Введение

Одним из стандартных способов задания функций k-значной логики являются поляризованные полиномиальные формы(ППФ), которые также называются обобщенными формами Рида-Мюллера, или каноническими поляризованными полиномами. Длиной полиномиальной формы называется число слагаемых в ней. Для функции k-значной логики F сложностью в классе поляризованных полиномиальных форм называется длина кратчайшей ПНФ, реализующей F. Функция Шеннона длины $L_k(n)$ определяется как наибольшая длина среди всех функций k-значной логики от n переменных.

Практическое применение ППФ нашли при построении программируемых логических матриц [9], сложность которых напрямую зависит от длины ППФ.

В 1993 В. П. Супрун [2] получил следующие оценки функции Шеннона для булевых функций :

$$L_2(n) \geqslant C_n^{[\frac{n}{2}]},$$

$$L_2(n) < 3 \cdot 2^{n-1}.$$

где $[\cdot]$ обозначает целую часть.

Точное значение функции Шеннона для булевых функций в 1995 году было найдено Н. А. Перязевым [3] :

$$L_2(n) = \left[\frac{2^{n+1}}{3}\right],$$

Для функций k-значной логики верхняя оценка функции Шеннона была получена в 2002 году С. Н. Селезневой [4] :

$$L_k(n) = \frac{k(k-1)}{k(k-1)+1}k^n.$$

Рассматриваются и другие полиномиальные формы. Например класс обобщенных полиномиальных форм. В классе обобщенных полиномиальных форм, в отличие от класса поляризованных полиномиальных форм, переменные могут иметь различную поляризацию в разных слагаемых. В статье К. Д. Кириченко [5], опубликованной в 2005 году, получена верхняя оценка функции Шеннона в классе обобщенных полиномиальных форм булевых функций:

$$L_2^{\text{О.П.}}(n) < \frac{2^{n+1}(\log_2 n + 1)}{n}.$$

Верхняя оценка функции Шеннона в классе обобщенных полиномиальных форм функций k-значной логики была получена Селезневой С. Н. Дайняком А. Б в 2008 году [6]:

$$L_k^{\text{О.П.}}(n) \lesssim 2 \cdot \frac{k^n}{n} \cdot \ln n \text{ при } n \to \infty.$$

С. Н. Селезневой и Н. К. Маркеловым в 2009 году [7] был получен алгоритм быстрого нахождения коэффициэнтов ППФ в k-значной логике по вектору функции и вектору поляризации.

В 2012 году Маркеловым Н. К. была получена нижняя оценка функции Шеннона для функции трехзначной логики в классе поляризованных полиномов [8]:

$$L_3(n) \geqslant \left[\frac{3}{4}3^n\right].$$

Список литературы

1. Sasao T., Besslich P. On the complexity of mod-2 sum PLA's // IEEE Trans.on Comput. 39. N 2. 1990. P. 262–266.

2. Супрун В. П. Сложность булевых функций в классе канонических поляризованных полиномов // Дискретная математика. 5. №2. 1993. С. 111–115.

3. Перязев Н. А. Сложность булевых функций в классе полиномиальных поляризованных форм // Алгебра и логика. 34. №3. 1995. С. 323–326.

4. Селезнева С. Н. О сложности представления функций многозначных логик поляризованными полиномами. Дискретная математика. 14. №2. 2002. С. 48–53.

5. Кириченко К. Д. Верхняя оценка сложности полиномиальных нормальных форм булевых функций // Дискретная математика. 17. №3. 2005. С. 80–88.

6. Селезнева С. Н. Дайняк А. Б. О сложности обобщенных полиномов k-значных функций // Вестник Московского университета. Серия 15. Вычислительная математика и кибернетика. №3. 2008. С. 34–39.

7. Селезнева С. Н. Маркелов Н. К. Быстрый алгоритм построения векторов коэффициэнтов поляризованных полиномов k-значных функций // Ученые записки Казанского университета. Серия Физико-математические науки. 2009. 151. №2 С. 147-151.

8. Маркелов Н. К. Нижняя оценка сложности функций трехзначной логики в классе поляризованных полиномов // Вестник Московского университета. Серия 15. Вычислительная математика и кибернетика. №3. 2012. С. 40–45.

9. Угрюмов Е. П. Цифровая схемотехника. СПб.: БХВ-Петербург, 2004.