

EPF

Exercice 1 On lance deux dés et on s'intéresse à l'écart entre les deux résultats.

- ☞ Quel est l'univers de cette expérience ?
- ☞ Quelle est la fréquence de chaque résultat ?

Exercice 2 On tire simultanément trois cartes dans un jeu de 32 cartes et on s'intéresse à la présence d'au moins un as.

- ☞ Quel est l'univers associé à cette expérience aléatoire ?
- ☞ Quelle est la fréquence de chaque résultat ?

Exercice 3 Soient

- ☞ $\Omega = \{\star, \square, \bullet\}$
- ☞ $a, b \in \mathbb{R}_+$ tels que $a + b \leq 1$

On demande :

1. Montrer que l'on définit une unique probabilité P sur Ω en posant $P(\{\star\}) = a$ et $P(\{\square\}) = b$. Calculer les probabilités de tous les autres événements.
2. Quelle(s) condition(s) alternative(s) doit on prendre sur a et b si l'on souhaite définir une probabilité P' sur Ω en posant $P'(\{\star, \bullet\}) = a$ et $P'(\{\star, \square\}) = b$?

Exercice 4 ☞ On choisit un entier N aléatoirement entre 0 et 9 (compris)

- ☞ on pose $\Omega = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$
- ☞ On considère les événements
 - ☞ $A = \{N \leq 5\}$
 - ☞ $B = \{3 \leq N \leq 7\}$
 - ☞ $C = \{N \text{ est pair et } N > 0\}$

Décrire les événements suivants à l'aide d'événements élémentaires :

- ☞ $A \cap B \cap C$
- ☞ $A \cup (B \cap \overline{C})$
- ☞ $(A \cup B) \cap \overline{C}$
- ☞ $(A \cap B) \cap [\overline{(A \cup C)}]$

Exercice 5 Soient A , B et C trois événements quelconques dans un univers donné Ω .

Soient les événements :

- ☞ E_1 "deux au moins des événements A , B et C sont réalisés."
- ☞ E_2 "exactement deux des événements A , B et C sont réalisés"
- ☞ E_3 "Au moins un des événements A , B et C est réalisé"

☞ E_4 "exactement un des événements A , B et C est réalisé"

☞ E_5 "Pas plus de deux événement A , B et C ne sont réalisés"

Exprimer ces événements à l'aide d'unions, intersections et complémentaires faisant intervenir les événements A , B et C .

Exercice 6 On tire 3 cartes simultanément dans un jeu de 32 cartes. On considère les événements

☞ E_0 on a tiré aucun as

☞ E_1 on a tiré exactement un as

☞ E_2 on a tiré exactement deux as

☞ E_3 on a tiré exactement trois as

☞ E_4 "on a tiré tous les as"

☞ E_5 "on a tiré au moins un as"

☞ E_6 "on a tiré au plus un as"

Calculer la probabilité de chaque événement

Exercice 7 ☞ Une urne contient 10 boules :

⇔ 3 blanches

⇔ 7 noires

Quelle est la probabilité de l'événement N_i : « on a tiré i boules noires » lorsque

1. On tire successivement deux boules avec remise
2. On tire successivement deux boules sans remise
3. On tire simultanément deux boules

Exercice 8 On lance 1 dé à six faces non truqué.

☞ Quelle est la probabilité que le résultat soit pair ?

☞ Tiens, le résultat est inférieur ou égal à 3 !

⇔ Quelle est la probabilité que le résultat soit pair ?

Exercice 9 ☞ On dispose de deux urnes U_1 et U_2 totalement indiscernables

☞ U_1 contient 1 boule rouge et 9 boules vertes

☞ U_2 contient 8 boules rouges et 2 boules vertes

☞ On tire une boule dans l'une des urnes :

⇔ Quelle est la probabilité qu'elle provienne de U_1 ?

⇔ Tiens, la boule est rouge !

* Quelle est la probabilité qu'elle provienne de U_1 ?

Exercice 10 ☞ On dispose de trois boîtes indiscernables de boulons.

- ☞ deux d'entre elles contiennent 1% de pièces défectueuses
- ☞ la troisième contient 5% de pièces défectueuses
- ☞ On choisit l'une des boîtes au hasard
- ☞ On tire, avec remise, 4 boulons au hasard
- ☞ on constate qu'un seul boulon est défectueux
- ☞ Quelle est la probabilité qu'il s'agisse du troisième lot ?

Exercice 11 On lance deux dés et on définit les événements :

- ☞ E_1 : le résultat du lancer du premier dé est pair
- ☞ E_2 : le résultat du lancer du second dé est pair
- ☞ E_3 : la somme des deux résultats est impaire

Étudier l'indépendance mutuelle et 2 à 2.

Exercice 12 ☞ Donner un exemple d'espace probabilisé (ω, P) et de deux événements A et B tels que $P(A \setminus B) \neq P(A) - P(B)$

- ☞ Étudier le cas général

Exercice 13 ☞ Un joueur tire au hasard 7 pièces simultanément dans un jeu de dominos.

- ⇔ Quelle est la probabilité qu'il obtienne le double 6 ?
- ⇔ Quelle est la probabilité qu'il n'obtienne aucun double ?
- ⇔ Quelle est la probabilité qu'il obtienne tous les doubles ?
- ☞ Un deuxième joueur tire au hasard 7 pièces dans le reliquat de dominos
 - ⇔ Quelle est la probabilité qu'il obtienne le double 6 ?
- ☞ les événements «le premier joueur tire le double 6» et «le deuxième joueur tire le double 6» sont-ils indépendants ?

Exercice 14 On considère l'expérience :

- ☞ On lance trois dés usuels à 6 faces, bien équilibrés
- ☞ et on effectue la somme des deux plus grands numéros obtenus

On demande :

- ☞ Quel est l'univers associé à cette expérience ?
- ☞ Quelle est la fréquence d'obtention de chaque résultat de cette expérience ?

Exercice 15 On effectue l'expérience : on tire deux cartes successivement sans remise dans un jeu ordinaire de 32 cartes

- ☞ Quel est l'univers associé à cette expérience ?
- ☞ Quelle est la fréquence d'obtention de chaque résultat de cette expérience ?

Mêmes questions lorsque les deux cartes sont tirées simultanément

Exercice 16 ☞ Dans une urne opaque on a déposé

- ⇔ 1 boule rouge
- ⇔ 2 boules vertes
- ⇔ 3 boules bleues

- ☞ On tire simultanément 2 boules de cette urne.
On demande
- ☞ Quel est l'univers associé à cette expérience ?
- ☞ Quelle est la fréquence d'obtention de chaque résultat de cette expérience ?

Exercice 17 ☞ On lance 5 dés simultanément.

- ☞ Quelle est la probabilité d'obtenir 5 numéros distincts ?

Exercice 18 On dispose de deux jeux de 52 cartes.

Quelle est la probabilité d'obtenir 2 as dans chacun des cas suivants :

- ☞ On tire une carte dans chacun des deux paquets
- ☞ On regroupe les deux paquets et On tire sans remise deux cartes du jeu
- ☞ On regroupe les deux paquets. On tire avec remise deux cartes du jeu

Exercice 19 ☞ On joue à pile ou face et on s'arrête lorsque l'on a obtenu 3 "pile".

- ☞ Quelle est la probabilité que le jeu s'arrête au plus tard au dixième lancer ?
- ☞ Même question si l'on impose que les 3 "pile" soient consécutifs.

Exercice 20 On tire une boule au hasard dans une urne contenant

- ☞ 5 boules rouges portant les numéros 1,2,3,4,5
- ☞ 8 boules vertes portant les numéros 1,1,1,2,3,3,3,5
- ☞ 6 boules bleues portant les numéros 1,1,2,4,4,5

Alors, pour chaque $i \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$, déterminer

1. la probabilité que la boule porte le numéro i
 2. la probabilité que la boule soit verte sachant qu'elle porte le numéro i .
- ☞ On tire une deuxième boule
3. Déterminer la probabilité que la deuxième boule soit de la même couleur que la première

Exercice 21 ☞ Une urne contient 3 boules rouges, 5 boules vertes et 8 boules blanches. On tire deux boules simultanément

1. Quelle est la probabilité que l'une au moins des boules soit rouge ?
2. Quelle est la probabilité que l'une exactement soit blanche ?
3. Les deux boules sont de la même couleur

☞ Quelle est la probabilité qu'elles soient blanches ?

4. Les deux boules sont de couleurs distinctes

☞ Quelle est la probabilité que l'une au moins soit blanche ?

5. L'une des deux boules est blanche

☞ Quelle est la probabilité que l'autre aussi soit blanche ?

Reprendre toutes ces questions lorsque l'on tire deux boules successivement avec remise.

Exercice 22 ☞ On dispose d'une urne blanche U_B et d'une urne noire U_N

☞ U_B contient 5 boules blanches et 5 boules noires

☞ U_N contient 2 boules blanches et 8 boules noires

☞ Pour commencer on tire une boule dans l'urne U_B

☞ Après avoir identifié la couleur de la boule, on la remet dans U_B

☞ On tire à nouveau une boule mais cette fois-ci dans l'urne qui a la couleur de la boule qui vient d'être tirée

☞ On regarde à nouveau la couleur de la boule et on la remet dans l'urne où elle a été prise

☞ On recommence le processus n fois, n étant un entier naturel non nul fixé

Quelle est la probabilité que la n^{e} boule tirée soit blanche ?

Exercice 23 ☞ 2 garçons et deux filles jouent au ballon. C'est un garçon qui amène le ballon.

☞ Chaque enfant lance la balle à l'un des trois partenaires aléatoirement :

⇔ Une fille envoie le ballon équitablement à chacun de ses partenaires

⇔ un garçon envoie le ballon à chacune des filles avec la probabilité $\frac{1}{4}$

quelle est la probabilité qu'après le n^{e} lancer un garçon soit en possession du ballon ?

Exercice 24 Peut-on truquer deux pièces de monnaie de telle sorte que lors du lancer simultané de ces deux pièces, la probabilité sur l'univers $\{pp, pf, ff\}$ soit uniforme ?