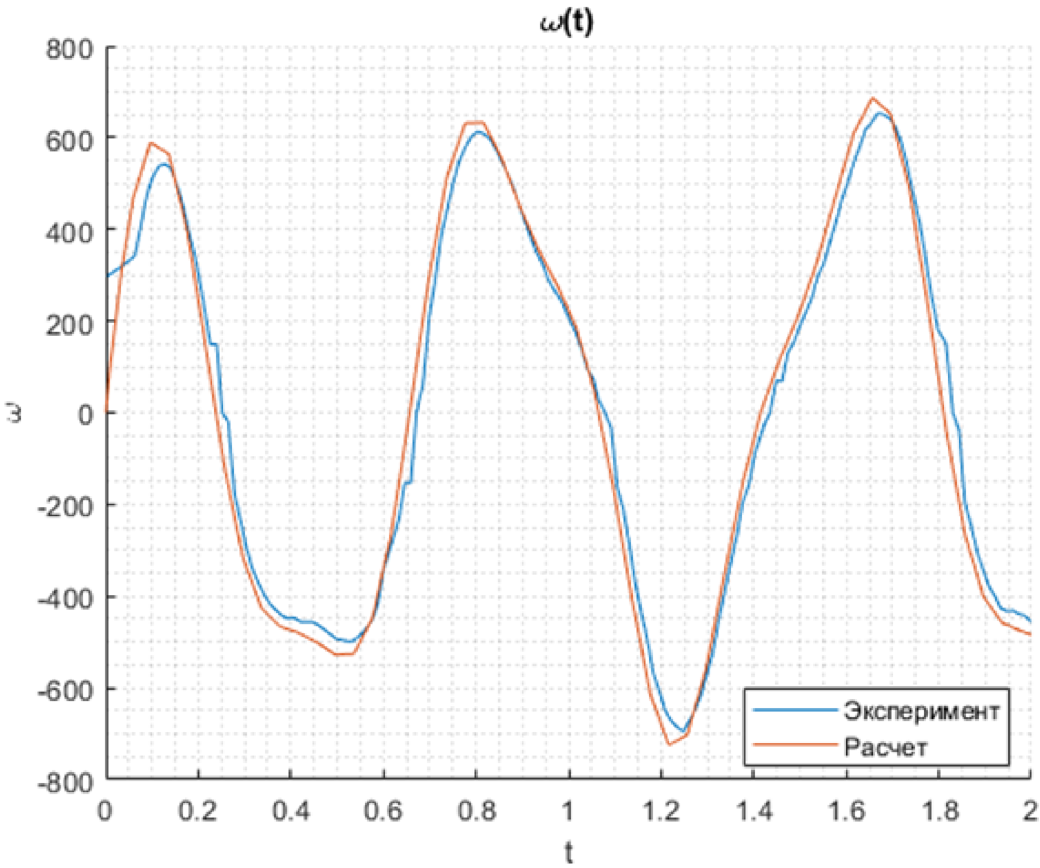


Угловая скорость двигателя при гармоническом входном воздействии

2) A2 cos(ω2t) + A3 sin(ω3t)



Угол поворота двигателя при входном воздействии A2 cos(ω2t) + A3 sin(ω3t)



Угловая скорость двигателя при входном воздействии A2 cos(ω2t) + A3 sin(ω3t)

Выводы:

Была рассчитана траектория угла поворота двигателя и его угловой скорости при подаче на двигатель входных воздействий вида A1 sin(ω1t) и A2 cos(ω2t) + A3 sin(ω3t) в среде Simulink, а также проведено их сравнение с экспериментально измеренными данными в Matlab (код можно посмотреть по ссылке в начале отчета).

На всех графиках расчет хорошо согласуется с экспериментом. Расхождения объясняются нелинейностью системы. На графике “Угол поворота двигателя при гармоническом входном воздействии” видно, что двигатель не доворачивается до расчетного графика: 60^0 в одном направлении вращения двигателя и 0^0 в противоположном направлении вращения двигателя. Аналогично и при входном воздействии A2 cos(ω2t) + A3 sin(ω3t): разность углов доходит до 15^0. На графике “Угловая скорость двигателя при гармоническом входном воздействии” наблюдается нулевая угловая скорость при $0\ \text{с} \leq t \leq 0,1\ \text{с}$. Для входного воздействия A2 cos(ω2t) + A3 sin(ω3t) график угла поворота двигателя почти повторяет синус как по экспериментальным данным, так и по расчетным. Это можно объяснить большой разницей амплитуд: A2 = 20 и A3 = 70. Таким образом, одна синусоида гораздо слабее проявляет себя, чем вторая. Однако можно заметить, что пики, что для экспериментального, что и для расчетного отличаются друг от друга - это проявление влияния малой синусоиды. Последний график получился идеальным: и графики накладываются друг на друга, и лучше видно проявление двух синусов.