

Введение

Одним из стандартных способов задания функций k -значной логики являются поляризованные полиномиальные формы (ППФ), которые также называются обобщенными формами Рида-Мюллера, или каноническими поляризованными полиномами. Длиной полиномиальной формы называется число слагаемых в ней. Для функции k -значной логики F сложностью в классе поляризованных полиномиальных форм называется длина кратчайшей ПНФ, реализующей F . Функция шеннона длины $L_k(n)$ определяется как наибольшая длина среди всех функций k -значной логики от n переменных.

Практическое применение ППФ нашли при построении программируемых логических матриц [7], сложность которых напрямую зависит от длины ППФ.

В 1993 В. П. Супрун [2] получил следующие оценки функции шеннона для булевых функций :

$$L_2(n) \geq C_n^{[n/2]},$$

$$L_2(n) < 3 \cdot 2^{n-1}.$$

Точное значение функции шеннона для булевых функций в 1995 году было найдено Н. А. Перязевым [3] :

$$L_2(n) = \left\lceil \frac{2^{n+1}}{3} \right\rceil,$$

где $\lceil \cdot \rceil$ обозначает целую часть.

Для функций k -значной логики верхняя оценка функции шеннона была получена в 2002 году С. Н. Селезневой [4] :

$$L_k(n) = \frac{k(k-1)}{k(k-1)+1} k^n.$$

С. Н. Селезневой и Н. К. Маркеловым в 2009 году [6] был получен алгоритм быстрого нахождения коэффициентов ППФ в k -значной логике по вектору функции и вектору поляризации.

Список литературы

1. Sasao T., Besslich P. On the complexity of mod-2 sum PLA's // IEEE Trans.on Comput. 39. N 2. 1990. P. 262–266.
2. Супрун В.П. Сложность булевых функций в классе канонических поляризованных полиномов // Дискретная математика. 5. №2. 1993. С. 111–115.
3. Перязев Н.А. Сложность булевых функций в классе полиномиальных поляризованных форм //Алгебра и логика. 34. №3. 1995. С. 323–326.
4. Селезнева С.Н. О сложности представления функций многозначных логик поляризованными полиномами. Дискретная математика. 14. №2. 2002. С. 48–53.
5. Кириченко К.Д. Верхняя оценка сложности полиномиальных нормальных форм булевых функций // Дискретная математика. 17. №3. 2005. С. 80–88.
6. Селезнева С.Н. Маркелов Н.К. Быстрый алгоритм построения векторов коэффициентов поляризованных полиномов k -значных функций //Ученые записки Казанского университета. Серия Физико-математические науки. 2009. 151. №2 С. 147-151.
7. Угрюмов Е.П. Цифровая схемотехника. СПб.: БХВ-Петербург, 2004.