

# DEG2

**Exercice 1** Mettre sous forme canonique  $3x^2 - 5x + 2$

**Exercice 2** Mettre sous forme canonique  $4 + 2x + x^2$

**Exercice 3** Mettre sous forme canonique  $4x^2 - 3x - 10$

**Exercice 4** Écrire 2 équations différentes du second degré admettant comme racines 4 et  $-7$

**Exercice 5** ☞ Soit  $a$  un paramètre réel

☞ Quels sont la somme et le produit des racines de l'équation  $1 + ax + x + ax^2 = 0$  ?

**Exercice 6** Factoriser dans  $\mathbb{R}$  et dans  $\mathbb{C}$  l'expression  $3x^2 - 2x - 8$

**Exercice 7** Factoriser dans  $\mathbb{R}$  et dans  $\mathbb{C}$  l'expression  $x^2 - 4x + 4$

**Exercice 8** Factoriser dans  $\mathbb{R}$  et dans  $\mathbb{C}$  l'expression  $x^2 - 5x + 3$

**Exercice 9** Factoriser dans  $\mathbb{R}$  et dans  $\mathbb{C}$  l'expression  $x^2 + x + 1$

**Exercice 10** Représenter graphiquement les fonctions suivantes dans un même repère orthonormé :

☞  $f : x \mapsto 2x^2$

☞  $g : x \mapsto -2x^2$

☞  $h : x \mapsto (x + 1)^2$

**Exercice 11** Dans un plan rapporté à un repère orthonormé :

☞ Tracer les courbes représentatives des fonctions  $x \mapsto x^2$  et  $x \mapsto |x|$ .

☞ Comparer les grandeurs de  $x^2$  et de  $|x|$  en fonction de  $x$

**Exercice 12** ☞ Quel changement d'échelle doit-on effectuer sur l'axe des ordonnées pour que la courbe représentative de la fonction  $f : x \mapsto 6x^2$  devienne la courbe représentative de la fonction  $g : x \mapsto x^2$  ?

☞ Même question si l'on effectue le changement d'échelle sur l'axe des abscisses ?

**Exercice 13** Dans un plan rapporté à un repère orthonormé, tracer la représentation graphique de la fonction  $x \mapsto x^2 \lfloor x \rfloor$

**Exercice 14** Dans un plan rapporté à un repère orthonormé, tracer la représentation graphique de la fonction  $f : x \mapsto x \lfloor x^2 \rfloor$

**Exercice 15** Représenter graphiquement les fonctions suivantes

☞  $f : x \mapsto x^2 + 1$

☞  $g : x \mapsto x^2 - 2$

☞  $h : x \mapsto (x - 2)^2$

$$\text{☞ } i : x \mapsto (x + 1)^2$$

$$\text{☞ } j : x \mapsto (x - 2)^2 + 2$$

$$\text{☞ } k : x \mapsto (x - 1)^2 - 1$$

$$\text{☞ } \ell : x \mapsto x^2 + 2x - 1$$

$$\text{☞ } m : x \mapsto x^2 - 4x + 3$$

**Exercice 16** Représenter graphiquement les fonctions suivantes

$$\text{☞ } f : x \mapsto |x^2 - 4|$$

$$\text{☞ } g : x \mapsto |x^2 - 2x|$$

**Exercice 17** ☞ Dans le plan on considère un repère orthonormé  $(O, i, j)$ .

$$\text{☞ Soit } a \in \mathbb{R}^*, D : y = -a \text{ et } F(0, a)$$

$$\text{☞ Soit } M(x, y) \text{ un point quelconque du plan}$$

1. Exprimer en fonction de  $x$  et de  $y$  la distance de  $M$  à  $D$  et la distance de  $M$  à  $F$
2. Déterminer l'ensemble  $E$  des points  $M$  tels que  $d(M, D) = MF$
3. Soit  $b \in \mathbb{R}^*$ , démontrer que tout point de la courbe  $P : y = bx^2$  est équidistant d'un point fixe et d'une droite fixe.

**Exercice 18** Soient

$$\text{☞ } m \in \mathbb{R}$$

$$\text{☞ } f_m : x \mapsto x^2 + mx + 3$$

$$\text{☞ } C_m \text{ le graphe de } f_m$$

$$\text{☞ } D : y = 3x - 4$$

Pour quelles valeurs du paramètre  $m$  la courbe  $C_m$  admet-elle la droite  $D$  comme tangente ?

**Exercice 19** 1. Déterminer  $a \in \mathbb{R}$  pour que le graphe  $P$  de la fonction  $f : x \mapsto ax^2$  passe par le point  $A(-2, -8)$ .

2. Écrire une équation de la droite  $D_t$  de coefficient directeur  $t \in \mathbb{R}$  et passant par  $A$ .
3.  $D_t$  recoupe  $P$  en un point  $M$ . Exprimer les coordonnées de  $M$  en fonction de  $t$ .
4. Déterminer  $t$  pour que  $M$  coïncide avec  $A$ .
5. En déduire que  $P$  admet une tangente en  $A$ . Déterminer une équation de cette tangente.
6. Soit  $I$  le milieu du segment  $[AM]$ . Exprimer les coordonnées de  $I$  en fonction de  $t$
7. Déterminer l'ensemble décrit par  $I$  lorsque  $t$  décrit  $\mathbb{R}$ .

**Exercice 20** Soient

☞  $f : x \mapsto \frac{3}{5}x^2$ .

☞  $P$  le graphe de  $f$

☞  $A$  le point de  $P$  d'abscisse  $-1$

☞  $m \in \mathbb{R}$ .

☞  $D$  la droite de pente  $m$  passant par  $A$

1. Déterminer une équation de  $D$ .
2. Démontrer que  $D$  coupe généralement  $P$  en un point  $M$  distinct de  $A$  et calculer les coordonnées de  $M$ .
3. Déterminer une équation de la tangente à  $P$  en  $A$ .
4. Dans le cas où le repère est orthonormé, déterminer  $m$  pour que le triangle  $OAM$  soit rectangle,  $O$  étant l'origine du repère.

**Exercice 21** ☞ Soit  $P$  la parabole  $P : y = x^2$

☞  $P$  partage le plan en deux régions :

☞ l'une  $R_1$  telle que  $y \geq x^2$

☞ l'autre  $R_2$  telle que  $y < x^2$

1. Soient  $A$  et  $B$  deux points quelconques de  $R_1$   
☞ Montrer que le segment  $[AB]$  est inclus dans  $R_1$
2. Cette propriété est-elle valable avec  $R_2$  ?

**Exercice 22** Soient

☞  $a, b, c \in \mathbb{R}$

☞  $f : x \mapsto ax^2 + bx + c$

☞  $G$  le graphe de  $f$

☞  $A(1, 2)$ ,  $B(0, 1)$  et  $C(-2, -13)$

1. Déterminer  $a, b, c \in \mathbb{R}$  pour que les points  $A, B, C$  appartiennent à  $G$ .
2. Construire cette courbe dans un repère orthonormé.

**Exercice 23** Soient

☞  $a, b, c \in \mathbb{R}$

☞  $f : x \mapsto ax^2 + bx + c$

☞  $G$  le graphe de  $f$

☞  $A(1, \frac{2}{3})$  et  $S(4, -1)$

1. Déterminer  $a, b, c \in \mathbb{R}$  pour que  $A \in G$  et pour que  $S$  soit le sommet de  $G$
2. Construire cette courbe dans un repère orthonormé

**Exercice 24**    ☞ Soit  $a \in \mathbb{R}_+^*$

☞ Soit  $ABC$  un triangle rectangle en  $A$  tel que  $AB = 4a$ ,  $AC = 3a$

☞ Un point  $M$  décrit le segment  $[BC]$

☞ On pose  $BM = x$

1. Calculer  $f(x) = MB^2 + MC^2 - MA^2$
2. Construire la courbe représentative de  $f$  dans un repère orthonormé

**Exercice 25**    ☞ On note  $\inf(a, b)$  le plus petit des réels  $a$  et  $b$ .

☞ Donner la représentation graphique de  $f : x \mapsto \inf(x^2, -2x^2 + 3)$

**Exercice 26** Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation  $x^2 - 3x = 0$

**Exercice 27** Résoudre dans  $\mathbb{Z}$  l'équation  $3x^2 + 7x = 0$

**Exercice 28** Résoudre dans  $\mathbb{C}$  l'équation  $x^2 - 16 = 0$

**Exercice 29** Résoudre dans  $\mathbb{R}$  ou  $\mathbb{C}$  l'équation  $2x^2 + 7 = 0$

**Exercice 30** Résoudre dans  $\mathbb{R}$  ou  $\mathbb{C}$  l'équation  $-4x^2 + 11x = 0$

**Exercice 31** Résoudre dans  $\mathbb{R}$  ou  $\mathbb{C}$  l'équation  $4x^2 + 9 = 0$

**Exercice 32** Résoudre dans  $\mathbb{R}$  ou  $\mathbb{C}$  l'équation  $(x + 5)^2 - 9 = 0$

**Exercice 33** Résoudre dans  $\mathbb{R}$  ou  $\mathbb{C}$  l'équation  $(2x - 3)^2 - 7 = 0$

**Exercice 34** Résoudre dans  $\mathbb{R}$  ou  $\mathbb{C}$  l'équation  $(2x - 7)^2 - (5x - 1)^2 = 0$

**Exercice 35** Résoudre dans  $\mathbb{R}$  ou  $\mathbb{C}$  l'équation  $(4x^2 - 25) + (10 - 4x)(7x + 3) = 0$

**Exercice 36** Résoudre dans  $\mathbb{R}$  ou  $\mathbb{C}$  l'équation  $6x^2 + x - 1 = 0$

**Exercice 37** Résoudre dans  $\mathbb{R}$  ou  $\mathbb{C}$  l'équation  $2x^2 + 7x - 22 = 0$

**Exercice 38** Résoudre dans  $\mathbb{R}$  ou  $\mathbb{C}$  l'équation  $-3x^2 + 4x + 55 = 0$

**Exercice 39** Résoudre dans  $\mathbb{R}$  ou  $\mathbb{C}$  l'équation  $3x^2 + 7x - 22 = 0$

**Exercice 40** Résoudre dans  $\mathbb{R}$  ou  $\mathbb{C}$  l'équation  $-3x^2 + 14x - 5 = 0$

**Exercice 41** Résoudre dans  $\mathbb{R}$  ou  $\mathbb{C}$  l'équation  $2x^2 + x\sqrt{3} - 1 = 0$

**Exercice 42** Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation  $x^2 - |x| - 20 = 0$

**Exercice 43** Résoudre dans  $\mathbb{R}$  ou  $\mathbb{C}$  l'équation  $\frac{3}{5}x^2 + \frac{1}{6}x - \frac{1}{15} = 0$

**Exercice 44** Résoudre dans  $\mathbb{R}$  ou  $\mathbb{C}$  l'équation  $\frac{1}{4}x^2 - \frac{x}{5} + \frac{1}{25} = 0$

**Exercice 45** Résoudre dans  $\mathbb{R}$  ou  $\mathbb{C}$  l'équation  $(x-3)(2x+1) = (x-5)(x-7) + (x-2)^2 + 4 - x$

**Exercice 46** Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation  $\frac{1}{x} + \frac{1}{x-2} = \frac{4}{3}$

**Exercice 47** Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation  $\frac{x-3}{x+1} - \frac{3x+1}{x-3} = \frac{5}{3}$

**Exercice 48** Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation  $\frac{x-3}{2x+1} + \frac{2x+1}{x-3} = \frac{25}{12}$

**Exercice 49** Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation  $\frac{3}{x-3} + \frac{4}{2x+1} = \frac{31}{4x-7}$

**Exercice 50** Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation  $\frac{1}{x-4} + \frac{8}{x-1} = \frac{15}{x+9}$

**Exercice 51** Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation

$$\frac{5x+1}{x-3} = \frac{3x+4}{x+1}$$

**Exercice 52** Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation

$$\frac{1}{x+1} + \frac{2}{x+2} + \frac{3}{x+3} = \frac{6}{x+4}$$

**Exercice 53** Résoudre algébriquement et graphiquement

$$\begin{cases} y &= x^2 \\ y &= 2x+3 \end{cases}$$

**Exercice 54** Résoudre algébriquement et graphiquement

$$\begin{cases} y &= 2x^2 \\ y &= -x+4 \end{cases}$$

**Exercice 55** Résoudre graphiquement et algébriquement

$$\begin{cases} y &= -\frac{1}{2}x^2 \\ y &= x-4 \end{cases}$$

**Exercice 56** Résoudre algébriquement et graphiquement

$$\begin{cases} y &= -x^2+4 \\ y &= 2x \end{cases}$$

**Exercice 57** Résoudre algébriquement et graphiquement

$$\begin{cases} y &= \frac{1}{x} \\ y &= x+2 \end{cases}$$

**Exercice 58** Résoudre algébriquement et graphiquement

$$\begin{cases} y &= x^2 \\ y &= -2x-1 \end{cases}$$

**Exercice 59** Résoudre algébriquement et graphiquement

$$\begin{cases} y = 2x - 1 \\ y = 2x^2 - 3x + 2 \end{cases}$$

**Exercice 60** Résoudre algébriquement et graphiquement

$$\begin{cases} y = 4x^2 - 5x + 4 \\ y = -2x^2 + 2x + 1 \end{cases}$$

**Exercice 61** Interprétez graphiquement le système d'inéquations

$$\begin{cases} y > x^2 \\ y < -2x + 3 \end{cases}$$

**Exercice 62** Interprétez graphiquement le système d'inéquations

$$\begin{cases} y - 2x^2 > 0 \\ y - x - 1 > 0 \end{cases}$$

**Exercice 63** Interprétez graphiquement le système d'inéquations

$$\begin{cases} x^2 + y < 0 \\ x - y - 3 < 0 \\ x - y - 1 > 0 \end{cases}$$

**Exercice 64** Interprétez graphiquement le système d'inéquations

$$\begin{cases} x^2 + y < 0 \\ x + y + 2 > 0 \\ -x + y + 2 > 0 \end{cases}$$

**Exercice 65** Interprétez graphiquement le système d'inéquations

$$\begin{cases} y > x^2 - 3x \\ x - 2y \geq -2 \end{cases}$$

**Exercice 66** Interprétez graphiquement le système d'inéquations

$$\begin{cases} x^2 - 2x - 2y + 1 < 0 \\ y^2 - 2y + x - 5 < 0 \end{cases}$$

**Exercice 67** ☞ La somme d'un nombre réel positif et de sa racine carrée est égale à  $\frac{195}{4}$ .

☞ Déterminer ce nombre

**Exercice 68** La somme d'un nombre réel et de son inverse est égale à  $\frac{58}{21}$ . Déterminer ce nombre.

**Exercice 69** ☞ Un automobiliste doit parcourir une distance de 450 *km* à une certaine vitesse moyenne.

☞ Si cette vitesse est diminuée de 10 *km/h*, la durée du trajet est augmentée de 1 *h* 30 *min*.

☞ Calculer la vitesse moyenne et le temps du trajet

**Exercice 70** ☞ Une somme de 3920€ est partagée également entre plusieurs personnes.

☞ S'il y avait deux personnes de plus, chaque part serait réduite de 224 €.

☞ Déterminer le nombre de personnes.

**Exercice 71** ☞ Soient  $a, b \in \mathbb{R}_+^*$

☞ Les côtés d'un triangle ont pour mesures respectives  $a, 2a, b$ .

☞ Déterminer  $x \in \mathbb{R}$  pour que le triangle de côtés  $a + x, 2a + x, b + x$  soit rectangle.

**Exercice 72** ☞ Soit  $a \in \mathbb{R}_+^*$

☞  $ABC$  triangle rectangle d'hypoténuse  $BC = a$

☞ Déterminer  $AB$  et  $AC$  si  $AB + AC = \frac{5a}{4}$

**Exercice 73** Calculer les côtés de l'angle droit d'un triangle rectangle  $ABC$  d'hypoténuse  $BC = a$  si l'aire du triangle est  $\frac{3a^2}{4}$

**Exercice 74** Soient

☞  $a \in \mathbb{R}_+^*$

☞ Un segment  $[AB]$  de longueur  $a$

☞ Un point  $M$  quelconque du segment  $[AB]$

☞ On construit d'un même côté de la droite  $(AB)$  les triangles rectangles isocèles  $AMP$  et  $BMQ$  d'hypoténuses respectives  $[AM]$  et  $[BM]$

☞  $x = AM$

1. Calculer  $x$  pour que  $PQ = \frac{3a}{5}$

2. Calculer  $x$  pour que l'aire du quadrilatère  $ABQP$  soit  $\frac{7a^2}{36}$

**Exercice 75** Un point  $M$  d'un demi-cercle de diamètre  $AB = 2R$  se projette orthogonalement en  $H$  sur la droite  $(AB)$

Déterminer le point  $M$  dans les cas suivants :

1.  $2AM - 3AH = \frac{4}{5}R$

2.  $AH^2 + 2HM^2 = 2R^2$

3.  $AM + HB = \frac{19}{8}R$

**Exercice 76** Dans un plan muni d'un repère orthonormé  $(O, i, j)$ , soient :

☞  $C$  la courbe représentative de la fonction  $x \mapsto x^2$

☞  $C'$  la courbe représentative de  $x \mapsto 2x^2 + 1$

☞  $S'$  le sommet de  $C'$

☞  $D$  une droite de pente variable  $m$  passant par  $S'$

☞  $M'$  et  $M''$  les points d'intersection de  $D$  et de  $C$

1. Démontrer que pour toutes valeurs de  $m$ ,  $(OM')$  et  $(OM'')$  sont orthogonales
2. Démontrer que  $I$ , milieu de  $[M'M'']$  est sur  $C'$
3. Calculer en fonction de  $m$  la longueur du segment  $[M'M'']$

**Exercice 77** 1. Soient  $f : x \mapsto x^2 + 2x$  et  $g : x \mapsto -2x^2 - 3x + 2$ . Construire dans un même repère orthonormé les courbes représentatives de  $f$  et  $g$ , notées  $P_1$  et  $P_2$ .

2. Calculer les coordonnées des points communs aux deux courbes
3. On désigne par  $A$  le point commun d'abscisse négative. Soit  $D$  la droite de coefficient directeur  $m$  passant par  $A$ . Déterminer les coordonnées des points  $M_1$  et  $M_2$  où  $D$  recoupe  $P_1$  et  $P_2$ .
4. Exprimer en fonction de  $m$  les coordonnées de  $I$  milieu de  $[M_1M_2]$
5. Déterminer  $m$  pour que  $A$  soit le milieu de  $[M_1M_2]$
6. Préciser l'ensemble des points  $I$  quand  $m$  décrit  $\mathbb{R}$

**Exercice 78** Soient

☞  $a \in \mathbb{R}_+^*$

☞  $P : x^2 = 2ay$

☞  $M(x_0, y_0)$

1. À quelle condition sur  $x_0$  et  $y_0$  existe-t-il deux tangentes à  $P$  passant par  $M$  ?
2. Lorsque cette condition est réalisée, à quelle condition ces deux tangentes sont-elles orthogonales ?