Расчетная работа №2

Задание №4

Дано: $R := 1300$ $\quad R1 := R$ $\quad R2 := R$ $\quad R4 := R$ $\quad R5 := R$ $\quad C7 := 6 \cdot 10^{-6}$ $\quad E := 160$

Ключ расположен параллельно R1, в замкнутом положении

Искомые величины: u2(t), i3(t)

Решение:

Для начала определим начальные условия:

$$I0 := \frac{E}{R} = 0{,}1231$$

$$UC0 := I0 \cdot R2 = 160$$

После работаем со схемой после размыкания.
Составим уравнения Киргхофа.

Схема до размыкания:

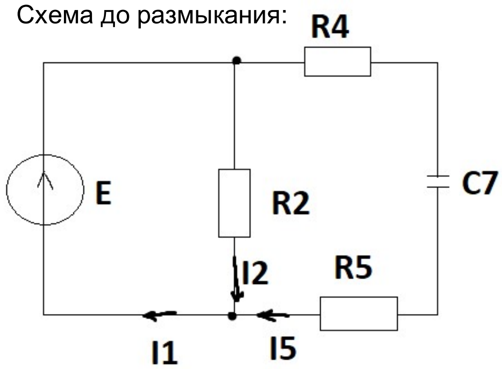
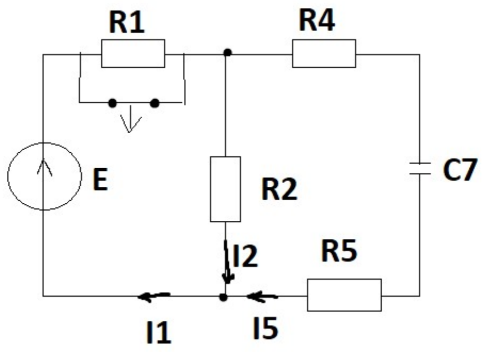


Схема после размыкания:



$$i1 - i2 - i5 = 0$$

$$i1 \cdot R1 + i2 \cdot R2 = E$$

$$i5 \cdot (R5 + R4) - i2 \cdot R2 + uc = 0$$

$$i5 = C7 \cdot \frac{d}{dt} uc$$

$$i2 = \frac{(i5 \cdot (R5 + R4) + uc)}{R2}$$

$$i2 = \frac{(i5 \cdot (2 \cdot R) + uc)}{R}$$

$$\frac{(i5 \cdot (2 \cdot R) - uc)}{R} = \left(2 \cdot i5 + \frac{uc}{R}\right)$$

$$i1 = \frac{(E - i2 \cdot R2)}{R1} \qquad i1 = \frac{E}{R} - i2$$

$$i1 = \frac{E}{R} - \left(2 \cdot i5 + \frac{uc}{R}\right)$$

Подставляем формулы i1,i2 первое уравнение Кирхгофа: $i1 - i2 - i5 = 0$

$$\frac{E}{R} - 2 \cdot i5 - \frac{uc}{R} - \left(2 \cdot i5 + \frac{uc}{R}\right) - i5 = 0$$

Дальше приведем подобные:

$$\frac{E}{R} = 5 \cdot i5 + \frac{2 \cdot uc}{R}$$

$$E = 5 \cdot i5 \cdot R + 2 \cdot uc$$

Дифференциально уравнение первого порядка: $E = 5 \cdot C7 \cdot \frac{d}{dt} uc \cdot R + 2 \cdot uc$

Дальше найдем частное решение:

По схеме:

$$Iпр := \frac{E}{2 \cdot R}$$

$$Uпр := Iпр \cdot R = 80$$

По диффуру:

$$E = 5 \cdot C7 \cdot \frac{d}{dt} uc \cdot R + 2 \cdot uc$$

$$uc := \frac{E}{2} = 80$$

$$2 \cdot uc = E$$

Общее решение:

$E = 5 \cdot C7 \cdot \frac{d}{dt} uc \cdot R + 2 \cdot uc$ $\qquad$ $5 \cdot C7 \cdot \frac{d}{dt} uc \cdot R + 2 \cdot uc = 0$

Характеристическое уравнение: $\qquad 5 \cdot C7 \cdot p \cdot R + 2 = 0$

Корень уравнения: $\qquad p := -\frac{2}{5 \cdot C7 \cdot R} = -51{,}2821$

Постоянная времени: $\qquad \tau := \frac{1}{|p|} = 0{,}0195$

Переходной процесс завершиться через время равное: $\qquad 5 \cdot \tau = 0{,}0975$

$uc(t) := Uпр + A \cdot \exp(p \cdot t)$

Находим А при начальных условиях:

$uc(0) = Uc0 + A \cdot 1$ $\qquad$ $A := Uпр - UC0 = -80$

$$uc := (Uпр + A \cdot \exp(p \cdot t)) = 80 \cdot \left(1 - \exp\left(-\frac{2000 \cdot t}{39}\right)\right)$$

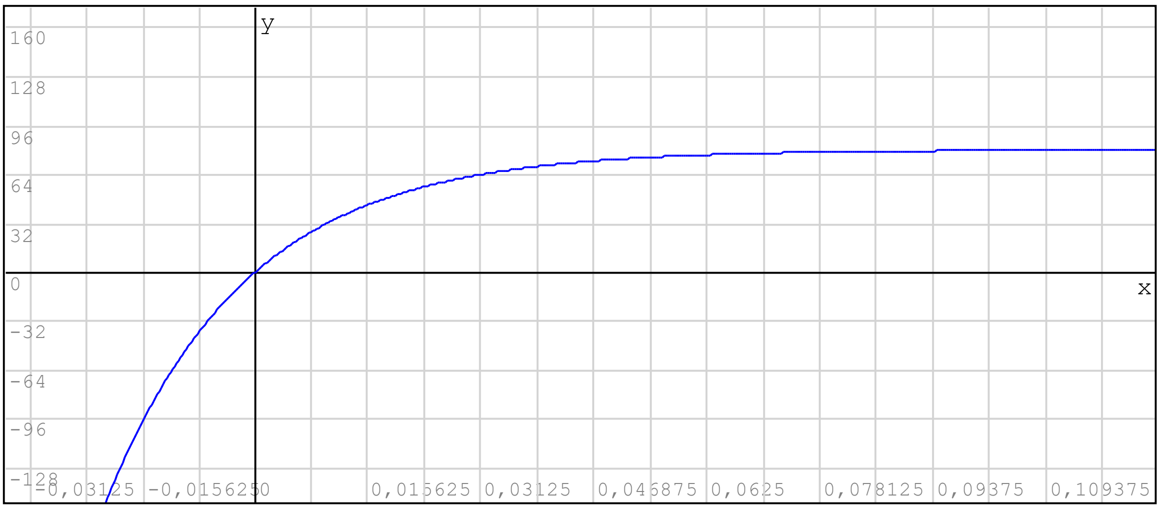
$$i5 := C7 \cdot \frac{d}{dt} uc = \frac{8 \cdot \exp\left(-\frac{2000 \cdot t}{39}\right)}{325}$$

$$i2 := 2 \cdot i5 + \frac{uc}{R} = \frac{4 \cdot \left(4 \cdot \exp\left(-\frac{2000 \cdot t}{39}\right) + 5 \cdot \left(1 - \exp\left(-\frac{2000 \cdot t}{39}\right)\right)\right)}{325}$$

$$i3 := i2 = \frac{4 \cdot \left(4 \cdot \exp\left(-\frac{2000 \cdot t}{39}\right) + 5 \cdot \left(1 - \exp\left(-\frac{2000 \cdot t}{39}\right)\right)\right)}{325}$$

$$u2 := i2 \cdot R2 = 16 \cdot \left(4 \cdot \exp\left(-\frac{2000 \cdot t}{39}\right) + 5 \cdot \left(1 - \exp\left(-\frac{2000 \cdot t}{39}\right)\right)\right)$$

$t := x$



uc

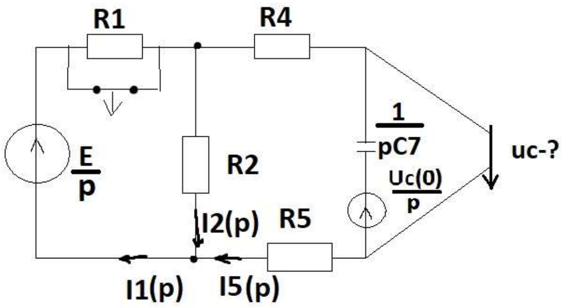
Операторный метод

$$Uc0 := I0 \cdot R2 = 160$$

$$I1(p) - I2(p) - I5(p) = 0$$

$$I1(p) \cdot R1 + I2(p) \cdot R2 = \frac{E}{p}$$

$$I5(p) \cdot (R5 + R4) - I2(p) \cdot R2 + I5(p) \cdot \frac{1}{p \cdot C7} = -\frac{Uc0}{p}$$



$$p := s$$

$$X := \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 \\ R1 & R2 & 0 \\ 0 & -R2 & 2 \cdot R + \frac{1}{p \cdot C7} \end{bmatrix} \qquad Y := \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{E}{p} \\ -\frac{Uc0}{p} \end{bmatrix}$$

$$\Delta5 := \left\| \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ R1 & R2 & \frac{E}{p} \\ 0 & -R2 & -\frac{Uc0}{p} \end{bmatrix} \right\| = -\frac{208000}{s}$$

$$\Delta := |X| = \frac{130000 \cdot (4 \cdot (2500 + 39 \cdot s) + 39 \cdot s)}{3 \cdot s}$$

$$I5 := \frac{\Delta5}{\Delta} = -\frac{24}{5 \cdot (4 \cdot (2500 + 39 \cdot s) + 39 \cdot s)}$$

$$Uc7 := I5 \cdot \frac{1}{s \cdot C7} + \frac{Uc0}{p} = \frac{160 \cdot (4 \cdot (2500 + 39 \cdot s) + 39 \cdot s - 5000)}{s \cdot (4 \cdot (2500 + 39 \cdot s) + 39 \cdot s)}$$

$$D := s \cdot (10000 + 195 \cdot s)$$

$$Dd := \frac{d}{d\ s} D = 10 \cdot (1000 + 39 \cdot s)$$

$$s0 := 0 \qquad s1 := -\frac{10000}{195} = -51{,}2821$$

$$N := 160 \cdot (4 \cdot (2500 + 39 \cdot s) + 39 \cdot s - 5000)$$

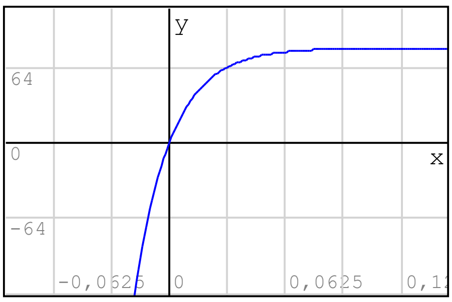
$$s := s0$$

$$W1 := \frac{N}{Dd} \cdot \exp(s \cdot t)$$

$$s := s1$$

$$W2 := \frac{N}{Dd} \cdot \exp(s \cdot t)$$

$$uc7 := W1 + W2$$



uc7

$$I5 := \frac{\Delta5}{\Delta} = -\frac{24}{5 \cdot (4 \cdot (2500 + 39 \cdot s) + 39 \cdot s)}$$

$$N := 24 \qquad D := 50000 + 975 \cdot s$$

$$Dd := \frac{d}{d\ s} D = 0 \qquad s := -\frac{50000}{975} = -51{,}2821$$

$$i5 := \frac{N}{Dd} \cdot \exp(s \cdot t) = \frac{8 \cdot \exp\left(-\frac{2000 \cdot x}{39}\right)}{325}$$