5.6 混合密度ネットワーク

順問題　　　　逆問題

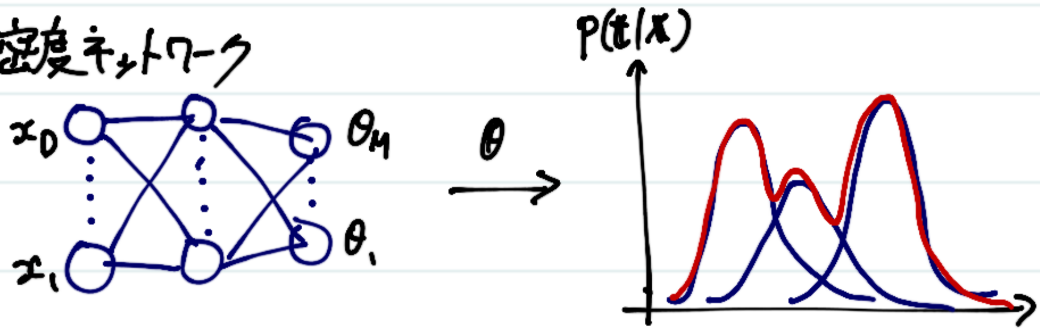
← 解が2つ
多峰性

$\theta \longrightarrow$ ●の位置　　　　●の位置 $\rightarrow \theta$

$p(\mathbf{t}|\mathbf{x})$ に混合モデルを採用すれば良い.

$$p(\mathbf{t}|\mathbf{x}) = \sum_{k=1}^{K} \pi_k(\mathbf{x})\, \mathcal{N}\left(\mathbf{t} \mid \boldsymbol{\mu}_k(\mathbf{x}), \sigma_k^2(\mathbf{x})\mathbf{I}\right) \quad (5.148)$$

混合密度ネットワーク



混合係数 $\pi_k(\mathbf{x})$ を決定する出力 a_k^{π} : K個

カーネルの幅 $\sigma_k(\mathbf{x})$ を決定する a_k^{σ} : K個

カーネルの中心 $\boldsymbol{\mu}_k(\mathbf{x})$ を決定する a_{kj}^{μ} : K×L 個
(の要素 $\mu_{kj}(\mathbf{x})$)

K: 混合モデルの要素数

L: 出力 $\mathbf{t}$ の次元

合計 $(L+2)K$ 個の出力 ⟶ 目標変数の条件つき期待値が予測される.

- 混合係数 $\pi_k(\mathbf{x})$, $\sum_k \pi_k(\mathbf{x}) = 1$

$$\pi_k(\mathbf{x}) = e^{a_k^{\pi}} \Big/ \sum_{l=1}^{K} \exp(a_l^{\pi})$$

• 分散 $\sigma_k^2(x) \geq 0$

$$\sigma_k(x) = \exp(a_k^\sigma)$$

• 平均 $\mu_{kj}(x) = a_{kj}^\mu$

誤差関数 $E(w) = -\sum_{n=1}^{N} \ln \left\{ \sum_{k=1}^{N} \pi_k(x_n, w) \mathcal{N}(t_n \mid \mu_k(x_n, w), \sigma_k^2(x_n, w) I) \right\}$

backpropagation で評価できる.

$\pi_k(x)$ を事前分布 $\Longrightarrow$ 事後分布

$$\gamma_{nk}(t_n \mid x_n) = \frac{\pi_k N_{nk}}{\sum_{l=1}^{K} \pi_l N_{nl}} \qquad (5.154)$$

を導入.

$$\frac{\partial E_n}{\partial a_k^\pi} = \pi_k - \gamma_{nk} \qquad (5.155)$$

$$\frac{\partial E_n}{\partial a_{kl}^\mu} = \gamma_{nk} \left\{ \frac{\mu_{kl} - t_{nl}}{\sigma_k^2} \right\} \qquad (5.156)$$

$$\frac{\partial E_n}{\partial a_k^\sigma} = \gamma_{nk} \left(L - \frac{\| t_n - \mu_k \|^2}{\sigma_k^2} \right) \qquad (5.157)$$