

# Valeur-Absolue

**Exercice 1** Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'inéquation  $|2x - 3| > 2$

**Exercice 2** Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'inéquation

$$|x - 1| < |3x - 2|$$

**Exercice 3** Résoudre l'inéquation  $x + |x| \leq |2x + 1|$

**Exercice 4** Soit  $m$  un paramètre réel.

Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation

$$|x - m| = 2x + |m + 1|$$

**Exercice 5** Soit  $m$  un paramètre réel. Résoudre l'équation

$$|x| = |2x + m|$$

**Exercice 6** On suppose donné la représentation graphique d'une fonction  $f$  définie de  $\mathbb{R}$  dans  $\mathbb{R}$ .  
Comment obtenir la représentation graphique de

☞  $g : x \mapsto |f(x)|$  ?

☞  $h : x \mapsto f(|x|)$  ?

**Exercice 7** Montrer que la fonction valeur absolue n'est pas affine sur  $\mathbb{R}$ .

**Exercice 8** Représenter graphiquement la fonction  $f : x \mapsto ||x + 1| - |2x - 1||$

**Exercice 9** On considère la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$ , par

☞  $f(x) = -4 - 2x$  si  $x \leq -1$

☞  $f(x) = -2$  si  $-1 < x \leq -\frac{2}{3}$

☞  $f(x) = 6x + 2$  si  $-\frac{2}{3} < x \leq \frac{1}{2}$

☞  $f(x) = 4 + 2x$  si  $x > \frac{1}{2}$ .

Écrire  $f$  comme somme ou différence de fonctions du type  $x \mapsto |ax + b|$

**Exercice 10** Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation  $|2x + 1| = 4$

**Exercice 11** Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation  $|x + 3| = |2x - 4|$

**Exercice 12** Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation  $1 + |x - 1| = |3x + 4|$

**Exercice 13** Étudier la dérivabilité sur  $\mathbb{R}$  de la fonction  $x \mapsto |x^7 + 3x^6 - 6x^5 - 28x^4 - 24x^3|$

**Exercice 14** Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation

$$|x + m| = m + 1 + |x - m|$$

où  $m$  est un paramètre réel.

**Exercice 15** Déterminer les cas d'égalité dans les inégalités triangulaires

**Exercice 16** Représenter graphiquement la fonction

$$x \mapsto |x + 2| + |x + 4| - |x - 3|$$

**Exercice 17** Montrer que pour tout  $x$  réel et tout entier naturel  $n$  :

$$|\sin(nx)| \leq n|\sin x|$$

**Exercice 18** Déterminer les primitives sur  $\mathbb{R}$  de la fonction  $x \mapsto |x|$ .

**Exercice 19** Soit  $f : x \mapsto |x + 4| - |x - 2| + |x - 5|$

Déterminer en fonction du réel  $m$  le nombre de solutions réelles de l'équation  $f(x) = m$ .

**Exercice 20** Calculer

$$\int_0^6 ||x - 3| - |x - 2|| \cdot dx$$

**Exercice 21** Démontrer :

$$\forall x, y \in \mathbb{R} \quad |x| + |y| \leq |x + y| + |x - y|$$

**Exercice 22** Démontrer :

$$\forall x, y \in \mathbb{R} \quad 1 + |xy - 1| \leq (1 + |x - 1|) \cdot (1 + |y - 1|)$$

**Exercice 23** Démontrer :

$$\forall x, y \in \mathbb{R} \quad \frac{|x + y|}{1 + |x + y|} \leq \frac{|x|}{1 + |x|} + \frac{|y|}{1 + |y|}$$

**Exercice 24** Démontrer :

$$\forall x, y \in \mathbb{R}^* \quad \max(|x|, |y|) \cdot \left| \frac{x}{|x|} - \frac{y}{|y|} \right| \leq 2|x - y|$$

**Exercice 25** ☞ Démontrer :

$$\forall x, y \in \mathbb{R} \quad \max(x, y) = \frac{x + y + |x - y|}{2}$$

☞ Trouver une formule pour  $\min(x, y)$