

Mécanique des fluides FISE 1A
exercices et BE

11 février 2025

Table des matières

1. TD 1 : forme du jet de Genève	3
2. TD 2 : dimensionnement des pompes du jet	5
3. TD 3 : fuite sous une colline	9
4. BE 1 : Rupture d'une canalisation de transport d'hydrocarbures liquides (Annale 2019)	11

1. TD 1 : forme du jet de Genève

Dans cet exercice, nous allons étudier le cas du jet d'eau ornemental, emblème de la ville de Genève. Ce jet culmine à une hauteur de $h = 140\text{m}$, avec un débit de $Q = 500$ litres par seconde éjecté à travers une buse de diamètre $d_b = 16\text{cm}$. Dans un premiers temps, nous étudierons la forme du jet et dans le prochain exercice, nous aborderons le système hydraulique permettant le fonctionnement du jet.

On considère un jet d'eau d'ornement dont le schéma de principe est décrit sur la figure ci-contre.

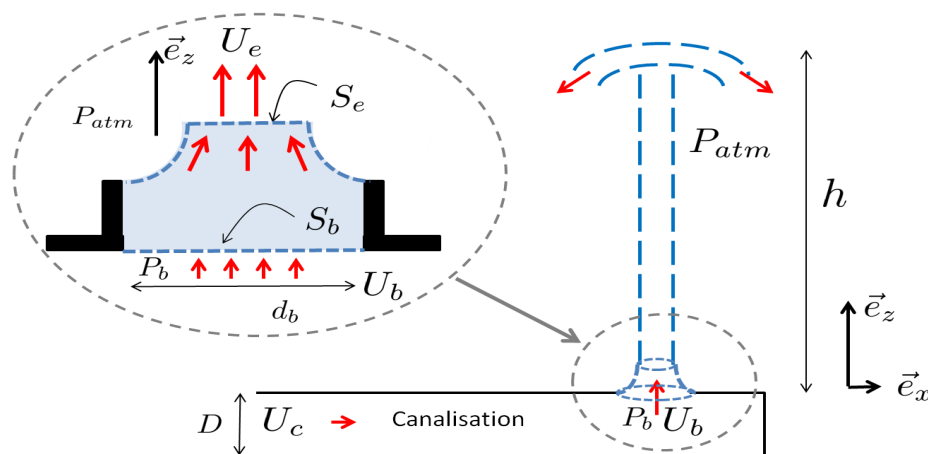


FIGURE 1 – Schéma du problème.

L'origine du repère $(0, x, z)$ est placée à la sortie de la buse. La canalisation a une section et une hauteur constante et on néglige la variation d'énergie potentielle dans la canalisation. On nomme "vitesse débitante" la vitesse moyenne traversant une section transverse à l'écoulement. Par définition, cette vitesse débitante ne peut varier (si elle varie) que dans la direction de l'écoulement. Dans la suite de l'exercice, nous ne considérons que des vitesses débitantes dans la canalisation et dans le jet.

Concernant le jet, les effets des perturbations extérieures (vent, oscillation du jet) seront négligés. La cinématique du jet est stationnaire et, du point de vue thermodynamique, on suppose que le jet et l'air sont à l'équilibre mécanique. L'air extérieur est à pression atmosphérique constante $p_{atm} = 1.01 \times 10^5 \text{Pa}$.

1. Décrire (sans équation) comment la vitesse débitante évolue dans la canalisation ?
2. Même question pour la pression.
3. Même question pour l'évolution de la pression et de la vitesse dans le jet à l'air ambiant dans sa phase ascendante ?
4. La dissipation visqueuse est-elle importante dans la canalisation ? dans l'air ambiant ?
5. En déduire la validité du modèle du fluide parfait dans la canalisation et dans l'air ambiant ?
6. En appliquant l'équation de Bernoulli entre la sortie de la buse et le sommet du jet, calculer la vitesse d'éjection du jet U_e ?
7. En déduire le débit volumique de Q_e de sortie à travers la section S_b de la buse.
8. Le débit assuré par la pompe est $Q = 500$ litres par seconde. En vous basant sur que la différence entre débit volumique estimé Q_e et le débit réel Q , déduire qu'il existe un rapport de contraction entre la section de la buse S_b et la section réelle d'éjection S_e où la vitesse du fluide est U_e . (utilisez la figure 5 pour justifier la réponse).

Nous venons d'établir que la réelle surface d'éjection S_e est plus faible que la section de la buse. Cette contraction se nomme **l'ajutage de Borda**. La variation brusque de pression entre la canalisation et l'air produit une contraction du jet. Nous allons maintenant déduire la forme du jet

9. Poser l'équation de Bernoulli, entre le haut du jet en $z = h$ et un point à la hauteur z dans le jet, et exprimer la vitesse $v(z)$ en fonction de l'altitude.
10. Exprimer la conservation du flux entre la sortie du jet et la section de rayon $r(z)$ à l'altitude z . En déduire l'évolution du rayon $r(z)$ en fonction de la vitesse $v(z)$ avec r_e le rayon associé à la section d'éjection S_e .
11. À partir des deux dernières questions, déduire la loi d'évolution du rayon du jet $r(z)$ en fonction de z .
12. Calculer la hauteur h_2 correspondant à un doublement du rayon du jet où $r = 2r_e$. Commenter.
13. Quelle est la portion d'énergie cinétique en $z = h$?
14. Quel est le rayon du jet en $z = h$? Quels sont les effets physiques qui évitent cette divergence ?

2. TD 2 : dimensionnement des pompes du jet

Nous allons maintenant déterminer la puissance des pompes nécessaire pour obtenir un jet d'une hauteur de 140m. Le réseau hydraulique est schématisé sur la figure 2. Il s'inspire du vrai réseau, les données du système réel n'étant pas communiquées. Aussi, les dimensions et les pertes de charge du problème dans cet exercice ne correspondent pas nécessairement aux données réelles.

Le réseau est constitué de deux circuits en parallèle indexés 1 et 2, commençant de l'aspiration et finissant par le branchement en T , où les deux circuits sont collectés. Pour un circuit donné, l'aspiration se fait par une grille et passe par des canalisations lisses de diamètre D_1 et de longueurs successives l_1 et l_2 . Après le branchement en T , la canalisation lisse passe à un diamètre D_2 sur une longueur l_3 . L'écoulement passe ensuite à travers une vanne et est expulsé via la buse. Chaque circuit est doté d'une pompe de 500kW, nommé respectivement Salève et Jura. Les diamètres et les longueurs des canalisations lisses sont données dans le tableau suivant

	D_1	D_2	l_1	l_2	l_3	H_1	H_2
Valeur [m]	0.4	0.6	10	4	2	1	2

On supposera aussi que le lac est au repos loin de la zone de pompage. Pour rappel : 1bar = 10^5 Pa, et 1bar correspond approximativement à la pression atmosphérique, ainsi qu'à l'augmentation de la pression tous les 10m en plongée sous-marine. Pour rappel (TD1), la hauteur h est la hauteur entre la sortie de buse et le sommet du jet. La viscosité cinématique de l'eau est de $\nu_{eau} = 10^{-6} \text{m}^2/\text{s}$.

1. En supposant le réseau parfait sans dissipation, déterminer la charge Δp_0 nécessaire pour pomper le fluide à la profondeur H_2 (figure 2) et l'expulser à la hauteur H_1 à la vitesse U_e . Exprimer aussi le résultat en bar.
2. En déduire la puissance délivrée par une pompe \mathcal{P}_1 pour un débit de 500 litres par seconde en utilisant un seul circuit. Puis déduire la puissance délivrée par une pompe \mathcal{P}_2 , lorsque les deux circuits sont opérationnels.
3. Dans un schéma, représenter la succession des pertes de charges singulières et régulières entre l'aspiration à la grille jusqu'à la sortie de la buse.
4. Construire le schéma/circuit équivalent en électrocinétique incorporant la perte de charge totale (régulière+singulière) avant le Té valant K_{T1} , après le Té valant K_{T2} , la charge nécessaire pour le jet donnée par Δp_0 , et la charge fournie par la pompe valant $\Delta p'_0$. Faites un schéma pour chaque cas (avec un ou deux circuits).
5. Dans le cas où un seul circuit est utilisé, remplir le tableau fourni dans le cahier distinguant les propriétés avant et après le Té pour calculer le coefficient de perte de charges régulières K_{reg} qui se met sous la forme $K = \lambda L/D$ (utiliser aussi le diagramme de Moody, smooth=lisse, et λ est représenté par f sur le diagramme).

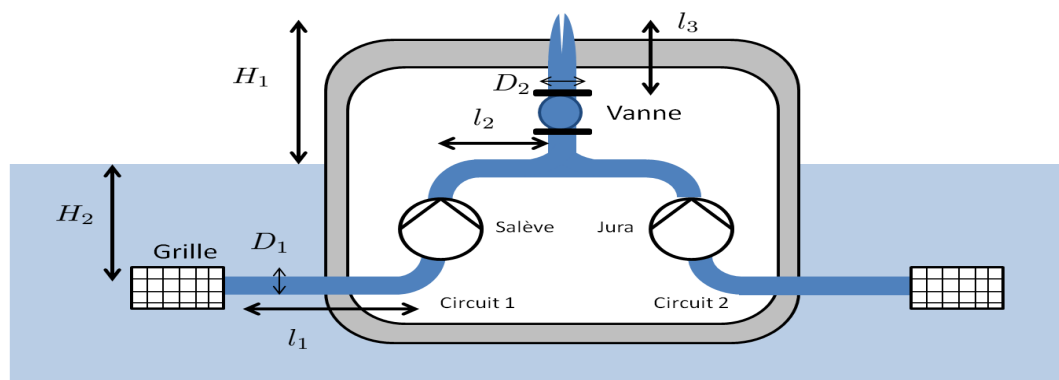


FIGURE 2 – Schéma du réseau hydraulique.

	avant Té	après Té
section S en m^2	$S_1 =$	$S_2 =$
vitesse débitante U en m/s	$U_1 =$	$U_2 =$
Nombre de Reynolds	$Re_1 =$	$Re_2 =$
λ donnée par le diagramme de Moody (canalisation lisse)	$\lambda_1 =$	$\lambda_2 =$
La perte de charge régulière K_{reg}	$K_{reg1} =$	$K_{reg2} =$

6. Calculer les coefficients de perte de charge singulière totale K_{sing1} et K_{sing2} avant et après le Té.
7. Calculer la perte de charge totale Δp_g pour un seul circuit.
8. En déduire la puissance total \mathcal{P}'_1 que la pompe doit fournir (perte de charge+charge du jet) pour un seul circuit.
9. Recalculer la puissance nécessaire délivrée par une pompe \mathcal{P}'_2 dans le cas où on utilise les deux circuits (attention, utilisez le schéma équivalent électrocinétique pour ne pas se tromper). Commenter.
10. Calculer la réduction du coup de fonctionnement à l'année lors de l'utilisation du second circuit. On supposera que le jet fonctionne 5h/jour en moyenne sur une année de 365 jours. On fixera le prix de l'électricité à 0.15 euros par kWh en Suisse (contre 0.12 en France).

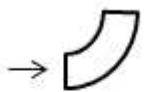
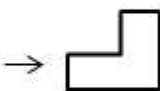

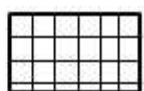
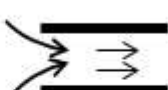


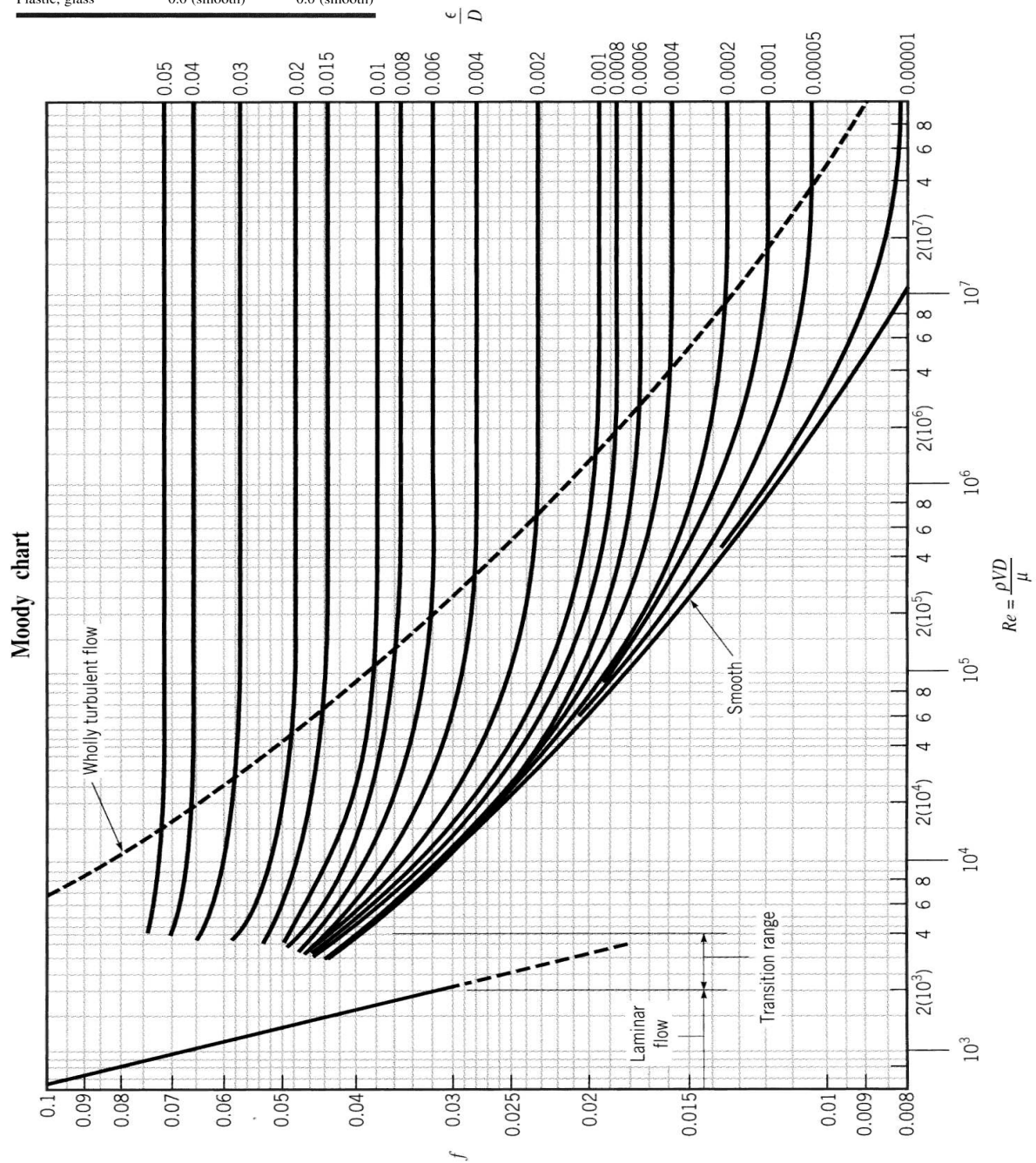
Perte de charge singulière	K	
Coude arrondi 90^0	0.35	
Coude brusque/vif 90^0	1.3	
Vanne ouverte	3	
Grille	2	
Entrée brusque	0.6	
branchement en Té	3	
buse	3	

FIGURE 3 – Perte de charge singulière. La flèche entrante (respectivement sortante) indique que la perte de charge doit être calculée pour un débit entrant (sortant)

Equivalent Roughness for New Pipes

Pipe	Equivalent Roughness, ϵ	
	Feet	Millimeters
Riveted steel	0.003–0.03	0.9–9.0
Concrete	0.001–0.01	0.3–3.0
Wood stave	0.0006–0.003	0.18–0.9
Cast iron	0.00085	0.26
Galvanized iron	0.0005	0.15
Commercial steel or wrought iron	0.00015	0.045
Drawn tubing	0.000005	0.0015
Plastic, glass	0.0 (smooth)	0.0 (smooth)



Friction factor as a function of Reynolds number and relative roughness for round pipes.

3. TD 3 : fuite sous une colline

Dans cet exercice, nous allons utiliser une méthode permettant de détecter la position d'une fuite dans une canalisation en utilisant quatre manomètres, donnant la pression dans la canalisation. Cette méthode permet de restreindre le domaine d'inspection de la canalisation.

On considère une canalisation horizontale (pas de variation d'énergie potentielle) traversant une colline (illustrée sur la figure 4). Cette canalisation de diamètre D présente une fuite sous la colline, entre les points B et C situés de part en part de la colline. Afin de localiser la fuite sans la déterrer, on utilise quatre manomètres permettant de mesurer les pressions aux points A, B, C et D , à des positions facile d'accès.

La vitesse débitante $U(x)$ et la pression $p(x)$ sont des fonctions de la distance à l'origine, qu'on fixe au point B . Les longueurs des portions de canalisation sont données dans le tableau 3. La fuite se situe à l'abscisse $x = X_f$. La canalisation est parfaitement lisse sur toute sa longueur et le coefficient de perte de charge λ se calcule à l'aide de la relation suivante

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2.03 \log_{10} (Re\sqrt{\lambda}) - 0.8 \quad (1)$$

avec $Re = UD/\nu$. Pour que l'équation soit valide, le nombre de Reynolds qui doit être supérieur à 40 000. Cette équation implicite de λ se nomme la loi universelle de Prandtl et sera utilisée à la place du diagramme de Moody.

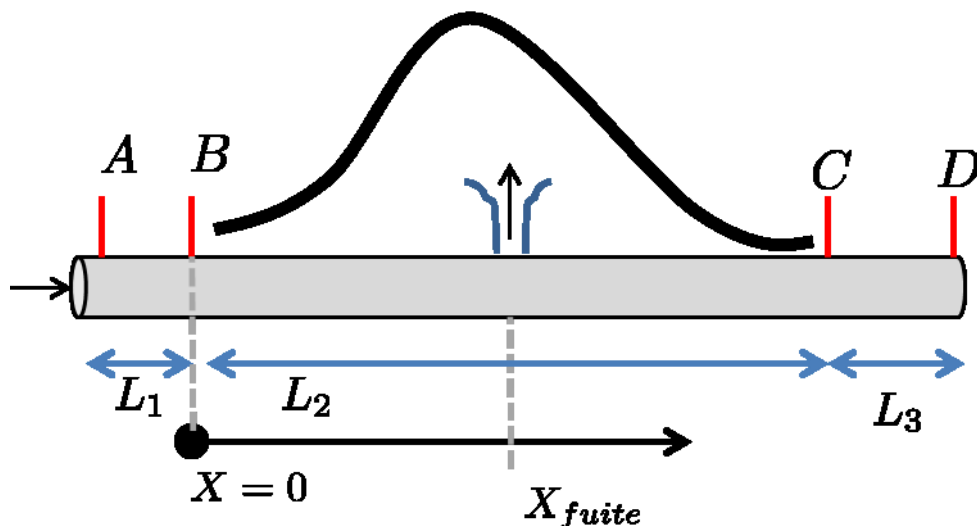


FIGURE 4 – Schéma du problème .

1. Rappeler la définition de la perte de charge Δp pour une vitesse débitante U donnée en fonction de λ .
2. À partir de cette question, en déduire l'évolution de la pression p dans la canalisation en fonction de la longueur de la canalisation.
3. Comment évolue le nombre de Reynolds dans la canalisation et en déduire l'évolution du coefficient de perte de charge (aidez vous du diagramme de Moody pour connaître qualitativement le comportement de λ en fonction de Re).
4. Exprimer le coefficient λ en fonction de Δp et U .
5. En utilisant l'expression précédente et l'équation 1, déterminer la vitesse débitante U en fonction de Δp .
6. Calculer les vitesses débitantes dans les tronçons $A - B$ et $C - D$.
7. En déduire le débit de fuite Q_f entre les sections B et C .
8. Grâce aux réponses des questions 2 et 6 et aux tableaux 3., tracer l'évolution de la pression dans la canalisation.
9. Déterminer la valeur de la pression au point de fuite $x = X_F$. On posera $\alpha_1 = \frac{P_A - P_B}{L_1}$ et $\alpha_2 = \frac{P_C - P_D}{L_3}$.
10. Déterminer graphiquement (utiliser la figure de la réponse 8) et analytiquement la position de la fuite X_F .

Données du problème

D	L_1	L_2	L_3	P_A	P_B	P_C	P_D	ρ	ν
$0.05m$	$1km$	$1.5km$	$1km$	$6bar$	$4bar$	$1.5bar$	$1bar$	$1.10^3 kg/m^3$	$1.10^{-6} m^2/s$

4. BE 1 : Rupture d'une canalisation de transport d'hydrocarbures liquides (Annale 2019)

Contexte et documents

L'oléoduc sud-européen est un oléoduc de 769 kilomètres reliant le port de Fos-sur Mer à Karlsruhe (Allemagne). Cet oléoduc transporte dix millions de tonnes de produits par an. Le 7 août 2009, une fuite est détectée sur un tronçon du sud de la France (Bouches du Rhône). L'accident a lieu sur un site Natura 2000 dans la réserve naturelle de la CRAU abritant plusieurs espèces protégées. Les rapports indiquent que 5 400 m³ de pétrole brut ont été rejetés sur 5 ha en pleine réserve naturelle. En août 2010, 200 litres d'hydrocarbures sont encore extraits chaque semaine de la nappe phréatique par écrémage. En juillet 2019, le préfet demande que l'exploitant poursuive ses recherches techniques pour dépolluer la masse d'eau souterraine du site.



Jet d'hydrocarbures (D.R.)

FIGURE 5 – Images illustrant l'impact de la fuite sur l'écosystème.

Voici la chronologie de l'accident

- 7h32 : Une chute de pression est détectée en salle de contrôle (décrochage de pression de 38 bars à 2,5 bars). Les pompes s'arrêtent automatiquement. Un opérateur part contrôler les vannes.
- 7h35 : L'exploitant du pipeline reçoit un appel d'un gardien de la réserve naturelle de la Crau pour signaler une fuite. Cependant, les informations communiquées ne permettent pas de localiser facilement l'endroit exact de la fuite. La procédure de vidange rapide du pipeline est déclenchée. Le pipeline étant à l'arrêt, la pression à l'intérieur de l'ouvrage dépend uniquement du relief (pression hydrostatique).
- 7h50 : L'exploitant déclenche son plan de secours et d'intervention (PSI).
- 8h00 : Des équipes d'intervention sont envoyées sur place.
- 8h03 : La vanne VL2 à Saint Rémy de Provence est fermée. Le rétropompage débute.
- 8h29 : La vanne VL1 est fermée après confirmation de la localisation de la fuite en salle de contrôle.
- 13h00 : Une tranchée drainante à l'ouest de la fuite est réalisée afin d'éviter le risque de propagation horizontale. Le volume d'hydrocarbures récupéré par cette méthode est estimé à 11 794 m³. Les travaux de pompage des hydrocarbures répandus sur le sol commencent à 12 h.

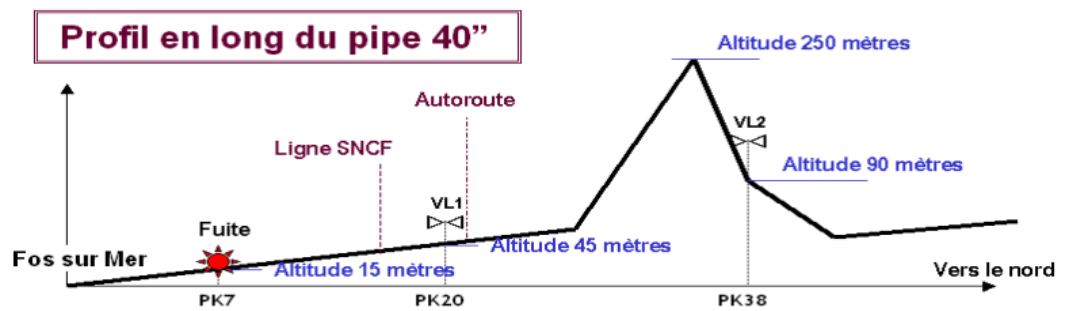


FIGURE 6 – *Altimétrie et géographie du pipeline et de la fuite.*

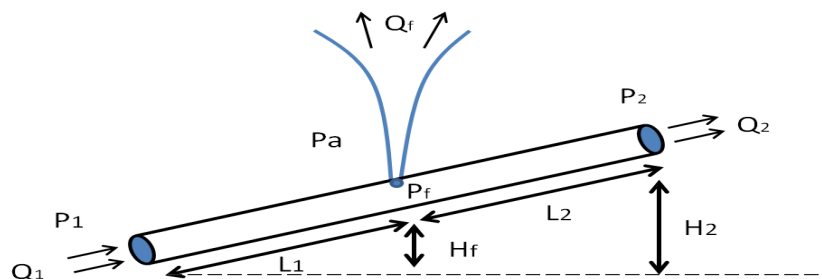


FIGURE 7 – *Représentation des circuits entre l'entrée à Fos et la vanne VL1.*

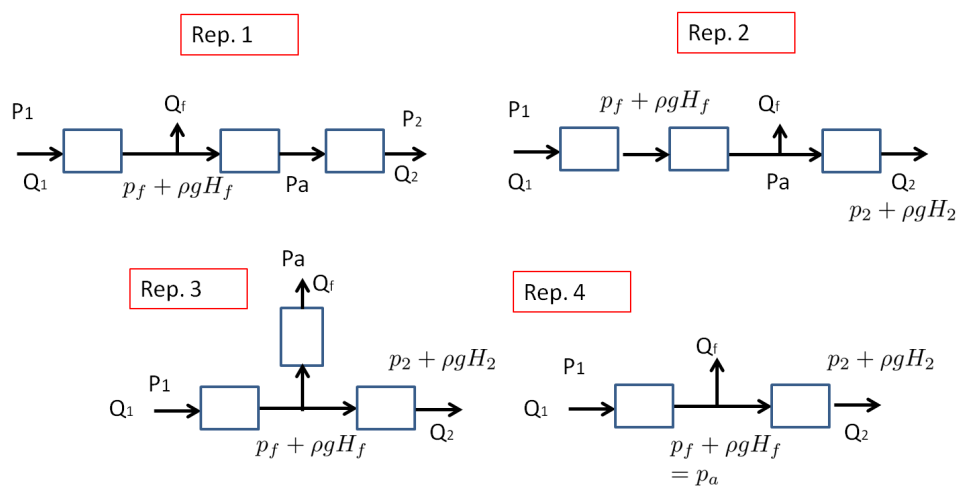


FIGURE 8 – *Choix du circuit*

ρ_{pet}	ν_{pet}	D_1	H_f	L_1	K_{sing}	P_1	P_a
876 kg/m ³	10 ⁻³ m ² /s	1 m	15m	7 km	20	40 × 10 ⁵ Pa	10 ⁵ Pa

Analyse qualitative de la situation (50% du partiel)

En quelques lignes, répondez aux questions suivantes. Vous pouvez utiliser des équations (sans les résoudre) pour étayer vos explications, mais aucun calcul n'est attendu. Le schéma hydraulique du pipeline, ainsi que la position de la fuite, sont représentés sur les figures précédentes.

1. Expliquer qualitativement pourquoi une fuite provoque une baisse de pression au niveau des pompes (le décrochage), pompes qui se situent en amont (au niveau de Fos sur mer). Pour cela, vous comparerez la pression fournie par les pompes pour transporter le fluide dans les cas avec ou sans fuite.
2. Expliquer pourquoi la fuite continue, déversant ainsi des hydrocarbures, alors que les pompes sont arrêtées.
3. Expliquer pourquoi la vanne VL1 est fermée.
4. Donner une définition du "risque de propagation horizontale" et le rôle de la tranchée drainante.
5. Grâce au TD3 (fuite sous la colline), donner une méthode pour détecter la position d'une fuite avec des capteurs de pression.
6. Entre le sol et les nappes phréatiques, dans quel type de milieu les hydrocarbures s'écoulent ? Quel est le nom de l'équation décrivant les écoulements dans ces milieux ?

Analyse quantitative (50% du partiel)

Nous allons évaluer la hauteur du jet dans le cas où les pompes fonctionnent.

7. Identifier sur la figure 8 le circuit électrocinétique équivalent correspondant au schéma de la figure 7 illustrant la fuite. Indiquer les pertes de charges associées aux pertes de charge régulières, λ_1 avant la fuite et λ_2 après la fuite, et la perte de charge singulière (K_{sing}) associée au trou dans la canalisation. Justifier vos choix.
8. Avec un débit massique de 10 millions de tonnes par an (=365 jours), calculer le débit volumique Q (en m^3/s). On considérera ce débit comme le débit d'entrée Q_1 .
9. Le diamètre de la canalisation étant D_1 , calculer la vitesse U_1 et le nombre de Reynolds Re_1 (la viscosité du pétrole est de $\nu_{pet} = 10^{-3} \text{m}^2/\text{s}$. (si vous n'avez pas trouvé le débit, prenez la valeur arrondie $Q_1 = 0.36 \text{m}^3/\text{s}$)
10. En utilisant la corrélation $\lambda_1 = 64/Re$ pour $Re < 2000$, calculer la perte de charge régulière Δp_g dans la canalisation avant la fuite.
11. En posant l'équation de Bernoulli entre le point d'entrée de la canalisation et un autre point de la canalisation au niveau de la fuite, déterminer la valeur de la pression p_f dans la canalisation au niveau de la fuite.
12. A l'aide de la perte de charge singulière, estimer la vitesse d'éjection à la sortie de la fuite (on négligera la composante de l'énergie cinétique $\rho_{pet} U_1^2/2$ dans la canalisation). En déduire la hauteur du jet lorsque la canalisation est sous pression ?