

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
“САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ  
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ИТМО”

ФАКУЛЬТЕТ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ И РОБОТОТЕХНИКИ

**Лабораторная работа №2:**

**«Исследование переходных  
процессов в электрических цепях»**

по дисциплине Электротехника  
Вариант №12

Выполнил: Студент группы  
R3237 Осинина Т. С  
Преподаватель: Горшков К.С.

**1) Цель работы:** исследование переходных процессов в электрических цепях первого и второго порядков с источником постоянного и переменного напряжения.

**2) Объект исследования:** исследование переходных процессов.

**3) План работы**

Часть 1

Исследование переходных процессов в цепях первого порядка с источником постоянного напряжения.

1. Исследование переходного процесса в RC-цепи.

2. Исследование переходного процесса в RL-цепи.

Часть 2

Исследование переходных процессов в цепи второго порядка с источником постоянного напряжения.

1. Исследование аperiodического переходного процесса.

2. Исследование колебательного переходного процесса.

Часть 3

1. Исследование переходного процесса в RL-цепи с источником переменного синусоидального напряжения.

**4) Метод экспериментального исследования:**

1. Анализ

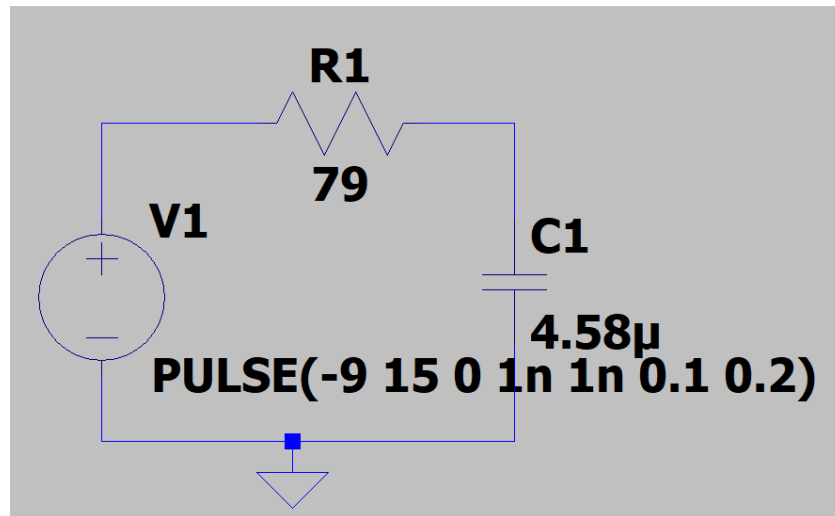
2. Лабораторный эксперимент (в программе LTspice)

**5) Значения цепи**

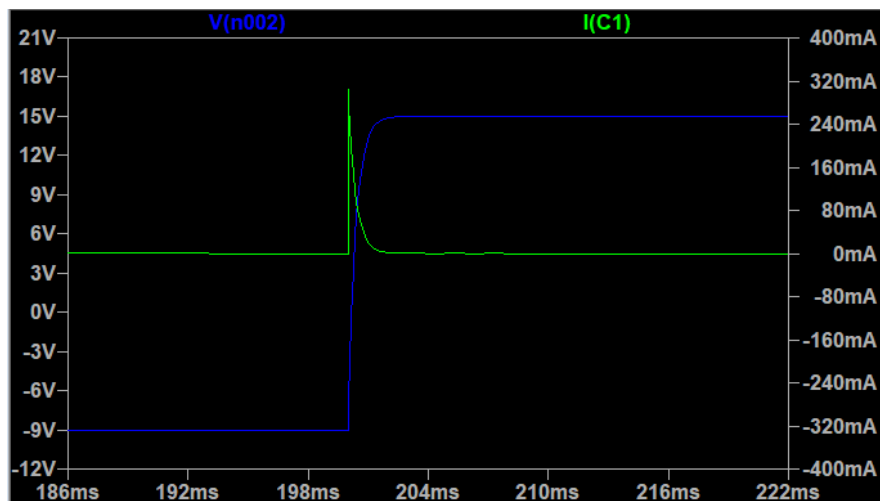
Var	Vinitial[V]	Von[V]	Rk[Ohm]	L[mH]	C[mkF]	R[Ohm]
Var 12	-9	15	24	1751	4,58	79

## 6) Часть 1.

### Исследование переходного процесса в RC-цепи.



1. Схема работы переходного процесса в RC-цепи



2. График переходного процесса. Зависимость  $U_C$  от  $I$

Начальные значения  $E$ :  $E(0-) = 9 \text{ В}$ ,  $E(0+) = 15 \text{ В}$ .

Дальше экспериментальным методом находим значения силы тока  $I(0)$ , заносим значения в Таблицу №2 «Результаты измерений и расчетов».

С помощью графика определяем постоянную времени  $\tau$ , длительность переходного процесса. В технике время переходного процесса – это время, за которое экспоненциальная функция достигает значения, отличающегося от установившегося значения не более чем на 5%, что соответствует значению  $3\tau$ . То есть определив по графику время переходного процесса  $t_p$ , можно определить постоянную времени как  $t_p/3$ .

Дальше вычислим все измеренные данные:

$$\tau = R \cdot C = 79 \cdot 4,58 \cdot 10^{-6} = 362 \text{ мкс}$$

С помощью формул (таблица № 3) определим начальные и установившиеся условия:

$$U_C(0+) = U_C(0-) = E(0-) = 9 \text{ В}$$

$$I(0+) = \frac{(E + U_C)}{R} = \frac{(9 + 15)}{79} = 0,304 \text{ А}$$

$$U_C(\infty) = E(0+) = 15 \text{ В}$$

$$I(\infty) = I(0-) = 0 \text{ А}$$

**Таблица №2 «Результаты измерений и расчетов в RC-цепи»**

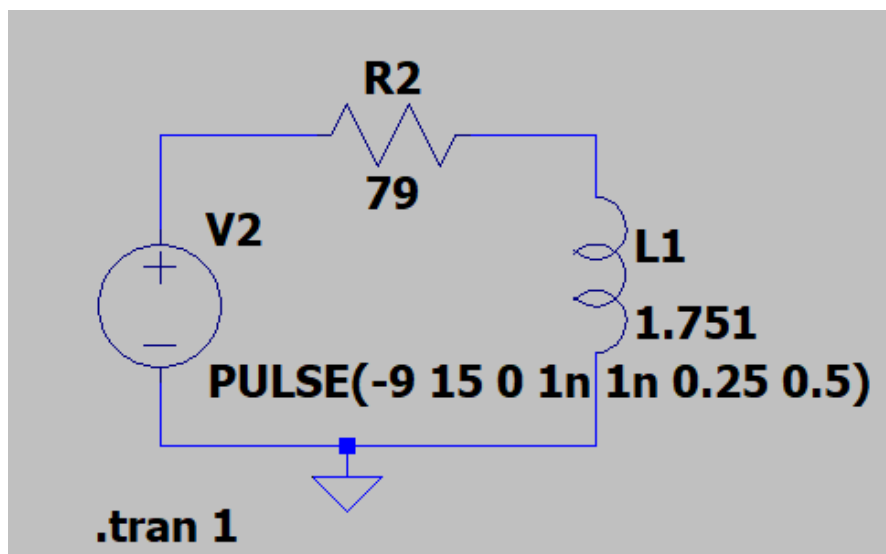
R, [Ом]	C, [мкФ]	Тип данных	I(0), [мА]	I(∞), [мА]	U(0+), [В]	U(∞), [В]	τ, [мкс]
79	4,58	Измерения	300	0	9	15	400
		Расчет	304	0	9	15	362

**Таблица №3 «Формулы для определения значений напряжения и силы тока»**

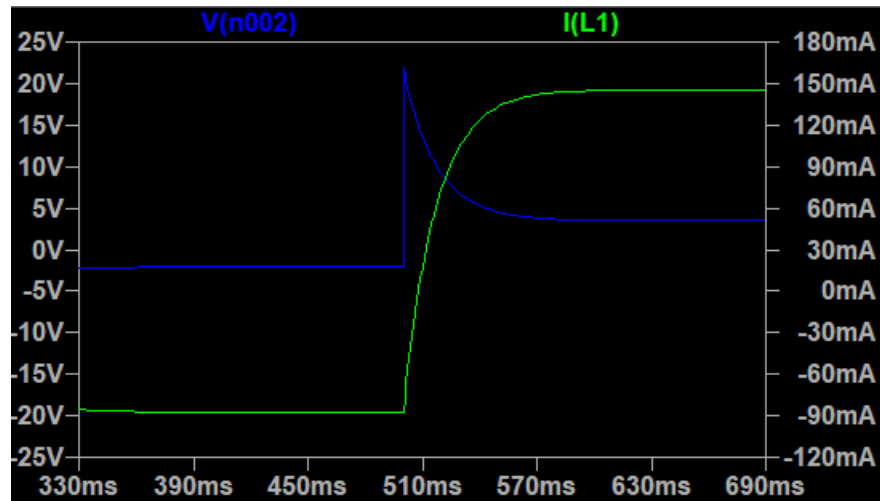
Тип нагрузки	Начальные значения	Установившиеся значения
RC	$U_C(0+) = U_C(0-) = E(0-),$ $I(0+) = (E + U_C)/R;$	$U_C(\infty) = E(0+),$ $I(\infty) = I(0-) = 0;$
RL	$I(0+) = I(0-) = E(0-)/(R + R_k),$ $U_L(0+) = E(0+) - I(0-) \cdot R;$	$I(\infty) = E(0+)/(R + R_k),$ $U_L(\infty) = I(\infty) \cdot R_k.$

$U_L$  – напряжение на катушке индуктивности.

### Исследование переходного процесса в RL-цепи.



3. Схема работы переходного процесса в RL-цепи



4. График переходного процесса. Зависимость  $U_L$  от  $I$

Измерения тока в цепи и напряжения на катушке индуктивности в момент коммутации ( $t = 0+$ ) и в установившемся ( $t = \infty$ ) режиме,  $I(0+)$ ,  $I(\infty)$ ,  $U(0+)$ ,  $U(\infty)$ , а также экспериментальное значение  $\tau$ , представим измеренные данные в таблице №4.

Дальше с помощью формул (таблица №3) вычислим все экспериментальные значения RL-цепи:

$$I(0+) = I(0-) = \frac{E(0-)}{(R + R_k)} = \frac{-9}{103} = 87 \text{ мА}$$

$$U_L(0+) = E(0+) - I(0-) \cdot R = 15 + 87 \cdot 10^{-3} \cdot 79 = 23,127 \text{ В}$$

$$I(\infty) = \frac{E(0+)}{R + R_k} = \frac{15}{103} = 146 \text{ мА}$$

$$U_L(\infty) = I(\infty) \cdot R_k = 146 \cdot 10^{-3} \cdot 24 = 3,504 \text{ В}$$

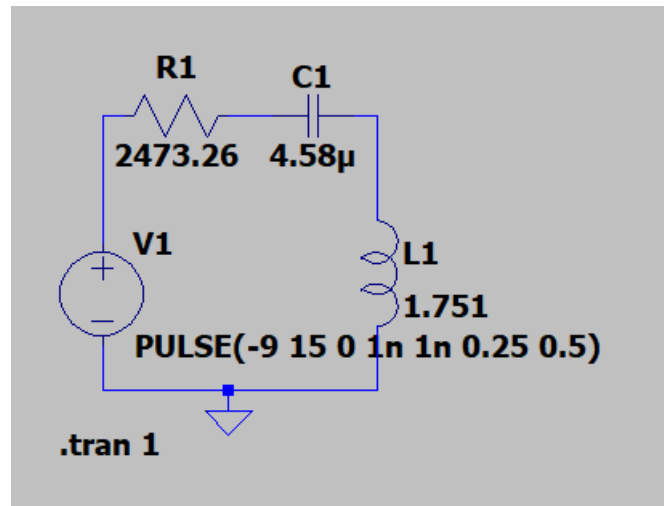
$$\tau = \frac{L}{R + R_k} = 1751 \cdot \frac{10^{-3}}{24 + 79} = 17000 \text{ мкс}$$

**Таблица №4 «Результаты измерений и расчетов в RL-цепи»**

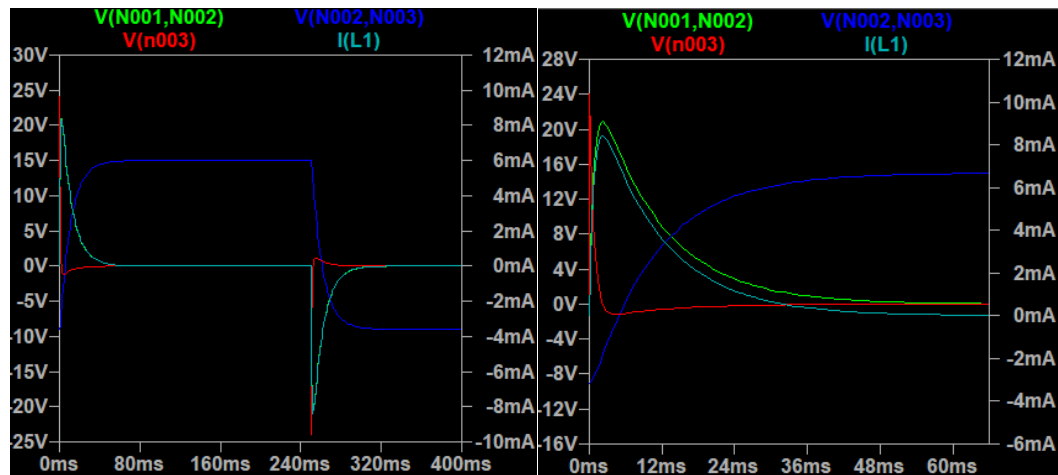
R, [Ом]	L, [мГн]	R <sub>к</sub> , [Ом]	Тип данных	I(0), [мА]	I(∞), [мА]	U <sub>L</sub> (0+), [В]	U <sub>L</sub> (∞), [В]	τ, [мкс]
79	1751	24	Измерения	87	145	22	3,5	17000
			Расчет	87	146	23,127	3,504	15300

**Вывод:** в первой части был исследован переходный процесс в RC-цепи. Экспериментальным и вычислительным способами вычислили силы тока и напряжения, также нашли постоянную времени  $\tau$ , построили графики переходных процессов в RC-цепи и RL-цепи.

## 7) Часть 2



3. Схема замещения электрической цепи второго порядка



4. График зависимости  $E$ ,  $U_C(0+)$ ,  $U_L(0+)$  и  $I(0+)$

Сначала находим  $R = 4 \cdot \rho$ , где  $\rho$  - характеристическое сопротивление цепи, для вычисления  $\rho$  воспользуемся следующей формулой:

$$\rho = \sqrt{\frac{L}{C}} = \sqrt{\frac{1751}{4,58 \cdot 10^{-3}}} = 618,32$$

$$R = 4 \cdot \rho = 2473,26 \text{ Ом}$$

По графику (рисунок 4) находим время переходного процесса  $t_p$ , а также  $U_C(0+)$ ,  $U_L(0+)$ ,  $I(0+)$ . Все данные предоставим в таблице №6.

После все данные, найденные экспериментальным способом, вычислим через формулы из таблицы №5.

Для этого сначала находим коэффициент затухания  $\delta$  и резонансную частоту  $\omega_0$  и вещественные корни.

$$\delta = \frac{R}{2L} = \frac{2473,26}{2 \cdot 1,751} = 706,24$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}} = \sqrt{\frac{1}{1,751 * 4,58 * 10^{-6}}} = 353,12$$

$$s_{1,2} = -\delta \pm \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2} = -706,24 \pm \sqrt{706,24^2 - 353,12^2} = -706,24 \pm \sqrt{498\,774,9376 - 124\,693,7344} = -706,24 \pm 611,62 = -94,62; -1\,317,86$$

$$s_1 = -94,62$$

$$s_2 = -1\,317,86$$

После вычисляем  $E_z$ ,  $i(t)$ :

$$E_z = (|E(0-)| + |E(0+)|) \cdot \text{sign}(E(0+)) = (9 + 15) * \text{sign}(15) = 24$$

$$\begin{aligned} i(t) &= \frac{E_z}{L(s_1 - s_2)} \cdot (e^{s_1 t} - e^{s_2 t}) \\ &= \frac{24}{1,751 * (1\,223,24)} * (e^{-94,62t} - e^{-1317,86t}) \\ &= 0,011 * (e^{-94,62t} - e^{-1317,86t}) \end{aligned}$$

Далее находим  $I(0+)$ ,  $U_C(0+)$ ,  $U_L(0+)$ ,  $t_p$ :

$$I(0+) = 0,011 * (e^0 - e^0) = 0$$

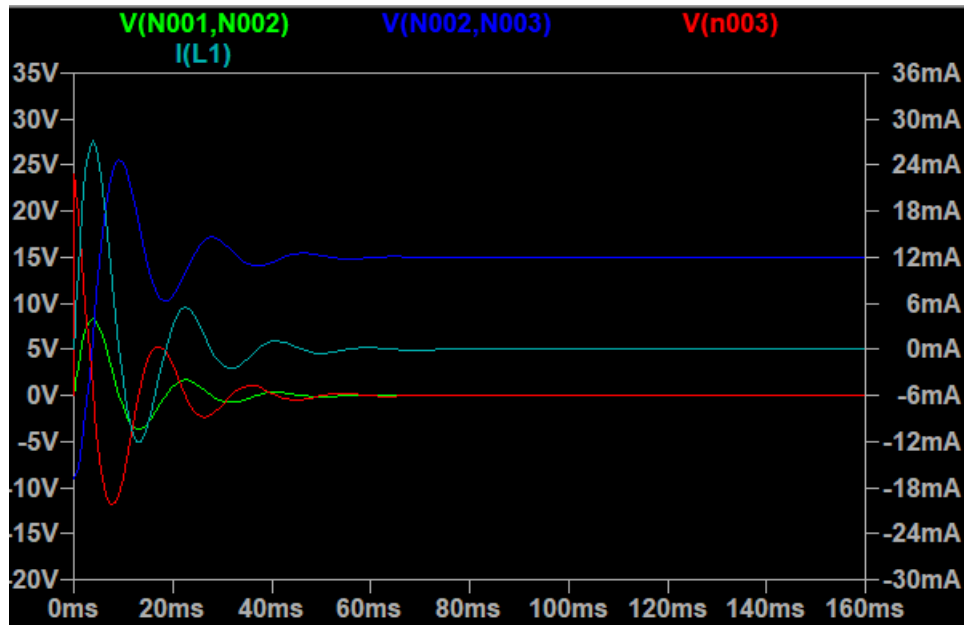
$$U_C(0+) = E(0+) - \frac{E_z}{s_1 - s_2} (s_1 e^{s_2 t} - s_2 e^{s_1 t}) = 15$$

$$\begin{aligned} U_L(0+) &= \frac{E_z}{s_1 - s_2} (s_1 e^{s_1 t} - s_2 e^{s_2 t}) \\ &= \frac{24}{1\,223,24} (-94,62 * e^{-94,62*t} + 1\,317,86 * e^{-1\,317,86*t}) = 24 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} t_p = 3\tau_1 &= \frac{3}{\delta - \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2}} = \frac{3}{706,24 - \sqrt{706,24^2 - 353,12^2}} \\ &= 0,032 \end{aligned}$$

Далее находим сопротивление резистора, при котором выполняется условие  $R = \rho/2$ , а также построить и продемонстрировать цепь.

$$R = \frac{\rho}{2} = \frac{618,32}{2} = 309,16 \text{ Ом}$$



5. График зависимости  $E$ ,  $U_C(0+)$ ,  $U_L(0+)$  и  $I(0+)$  при  $R=309,16 \text{ Ом}$

По графикам переходных процессов напряжений, определяем значения коэффициента затухания и частоту собственных колебаний. Все результаты предоставим в таблице №7.

$$T=18 \text{ мс}$$

$$\omega_c = \frac{2\pi}{T} = 2 * \frac{3,14}{18*10^{-3}} = 349 \text{ с}^{-1}$$

$$I_{m1} = 27 \text{ мА}$$

$$I_{m2} = 5,5 \text{ мА}$$

$$\delta = \frac{\ln\left(\frac{I_{m1}}{I_{m2}}\right)}{T} = \frac{\ln\left(\frac{27}{5,5}\right)}{18*10^{-3}} = 88,39 \text{ с}^{-1}$$

С помощью формул вычислим все данные, найденные экспериментальным способом:

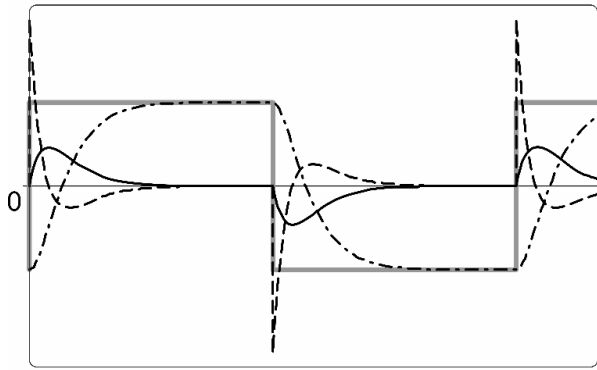
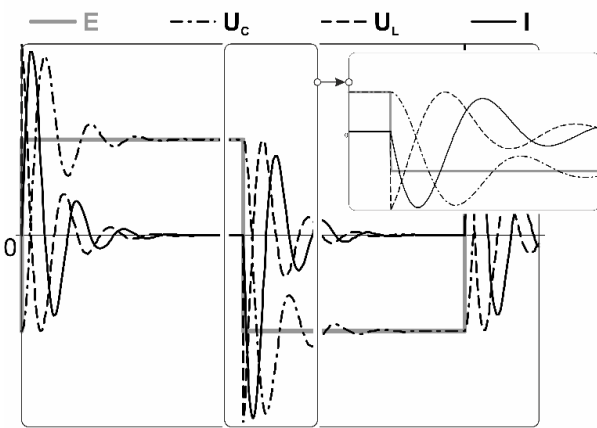
$$\delta = \frac{R}{2L} = \frac{309,16}{2*1,751} = 88,28 \text{ с}^{-1}$$

$$\omega_c = \sqrt{\frac{1}{LC} - \delta^2} = \sqrt{\frac{1}{1,751*4,58*10^{-6}} - 88,28^2} = 341,91 \text{ с}^{-1}$$

Занесем все данные в Таблицу №7.



**Таблица № 5. Формулы для апериодического и колебательных процессов**

Переходные функции	Формулы
<p><b>апериодический процесс</b></p> 	$s_{1,2} = -\delta \pm \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2} - \text{вещественные корни,}$ $i(t) = \frac{E_{\Sigma}}{L(s_1 - s_2)}(e^{s_1 t} - e^{s_2 t}),$ $E_{\Sigma} = ( E(0-)  +  E(0+) ) \cdot \text{sign}(E(0+)),$ $U_R(t) = R \cdot i(t),$ $U_L(t) = \frac{E_{\Sigma}}{s_1 - s_2}(s_1 e^{s_1 t} - s_2 e^{s_2 t}),$ $U_C(t) = E(0+) - \frac{E_{\Sigma}}{s_1 - s_2}(s_1 e^{s_1 t} - s_2 e^{s_2 t})$
<p><b>колебательный процесс</b></p> 	$s_{1,2} = -\delta \pm j\omega_c - \text{комплексно-сопряжённые корни,}$ $\omega_c = \sqrt{\frac{1}{LC} - \delta^2},$ $i(t) = \frac{E_{\Sigma}}{\omega L} e^{-\delta t} \sin \omega t,$ $U_R(t) = R \cdot i(t),$ $U_L(t) = E_{\Sigma} \varpi e^{-\delta t} \cos(\omega t + \beta),$ $U_C(t) = E(0+) - E_{\Sigma} \varpi e^{-\delta t} \cos(\omega t - \beta)$ $\varpi = \omega_0 / \omega, \beta = \arctg(\delta / \omega)$

**Таблица №6 «Результаты измерений и расчетов RLC цепи»**

Параметры элементов цепи			$U_C(0+)$		$U_L(0+)$		$I(0+)$		$t_p$	
R [Ом]	L [мГн]	C [мкФ]	расч [В]	эксп [В]	расч [В]	эксп [В]	расч [А]	эксп [А]	расч [мкс]	эксп [мкс]
2473,26	1751	4.58	15	15	24	24	0	0	31706	30000

**Таблица №7**

Параметры элементов цепи			$\delta$		$\omega_c$	
R [Ом]	L [мГн]	C [мкФ]	расч [с <sup>-1</sup> ]	эксп [с <sup>-1</sup> ]	расч [с <sup>-1</sup> ]	эксп [с <sup>-1</sup> ]
309,16	1751	4.58	88,28	88,39	341,91	349

**Вывод:** во второй части были изучены колебательный и апериодический процессы. Также экспериментальным и вычислительным способом были найдены параметры элементов цепи, а именно  $U_C(0+)$ ,  $U_L(0+)$ ,  $I(0+)$ ,  $t_p$ .

## 8) Часть 3

Сначала рассчитаем постоянную времени контура  $\tau$  и частоту для генератора, соответствующую периоду  $T=\tau/2$ . Используем все формулы, предоставленные в таблице №9.

$$\tau = \frac{L}{R+R_k} = \frac{1,751}{79+24} = 0,017 \text{ с}$$

$$T = \frac{\tau}{2} = \frac{0,017}{2} = 0,0085 \text{ с}$$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0,0085} = 117,64 \text{ Гц}$$

$$\omega = 2\pi f = 2 * 3,14 * 117,64 = 738,78 \text{ рад/с}$$

$$\varphi = \arctg\left(\frac{\omega L}{R+R_k}\right) = \arctg\left(\frac{738,78*1,751}{79+24}\right) = 1,49 \text{ рад}$$

Далее найдем время коммутации для  $t_\alpha$ , для всех углов включения, все значения предоставим в таблице №8. Вычисление  $t_\alpha$ , при  $\alpha = \varphi$

$$t_\alpha = \frac{\alpha - \varphi_E}{\omega} = \frac{1,49}{738,78} = 0,002 \text{ с}$$

**Таблица №8**

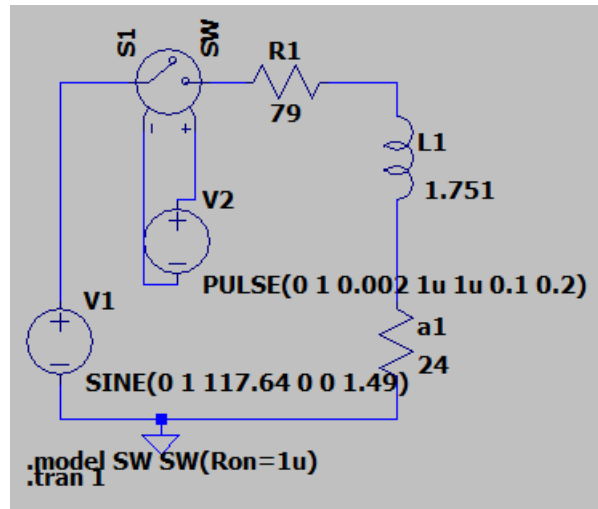
	$\alpha$				
$\alpha$	$\varphi$	$\varphi - \pi/4$	$\varphi + \pi/4$	$\varphi + \pi/2$	$\pi$
$T = \tau/2$	1.49	0.705	2.275	3.06	3.14
$T = 2\tau$	1,26	0,475	2,045	2,83	3.14
	$t_\alpha$				
$T = \tau/2$	0,002	0,00095	0,0032	0,0042	0,0042
$T = 2\tau$	0,0068	0,0026	0,011	0,015	0,017

**Таблица №9**

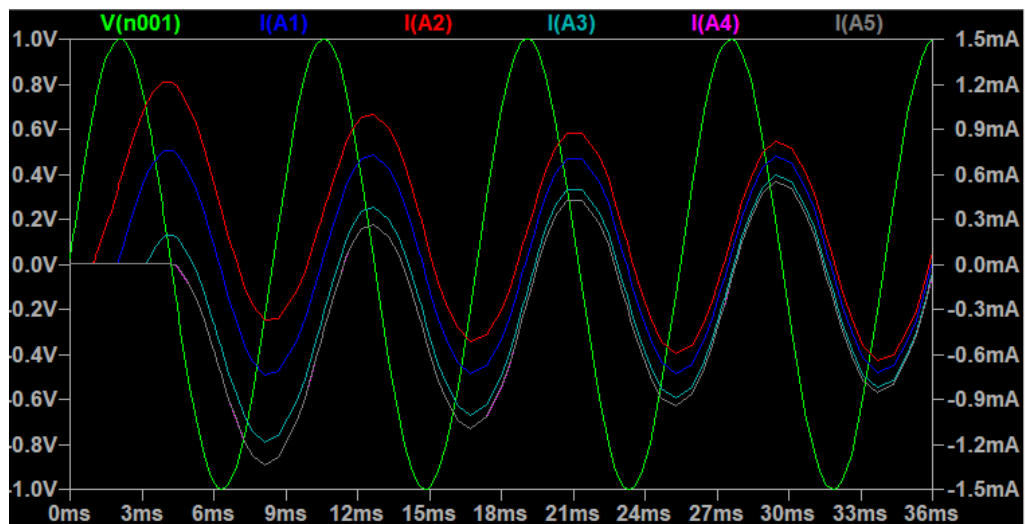
Формула	Переменные
$t_\alpha = \frac{\alpha - \varphi_E}{\omega};$ $\omega = 2\pi f;$ $\varphi = \arctg\left(\frac{\omega L}{(R + R_k)}\right);$ $\tau = \frac{L}{R + R_k}.$	$t_\alpha$ [с] – время коммутации; $\alpha$ [рад] – угол включения; $\varphi_E$ [рад] – начальная фаза источника напряжения; $\varphi$ [рад] – угол сдвига фаз между входным напряжением и током; $\omega$ [рад/с] – угловая частота входного напряжения; $f$ [Гц] – линейная частота входного напряжения; $L$ [Гн] – индуктивность; $R$ [Ом] – сопротивление резистора; $R_k$ [Ом] – активное сопротивление катушки индуктивности.

Таблица №10

	$i_{\max}, [A]$				
$\alpha$	$\varphi$	$\varphi - \pi/4$	$\varphi + \pi/4$	$\varphi + \pi/2$	$\pi$
$T = \tau/2$	1,2 мА	0,7 мА	0,2 мА	0,01мА	0,01мА
$T = 2\tau$	2,7 мА	3,8 мА	0,2 мА	0,1 мА	0,08 мА



6. Схема замещения генератора синусоидального напряжения



7. График  $E, I_{a1}, I_{a2}, I_{a3}, I_{a4}, I_{a5}$  при  $T = \tau/2$

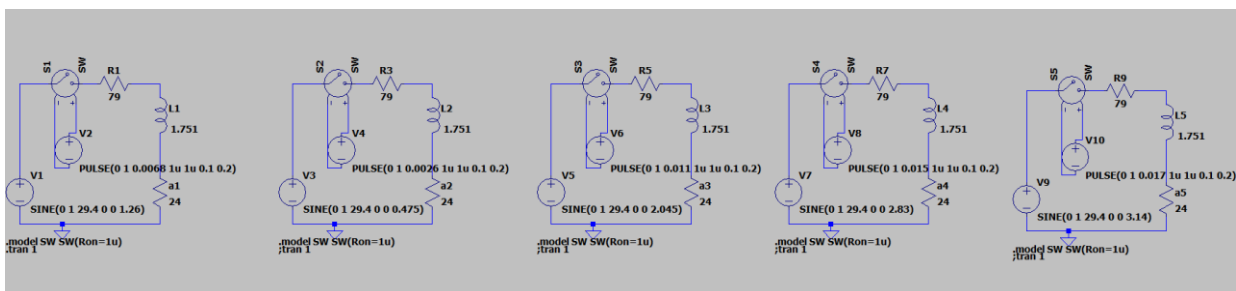
Далее считаем необходимые данные, а именно  $\tau$  и частоту для генератора, угловая частота, угол сдвига фаз между входным напряжением и током, соответствующую периоду  $T=2\tau$ .

$$T = 2\tau = 0,017 * 2 = 0,034$$

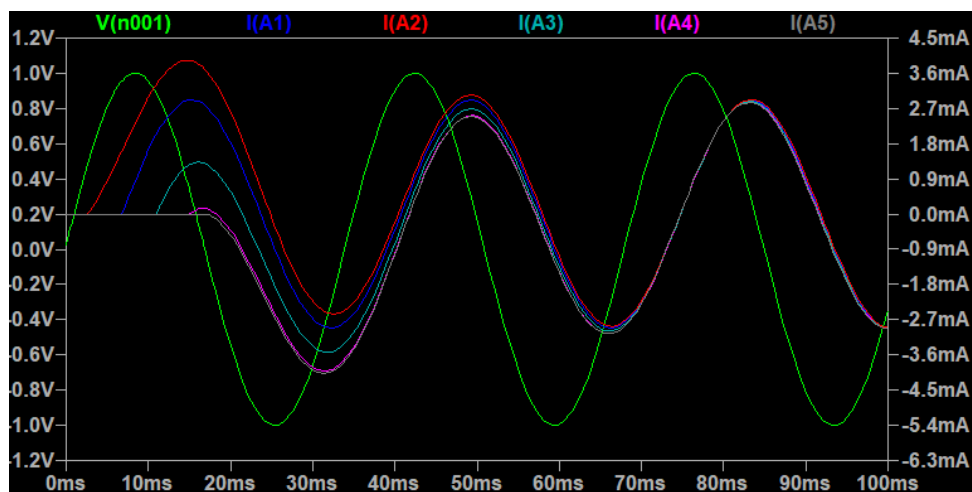
$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0,034} = 29,4$$

$$\omega = 2\pi f = 2 * 3,14 * 29,4 = 184,632$$

$$\varphi = \arctg\left(\frac{\omega L}{R + R_k}\right) = \arctg\left(\frac{184,632 * 1,751}{79 + 24}\right) = 1.26$$



8. Схема замещения генератора синусоидального напряжения



9. График  $E$ ,  $I_{a1}$ ,  $I_{a2}$ ,  $I_{a3}$ ,  $I_{a4}$ ,  $I_{a5}$  при  $T = 2\tau$

Вывод: в третьей части познакомились и поработали с переходными процессами в цепи с активно-индуктивной нагрузкой и источником синусоидального напряжения.

9) **Итоги:** в процессе выполнения лабораторной работы №2 были исследованы переходные процессы в электрических цепях первого и второго порядков с источником постоянного и переменного напряжения. Также была освоена работа с ключом и с источником синусоидального напряжения в программе LTspice.