

## Devoir 3

Date de remise : 11 novembre 2019

### Collisions en 3D

Un concepteur de jeu vidéo vous demande de concevoir un moteur physique pour son jeu qui devrait fonctionner de la façon suivante :

- Au temps initial  $t_i = 0$ , un bloc cubique en aluminium de masse  $m_{\text{bloc}} = 0.58 \text{ kg}$  et ayant des côtés mesurant  $A_{\text{bloc}} = 6 \text{ cm}$  est éjecté d'un canon. La position initiale du bloc lorsqu'il est lancé est  $\vec{r}_{\text{bloc}}(t_i) = (4, 4, 1)^T \text{ m}$  et ses arêtes sont parallèles aux axes. La vitesse de son centre de masse est initialement  $\vec{v}_{\text{bloc}}(t_i)$  et sa vitesse angulaire initiale est  $\vec{\omega}_{\text{bloc}}(t_i)$ .
- Le concurrent doit lancer la balle à son tour, au temps  $t_l$  qu'il choisit, et tente de toucher le bloc déjà en vol de façon à le faire dévier. Cette balle a un rayon  $R_{\text{balle}} = 2 \text{ cm}$  et une masse  $m_{\text{balle}} = 70 \text{ g}$ . La position initiale de la balle est  $\vec{r}_{\text{balle}}(t_l) = (1, 1, 2)^T \text{ m}$  lorsqu'il la lance avec une vitesse initiale  $\vec{v}_{\text{balle}}(t_l)$ . La vitesse angulaire de rotation de la balle est initialement nulle.

Les seules forces qui agissent sur la balle et le bloc cubique dont vous devrez tenir compte sont :

- la force gravitationnelle  $\vec{F}_g = mg\hat{z}$  avec  $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ ;
- la force de frottement visqueux donnée par

$$\begin{aligned}\vec{F}_{v,\text{bloc}}(\vec{v}_{\text{bloc}}) &= -kS_{\text{bloc}}\vec{v}_{\text{bloc}} \\ \vec{F}_{v,\text{balle}}(\vec{v}_{\text{balle}}) &= -kS_{\text{balle}}\vec{v}_{\text{balle}}\end{aligned}$$

où  $k = 1 \text{ kg}/(\text{m}^2\text{s})$ ,  $S_{\text{balle}} = \pi R_{\text{balle}}^2$  et  $S_{\text{bloc}} = 1.2A_{\text{bloc}}^2$ .

Le coefficient de restitution lors d'une collision entre la balle et le bloc cubique est  $\epsilon_c = 0.8$ . Vous pouvez négliger le frottement entre le bloc et la balle.

### But du devoir

Le but de ce devoir est de programmer pour ce client un script Matlab qui permet de :

- simuler les trajectoires du bloc et de la balle dans l'espace en fonction du temps ;
- détecter si des collisions entre le bloc et la balle existent et dans cette éventualité, déterminer les vitesses du bloc et de la balle (vitesse du centre de masse et vitesse angulaire) après la collision et terminer la simulation;

- si le bloc ou la balle touchent le sol avant qu'une collision ne se produise, terminer la simulation et retourner les vitesses du bloc et de la balle (vitesse centre de masse et vitesse angulaire) au moment où le premier des objets touche le sol.

Ce script Matlab doit pouvoir effectuer les simulations demandées et sera appelé directement par le module de contrôle **RouleDevoir3.m** fourni par le client. Le format d'appel qu'il vous impose est le suivant

```
[Touche tf blocf ballef]=Devoir3(bloci,ballei,tl)
```

où les données d'entrée sont

- `bloci` est un tableau de  $3 \times 3$  qui contient :
  - la position initiale du bloc (`bloci(1,:) =  $\vec{r}_{\text{bloc}}(t_i)$` );
  - la vitesse initiale du centre de masse du bloc (`bloci(2,:) =  $\vec{v}_{\text{bloc}}(t_i)$` );
  - la vitesse angulaire initiale du bloc (`bloci(3,:) =  $\vec{\omega}_{\text{bloc}}(t_i)$` ).
- `ballei` est un tableau de  $2 \times 3$  qui contient :
  - la position initiale de la balle (`ballei(1,:) =  $\vec{r}_{\text{balle}}(t_i)$` );
  - la vitesse initiale du centre de masse de la balle (`ballei(2,:) =  $\vec{v}_{\text{balle}}(t_i)$` ).
- `tl` est le temps  $t_l$  où le concurrent a décidé de lancer sa balle.

alors que les données de sortie sont

- `Touche` est le résultat de la simulation qui indique si la balle a touché le bloc ou non. La valeur `Touche=0` indique que la balle a touché le bloc, alors que `Touche=1` indique qu'un des deux objets a touché le sol en premier.
- `tf` est le temps  $t_f$  où la simulation se termine.
- `blocf` est un tableau de  $3 \times 3$  qui contient :
  - la position finale du bloc (`blocf(1,:) =  $\vec{r}_{\text{bloc}}(t_f)$` );
  - la vitesse du centre de masse du bloc (`blocf(2,:) =  $\vec{v}_{\text{bloc}}(t_f)$` ) après la collision ou à l'arrêt de la simulation;
  - la vitesse angulaire du bloc (`blocf(3,:) =  $\vec{\omega}_{\text{bloc}}(t_f)$` ) après la collision ou à l'arrêt de la simulation.
- `ballef` est un tableau de  $2 \times 3$  qui contient :
  - la position finale de la balle (`ballef(1,:) =  $\vec{r}_{\text{balle}}(t_f)$` );

- la vitesse finale du centre de masse de la balle ( $\text{balle}(\text{2}, :)=\vec{v}_{\text{balle}}(t_t)$ ) après la collision ou à l'arrêt de la simulation.

Les vitesses initiales de la balle et le temps du lancer pour les six tirs à simuler et à analyser sont donnés au tableau 1. La précision requise pour les résultats des simulations correspond à des erreurs maximales sur les positions de la collision en  $x$ ,  $y$  et  $z$  de  $\pm 1$  mm (positions du centre de masse du bloc et de la balle).

Tableau 1: Vitesses initiales et temps du lancer de la balle pour les six tirs à simuler.

Tir	$t_l$ (s)	$\vec{v}_{\text{bloc}}(0)$ (m/s)	$\vec{\omega}_{\text{bloc}}(0)$ (rad/s)	$\vec{v}_{\text{balle}}(0)$ (m/s)
1	0.545454	$(-2, -3, 5)^T$	$(0, 0, 0)^T$	$(5, 2, 0.642424)^T$
2	0.545454	$(-2, -3, 5)^T$	$(0, 0, 15)^T$	$(5, 2, 0.642424)^T$
3	0.071429	$(0, -6, 3)^T$	$(0, 0, 0)^T$	$(7, 0, 0.40834)^T$
4	0.071429	$(0, -6, 3)^T$	$(0, 0, 15)^T$	$(7, 0, 0.40834)^T$
5	0.6	$(-2, -3, 5)^T$	$(-5, -5, 0)^T$	$(5, 2, 0.642424)^T$
6	0.1	$(-2, -3, 5)^T$	$(0, 0, 0)^T$	$(5, 2, 0.1)^T$

### Instructions pour le devoir

Le devoir sera noté sur 25. Cette note sera divisée en deux parties : 15 points seront alloués au rapport et 10 points à la fonction `Devoir3.m` que vous devez rendre avec le rapport.

- Évaluation du rapport (15 points)

1. Mise en page (1 point).

Ces points sont accordés pour la qualité globale du rapport (page titre, table des matières, qualité des tableaux et des figures, etc.).

2. Orthographe et syntaxe (1 point)

Le rapport devrait, si possible, être exempt d'erreurs de syntaxe.

3. Introduction (1 point)

Le rapport doit inclure une brève description du devoir.

4. Théorie et équations (3 points)

Vous devez fournir les équations utilisées par le logiciel.

5. Méthode de simulation numérique et atteinte des critères de précision (4 points).

Vous devez décrire les méthodes de simulation numérique utilisées ainsi que les paramètres de simulation qui assurent la précision des résultats. Vous devez aussi indiquer comment vous avez vérifié ces méthodes et paramètres choisis.

## 6. Présentation et analyse des résultats (4 points).

Vous devez inclure au minimum des tableaux présentant, pour chacune des simulations, le résultat de la simulation, le temps à l'arrêt, la vitesse et la position de la balle lorsque la simulation est terminée. Des graphiques illustrant la trajectoire de la balle pour différentes simulations sont requis (voir par exemple la figure 1).

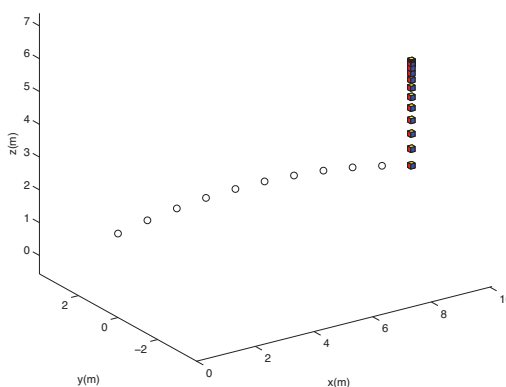


Figure 1: Trajectoire de la balle et du bloc pour une simulation.

## 7. Conclusion (1 point)

Vous devez inclure une discussion des problèmes rencontrés lors de la programmation et des simulations.

- Évaluation de la fonction requise pour les simulations (10 points).

La fonction `Devoir3.m` peut être validée en utilisant la fonction `RouleDevoir3.m` fournie sur moodle.

1. L'interface utilisateur est conforme aux instructions du devoir (2 points).
2. Le logiciel peut être exécuté et donne les bons résultats (5 points).
3. Le logiciel possède toutes les fonctions demandées (3 points).

- Remise du devoir

1. Les copies imprimées des devoirs doivent être rendues au bureau B258.12 au plus tard à 17 heures le 11 novembre 2019.
2. Les travaux doivent être remis avec la page couverture fournie sur le site moodle du cours. Le numéro du groupe, de l'équipe qui vous est assignée et les noms et matricules des étudiants membres de l'équipe doivent être fournis sur cette page, de façon à faciliter le travail du correcteur.

3. Les logiciels Matlab et Octave sont les seuls permis lors de la remise des travaux.
4. Les sources des programmes doivent être transmises par courriel à l'adresse suivante : [guy.marleau@polymtl.ca](mailto:guy.marleau@polymtl.ca).
5. L'objet du message doit avoir la forme suivante :  
**PHS4700 : Groupe X, équipe Y, devoir 3**  
avec X votre numéro de groupe et Y le numéro d'équipe qui vous est assigné.
6. Le correcteur examinera vos fichiers sources pour s'assurer que l'information fournie dans le rapport est bien celle obtenue avec vos fichiers. Assurez-vous que ces fichiers sont exécutables sans erreur.