

## Grundpraktikum Physik

### Protokoll zum Versuch M2 Schwerebeschleunigung

Hannes Honert, Alexander Kühn

Studiengang: TKS, EIT (DIPLOM)

Datum: 27. Mai 2025

---

#### 1. Aufgabenstellung

1. Die Schwerebeschleunigung der Erde ist aus dem freien Fall einer Stahlkugel zu bestimmen. Der Einfluss der Luftreibung ist abzuschätzen
2. Die Schwerebeschleunigung ist weiterhin mithilfe einer Atwoodschen Fallmaschine zu bestimmen. Effektive Masse und Lagerreibung der Umlenkrolle sind anzugeben.

#### 2. Theoretische Grundlagen

Die Erdbeschleunigung  $g$  liegt nach Tafelwerk bei  $g = 9.80665 \frac{m}{s^2}$ .

##### 2.1. Erdbeschleunigung ohne Luftreibung:

Die Erdbeschleunigung  $g$  wird bei Vernachlässigung der Luftreibung wie folgt definiert:

$$g = \frac{2s}{t^2} \quad (2.1)$$

wobei  $s$  der Weg und  $t$  die Fallzeit ist.

##### 2.2. Erdbeschleunigung mit Luftreibung:

Der Weg des freien Falls mit Einfluss der Luftreibung

wird gemäß der Versuchsanleitung so definiert:

$$s(t) = \frac{1}{2}gt^2 - \frac{1}{12}cg^2t^4 \quad (2.2)$$

umgestellt nach  $2s(t)$ :

$$2s = gt^2(1 - \frac{1}{6}cg^2t^2) \quad (2.3)$$

nach  $g$  durch Nullstellen berechnen:

$$0 = \frac{1}{2}gt^2 - \frac{1}{12}cg^2t^4 - s \quad (2.4)$$

$$0 = g^2 - \frac{6}{ct^2}g + \frac{12s}{ct^4} \quad (2.5)$$

$$g_{1,2} = \frac{3}{ct^2} \pm \frac{\sqrt{9 - 12cs}}{ct^2} \quad (2.6)$$

für minus:

$$g = \frac{3 - \sqrt{9 - 12cs}}{ct^2} \quad (2.7)$$

Eine Formel für die Erdbeschleunigung  $g$  mit dem Einfluss der Luftreibung

entsteht. Dabei wird die Konstante  $c$  bestimmt aus:

$$c = \frac{3\rho_L}{20\rho_K r} \quad (2.8)$$

wobei  $\rho_L$  die Luftdichte,  $\rho_K$  die Dichte der Kugel und  $r$  der Radius der Kugel ist.

Die Luftdichte  $\rho_L$  wird wie folgt bestimmt:

Gegeben ist die Dichte der Luft unter Normbedingungen:  $\rho_L(p_0, T_0) = 1.2928 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ ,  $p_0 = 101.3 \text{ kPa}$ ,  $T_0 = 0^\circ\text{C} = 273.15 \text{ K}$

Die thermische Zustandsgleichung idealer Gase lautet wie folgt:

$$nRT = pV \quad (2.9)$$

mit  $n$  der Stoffmenge,  $R$  der universellen Gaskonstante,  $T$  der Temperatur,  $p$  den Druck und  $V$  den Volumen.

Die Stoffmenge ist definiert als:

$$n = \frac{m}{M} \quad (2.10)$$

mit  $m$  der Masse und  $M$  der molaren Masse.

$M$  und  $R$  sind konstant.  $M$  ist konstant, da es sich um die gleiche Luft handelt. Setzt man die Gleichungen in einander ein und stellt nach den Konstanten um erhält man:

$$\frac{R}{M} = \frac{pV}{mT} \quad (2.11)$$

wobei  $\frac{m}{V} = \rho$  die Dichte darstellt:

$$\frac{M}{R} = \frac{\rho T}{p} = konst. \quad (2.12)$$

Setzt man nun für  $\rho = \rho_L = 1.2928 \frac{kg}{m^3}$ ,  $T = T_0 = 0C^\circ = 273.15K$  und für  $p = p_0 = 101.3kPa$  erhält man:

$$\frac{M}{R} = \frac{\rho_L \cdot T_0}{p_0} = \frac{1.2928 \frac{kg}{m^3} \cdot 273.15K}{101.3kPa} = 3.49 \cdot 10^{-3} \frac{Ks^2}{m^2} \quad (2.13)$$

Um den aktuellen Luftdruck zu messen, wird nach  $\rho$  umgestellt:

$$\rho = \frac{M}{R} \frac{p}{T} \quad (2.14)$$

hier:

$$\rho_{Luft,aktuell} = 3.49 \cdot 10^{-3} \frac{Ks^2}{m^2} \cdot \frac{p_{Luft,aktuell}}{T_{Luft,aktuell}} \quad (2.15)$$

Diese Formel kommt im Versuch zum freien Fall zum Einsatz

### 2.3. Atwoodsche Fallmaschine

Die Beschleunigung der Massen ist bei der Atwoodschen Fallmaschine wie folgt reduziert:

$$a = \frac{m_Z}{2m + m_Z} g \quad (2.16)$$

wobei  $m_Z$  die Zusatzmasse,  $m$  eine der beiden Massen und  $g$  die Erdbeschleunigung darstellt. Vorteil zur Messung der Erdbeschleunigung  $g$  sind die höheren Fallzeiten und die damit geringere Luftreibung. So lautet der Weg  $s$  abhängig von der Beschleunigung  $a$

$$s = \frac{a}{2} t^2 \quad (2.17)$$

## 3. Versuchsbeschreibung

- für beide Versuchsteile steht am Versuchsplatz eine intuitiv zu bedienende elektronische Stoppuhr
- die Stoppuhr hat zwei Betriebsarten: freier Fall ("FF") und Atwoodsche Fallmaschine ("FM")
- Rücksetzen nur möglich: Fallkörper Startkontakt geschlossen hat und bei der Fallmaschine auch der Stoppkontakt geschlossen ist.
- zur Auswertung Verwendung vom Praktikumsprogramm PhysPract

### 3.1. Freier Fall

- Freifallapparat: Kugel fällt von einer einstellbaren Fallhöhe
- Freifallapparat: Fallhöhe einstellbar zwischen  $5cm$  und  $90cm$
- Fallhöhe abgelesen an der oberen Fläche des Kugelhalters(Pfeilmarkierung)

### 3.2. Atwoodsche Fallmaschine

- zwei gleiche Massen sind über eine Umlenkrolle und Faden miteinander verbunden
- eine Zusatzmasse an eine der beiden Massen bewirkt eine Beschleunigung
- die Beschleunigung ist deutlich gegeben über der Erdbeschleunigung reduziert
- Messstrecke fest auf  $s = 2m$  eingestellt
- $m_{Z,1}$  bis  $m_{Z,11}$  sind als Zusatzmassen vorhanden
- aufgrund zufallsverteilter äußerer Störfaktoren ist Messung mindestens 5 mal zu wiederholen.
- Bremse lösen bevor die Masse an ihre Ausgangsposition bewegt wird

## 4. Versuchsdurchführung

### 4.1. Bestimmung der Erdbeschleunigung $g$ bei Vernachlässigung der Luftreibung:

1. Stoppuhr auf Betriebsart freier Fall ("FF") stellen
2. Reproduzierbarkeit der Zeitmessung bei gleichbleibender Fallhöhe prüfen
3. Fallzeit  $t$  für  $s = 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 55, 60, 65, 70, 75, 80, 85, 90cm$  einmal messen
4. aus theoretischen Grundlagen bei Vernachlässigung der Luftreibung:

$$\frac{2s}{t^2} = g \quad (4.1)$$

5.  $2s$  und  $t^2$  für die Messwerte in Excel erstellen
6. die Tabelle abspeichern

7. plotten von x-Achse  $t^2$  und y-Achse  $2s$  als Ausgleichsgerade
8. Anstieg entspricht der Erdbeschleunigung  $g$
9.  $g$  notieren und Plot abspeichern

Zur Reproduzierbarkeit der Zeitmessung bei gleichbleibender Fallhöhe wurden zwei Messungen M1 und M2 durchgeführt. Es wurde die Fallzeit  $t$  der Kugel aus einer Höhe von  $s = 90\text{cm}$  ermittelt.

Für M1:  $t = 0.4338\text{s}$

Für M2:  $t = 0.4347\text{s}$

Die Werte weichen nur gering von einander ab mit  $\frac{|0.4338\text{s} - 0.4347\text{s}|}{0.4338\text{s}} \cdot 100\% = 0.21\%$  relativen Fehler. Anschließend wurde die Fallzeit der Kugel für  $s = 5\text{cm}$  bis  $s = 90\text{cm}$  in  $5\text{cm}$ -Schritten gemessen. Darauf folgend wurden aus den Messwerten jeweils  $2s$  und  $t^2$  bestimmt und mit dem Praktikumsprogramm PhysPract eine Ausgleichsgerade bestimmt. Nach der Formel:

$$2s = g \cdot t^2 \quad (4.2)$$

kann  $g$  durch den Anstieg der Ausgleichsgerade bestimmt werden.

Das Diagramm zeigt die doppelte Fallhöhe  $2s$  in  $[\text{cm}]$  über das Quadrat der Fallzeit  $t^2$  in  $[\text{s}^2]$ . Der Anstieg  $a$  in  $[\frac{\text{cm}}{\text{s}^2}]$  der Ausgleichsgeraden stellt die Schwerebeschleunigung  $g$ . So lautet die Schwerebeschleunigung  $g$  für den Freifallversuch mit Vernachlässigung der Luftreibung:

$$g = 9.9896 \pm 0.156 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad (4.3)$$

Der Wert aus dem Tafelwerk lautet:  $g = 9.80665 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ . Der absolute Fehler lautet:  $|9.9896 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} - 9.80665 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}| = 0.183 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ . Der relative Fehler lautet:  $\frac{|9.9896 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} - 9.80665 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}|}{9.80665 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} \cdot 100\% = 1.87\%$ . Der Absolute Fehler  $0.183 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$  ist größer als die Standardabweichung  $0.156 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$  und relative Fehler liegt bei  $1.87\%$ . Im Diagramm erkennt man, dass die ersten Werte am weitesten von der Ausgleichsgerade entfernt sind. Es kann geschlussfolgert werden, dass man erst ab höheren Fallstrecken misst, die Messungen wiederholt oder noch höhere Fallstrecken



./pics/Messreihe zum Freifallversuch zur Bestimmung der Schwerebeschleunigung g

Abb. 4.1: Messreihe zum Freifallversuch zur Bestimmung der Schwerebeschleunigung  $g$  durch Ausgleichsgerade (eigene Darstellung mit PhysPract)

misst, um ein besseres Ergebnis zu bekommen. Jedoch wird der Einfluss der Luftreibung bei höheren Fallzeiten größer und könnte so das Ergebnis mehr verfälschen.

#### 4.2. Bestimmung von Erdbeschleunigung $g$ mit Einfluss der Luftreibung:

1. Berechnung von  $g$  für  $s > 40\text{cm}$  also  $s = 45, 50, 55, 60, 65, 70, 75, 80, 85, 90\text{cm}$

2. aus theoretischen Grundlagen:

$$c = \frac{3\rho_L}{20\rho_K r} \quad (4.4)$$

3. für  $\rho_L$  wird die aktuelle Temperatur gemessen und in Kelvin notiert. Desweiteren wird der aktuelle Luftdruck gemessen und in Pascal notiert.

4. mit der Formel  $\rho = 3.49 \cdot 10^{-3} \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot \frac{p}{T}$  wird der aktuelle Luftdruck berechnet und notiert in der Einheit  $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

5. Dichte der Stahlkugel ist hier  $\rho_K = 7.796 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

6. Der Radius der Stahlkugel ist hier  $r_k = 8 \cdot 10^{-3}\text{m}$

7. Berechne und notiere  $c$

8. öffne Excel und nutze die bereits erstellte Tabelle

9. Berechne mit  $g = \frac{3 + \sqrt{9 - 12cs}}{ct^2}$  die Erdbeschleunigungen  $g$  für alle  $s > 40\text{cm}$ .

10. Berechne die  $g$  mit der Excel-Tabellenkalkulation und speichere die Tabelle.

11. Vergleichen der Erdbeschleunigung  $g$  unter Vernachlässigung und Berücksichtigung der Luftreibung.

12.  $g_{ohne}$  sei der Wert ohne Luftwiderstand und  $g_{mit}$  sei der Wert mit Einfluss des Luftwiderstandes.

13. absoluter Unterschied:  $\Delta g = g_{ohne} - g_{mit}$



14. relativer Unterschied in

15. absolute und relative Unterschiede notieren

Um die Schwerebeschleunigung  $g$  mit Einfluss der Luftreibung bei dem Freifallversuch zu bestimmen, wird die Formel aus der Versuchsanleitung herangezogen:

$$g = \frac{3 - \sqrt{9 - 12cs}}{ct^2} \quad (4.5)$$

mit der Konstanten  $c$ :

$$c = \frac{3\rho_L}{20\rho_K r} \quad (4.6)$$

Da  $\rho_K$  die Dichte der Kugel und  $r$  der Radius der Kugel bekannt sind, muss  $\rho_L$  die Dichte der Luft noch bestimmt werden. Aus den theoretischen Grundlagen können wir  $\rho_L$  bestimmen:

$$\rho_L = 3.49 \cdot 10^{-3} \frac{Ks^2}{m^2} \cdot \frac{p}{T} \quad (4.7)$$

Mit den aktuellen Druck  $p_a = 722 \text{ Torr} \pm 0.5 \text{ Torr}$  und der aktuellen Temperatur  $T_a = 21 \pm 0.5$  (eigene Messwerte) umgerechnet in Pascal und Kelvin kann  $\rho_L$  einfach bestimmt werden:  $p_a = ((722 \pm 0.5) \cdot \frac{101325}{760}) \text{ Pa} = (96258.75 \pm 66.66) \text{ Pa}$  und  $T_a = (21 \pm 0.5 + 273.15) \text{ K} = (294.15 \pm 0.5) \text{ K}$

$$\rho_L = 3.49 \cdot 10^{-3} \frac{Ks^2}{m^2} \cdot \frac{96258.75 \text{ Pa}}{294.15 \text{ K}} = 1.1421 \frac{kg}{m^3} \quad (4.8)$$

mit  $\rho_K = 7.796 \cdot 10^3 \frac{kg}{m^3}$  und  $r_k = 8 \cdot 10^{-3} \text{ m}$  (aus Versuchsanleitung) kann die Konstante  $c$  bestimmt werden:

$$c = \frac{3\rho_L}{20\rho_K r} = \frac{3 \cdot 1.1421 \frac{kg}{m^3}}{20 \cdot 7.796 \cdot 10^3 \frac{kg}{m^3} \cdot 8 \cdot 10^{-3} \text{ m}} = 2.747 \cdot 10^{-3} \frac{1}{m} \quad (4.9)$$

So lautet  $g$ :

$$g = \frac{3 - \sqrt{9 - 12cs}}{ct^2} = \frac{3 - \sqrt{9 - 12 \cdot 2.747 \cdot 10^{-3} \frac{1}{m} \cdot s}}{2.747 \cdot 10^{-3} \frac{1}{m} \cdot t^2} \quad (4.10)$$

Mit  $\frac{2s}{t^2} = g$  können aus den Messwerten aus dem Freifallversuch ohne Einfluss der Luftreibung die einzelnen Schwerebeschleunigungen errechnet werden. Diese werden dann mit den Schwerebeschleunigungen aus Betrachtung mit Einfluss der Luftreibung verglichen.

Man erkennt, dass der relative Fehler gering mit maximal ca. 0.08% ist. Er steigt, jedoch von der Fallstrecke  $s = 40cm$  bis  $s = 90cm$  streng monoton bis auf mehr als das Doppelte, von 0.0367% auf 0.0825%.

1. Stoppuhr auf Betreibeart Atwoodsche Fallmaschine ("FM") stellen
2. für jede der 11 Zusatzmassen die Messung 5 mal wiederholen
3. Wichtig: Bremse vor dem Rücksetzen auf die Ausgangsposition lösen
4. Messwerte mit Excel mitteln
5. aus Fallhöhe  $s = 2m$  und den gemittelten  $\bar{t}$  mithilfe von  $a = \frac{2s}{t^2}$   $a_1$  bis  $a_{11}$  bestimmen
6. nutze dazu wieder Excel
7. Bestimmung der Zusatzmassen  $m_Z$
8. notiere Wägesatz (A oder B)
9. Masse der beiden Fallkörper mit Faden:  $2m = (370.00 \pm 0.02)g$

Ermittlung der effektiven Rollmasse  $m_{R,eff}$ :

1. Versuch wird nach Abb.3 aufgebaut
2. eine baugleiche Umlenkrolle, Spiralfeder und verschiedene Anhängemassen  $m_P$  stehen zur Verfügung
3. Messung von Schwingungsdauer  $T$  über 10 bis 50 Schwingungsperioden (wähle eine)

4. notiere Schwingungsperioden
5. Anhängemassen variieren  $m_P$  für 30, 50, 70, 90, 110, 130, 150g
6. bestimme mit Excel  $T^2$
7. eine Ausgleichsgerade mit dem Programm Praktikumsprogramm PhysPract zeichnen
8. Y-Achse  $T^2$  und X-Achse  $m_P$
9. sinnvolle Einheiten für die Achsenbeschriftung wählen
10. Dahinter stehende Formel:

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{D(m_P + m_{R,eff} + \frac{m_F}{3})} \quad (4.11)$$

11. wobei  $m_P$  die jeweiligen Anhängemassen,  $m_{R,eff}$  die effektive Rollreibung und  $m_F$  die Masse der Feder ist.
12. der Term  $\frac{4\pi^2}{D(m_{R,eff} + \frac{m_F}{3})}$  beschreibt den Schnittpunkt mit der Y-Achse also:

$$y(x = 0) = \frac{4\pi^2}{D(m_{R,eff} + \frac{m_F}{3})} \quad (4.12)$$

umgestellt nach  $m_{R,eff}$ :

$$m_{R,eff} = \frac{Dy(x = 0)}{4\pi^2} - \frac{m_F}{3} \quad (4.13)$$

13.  $y(x = 0)$  aus der Ausgleichsgerade bestimmen,  $m_F$  abwägen und  $D$  die Federkonstante bestimmen.
14. mit der letzten Formel die effektive Rollmasse  $m_{R,eff}$  bestimmen
15. Plott abspeichern

Erdbeschleunigung  $g$  und Reibungskraft  $F_R$  bestimmen

1.  $m_M = 2m + m_{R,eff}$  bestimmen
2. mit Excel aus den Zusatzmassen  $m_Z$  und gemessenen Beschleunigungen:

3. wegen  $m_Z g - F_R = (m_M + m_Z) a$   $(m_M + m_Z) a$  über die  $m_Z$  auftragen
4. Ausgleichsgerade plotten
5. die gesuchten Größen mit Anstieg und Absolutglied

## 5. Messwerte

## 6. Auswertung und Ergebnis

Die mit den beiden unterschiedlichen Methoden gefundenen Werte für die Erdbeschleunigung sind, unter Berücksichtigung der berechneten Standardunsicherheiten, mit Tabellenwerten zu vergleichen, mögliche Abweichungen sind zu diskutieren.

## 7. Fehlerdiskussion

- Punkt 1
- Punkt 2
- Punkt 3

Display:

$$\kappa \quad (7.1)$$

$$\frac{a}{b} \quad (7.2)$$

klasdfjlsd lskdfjlöska dsölkfjasdfasöldkfjas ökljsdfgk

## 8. eine Idee

### 8.1. eine kleine Idee

aslkdfa sdlöfkjgsdlökf a/b

ölksaflaskdjf södlkfjasöldkfjsöalkdjfsalökdjfsaöldkfjslökdjfsaöldkjfsalak-  
 djf äölkasdjjölkasdjfölkasajdfölksadjflkösajdf sadölkjffhasldkjfhssakdjfhسالökdf-  
 jjslkjdföalsk

$\kappa$  und  $\frac{a}{b}$  und  $\frac{a+b}{c+d}$

$\kappa$

(8.1)

$$\frac{\frac{x+1}{x-1}}{2}$$

liste: - Milch - Zucker