Particles v.2 (бонусное)

Для тех, кто ещё не совсем забыл школьную физику

Нужно добавить вращение

- В методе Update обновляете ещё и угловые переменные:

```
class Ball: public MaterialPoint
{
public:
  float radius;

  float angularAcceleration;
  float angularVelocity;
  float angle;
```

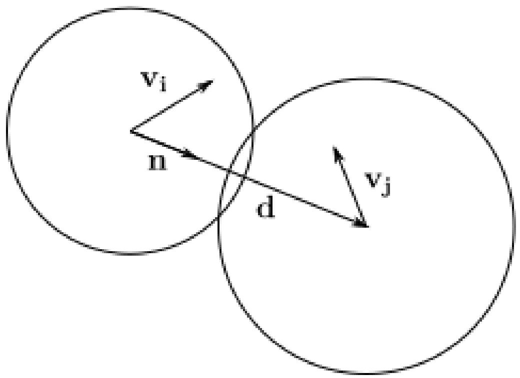
- Можно рассмотреть два случая взаимодействия: 1) шары ударяются без проскальзывания, 2) либо с проскальзыванием, когда задан некий конечный коэффициент трения μ.

Добавляем вращение

- Второй случай получается путем модификации первого, поэтому следует начать с него
- Круто было бы самим вывести соответствующие формулы. На следующем слайде кратко описаны идеи для вывода.
- Через слайд представлены формулы, с которыми можно свериться (p.s. знаки мог где-нибудь перепутать)

Основная идея упражнения кроется в 5 строчках формул … у нас есть интуитивное представление того, как шары должны сталкиваться, поэтому ошибки в формулах будут проявляться уже после нескольких столкновений

Что было, когда вращения и трения не было



1. $|\mathbf{d}| \leq r_i + r_j$
2. $(\mathbf{v_j} - \mathbf{v_i}) \cdot \mathbf{d} \leq 0$
3. $\mathbf{\Delta p} = \left(2\left(\frac{\mathbf{v_j} - \mathbf{v_i}}{\frac{1}{m_i} + \frac{1}{m_j}}\right) \cdot \mathbf{n}\right)\mathbf{n}$
4. $\mathbf{v_j'} = \mathbf{v_j} + \frac{\mathbf{\Delta p}}{m_j} \quad \mathbf{v_i'} = \mathbf{v_i} - \frac{\mathbf{\Delta p}}{m_i}$

Неупругое столкновение: 2 в формуле для $\Delta\vec{p}$ заменить на $(1 + bounceFactor)$, $bounceFactor \in [0 \ldots 1]$

Фактически, мы сказали, что у нас есть обменный импульс $\Delta\vec{p}$, которым обмениваются шары при ударе, что обеспечивает выполнение ЗСИ. Далее выписав ЗСЭ, предполагая, что обменный импульс направлен вдоль вектора $\vec{n}$, соединяющего центры шаров, получили формулу №3.

А теперь появилось вращение

- В точка касания шаров проведем ось $\vec{\tau}$, перпендикулярную $\vec{n}.$ Для выполнения законов сохранения у нас теперь будет два обменных импульса: $\Delta\vec{p}_n = \lambda_n\vec{n}$ и $\Delta\vec{p}_\tau = \lambda_\tau\vec{\tau}, \Delta\vec{p} = \Delta\vec{p}_n$+$\Delta\vec{p}_\tau$
- Осталось записать два уравнения: 1) после удара в точка касания нет проскальзывания, т.е. проекции скоростей шаров в точке касания на ось $\vec{\tau}$ совпадают. Отсюда находим λ_τ. 2) Вдоль оси $\vec{n}$ шары фактически обмениваются импульсами. Находим λ_n.

Конечные формулы

- В первом уравнении слагаемые $\vec{n} \cdot \vec{\tau}$ равны 0, т.к. эти векторы перпендикулярны.
- Пусть сталкиваются шары 1 и 2:

$$1/m = 1/m_1 + 1/m_2$$

$$\lambda_n = \frac{(\vec{v}_2 - \vec{v}_1)\vec{n}}{1/m}(1 + bounceFactor)$$

$$\lambda_\tau = \frac{(\vec{v}_2 - \vec{v}_1)\vec{\tau} - \omega_2 r_2 - \omega_1 r_1}{1/m + r_1^2/J_1 + r_2^2/J_2}$$

P.S. λ_n такое же, как в случае без вращения.

Конечные формулы

- Формула для корректировки скорости остается такой же, как в случае без вращения с учётом того, что теперь

$$\Delta\vec{p} = \lambda_n \vec{n} + \lambda_\tau \vec{\tau}$$

- Для угловой скорости

$$\omega_1' = \omega_1 + \frac{\lambda_\tau r_1 \left(\vec{\tau} \times \vec{n}\right)}{J_1}, \omega_2' = \omega_2 + \frac{\lambda_\tau r_2 \left(\vec{\tau} \times \vec{n}\right)}{J_2}$$

P.S. Мы считаем, что результат векторного произведения в 2D - скаляр

Замечания

- В случае столкновений, когда шары не проскальзывают энергия не должна сохраняться (может только убывать), т.к. мы задаем фактически бесконечный коэф. трения.
- Проверить корректность знаков в формулах можно путем «мысленных» экспериментов, например, приводя в контакт шары, вращающиеся навстречу друг другу с одинаковой по модулю скоростью и т.п.
- Как проверить, что ф-ла верная, хоть даже и выглядит всё правдоподобно? При выводе ф-лы мы пользовались тем, что в точке контакта нет проскальзывания. Проверьте после всех корректировок скоростей и угловых скоростей, выполняется ли это условие.
- Когда вы вызываете у sf::Sprite метод .rotate(45), то он повернётся по часовой стрелке на 45 градусов, а не против часовой. В этот момент может начаться путаница с левой и правой системами координат. Лучше не выдумывать, а вызывать метод rotate(-angle), чтобы система координат осталась правой.

Переход от бесконечного коэф. трения к конечному

- Дополнительная корректировка для λ_τ :

$$m\Delta v_{\vec{n}} = \Delta\vec{p}_{\vec{n}} = \int\limits_0^T \vec{N}dt$$

$$\Delta\vec{p}_{\vec{\tau}} = \int\limits_0^T \vec{f}_{трения}dt, \left|\vec{f}_{трения}\right| \le \mu\left|\vec{N}\right|$$

$$\rightarrow \left|\Delta\vec{p}_{\vec{\tau}}\right| \le \mu\left|\Delta\vec{p}_{\vec{n}}\right| \Leftrightarrow \left|\lambda_\tau\right| \le \mu\left|\lambda_n\right|$$

P.S. знак у λ_τ не должен измениться после этой корректировки.

Столкновение со стенкой

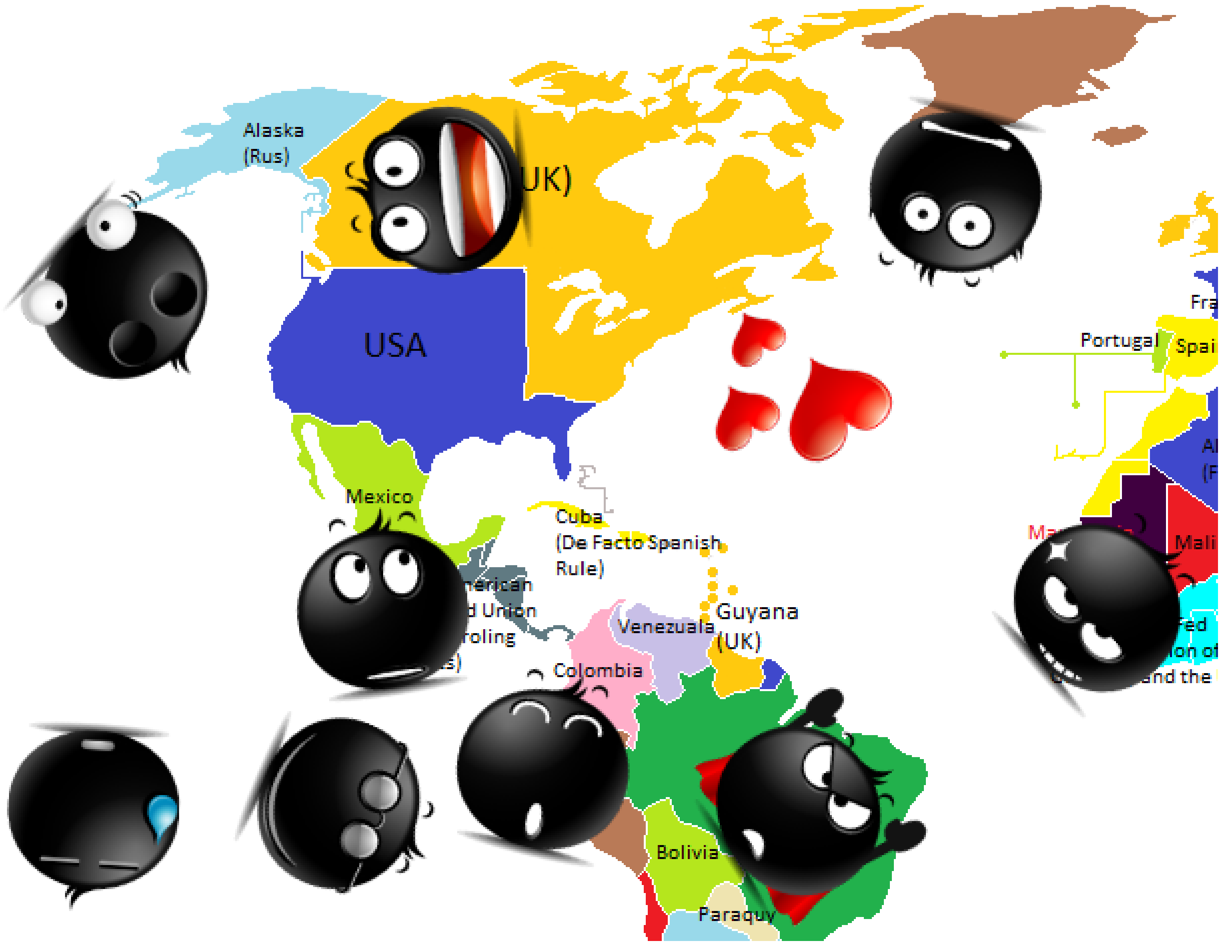
- Вывести формулы, зная ответ для столкновения двух шаров очень просто: достаточно положить m_2 и J_2 равными бесконечности и правильно посчитать вектора $\vec{n}$ и $\vec{\tau}$

Внешние силы

Можно реализовать «таскание» шаров, приложив к ним внешние силы:

- Левой кнопкой мыши вы выбираете шар, и пока она зажата прикладываете силу от центра шара (O) к курсору мыши (M) пропорциональную длине отрезка OM.
- При отпускании левой кнопки мыши внешняя сила исчезает.
- Силу для отладки можно визуализировать отрезком на экране

Успехов


Alaska
(Rus)
UK)
USA
Mexico
Cuba
(De Facto Spanish
Rule)
Venezuala
Guyana
(UK)
Colombia
Bolivia
Paraquy
Portugal
Mali