

Devoir 1

Date de remise : Lundi 23 septembre 2019

Moment d'inertie et accélération angulaire

On désire simuler le vol d'un drone de livraison comme celui montré sur la figure 1. On peut représenter ce drone (voir figure 2) par une demi-sphère pleine de masse $m_s=1.5$ kg, de rayon $R_s=30$ cm sur laquelle sont soudés quatre bras creux cylindriques et horizontaux de longueur $L_b=50$ cm, de rayon $R_b=2.5$ cm et de masse $m_b=0.2$ kg. Au bout de chaque bras est fixé, de façon solidaire, un moteur représenté par un cylindre vertical plein de hauteur $H_m=10$ cm, de rayon $R_m=5$ cm et de masse $m_m=0.4$ kg. Les moteurs sont munis d'hélices de masse négligeable. Les bras et les moteurs sont numérotés de 1 à 4 comme montré sur la figure 2 (M_i et B_i avec i qui varie de 1 à 4).



Figure 1: Photo d'un drone de livraison.

Le système d'axes lié au drone ($oxyz$) a comme origine \vec{r}_o le point au centre de la base circulaire de la demi-sphère. Les orientations des axes ox , oy et oz sont indiquées sur la figure 2. On considérera que les bases des moteurs et les faces inférieures des bras sont dans le plan $z=0$.

Lorsqu'il tourne à plein régime, chaque moteur peut exercer une force maximale $F_{\max}=25$ N dirigée dans l'axe du moteur. Lors du vol du drone, la puissance électrique fournie à chacun des moteurs est ajustée de façon individuelle afin de pouvoir guider le drone. La force exercée par un moteur peut alors s'écrire :

$$\vec{F}_i = f_i F_{\max} \hat{z} \quad (1)$$

avec f_i un nombre réel variant entre 0 et 1, l'indice i représente le numéro du moteur et \hat{z} , le vecteur unitaire de l'axe oz du référentiel lié au drone.

Le drone transporte un colis de masse $m_c=1.2$ kg et ayant la forme d'un parallélépipède de longueur $L_c=0.7$ m dans la direction ox , de largeur $l_c=0.4$ m dans la direction oy et de

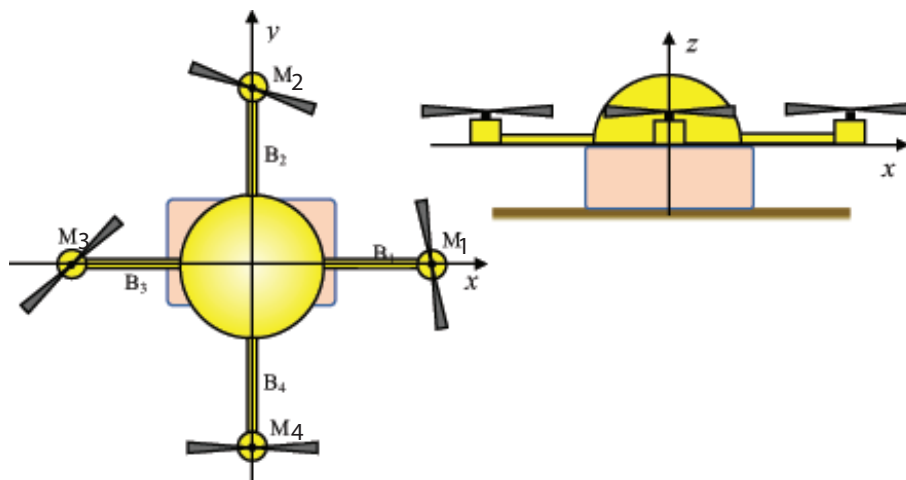


Figure 2: Modèle du drone de livraison avec sa cargaison. Vue de haut (figure de gauche) et de face (figure de droite).

hauteur $H_c=0.25$ m dans la direction oz . Le colis, considéré comme homogène (son centre de masse coïncide avec son centre géométrique) est collé sous la demi-sphère tout en étant légèrement décalé dans la direction oy positif de sorte que son centre de masse est localisé à $\vec{r}_c = (0, 0.1, -0.125)$ m. À l'instant initial, le drone repose sur le sol tel que représenté sur la figure 2. À cette position, le système d'axes du laboratoire ($OXYZ$) est confondu avec le système d'axes lié au drone ($oxyz$) décrit plus haut.

But du devoir

Le but de ce devoir est de programmer une fonction Matlab ou Octave qui permet de calculer la position du centre de masse, le moment d'inertie et l'accélération angulaire du Drone pour différentes conditions initiales. La fonction demandée doit pouvoir être appelée comme suit :

```
[pcm MI aa]=Devoir1(pos,mu,va,fi)
```

Les données d'entrée pour cette fonction sont :

- $\text{pos}=[\text{pos}_x;\text{pos}_y;\text{pos}_z]$ est le vecteur \vec{r}_0 indiquant, dans le référentiel du laboratoire, la position de l'origine du référentiel lié au drone (en m).
- μ représente l'angle de rotation μ (en rad) du système drone+colis (voir figure 3) autour de l'axe OY (on se limitera à ce seul axe de rotation).
- $\text{va}=[\text{va}_x;\text{va}_y;\text{va}_z]$ est le vecteur $\vec{\omega}$ décrivant la vitesse angulaire (en rad/s) du système drone+colis autour de son centre de masse.

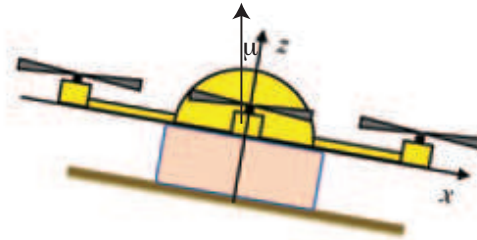


Figure 3: Système drone+colis après rotation d'un angle μ autour de l'axe OY .

- $f_i = [f_1 \ f_2 \ f_3 \ f_4]$ est un vecteur de quatre composantes indiquant les coefficients f_i du moteur M_i .

Les résultats produits par cette fonction Matlab sont :

- $pcm = [pcm_x; pcm_y; pcm_z]$, le vecteur \vec{r}_{CM} indiquant la position du centre de masse du système drone+colis en m.
- MI , la matrice de moment d'inertie I du système drone+colis par rapport à son centre de masse dans un système de référence aligné avec celui du laboratoire ($kg \times m^2$) ;
- $aa = [aa_x; aa_y; aa_z]$, le vecteur $\vec{\alpha}$ indiquant l'accélération angulaire du système drone+colis autour de son centre de masse en rad/s^2 .

Simulations requises

Vous devez ensuite utiliser cette fonction pour analyser deux différentes situations :

- Cas 1.

Le drone est au sol (position indiquée sur la figure 2 à droite) et sa vitesse angulaire est nulle. La force appliquée par chaque moteur est maximale.

- Cas 2.

Le drone est dans les airs, la position du point $\vec{r}_o = (2.5, 0.0, 30.5)$ m et les coefficients f_i sont (0.4, 0.5, 0.6, 0.5). Le drone a subi une rotation de $\mu = 0.05$ rad autour de l'axe OY (voir figure 3) et sa vitesse angulaire est $\vec{\omega} = (0, 0.05, 0.001)$ rad/s.

Instructions pour le devoir

Le devoir sera noté sur 25. Cette note sera divisée en deux parties : 20 points seront alloués au rapport et 5 points à la fonction `Devoir1.m` que vous devez rendre avec le rapport.

- Évaluation du rapport (20 points)
 1. Mise en page (1 point).

Ces points sont accordés pour la qualité globale du rapport.
 2. Orthographe et syntaxe (1 point)

Le rapport devrait, si possible, être exempt d'erreurs de syntaxe.
 3. Introduction (1 point)

Le rapport doit inclure une brève description du devoir.
 4. Théorie et équations(6 points)

Vous devez fournir les équations utilisées par le logiciel.
 5. Présentation et analyse des résultats (10 points)

Vous devez présenter et discuter les résultats obtenus pour les deux simulations requises.
 6. Conclusion (1 point)

Vous devez inclure une discussion des problèmes rencontrés lors de la programmation et des simulations.
- Évaluation de la fonction requise pour les simulations (5 points). Celle-ci peut être validée en utilisant la fonction **RouleDevoir1.m** fournie sur moodle.
 1. L'interface utilisateur est conforme aux instructions du devoir (1,5 point).
 2. Le logiciel peut être exécuté (2,0 points).
 3. Le logiciel possède toutes les fonctions demandées (1,5 point).
- Remise du devoir
 1. Les copies imprimées des devoirs doivent être rendues au bureau B258.12 au plus tard à 17 heures le 23 septembre 2019.
 2. Les travaux doivent être remis avec la page couverture fournie sur le site moodle du cours. Le numéro du groupe, de l'équipe qui vous est assignée et les noms et matricules des étudiants membres de l'équipe doivent être fournis sur cette page, de façon à faciliter le travail du correcteur.
 3. Les logiciels Matlab et Octave sont les seuls permis lors de la remise des travaux.
 4. Les sources des programmes doivent être transmises par courriel à l'adresse suivante : guy.marleau@polymtl.ca.
 5. L'objet du message doit avoir la forme suivante :

PHS4700 : Groupe X, équipe Y, devoir 1

avec X votre numéro de groupe, Y le numéro d'équipe qui vous sera assigné et Z le numéro du devoir.

6. Le correcteur examinera vos fichiers sources pour s'assurer que l'information fournie dans le rapport est bien celle obtenue avec vos fichiers. Assurez-vous que ces fichiers sont exécutables sans erreur.

Centre de masse et moment d'inertie d'une demi-sphère pleine de masse volumique uniforme

Le centre de masse d'une demi-sphère pleine de rayon R (voir figure 4) est situé sur son axe de symétrie oz à une distance de $3R/8$ de sa base. Son moment d'inertie par rapport à son centre de masse est donné par :

$$\mathbf{I} = \begin{pmatrix} \frac{83}{320} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{83}{320} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{2}{5} \end{pmatrix} mR^2$$

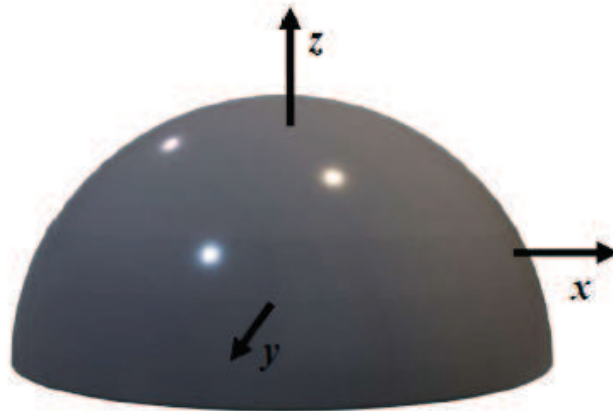


Figure 4: Géométrie d'une demi-sphère.