Домашнее задание №1 по Математическим основам теории систем

Вариант №5

Работа выполнена: Осининой Татьяной, студентом группы R33362.

Преподаватель: Слита Ольга Валерьевна

Содержание

Матрицы A_1, A_2, A_3:

```
A_1 = [-5 0; 0 -9]
```

```
A_1 = 2×2
    -5     0
     0    -9
```

```
A_2 = [-6 -3; -1 -8]
```

```
A_2 = 2×2
    -6    -3
    -1    -8
```

```
A_3 = [-8 -3; -10 -8]
```

```
A_3 = 2×2
    -8    -3
   -10    -8
```

Задание № 1

Вычислить матричные инварианты (собственные значения, определитель и след матрицы)

Решение

Находим определитель матриц:

```
det_1 = det(A_1)
```

```
det_1 = 45
```

```
det_2 = det(A_2)
```

```
det_2 = 45
```

```
det_3 = det(A_3)
```

```
det_3 = 34
```

Далее определяем собственные значения матрицы:

```
l_1 = eig(A_1)%возвращает вектор-столбец, содержащий собственные значения матрицы A_1
```

```
l_1 = 2×1
    -9
    -5
```

```
l_2 = eig(A_2)
```

```
l_2 = 2×1
    -5
    -9
```

```
l_3 = eig(A_3)
```

```
l_3 = 2×1
   -2.5228
  -13.4772
```

Вычисляем след матрицы:

```
trace_1 = trace(A_1)
```

```
trace_1 = -14
```

```
trace_2 = trace(A_2)
```

```
trace_2 = -14
```

```
trace_3 = trace(A_3)
```

```
trace_3 = -16
```

Задание №2

Вычислить матричные неинварианты (собственные векторы, нормы матриц, сингулярные числа и числа обусловленности)

Решение:

Сначала находим сосбтвенные вектора:

```
[V_1,D_1] = eig(A_1)%V-матрица собственных векторов
```

```
V_1 = 2×2
     0     1
     1     0
D_1 = 2×2
    -9     0
     0    -5
```

```
[V_2,D_2] = eig(A_2)
```

```
V_2 = 2×2
    0.9487    0.7071
   -0.3162    0.7071
D_2 = 2×2
    -5     0
```

```
     0    -9
```

```
[V_3,D_3] = eig(A_3)
```

```
V_3 = 2×2
    0.4804    0.4804
   -0.8771    0.8771
D_3 = 2×2
   -2.5228         0
         0  -13.4772
```

Далее вычисляем нормы матрицы:

Евклидова норма:

```
n_1 = norm(A_1,'fro')
```

```
n_1 = 10.2956
```

```
n_2 = norm(A_2,'fro')
```

```
n_2 = 10.4881
```

```
n_3 = norm(A_2,'fro')
```

```
n_3 = 10.4881
```

Операторные нормы:

Столбцовые нормы:

```
s_1 = norm(A_1, 1)
```

```
s_1 = 9
```

```
s_2 = norm(A_2, 1)
```

```
s_2 = 11
```

```
s_3 = norm(A_3, 1)
```

```
s_3 = 18
```

Строчные нормы:

```
str_1 = norm(A_1, "inf")
```

```
str_1 = 9
```

```
str_2 = norm(A_2, "inf")
```

```
str_2 = 9
```

```
str_3 = norm(A_3, "inf")
```

```
str_3 = 18
```

Спектральная норма:

```
sp = norm(A_1)
```

```
sp = 9
```

```
sp_2 = norm(A_2)
```

```
sp_2 = 9.3071
```

```
sp_3 = norm(A_3)
```

```
sp_3 = 15.2321
```

Вычислим сингулярные числа:

```
svd_1 = svd(A_1) %функция svd(A_1) возвращает сингулярные значения матрицы A_1 в порядке убыван
```

```
svd_1 = 2×1
     9
     5
```

```
svd_2 = svd(A_2)
```

```
svd_2 = 2×1
    9.3071
    4.8350
```

```
svd_3 = svd(A_3)
```

```
svd_3 = 2×1
   15.2321
    2.2321
```

Далее найдем числа обусловленности:

```
c_1 = cond(A_1) %функция cond(A_1) возвращает число обусловленности 2-нормы для инверсии, равно
```

```
c_1 = 1.8000
```

```
c_2 = cond(A_2)
```

```
c_2 = 1.9250
```

```
c_3 = cond(A_3)
```

```
c_3 = 6.8240
```

Задание №3

Определить, какие матрицы подобны.

Решение:

Так как след и определитель матрицы A_1 и A_2 одинаковы, следовательно, эти матицы могут быть подобны. Так как это неоходимое (но недостаточное) условие подобия матриц. Необходимо в этом убедиться: для этого определим Жорданову форму.

```
J_1 = jordan(A_1)
```

```
J_1 = 2×2
```

```
    -5     0
     0    -9
```

```
J_2 = jordan(A_2)
```

```
J_2 = 2×2
    -9     0
     0    -5
```

```
J_3 = jordan(A_3)
```

```
J_3 = 2×2
  -13.4772         0
         0   -2.5228
```

Две жордановы матрицы подобны тогда и только тогда, когда они составлены из одинаковых жордановых клеток и отличаются друг от друга лишь расположением клеток на главной диагонали. Следовательно, матрица J_1 подобна J_2, а это значит матрицы A_1 и A_2 тоже подобны.

Задание №4

Определить алгебраическую и геометрическую кратности собственных значений

Решение:

Для определение алгебраической кратности, достаточно посмотреть на собственные числа матрицы A_1, A_2, A_3. Так как нет повторяющихся собственных чисел, значит, алегбарическая кратность всех собственных значений равна 1.

Так как алгебраическая кратность равна 1, геометрическая кратность тоже равна 1.

Задание №5

Построить отображения единичной сферы в эллипсоиды = для подобных матриц. При выполнении задания единичную сферу задать :

```
syms a % 0 ≤  ≤ 360°
X = [cos(a); sin(a)]
```

X =

$$\begin{pmatrix} \cos(a) \\ \sin(a) \end{pmatrix}$$

Все вычисления выполнить с помощью программы, написанной в программе Matlab.

Решение:

Построение отображения единичной сферы в эллипсоиды y = A_1*X

```
x = 0:pi/50:2*pi;
y = A_1*[cos(x); sin(x)]
```

```
y = 2×101
   -5.0000   -4.9901   -4.9606   -4.9114   -4.8429   -4.7553   -4.6489   -4.5241 ···
         0   -0.5651   -1.1280   -1.6864   -2.2382   -2.7812   -3.3131   -3.8320
```

```
x_= y(1,:)
```

```
x_ = 1×101
   -5.0000   -4.9901   -4.9606   -4.9114   -4.8429   -4.7553   -4.6489   -4.5241 ···
```

```
y_= y(2,:)
```

```
y_ = 1×101
         0   -0.5651   -1.1280   -1.6864   -2.2382   -2.7812   -3.3131   -3.8320 ···
```

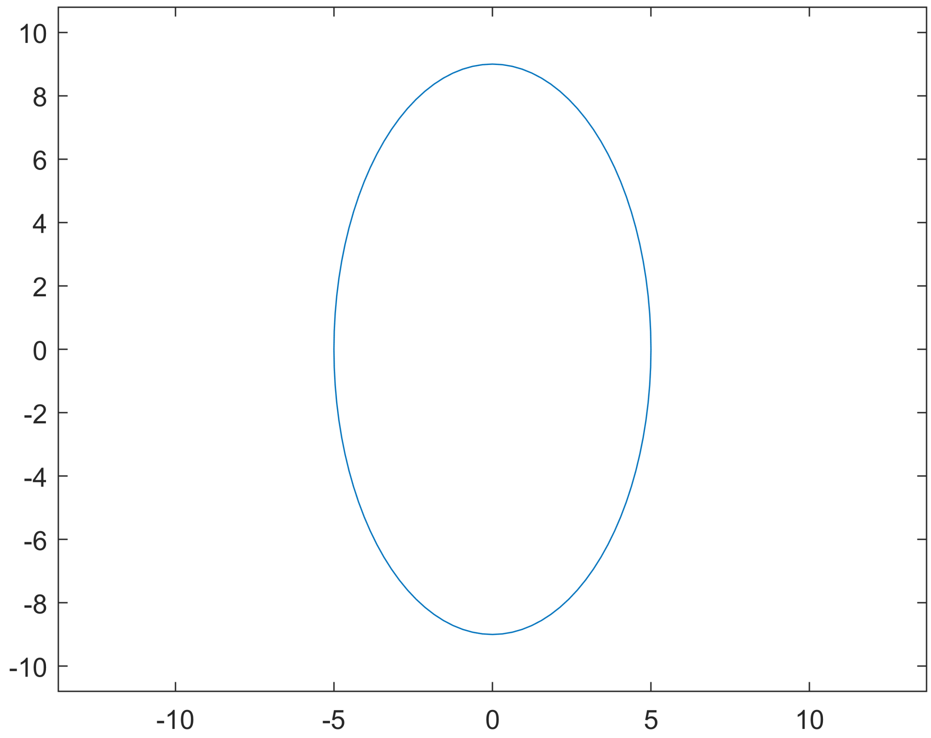
```
h = plot(x_,y_)
```

```
h = 
  Line with properties:

              Color: [0 0.4470 0.7410]
          LineStyle: '-'
          LineWidth: 0.5000
             Marker: 'none'
         MarkerSize: 6
    MarkerFaceColor: 'none'
              XData: [-5 -4.9901 -4.9606 -4.9114 -4.8429 -4.7553 -4.6489 -4.5241 -4.3815 -4.2216 -4.0451 -3.8526 -3.
              YData: [0 -0.5651 -1.1280 -1.6864 -2.2382 -2.7812 -3.3131 -3.8320 -4.3358 -4.8224 -5.2901 -5.7368 -6.:
              ZData: [1×0 double]

  Show all properties
```

```
axis([min(x_)*1.2 max(x_)*1.2 min(y_)*1.2 max(y_)*1.2])
axis equal;
```



Построение отображения единичной сферы в эллипсоиды y = A_2*X

```
x = 0:pi/50:2*pi;
```

```
y = A_2*[cos(x); sin(x)]
```

```
y = 2×101
   -6.0000   -6.1765   -6.3287   -6.4559   -6.5576   -6.6334   -6.6830   -6.7063 ···
   -1.0000   -1.5004   -1.9948   -2.4813   -2.9581   -3.4232   -3.8748   -4.3111
```

```
x_= y(1,:)
```

```
x_ = 1×101
   -6.0000   -6.1765   -6.3287   -6.4559   -6.5576   -6.6334   -6.6830   -6.7063 ···
```

```
y_= y(2,:)
```

```
y_ = 1×101
   -1.0000   -1.5004   -1.9948   -2.4813   -2.9581   -3.4232   -3.8748   -4.3111 ···
```

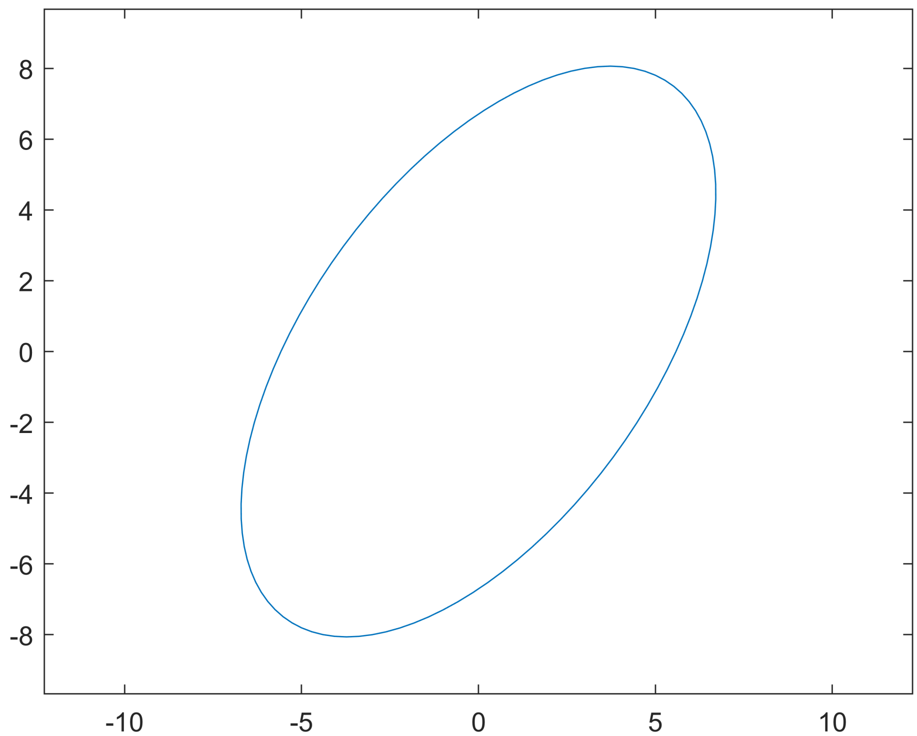
```
h = plot(x_,y_)
```

```
h = 
  Line with properties:

              Color: [0 0.4470 0.7410]
          LineStyle: '-'
          LineWidth: 0.5000
             Marker: 'none'
         MarkerSize: 6
    MarkerFaceColor: 'none'
              XData: [-6 -6.1765 -6.3287 -6.4559 -6.5576 -6.6334 -6.6830 -6.7063 -6.7031 -6.6734 -6.6175 -6.5354 -6.
              YData: [-1 -1.5004 -1.9948 -2.4813 -2.9581 -3.4232 -3.8748 -4.3111 -4.7303 -5.1309 -5.5113 -5.8699 -6.
              ZData: [1×0 double]

  Show all properties
```

```
axis([min(x_)*1.2 max(x_)*1.2 min(y_)*1.2 max(y_)*1.2])
axis equal;
```



Выводы

В домашнем задании повторили вычисления матричных инвариантов и неинвариантов, а также определение подобия матриц. Выяснили, что матрицы A_1 и A_2 подобны, построили отображения единичной сферы в эллипсоиды = матриц A_1 и A_2.