МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

ФАКУЛЬТЕТ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ И РОБОТОТЕХНИКИ

Домашнее задание №6
«Исследование линейного объекта при случайном входном воздействии»

по дисциплине Математические основы теории систем

Вариант 5

Выполнил: Студент группы R33362 Осинина Т. С.
Преподаватель: Слита Ольга Валерьевна

Санкт-Петербург, 2023

Цель работы: рассмотреть прохождение случайного входного сигнала через апериодическое звено первого порядка. Вычислить случайные характеристики процессов по состоянию и выходу.

Содержание

Задание №1

Записать объект в форме передаточной функции и в форме «вход-состояние-выход» в соответствии со своим вариантом задания.

Решение:

Сначала запишем объект в форме передаточной функции «вход-выход»:

$$\mathrm{W}(s) = \frac{k}{Ts+1} = \frac{7}{0.5s+1} = \frac{14}{s+2}$$

Запишем систему в форме «вход-состояние-выход».
Приведем передаточную функцию к канонической форме управляемости.

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ \quad y = Cx \end{cases}$$

Где $x -$ вектор состояния, $u -$ входной сигнал, $y -$ выходной сигнал, $A, B, C -$ матрицы, которые можно получить из передаточной функции.

$$\mathrm{A} = [-2], \quad B = [1], \quad C[14]$$

$$\begin{cases} \dot{x} = [-2]x + [1]u \\ \quad y = [14]x \end{cases}$$

Задание №2

Вычислить дисперсию, корреляционную функцию (матрицу) и спектральную плотность векторов состояния и выхода объекта.

Решение:

Вычислим матрицы дисперсий векторов состояния с помощью решения уравнения Ляпунова:

$$AD_x + D_x A^T = -BNB^T, \text{где } N = [1]$$

$$-2D_x - 2D_x = -1 \cdot 1$$

$$D_x = \frac{1}{4}$$

Значит, дисперсия по выходу равна:

$$D_y = CD_x C^T = 14 \cdot \frac{1}{4} \cdot 14 = 49$$

Вычислим корреляционные функции векторов состояния и выхода систем:

$$\mathrm{R}_x(\tau) = e^{-A\tau} D_x = e^{2\tau} \cdot \frac{1}{4}$$
$$\mathrm{R}_y(\tau) = Ce^{-A\tau} D_x C^T = e^{2\tau} \cdot 600{,}25$$

Определим спектральную плотность векторов состояния и выхода объекта:

$$S_x(\omega) = -2F(F^2 + \omega^2 I)^{-1} D_x$$
$$S_y(\omega) = CS_x(\omega)C^T$$
$$S_x(\omega) = S_y(\omega) = 49$$

Задание №3
Составить в Simulink схему моделирования объекта. Запустить моделирование.

Решение:

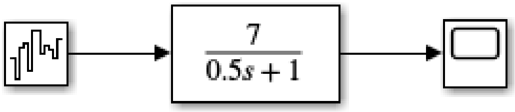

Рисунок 1. Схема моделирования

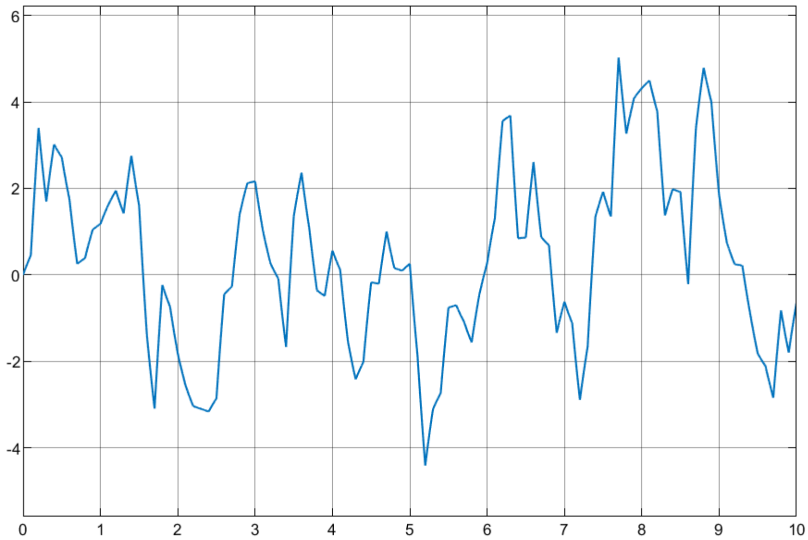

Рисунок 2. Результат моделирования

Задание №4

Написать программу в Matlab, которая вычисляет значение математического ожидания и дисперсии выхода, а также построить графики корреляционной функции и спектральной плотности выхода используя данные, полученные при моделировании.

Решение:

Дисперсия выхода: 49

Значение математического ожидания: 269.3744

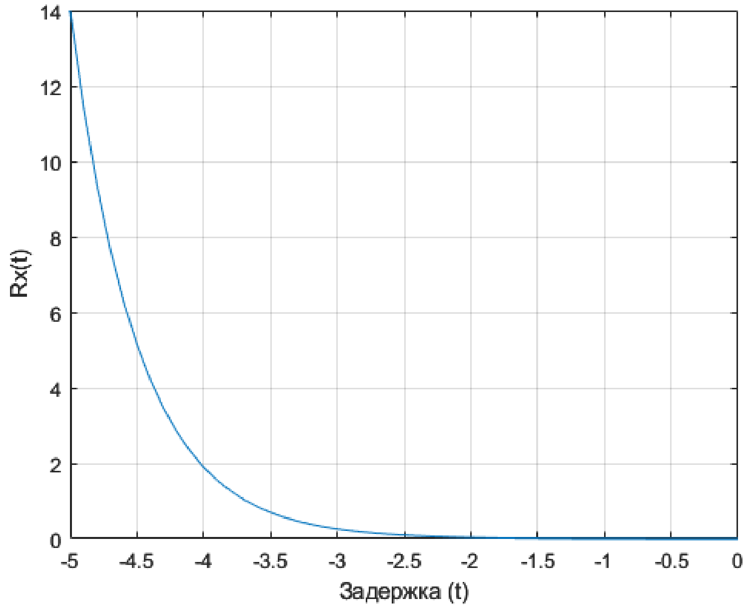

Рисунок 3. График корреляционной функции вектора состояния

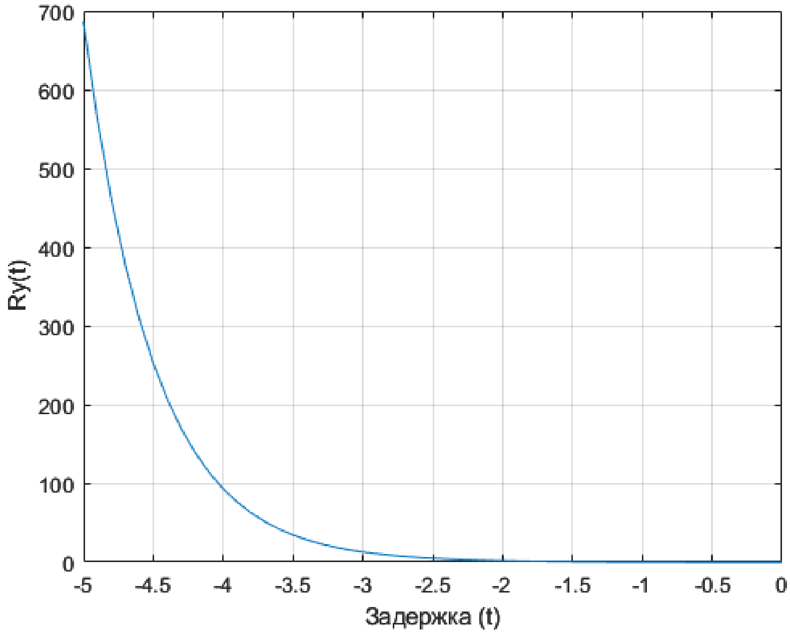

Рисунок 4. График корреляционной функции выходного сигнала

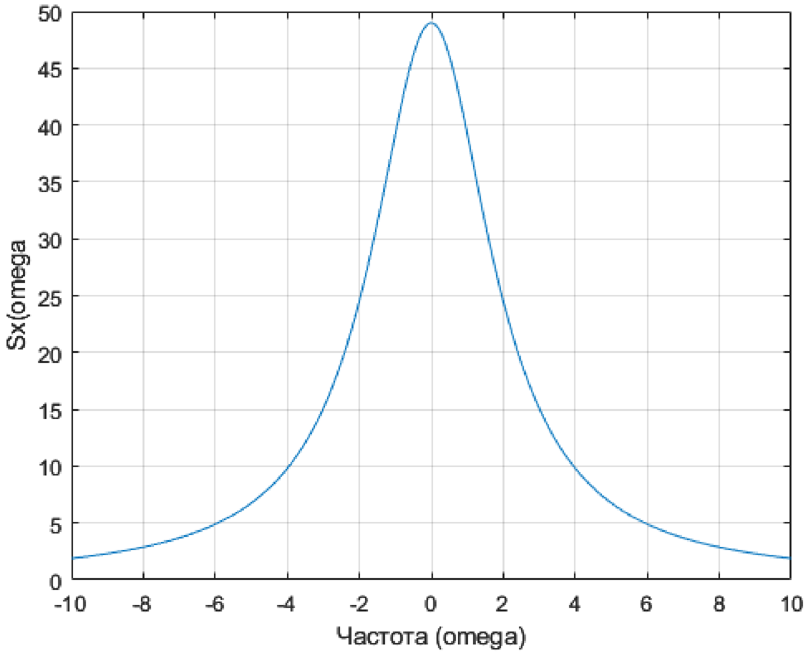

Рисунок 5. График спектральной плотности вектора состояния

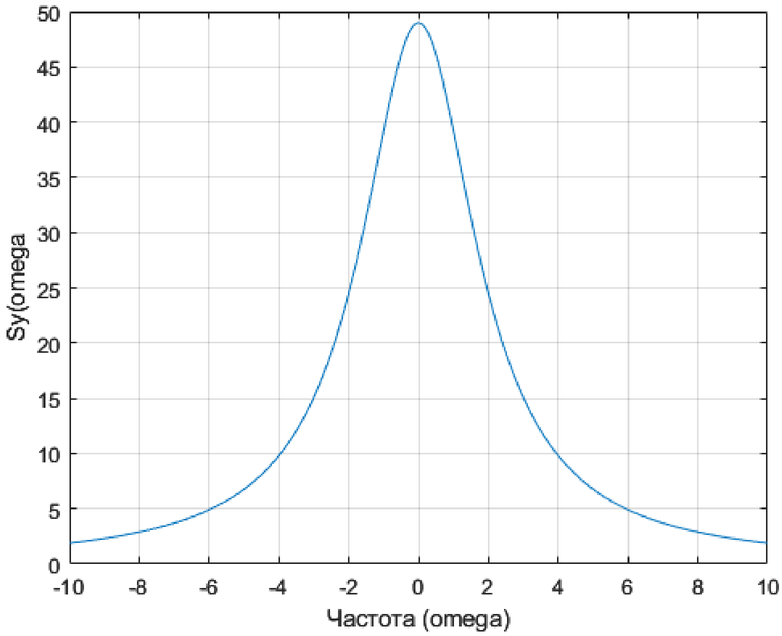

Рисунок 6. График спектральной плотности выходного сигнала

Вывод

В данной лабораторной работе был исследован линейный объект при случайном входном воздействии (белом шуме), вычисленные значения соответствуют графикам.

Код программы задания №4

Данные

```
k = 7
T = 0.5
```

Создаем передаточную функцию

```
sys = tf(k, [T,1])
Su = 1
```

Вычислим дисперсию:

```
Sy = (abs(freqresp(sys,0))^2)*Su
```

Вычислим корреляционную функцию вектора состояния и выходного сигнала:

```
t = -5:0.1:5
Rx = impulse(sys, t)
Ry = Sy*Rx
```

Вычисляем спектральную плотность вектора состояния и выходноо сигнала:

```
omega = -10:0.1:10
Sx = abs(freqresp(sys,omega)).^2*Su
Sy = abs(freqresp(sys,omega)).^2*Su


Ex = sum(Sx)* (omega(2)-omega(1))
```

Построим графики:

```
%Корреляционная функция вектора состояния
figure;
t = -5:0.1:0
plot(t,Rx)
grid on
xlabel('Задержка (t)')
ylabel('Rx(t)')


%Корреляционная функция выходного сигнала
figure;
plot(t,Ry)
grid on
xlabel('Задержка (t)')
ylabel('Ry(t)')


%Спектральная плотность вектора состояния
plot(omega, squeeze(Sx))
grid on
xlabel('Частота (omega)')
ylabel('Sx(omega')


%Спектральная плотность выходного сигнала
plot(omega, squeeze(Sy))
grid on
xlabel('Частота (omega)')
ylabel('Sy(omega')
```