

1. Баесови Мрежи

Ученички успех

а) Дефиниција на променливите во системот:

Интелигенција (I) - логичка случајна променлива која е точна кога ученикот е интелигентен.

Трудољубивост (T) - логичка случајна променлива која е точна кога ученикот е трудољубив.

Снаодливост (S) - логичка случајна променлива која е точна кога ученикот е снаодлив.

Разбирање (R) - логичка случајна променлива која е точна кога ученикот го разбира материјалот.

Високи Поени (P) - логичка случајна променлива која е точна кога ученикот има високи поени на тестовите.

$$P(I=1) = 0.7$$

$$P(T=1) = 0.6$$

$$P(S=1 \mid I=1) = 0.8$$

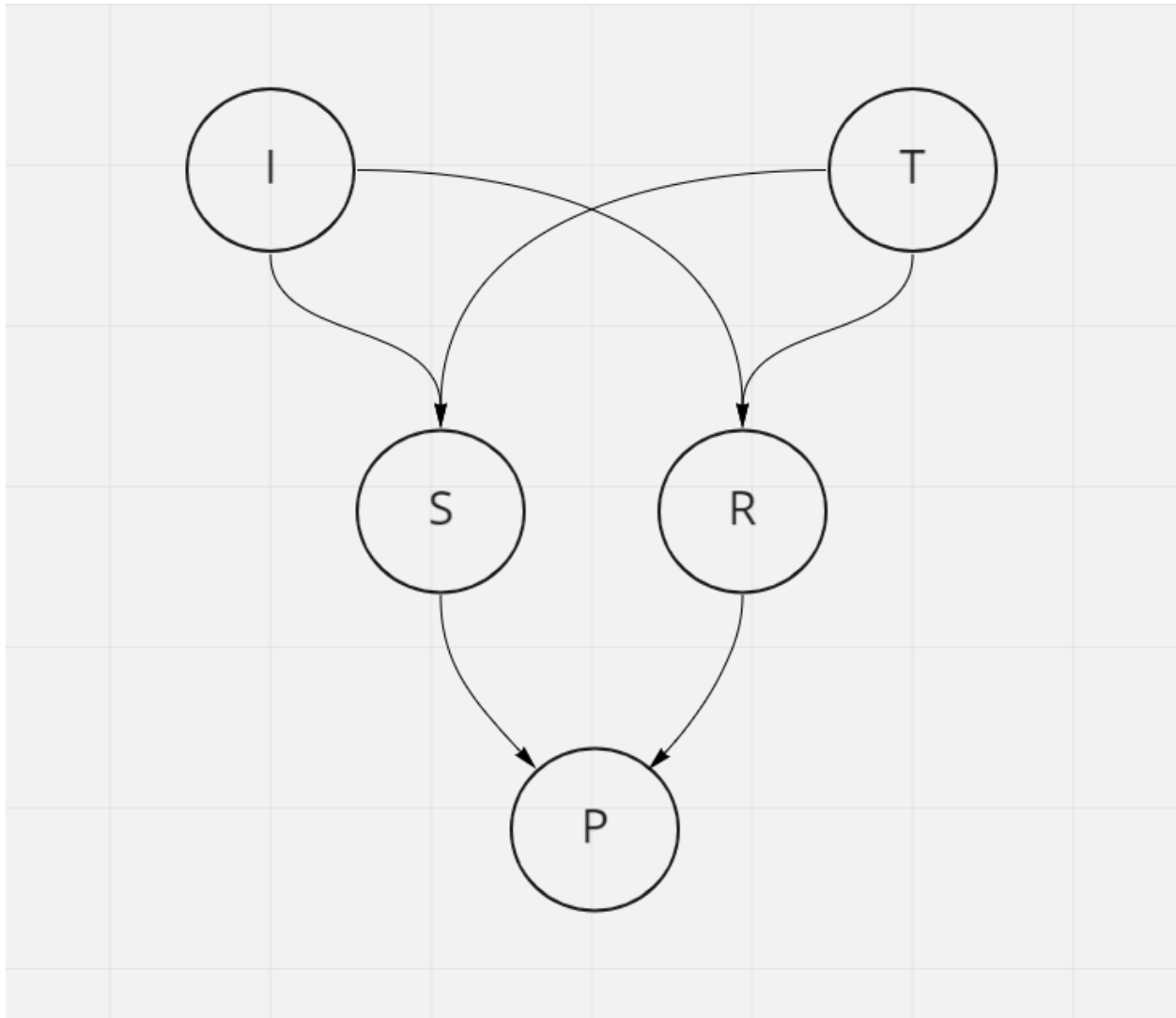
$$P(S=1 \mid I=0) = 0.5$$

$$P(R=1 \mid I=1, T=1) = 0.9$$

$$P(P=1 \mid S=1, R=1) = 0.9$$

$$P(P=1 \mid S=1, R=0) = 0.3$$

б)



в) Имаме маргинална веројатност за I и T, условна веројатност за S, R и P. Ако ги дефинираме сите веројатности потребни се 28 параметри.

г)

I	P(I)
0	0.3
1	0.7

T	P(T)
0	0.4
1	0.6

I	T	S	P(S I,T)
1	1	1	0.7
1	1	0	0.3
1	0	1	0.8
1	0	0	0.2
0	1	1	0.5
0	1	0	0.5
0	0	1	0
0	0	0	1

I	T	R	P(R I,T)
1	1	1	0.9
1	1	0	0.1
1	0	1	0.8
1	0	0	0.2
0	1	1	0.7
0	1	0	0.3
0	0	1	0
0	0	0	1

S	R	P	P(P S,R)
1	1	1	0.9
1	1	0	0.1
1	0	1	0.3
1	0	0	0.7
0	1	1	0.6
0	1	0	0.4
0	0	1	0
0	0	0	1

д) $P(I, T, S, R, P) = P(I) * P(T | I) * P(S | I, T) * P(R | I, T, S) * P(P | I, T, S, R)$

ѓ) Прашањето може да се одговори преку идентификување на елементарните тројки во дадената Баесова мрежа:

- $I \perp\!\!\!\perp T$ (заедничка последица)
- $I \perp\!\!\!\perp P | S$ (каузален синџир)
- $T \perp\!\!\!\perp P | S$ (каузален синџир)
- $I \perp\!\!\!\perp P | R$ (каузален синџир)
- $T \perp\!\!\!\perp P | R$ (каузален синџир)

е) $P(R=1 | P=1) = (P(P=1 | R=1) * P(R=1)) / P(P=1)$

ж) $P(R=1)$

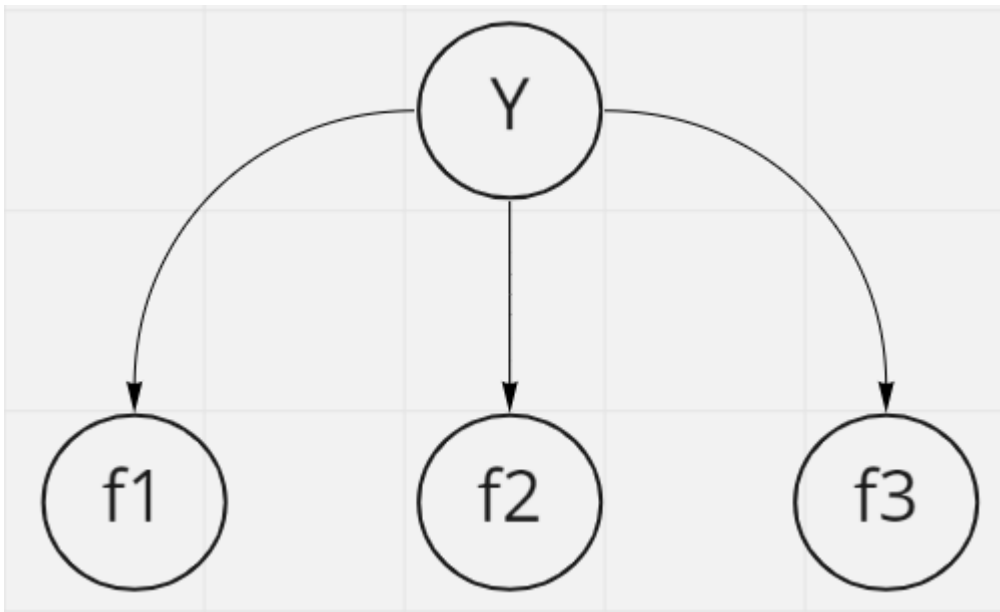
2. Машинско Учење

#клиент	Работа	Патничко	Пол	Понуда за животно осигурување?
1	хонорарен	не	женски	НЕ
2	хонорарен	не	машки	НЕ
3	хонорарен	не	машки	НЕ
4	хонорарен	не	женски	ДА
5	редовен	да	женски	ДА
6	редовен	не	машки	НЕ
7	редовен	да	женски	ДА
8	редовен	да	машки	ДА
9	редовен	да	машки	ДА
10	редовен	да	женски	НЕ

За поголема едноставност таблицата може да се претстави на следниот начин:

#клиент	f1	f2	f3	y
1	0	0	0	0
2	0	0	1	0
3	0	0	1	0
4	0	0	0	1
5	1	1	0	1
6	1	0	1	0
7	1	1	0	1
8	1	1	1	1
9	1	1	1	1
10	1	1	0	0

А. Наивен Баесов класификатор



a)

y	$P(y)$
0	$1/2$
1	$1/2$

$f1$	Y	$P(f1 y)$
0	0	$3/5$
1	0	$2/5$
0	1	$1/5$
1	1	$4/5$

$f2$	Y	$P(f2 y)$
0	0	$4/5$
1	0	$1/5$
0	1	$1/5$
1	1	$4/5$

f3	Y	P(f3 y)
0	0	2/5
1	0	3/5
0	1	3/5
1	1	2/5

После Лапласово порамнување со $k=2$ виртуелни примероци:

f1	Y	P(f1 y)
0	0	5/9
1	0	4/9
0	1	1/3
1	1	2/3

f2	Y	P(f2 y)
0	0	2/3
1	0	1/3
0	1	1/3
1	1	2/3

f3	Y	P(f3 y)
0	0	4/9
1	0	5/9
0	1	5/9
1	1	4/9

б)

f1	f2	f3	y
0	1	0	?

Ѓи наоѓаме здружените веројатности за секој исход и новиот примерок. Крајниот резултат е дефиниран од поголемата веројатност

$$\begin{aligned} P(y = 0, f1 = 0, f2 = 1, f3 = 0) &= \\ &= P(y = 0) * P(f1 = 0 \mid y = 0) * P(f2 = 1 \mid y = 0) * P(f3 = 0 \mid y = 0) = \\ &= 1/2 * 5/9 * 1/3 * 4/9 = 20 / 486 = 10 / 243 = \\ &= 0.04115226 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(y = 1, f1 = 0, f2 = 1, f3 = 0) &= \\ &= P(y = 1) * P(f1 = 0 \mid y = 1) * P(f2 = 1 \mid y = 1) * P(f3 = 0 \mid y = 1) = \\ &= 1/2 * 1/3 * 2/3 * 5/9 = 10 / 162 = 5 / 81 = \\ &= 0.06172839 \end{aligned}$$

Поголемата од двете веројатности е $P(y = 1, f1 = 0, f2 = 1, f3 = 0)$ што значи дека предвидена класа ќе биде $y = 1$, односно на клиентката ќе и биде понудено животно осигурување.

в)

f1	f2	f3	y
?	1	1	?

Ѓи наоѓаме здружените веројатности за секој исход и новиот примерок. Крајниот резултат е дефиниран од поголемата веројатност

$$P(y = 0, f2 = 1, f3 = 1) =$$

$$= P(y = 0) * P(f2 = 1 \mid y = 0) * P(f3 = 1 \mid y = 0) =$$

$$= 1/2 * 1/3 * 5/9 = 5 / 54 =$$

$$= 0.09259259$$

$$P(y = 1, f2 = 1, f3 = 1) =$$

$$= P(y = 1) * P(f2 = 1 \mid y = 1) * P(f3 = 1 \mid y = 1) =$$

$$= 1/2 * 2/3 * 4/9 = 8 / 54 = 4 / 27 =$$

$$= 0.14814814$$

Поголемата од двете веројатности е **$P(y = 1, f2 = 1, f3 = 1)$** што значи дека предвидена класа ќе биде **$y = 1$** , односно на клиентот ќе му биде понудено животно осигурување.

Б. Перцептрон

а) Ќе употребиме линеарен перцептрон за предвидување на понуда за животно осигурување. Нашиот класификатор од податоците за клиентот ги извлекува полот (f3), патничкото осигурување(f2) и работниот однос(f1) и врз основа на овие карактеристики одлучува дали ќе му биде дадена понуда за животно осигурување или не. Класификаторот ќе учи од примероците од табелата.

Нашиот перцептрон ќе има BIAS влез и векторот на тежини ќе го иницијализираме на [0, 1, 1, 1]. Резултатот 1 е позитивната класа, а резултатот 0 е негативната класа.

Вредностите 0 за карактеристиките на клиентот укажуваат дека секој клиент ќе добие понуда за животно осигурување.

Вредностите кои јас ги поставив ни даваат многу песимистичка проценка за дали клиентите ќе добијат понуда за животно осигурување.

б) $w = [w_{BIAS}, w_{f1}, w_{f2}, w_{f3}] = [0, 1, 1, 1]$

Примерок 1: $f(x) = [BIAS, f1, f2, f3] = [0, 0, 0, 0]$

#клиент	f1	f2	f3	y
1	0	0	0	0

Точна класа: $y = 0$

Предвидена класа:

$$\begin{aligned} W * f(x) &= w_{BIAS} * BIAS + w_{f1} * f1 + w_{f2} * f2 + w_{f3} * f3 = \\ &= 0 * 0 + 1 * 0 + 1 * 0 + 1 * 0 = 0 < 1 \rightarrow y = 0 \end{aligned}$$

Предвидената класа се совпаѓа со точната и нема промена во векторот на тежини.

$$\mathbf{w} = [w_{\text{BIAS}}, w_{f1}, w_{f2}, w_{f3}] = [0, 1, 1, 1]$$

Примерок 1: $\mathbf{f}(\mathbf{x}) = [\text{BIAS}, f_1, f_2, f_3] = [0, 0, 0, 1]$

#клиент	f1	f2	f3	y
2	0	0	1	0

Точна класа: $y = 0$

Предвидена класа:

$$\mathbf{W} * \mathbf{f}(\mathbf{x}) = w_{\text{BIAS}} * \text{BIAS} + w_{f1} * f_1 + w_{f2} * f_2 + w_{f3} * f_3 =$$

$$= 0 * 0 + 1 * 0 + 1 * 0 + 1 * 1 = 1 > 0 \rightarrow y = 1$$

Предвидената класа не се совпаѓа со точната и треба да се ажурира векторот на тежини

$$\mathbf{W} \leftarrow \mathbf{w} + y * \mathbf{f} = \mathbf{w} - \mathbf{f} = [0, 1, 1, 1] - [0, 0, 0, 1] = [0, 1, 1, 0]$$

$$\mathbf{w} = [w_{\text{BIAS}}, w_{f1}, w_{f2}, w_{f3}] = [0, 1, 1, 0]$$

Примерок 1: $\mathbf{f}(\mathbf{x}) = [\text{BIAS}, f_1, f_2, f_3] = [0, 0, 0, 1]$

#клиент	f1	f2	f3	y
3	0	0	1	0

Точна класа: $y = 0$

Предвидена класа:

$$\mathbf{W} * \mathbf{f}(\mathbf{x}) = w_{\text{BIAS}} * \text{BIAS} + w_{f1} * f_1 + w_{f2} * f_2 + w_{f3} * f_3 =$$

$$= 0 * 0 + 1 * 0 + 1 * 0 + 0 * 1 = 0 < 1 \rightarrow y = 0$$

Предвидената класа се совпаѓа со точната и нема промена во векторот на тежини.

$$\mathbf{w} = [\mathbf{wBIAS}, \mathbf{wf1}, \mathbf{wf2}, \mathbf{wf3}] = [0, 1, 1, 0]$$

Примерок 1: $\mathbf{f(x)} = [\mathbf{BIAS}, \mathbf{f1}, \mathbf{f2}, \mathbf{f3}] = [0, 0, 0, 0]$

#клиент	f1	f2	f3	y
4	0	0	0	1

Точна класа: $y = 1$

Предвидена класа:

$$\begin{aligned} \mathbf{W} * \mathbf{f(x)} &= \mathbf{wBIAS} * \mathbf{BIAS} + \mathbf{wf1} * \mathbf{f1} + \mathbf{wf2} * \mathbf{f2} + \mathbf{wf3} * \mathbf{f3} = \\ &= 0 * 0 + 1 * 0 + 1 * 0 + 0 * 0 = 0 < 1 \rightarrow y = 0 \end{aligned}$$

Предвидената класа не се совпаѓа со точната и треба да се ажурира векторот на тежини

$$\mathbf{W} \leftarrow \mathbf{w} + \mathbf{y} * \mathbf{f} = \mathbf{w} - \mathbf{f} = [0, 1, 1, 0] - [0, 0, 0, 0] = [0, 1, 1, 0]$$

Со четвртиот примерок завршува првата епоха.

в) За да алгоритмот за учење конвергира мора проблемот да биде линеарно сепарабилен.

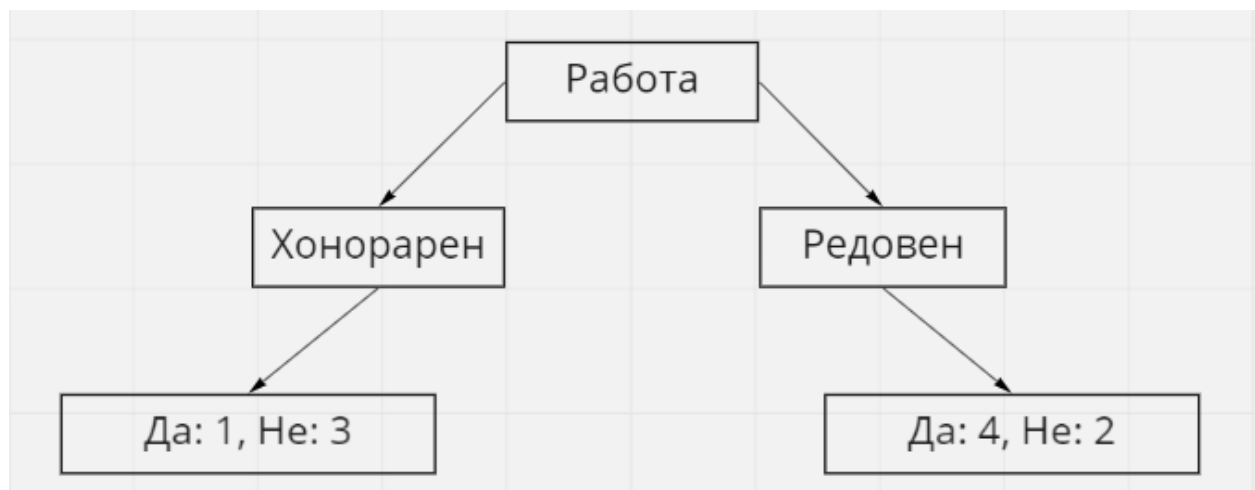
За да покажеме дека проблемот е линеарно сепарабилен можеме да пробаме да дојдеме до некој вектор на тежини со кој точно ги класифицираме сите примероци од кои треба да се учи. Во овој случај не постои таков вектор, па не постои гаранција дека алгоритмот за учење на перцептронот ќе конвергира.

В. Дрво на одлучување

а) Ќе изградиме дрво на одлучување користејќи ги податоците дадени во табелата.

1.

#клиент	Работа	Понуда за животно осигурување?
1	Хонорарен	НЕ
2	Хонорарен	НЕ
3	Хонорарен	НЕ
4	Хонорарен	ДА
5	Редовен	ДА
6	Редовен	НЕ
7	Редовен	ДА
8	Редовен	ДА
9	Редовен	ДА
10	Редовен	НЕ



$$H_{\text{хонорарен}} = -3/4 * \log_2 3/4 - 1/4 * \log_2 1/4 =$$

$$= -0.75 * -0.41503749928 - 0.25 * -2 = 0.31127812446 + 0.5 = \mathbf{0.811}$$

$$H_{\text{редовен}} = -2/6 * \log_2 2/6 - 4/6 * \log_2 4/6 =$$

$$= -0.333 * -1.5849625007 - 0.666 * -0.58496250072 =$$

$$= 0.5277925127331 + 0.38958502547952 = \mathbf{0.917}$$

$$H_{\text{работа}} = -5/10 * \log_2 5/10 - 5/10 * \log_2 5/10 = -0.5 * -1 - 0.5 * -1 = 1$$

$$\text{Gain}(S, \text{Работа}) = 1 - (5/10)*0.811 - (5/10)*0.917 = 1-0.4055-0.4585 =$$

$$= \mathbf{0.136}$$

2.

#клиент	Патничко	Понуда за животно осигурување?
1	Не	НЕ
2	Не	НЕ
3	Не	НЕ
4	Не	ДА
5	Да	ДА
6	Не	НЕ
7	Да	ДА
8	Да	ДА
9	Да	ДА
10	Да	НЕ



$$H_{не} = -4/5 * \log_2 4/5 - 1/5 * \log_2 1/5 =$$

$$= -0.8 * -0.32192809489 - 0.2 * -2.3219280949 =$$

$$= 0.257542475912 + 0.46438561898 = \mathbf{0.722}$$

$$H_{да} = -1/5 * \log_2 1/5 - 4/5 * \log_2 4/5 = \mathbf{0.722}$$

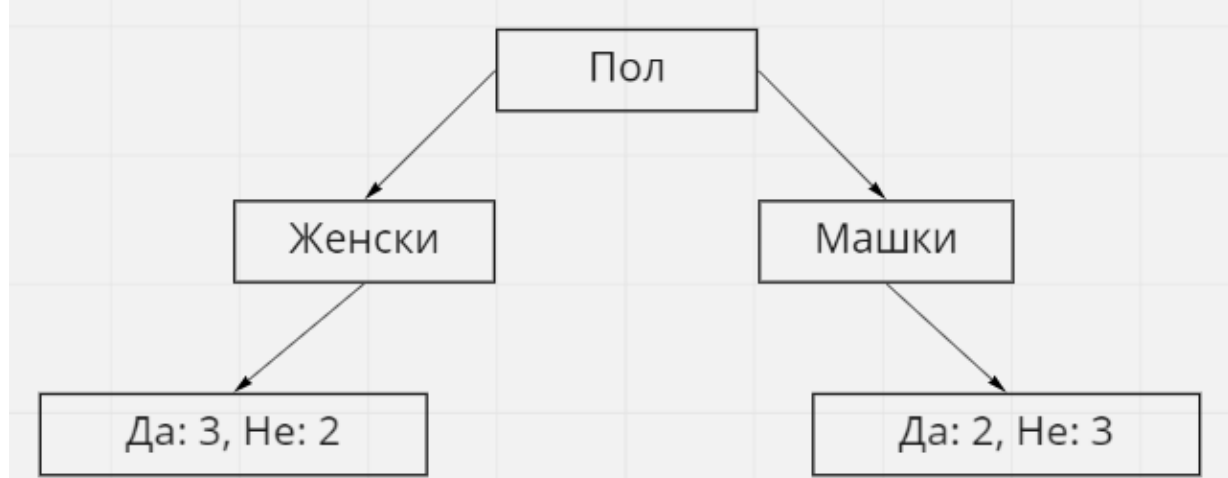
$$H_{патничко} = -5/10 * \log_2 5/10 - 5/10 * \log_2 5/10 = \mathbf{1}$$

$$\text{Gain}(S, \text{Патничко}) = 1 - (5/10) * 0.722 - (5/10) * 0.722 =$$

$$= 1 - 0.361 - 0.361 = \mathbf{0.278}$$

3.

#клиент	Пол	Понуда за животно осигурување?
1	Женски	НЕ
2	Машки	НЕ
3	Машки	НЕ
4	Женски	ДА
5	Женски	ДА
6	Машки	НЕ
7	Женски	ДА
8	Машки	ДА
9	Машки	ДА
10	Женски	НЕ



$$\begin{aligned}
 H_{\text{женски}} &= -2/5 * \log_2 2/5 - 3/5 * \log_2 3/5 = \\
 &= -0.4 * -1.3219280949 - 0.6 * -0.73696559417 = \\
 &= 0.52877123796 + 0.442179356502 = \mathbf{0.971}
 \end{aligned}$$

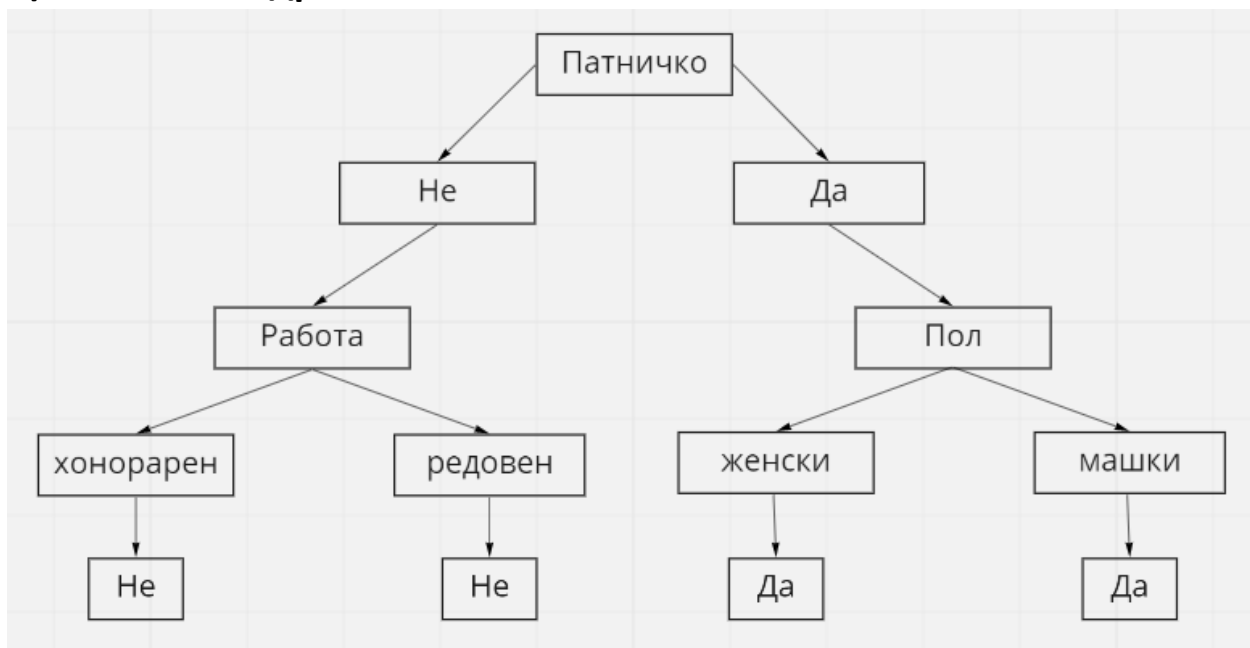
$$H_{\text{машки}} = -3/5 * \log_2 3/5 - 2/5 * \log_2 2/5 = \mathbf{0.971}$$

$$H_{\text{пол}} = -5/10 * \log_2 5/10 - 5/10 * \log_2 5/10 = 1$$

$$\begin{aligned}
 \text{Gain}(S, \text{Пол}) &= 1 - (5/10) * 0.971 - (5/10) * 0.971 = \\
 &= 1 - 0.4855 - 0.4855 = \mathbf{0.029}
 \end{aligned}$$

За корен го избираме Патничко со **Gain 0.278**

б) Финалното дрво:



За секој лист во финалното дрво предвидувањето на класата е или поради што настанало совршена класификација, односно настанало теоретски максимум на добивката такашто немало потреба да ги проверуваме останатите атрибути, или пак е поради поткастрување на јазелот за да стане лист такашто е донесена мнозинска одлука, каде секогаш од прв пат е добиен победник.