

Devoir 4

Date de remise : 25 novembre 2019

Réflexion et réfraction

Le but de cette simulation est de dessiner l'image qui est perçue par un observateur immergé dans un fluide qui regarde un bloc ellipsoïdal transparent contenant un bloc rectangulaire de métal opaque coloré.

Définition du problème

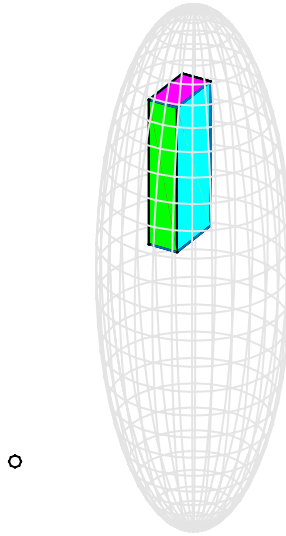


Figure 1: Bloc rectangulaire de métal coloré dans un bloc ellipsoïdal transparent. Le point indique la position de l'observateur.

Le bloc ellipsoïdal transparent centré au point $\vec{r}_E = (4, 4, 11)$ cm dont les axes sont alignés avec ceux du laboratoire a pour équation

$$\frac{(x - 4)^2}{a^2} + \frac{(y - 4)^2}{b^2} + \frac{(z - 11)^2}{c^2} = 1 . \quad (1)$$

et une normale \vec{N} sortante à la surface au point (X, Y, Z) est donnée par

$$\vec{N} = \left(\frac{X - 4}{a^2}, \frac{Y - 4}{b^2}, \frac{Z - 11}{c^2} \right) . \quad (2)$$

Ici, $a=b=3$ cm et $c=9$ cm. Ce bloc, d'indice de réfraction n_E , contient un second bloc de métal rectangulaire et opaque de $1 \times 2 \times 5$ cm³ qui est centré au point $\vec{r}_M=(3.5,4,14.5)$ cm. Chaque surface du bloc de métal (numérotées de 1 à 6) est d'une couleur différente (voir figure 1) :

1. la surface dans le plan $y - z$ situé à $x=3$ cm est de couleur rouge ;
2. la surface dans le plan $y - z$ situé à $x=4$ cm est de couleur cyan ;
3. la surface dans le plan $z - x$ situé à $y=3$ cm est de couleur verte ;
4. la surface dans le plan $z - x$ situé à $y=5$ cm est de couleur jaune ;
5. la surface dans le plan $x - y$ situé à $z=12$ cm est de couleur bleue ;
6. la surface dans le plan $x - y$ situé à $z=17$ cm est de couleur magenta.

L'observateur, situé au point \vec{r}_O , est dans un milieu d'indice de réfraction n_O .

Le but de ce travail est de simuler en couleur l'image qui sera vue par l'observateur pour les quatre conditions suivantes :

1. l'observateur est localisé au point $\vec{r}_O = (0, 0, 5)$ cm dans un milieu d'indice de réfraction $n_O = 1$ et le bloc transparent à un indice de réfraction $n_B = 1$;
2. l'observateur est localisé au point $\vec{r}_O = (0, 0, 5)$ cm dans un milieu d'indice de réfraction $n_O = 1$ et le bloc transparent à un indice de réfraction $n_B = 1.5$;
3. l'observateur est localisé au point $\vec{r}_O = (0, 0, 0)$ cm dans un milieu d'indice de réfraction $n_O = 1$ et le bloc transparent à un indice de réfraction $n_B = 1.5$;
4. l'observateur est localisé au point $\vec{r}_O = (0, 0, 5)$ cm dans un milieu d'indice de réfraction $n_O = 1.2$ et le bloc transparent à un indice de réfraction $n_B = 1$.

Vous devrez procéder de la façon suivante pour identifier les surfaces qui pourront être vues par l'observateur et leur position virtuelle dans l'espace. La première étape consiste à choisir la direction

$$\vec{\Omega}_{n,m} = (\sin(\theta_n) \cos(\phi_m), \sin(\theta_n) \sin(\phi_m), \cos(\theta_n))^T \quad (3)$$

d'un rayon de lumière partant du point \vec{r}_O . Ici, θ est l'angle polaire et ϕ l'angle azimutal. En supposant que $\theta_- < \theta < \theta_+$ et que $\phi_- < \phi < \phi_+$, on peut choisir N angles en θ et M en ϕ tels que

$$\theta_n = \theta_- + \frac{(\theta_+ - \theta_-)}{2N}(2n - 1) \quad (4)$$

$$\phi_m = \phi_- + \frac{(\phi_+ - \phi_-)}{2M}(2m - 1) . \quad (5)$$

Vous devrez choisir les angles θ_{\pm} et ϕ_{\pm} de façon à minimiser les calculs tout en vous assurant que toute la surface du bloc ellipsoïdal, que l'observateur voit, soit suffisamment échantillonnée.

La seconde étape consiste à suivre la trajectoire des rayons lumineux de direction $\vec{\Omega}_{n,m}$ partant de l'observateur. Cinq conditions seront utilisées pour terminer la trajectoire des rayons.

1. Le rayon provenant de l'extérieur ne croise pas le bloc ellipsoïdal transparent. Dans ce cas, le rayon est rejeté.
2. Le rayon provenant de l'extérieur est réfléchi par le bloc ellipsoïdal transparent. Dans ce cas, le rayon est rejeté.
3. Le rayon pénètre le bloc ellipsoïdal transparent, le traverse dans différentes directions et en sort sans toucher le bloc de métal. Dans ce cas, le rayon est aussi rejeté.
4. Le rayon pénètre le bloc ellipsoïdal transparent, le traverse dans différentes directions et touche le bloc de métal. Dans ce cas, le point qui correspond à l'image virtuelle est illustré (couleur de la face touchée).
5. Le rayon pénètre le bloc transparent, le traverse dans différentes directions et ne parvient pas à toucher le bloc de métal ou sortir du bloc ellipsoïdal après avoir subi un grand nombre de réflexions internes. Dans ce cas, le rayon est aussi rejeté, car on peut alors supposer que même si le rayon touche le bloc de métal après des centaines de réflexions internes l'observateur percevra difficilement le signal lumineux (il sera trop atténué à cause de la distance qu'il aura parcourue). Ici, vous limiterez vos simulations à un maximum de 100 réflexions internes.

Instructions pour le devoir

Vous devez programmer un script Matlab pour effectuer ces simulations qui pourra être appelé par une fonction externe (RouleDevoir4.m) qui fournira la position de l'observateur et les indices de réfraction. Le format d'appel imposé est le suivant

```
[xi yi zi face]=Devoir4(nout,nin,poso)
```

où les données d'entrée sont

- nout

L'indice de réfraction n_O du milieu où se trouve l'observateur,

- nin

L'indice de réfraction n_B du bloc ellipsoïdal transparent.

- poso=[x_O; y_O; z_O]

Un vecteur de 3 éléments contenant la position initiale en x , y et z de l'observateur (\vec{r}_O).

Les résultats produits par cette fonction Matlab correspondent à

- x_i
Un vecteur contenant la position en x de l'image produite pour un rayon lumineux ayant touché la surface du bloc rectangulaire de métal
- y_i
Un vecteur contenant la position en y de l'image produite pour un rayon lumineux ayant touché la surface du bloc rectangulaire de métal
- z_i
Un vecteur contenant la position en z de l'image produite pour un rayon lumineux ayant touché la surface du bloc rectangulaire de métal
- $face$
Un vecteur contenant le numéro de la surface que le rayon lumineux a touché (voir les numéros associés aux surfaces de bloc décrits ci-dessus).

La partie du rapport où les simulations sont analysées doit contenir des figures illustrant les images virtuelles que l'observateur pourra voir (voir par exemple la figure 2).

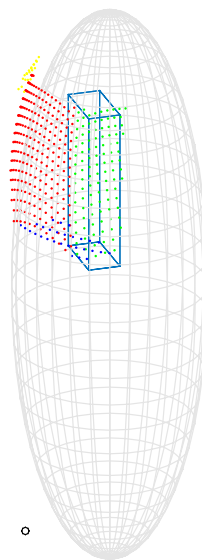


Figure 2: Image virtuelle vue par l'observateur.

Rapport et évaluation du devoir

Le devoir sera noté sur 25. Cette note sera divisée en deux parties : 16 points seront alloués au rapport et 9 points à la fonction `Devoir4.m` que vous devez rendre avec le rapport.

- Évaluation du rapport (16 points)

1. Mise en page (1 point).

Ces points sont accordés pour la qualité globale du rapport (page titre, table des matières, qualité des tableaux et des figures, etc.).

2. Orthographe et syntaxe (1 point)

Le rapport devrait, si possible, être exempt d'erreurs de syntaxe.

3. Introduction (1 point)

Le rapport doit inclure une brève description du devoir.

4. Théorie et équations (6 points)

Vous devez fournir les équations utilisées par le logiciel incluant :

- Les équations utilisées pour choisir la direction des rayons lumineux ;
- Les équations utilisées pour déterminer si les rayons lumineux touchent le bloc transparent ou le bloc opaque ;
- Les équations pour déterminer la direction du rayon lumineux qui atteint une des surfaces du bloc transparent.

Vous devez aussi indiquer et justifier le nombre de directions utilisées pour vos simulations.

5. Présentation et analyse des résultats (6 points)

Vous devez présenter et discuter les résultats obtenus pour les différentes simulations requises. Ceci doit inclure une discussion concernant les vérifications que vous avez effectuées pour vous assurer que vos simulations étaient réalistes. De figures illustrant les images observées observées ainsi qu'une discussion concernant le nombre d'images produites est aussi exigée.

6. Conclusion (1 point)

Vous devez inclure une discussion des problèmes rencontrés lors de la programmation et des simulations.

- Évaluation de la fonction requise pour les simulations (9 points).

La fonction `Devoir4.m` peut être validée en utilisant la fonction `RouleDevoir4.m` fournie sur moodle.

1. L'interface utilisateur est conforme aux instructions du devoir (2 points).

2. Le logiciel peut être exécuté et donne les bons résultats (5 points).
3. Le logiciel possède toutes les fonctions demandées (2 points).

- Remise du devoir

1. Les copies imprimées des devoirs doivent être rendues au bureau B258.12 au plus tard à 17 heures le 25 novembre 2019.
2. Les travaux doivent être remis avec la page couverture fournie sur le site moodle du cours. Le numéro du groupe, de l'équipe qui vous est assignée et les noms et matricules des étudiants membres de l'équipe doivent être fournis sur cette page, de façon à faciliter le travail du correcteur.
3. Les logiciels Matlab et Octave sont les seuls permis lors de la remise des travaux.
4. Les sources des programmes doivent être transmises par courriel à l'adresse suivante : guy.marleau@polymtl.ca.
5. L'objet du message doit avoir la forme suivante :
PHS4700 : Groupe X, Equipe Y, Devoir 4
avec X votre numéro de groupe et Y le numéro d'équipe qui vous est assigné.
6. Le correcteur examinera vos fichiers sources pour s'assurer que l'information fournie dans le rapport est bien celle obtenue avec vos fichiers. Assurez-vous que ces fichiers sont exécutables sans erreur.