

Devoir 2

Date de remise : Lundi 21 octobre 2019

Trajectoire d'une balle au golf

Ce devoir consiste à programmer une application qui permet de déterminer le trajet que suit une balle de golf en vol jusqu'à ce qu'elle touche le sol, quitte le jeu ou entre directement dans la coupe. Les principales caractéristiques du jeu de golf que vous simulerez sont les suivantes :

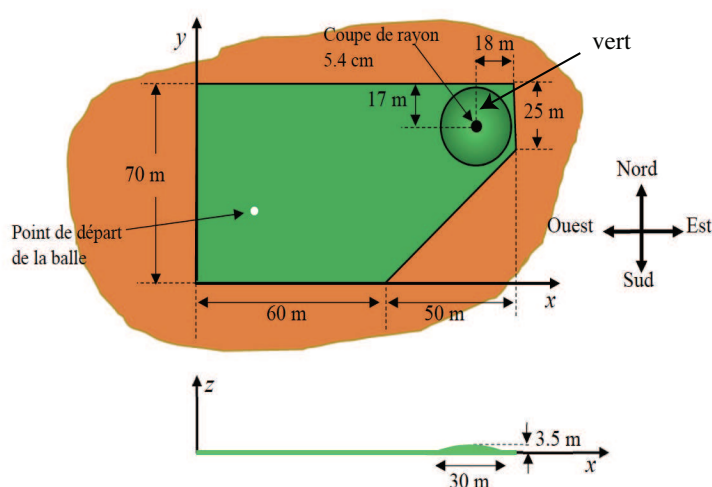


Figure 1: Géométrie du terrain de golf

1. Le terrain.

- Le terrain a la forme décrite à la figure 1 (région en vert). Il comporte un vert ayant la forme d'une calotte sphérique de hauteur $H=3.5$ m et de diamètre $D=30$ m. Il est plat partout ailleurs.
- La coupe a un rayon $R_{\text{coupe}} = 5.4$ cm et la position de son centre \vec{r}_{coupe} se situe exactement au sommet du vert indiqué dans la figure.
- Le terrain est situé dans une région boisée (illustré en marron dans la figure) que la balle ne peut traverser.

2. La balle sphérique

- Masse $m_b = 45.9$ g.
- Rayon $R_b = 21.35$ mm.

- La balle est initialement déposée à la surface du sol (une position initiale possible pour la balle est illustrée à la figure 1).
- La vitesse initiale du centre de masse de la balle $|\vec{v}_b(0)|$ ne peut jamais excéder 100 m/s.
- La vitesse angulaire de la balle autour de son centre de masse ($\vec{\omega}_b$) demeurera constante dans vos simulations.

Trois différentes options de simulation devront être considérées.

- Option 1

Seulement la force gravitationnelle agit sur la balle.

$$\vec{F}_g = m_b(0, 0, -9.8)^T$$

- Option 2

En plus de la force gravitationnelle, la balle subit une force de frottement visqueux $\vec{F}_v(\vec{v}_b)$ donnée par

$$\vec{F}_v(\vec{v}_b) = -\frac{\rho C_v A}{2} |\vec{v}_b| \vec{v}_b$$

Ici, $A = \pi r^2$ est l'aire effective de la balle, $\rho = 1.2 \text{ kg/m}^3$ est la masse volumique de l'air et $C_v = 0.14$.

- Option 3

En plus de la force gravitationnelle et de la force de frottement visqueux, la balle subit aussi une force de Magnus \vec{F}_M donnée par

$$\vec{F}_M(\vec{v}_b, \vec{\omega}_b) = \frac{\rho C_M(|\vec{\omega}_b|) A}{2} |\vec{v}_b|^2 \frac{(\vec{\omega}_b \times \vec{v}_b)}{|\vec{\omega}_b \times \vec{v}_b|}$$

Ici, $C_M(|\vec{\omega}_b|)$ est le coefficient de Magnus donné par la relation

$$C_M(|\vec{\omega}_b|) = 0.000791 |\vec{\omega}_b|$$

But du devoir

Le but de ce devoir est de programmer une fonction Matlab ou Octave qui permet de simuler la trajectoire de la balle de golf pour les trois options de simulation décrites ci-dessus, d'utiliser cette fonction pour analyser trois différents coups pour chaque option et d'analyser ces coups. La fonction demandée doit pouvoir être appelée comme suit

```
[coup vbf t rbt]=Devoir2(option,xy0,vb0,wb0)
```

où les données d'entrée sont

- `option` représente le type de simulation considérée avec
 - `option=1`, seulement la force gravitationnelle est présente ;
 - `option=2`, la force gravitationnelle et la force visqueuse sont activées ;
 - `option=3`, les trois forces sont prises en compte.
- `xy0=[x_c(0); y_c(0)]` est un vecteur de deux éléments contenant respectivement les positions initiales en x et en y (en m) du centre de masse de la balle. On supposera que la position z du centre de masse de la balle est telle que la balle est en contact avec le sol.
- `vb0=[v_x(0); v_y(0); v_x(0)]` est un vecteur contenant les trois composantes du vecteur vitesse initial du centre de masse de la balle (en m/s).
- `wb0=[w_x(0); w_y(0); w_x(0)]` est un vecteur contenant les trois composantes de la vitesse angulaire de la balle autour de son centre de masse (en rad/s).

Les résultats produits par cette fonction Matlab sont

- `coup` prend les valeurs suivantes
 - `coup=0`, vous avez réussi un trou d'un coup ;
 - `coup=1`, la balle a atteint le vert ;
 - `coup=2`, la balle est sur le terrain après le coup sans atteindre le vert ;
 - `coup=3`, la balle sort du terrain.
- `vbf=[v_x(tf); v_y(tf); v_x(tf)]` est un vecteur contenant les trois composantes du vecteur vitesse lorsque la simulation s'est terminée (temps `tf`).
- `t=[0; t1, t2; ...; tf]` vecteur contenant le temps correspondant à chacune des positions de la balle enregistrée (le dernier élément `nt` de `t` correspond à `t(nt)=tf`);
- `rbt` tableau contenant les coordonnées $x(t_i)$, $y(t_i)$ et $z(t_i)$ du centre de masse de la balle en fonction du temps. On aura `rbt(i,:)= [x(ti); y(ti); z(ti)]` avec `ti=t(i)`;

Pour `t` et `rbt`, suffisamment de points doivent être enregistrés pour permettre de tracer la trajectoire de la balle.

Vous terminerez la simulation dans une des situations suivantes

- la balle touche le sol et la projection verticale de la position de son centre de masse se retrouve à l'intérieur de la coupe (trou d'un coup) ;

- la balle touche le sol sans pénétrer dans la coupe (sur le vert ou non) ;
- la balle sort du terrain (le centre de masse de la balle est hors du terrain).

La position du centre de masse en x et y et les vitesses initiales de la balle pour les trois coups à simuler et à analyser pour les trois options de simulation (9 simulations au total) sont données au tableau 1. La précision requise pour les résultats des différentes simulations correspond à des erreurs maximales sur les positions de la balle en x , y et z de ± 1 mm.

Tableau 1: Conditions initiales de la balle pour les trois coups à simuler.

Coup	xy_0 (m)	vb_0 (m/s)	wb_0 (rad/s)
1	[10; 10]	[26.5686; 13.93232; 16.25714]	[0; -45; 0]
2	[10; 10]	[26; 16; 18.9935]	[0; 0; -87.55]
3	[2; 60]	[25; -5; 21]	[-30; -30; -60]

Instructions pour le devoir

Le devoir sera noté sur 25. Cette note sera divisée en deux parties : 17 points seront alloués au rapport et 8 points à la fonction `Devoir2.m` que vous devez rendre avec le rapport.

- Évaluation du rapport (17 points)
 1. Mise en page (1 point).
Ces points sont accordés pour la qualité globale du rapport (page titre, table des matières, qualité des tableaux et des figures, etc.).
 2. Orthographe et syntaxe (1 point)
Le rapport devrait, si possible, être exempt d'erreurs de syntaxe.
 3. Introduction (1 point)
Le rapport doit inclure une brève description du devoir.
 4. Théorie et équations (3 points)
Vous devez fournir les équations utilisées par le logiciel.
 5. Méthode de simulation numérique et atteinte des critères de précision (4 points).
Vous devez décrire les méthodes de simulation numérique utilisées ainsi que les paramètres de simulation qui assurent la précision des résultats. Vous devez aussi indiquer comment vous avez vérifié ces méthodes et paramètres choisis.
 6. Présentation et analyse des résultats (6 points).
Vous devez inclure au minimum des tableaux présentant, pour chacune des simulations, le résultat de la simulation, le temps à l'arrêt, la vitesse et la position de la

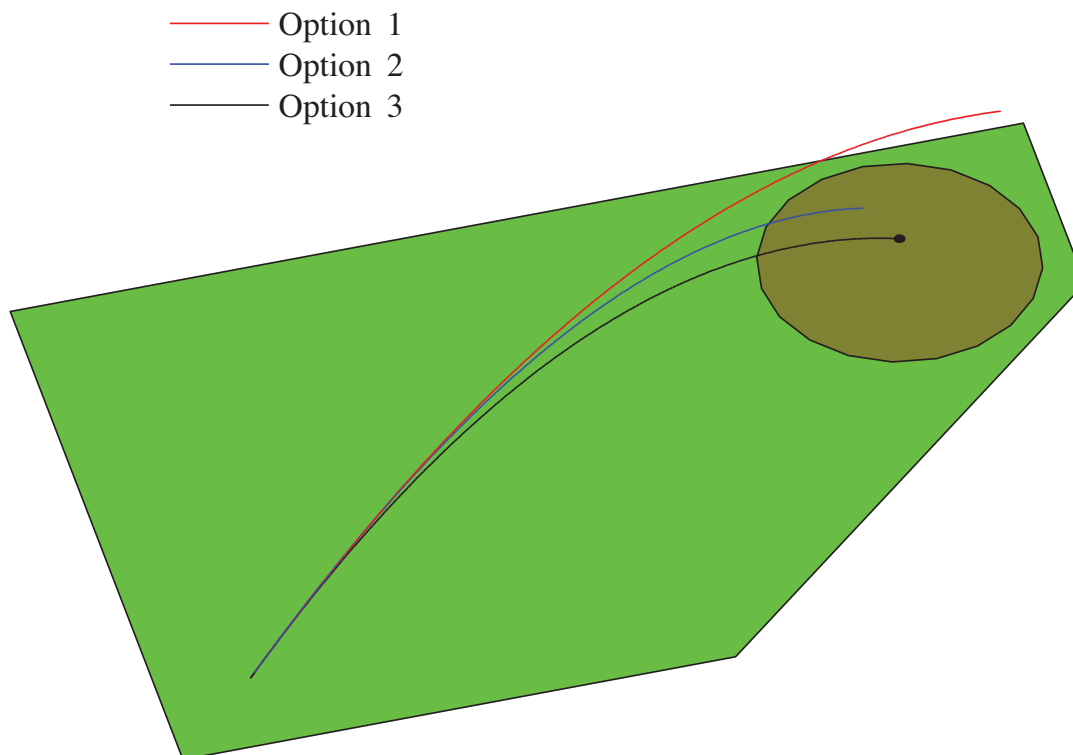


Figure 2: Trajectoire de la balle pour trois simulations différentes. La courbe en rouge correspond à l'option de simulation 1, la courbe en bleu à l'option 2 et la courbe en noir à l'option 3.

balle lorsque la simulation est terminée. Des graphiques illustrant la trajectoire de la balle pour différentes simulations sont requis (voir par exemple la figure 2).

7. Conclusion (1 point)

Vous devez inclure une discussion des problèmes rencontrés lors de la programmation et des simulations.

- Évaluation de la fonction requise pour les simulations (8 points).

La fonction `Devoir2.m` peut être validée en utilisant la fonction `RouleDevoir2.m` fournie sur moodle.

1. L'interface utilisateur est conforme aux instructions du devoir (2 points).
2. Le logiciel peut être exécuté et donne les bons résultats (4 points).
3. Le logiciel possède toutes les fonctions demandées (2 points).

- Remise du devoir

1. Les copies imprimées des devoirs doivent être rendues au bureau B258.12 au plus tard à 17 heures le 21 octobre 2019.
2. Les travaux doivent être remis avec la page couverture fournie sur le site moodle du cours. Le numéro du groupe, de l'équipe qui vous est assignée et les noms et matricules des étudiants membres de l'équipe doivent être fournis sur cette page, de façon à faciliter le travail du correcteur.
3. Les logiciels Matlab et Octave sont les seuls permis lors de la remise des travaux.
4. Les sources des programmes doivent être transmises par courriel à l'adresse suivante : guy.marleau@polymtl.ca.
5. L'objet du message doit avoir la forme suivante :
PHS4700 : Groupe X, équipe Y, devoir 2
avec X votre numéro de groupe et Y le numéro d'équipe qui vous est assigné.
6. Le correcteur examinera vos fichiers sources pour s'assurer que l'information fournie dans le rapport est bien celle obtenue avec vos fichiers. Assurez-vous que ces fichiers sont exécutables sans erreur.