

# 目 录

致 谢 .....	I
摘 要 .....	III
Abstract.....	V
目 录 .....	VII
第一章 绪论 .....	1
1.1 研究背景与意义.....	1
1.2 机器人自动化扫查超声成像相关技术研究现状及其发展趋势.....	2
1.2.1 机器人自动化超声扫查技术 .....	3
1.2.2 超声成像无损检测技术 .....	9
1.3 受限空间内机器人自动化扫查超声成像技术存在的问题.....	13
1.4 本文研究内容和章节安排.....	14
第二章 蛇形臂扫查相控阵超声成像技术基础及其系统实施方案 .....	17
2.1 引言.....	17
2.2 蛇形臂扫查相控阵超声成像的技术基础.....	17
2.2.1 蛇形臂扫查运动控制技术基础 .....	17
2.2.2 扫查轨迹自主规划技术基础 .....	21
2.2.3 相控阵超声成像技术基础 .....	25
2.3 基于蛇形臂扫查的自动化相控阵超声成像系统方案.....	29
2.3.1 技术指标与总体方案 .....	29
2.3.2 亟待解决的关键技术 .....	32
2.4 本章小结.....	33
第三章 超冗余蛇形机械臂设计及其空间运动控制技术 .....	34
3.1 引言.....	34
3.2 绳驱动超冗余蛇形机械臂的机构设计.....	34
3.3 蛇形机械臂的运动学空间分析.....	37
3.3.1 关节与任务空间之间的映射 .....	37
3.3.2 驱动空间相关参数的定量分解 .....	39
3.4 蛇形机械臂的运动控制.....	40

3.4.1 基于雅可比矩阵的微分迭代控制算法 .....	40
3.4.2 基于 B 样条曲线的脊线法控制算法 .....	47
3.4.3 蛇形机械臂的复合式运动控制算法 .....	53
3.5 本章小结 .....	57
<b>第四章 基于视觉伺服控制的蛇形臂自动化扫查相控阵超声成像技术 .....</b>	<b>58</b>
4.1 引言 .....	58
4.2 受限空间内蛇形臂超声扫查的视觉伺服控制 .....	59
4.2.1 感兴趣区域内超声扫查轨迹的自主规划 .....	59
4.2.2 基于点云匹配的蛇形臂视觉伺服控制算法 .....	66
4.3 相控阵超声全矩阵聚焦实时成像 .....	70
4.3.1 全矩阵数据采集与处理 .....	70
4.3.2 全聚焦实时超声成像 .....	73
4.4 本章小结 .....	76
<b>第五章 基于蛇形机械臂扫查的自动化相控阵超声成像系统及实验 .....</b>	<b>77</b>
5.1 引言 .....	77
5.2 系统研发 .....	77
5.2.1 硬件部分 .....	77
5.2.2 软件部分 .....	81
5.2.3 系统集成 .....	84
5.3 实验研究 .....	85
5.3.1 超冗余蛇形机械臂的空间扫查运动控制 .....	85
5.3.2 蛇形机械臂自动化扫查相控阵超声成像 .....	89
5.4 本章小结 .....	94
<b>第六章 总结与展望 .....</b>	<b>95</b>
6.1 工作总结 .....	95
6.2 研究展望 .....	97
<b>参考文献 .....</b>	<b>98</b>
<b>作者简历及在学期间所取得的科研成果 .....</b>	<b>102</b>

② **冗余机械臂的运动控制**。在传统的非冗余机械臂中，只要构型满足 Pieper 准则即可求得其逆运动学的解析解<sup>[29]</sup>。但对于冗余机械臂，多出的自由度在带来运动灵活性的同时也提高了运动学解析的复杂性。对于某一期望的末端位姿，机械臂可能存在无数个可行的关节构型，既有的机械臂控制方法对其已不再适用。目前，国内外学者在冗余机械臂逆运动学问题开展了大量研究，所提出的解决方法主要可分为解析解法、数值解法、数据驱动法<sup>[30]</sup>和脊线法<sup>[31]</sup>。

**解析解法**多是针对冗余度较低的特定构型机械臂，虽然计算速度快、实时性强，但是通用性不足，且无法处理优先约束的问题，因此应用并不多。**数值解法**将运动学求解问题转化为优化问题，通过微分迭代使机械臂姿态向期望值逼近，并且可以通过构造拉格朗日函数来引入约束条件，从而实现避障、关节限位等更加复杂的控制。不过数值解法往往涉及到位姿关于关节角参数偏微分（雅可比矩阵）或二阶微分（海森矩阵）的计算及其求逆，运算量大，而且可能面临收敛速度慢、陷入局部最小值、靠近奇异点等问题，因此需要在使用时根据场景进行控制参数及控制策略的动态调整。近年来，随着神经网络与人工智能技术的发展，**数据驱动法**也逐步被应用到机械臂的逆运动学中，该方法通过各种匹配方法建立预学习的关节数据与其相应的机械臂的位姿之间的关系<sup>[32]</sup>。但是大规模数据的学习与搜索需要昂贵的计算成本，且成本与机械臂自由度数目呈指数级关系，因而现阶段尚难以应用于超冗余机械臂的实时逆运动学求解。**脊线法**不关注某个关节的运动对机械臂末端或整体构型的影响，而是通过机械臂中心轴线拟合空间曲线，在宏观上进行机械臂构型的控制。该方法巧妙地回避了冗余自由度带来的多解问题，已经被成功应用于超冗余机械臂的避障和运动规划等任务中<sup>[33]</sup>。但是脊线法的效果依赖于脊线的选择，同时，脊线也会在一定程度上限制机械臂控制末端姿态的灵活性，甚至导致逆运动学无解。

考虑到方法的通用性，目前在超冗余机械臂控制中应用较多的仍是数值解法与脊线法。数值解法通常将机械臂的运动分解为微分运动，并将位姿微分运动映射为关节角的微分变化，从而实现机械臂的逆运动学控制。但是当机械臂工作在复杂环境下时，往往会面临在大范围空间中运动并避障的问题。为此，需要引入诸多约束来确保机械臂运动过程中的安全，发展出了人工势场法、RRT 法等多种避障算法。可是这些方法均会引入大量的计算，且计算量随机械臂自由度数目的增加而迅速增加，大大降低了算法的实时性。而脊线法基于几

何的手段，通过对整体构型的控制来实现超冗余机械臂在狭窄空间内的避障。Williams 等类比蛇运动的模式，提出了 FTL (Follow the Leader) 启发式算法，通过仅控制机械臂末端的轨迹，即可生成无碰撞的过程姿态<sup>[35]</sup>。该方法避免了冗余自由度带来的巨大计算量，因而在机械臂避障、运动规划方面有着突出的优势。但同时，由于该方法将机械臂各关节均约束在指定曲线附近，因而制约了末端位姿控制的灵活性。一旦确定脊线表达式，则机械臂末端只能在脊线上运动，且难以进行位姿控制。基于以上分析，将数值解法与脊线法的优缺点、特点等进行对比，并汇总如表 1.1 所示。

表 1.1 数值解法与脊线法对比

	数值解法	脊线法
位置控制	中间关节需额外约束或分段控制	各关节位置均受脊线的约束
姿态控制	中间关节需额外约束或分段控制	难以准确控制某个关节的姿态
速度控制	通过雅可比矩阵精准控制	难以准确控制
避障策略	通过引入复杂约束来实现	易通过脊线约束实现
计算效率	低，随关节数增大而迅速下降	高，随关节数增大而线性下降
控制层次	局部微动	宏观构型

### 1.2.2 超声成像无损检测技术

随着现代制造业的发展，无损检测已经成为制造过程中质量控制不可或缺的一环，并被广泛应用于建筑、交通、军工、航空航天等各个领域。如图 1.11 所示，常见的无损检测技术包括射线检测技术、渗透检测技术、涡流检测技术、

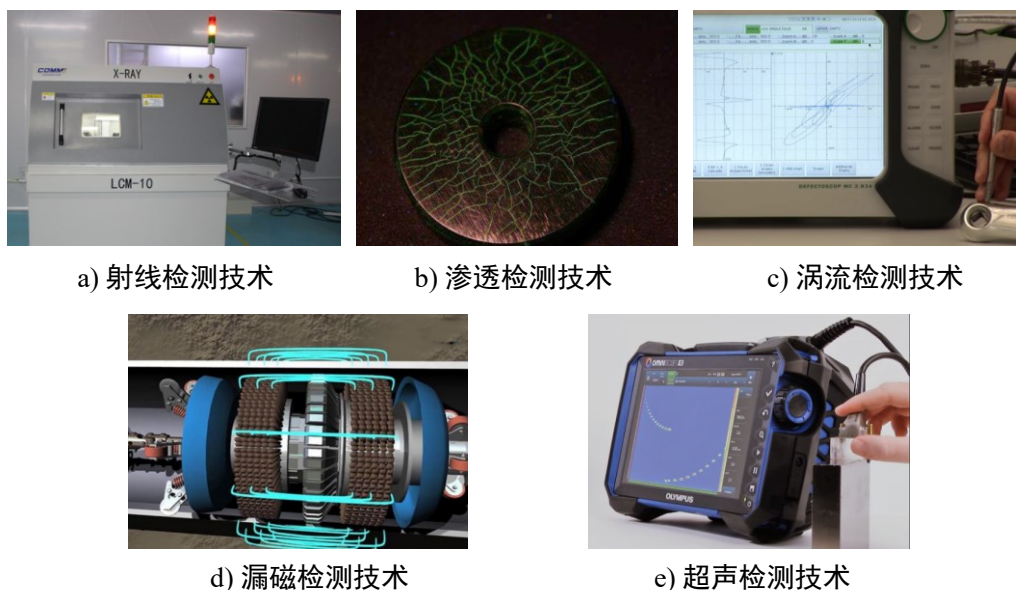


图 1.11 常见无损检测技术

简单结构的缺陷检测。但由于其需要较大的工作空间，在存在遮挡和运动空间狭窄的场景中难以对检测装置实施有效的位姿控制。而对于运动灵巧的超冗余机械臂，其仍存在灵活位姿控制与高效避障之间难以协调的矛盾，在受限空间构件的超声扫查应用中还需进一步解决。

**2) 受限空间内构件的超声扫查自动化水平难以满足需求。**现有自动化超声成像检测系统在形状与结构复杂构件的检测中，仍依赖于人工示教、离线编程等方法，或基于检测对象三维模型手动进行扫查路径规划，自动化程度低，且具有成本高、部署效率低、适用性不足等问题，制约了超声扫查的有效开展。

**3) 受限空间内构件的精细化超声成像与实时性之间仍存矛盾。**受限空间内扫查位姿调整的非完备性以及待检构件结构的复杂性，使得常规超声以及基于波束成形的相控阵超声成像方法均难以满足精细化扫查的应用需求。而基于全矩阵数据的相控阵成像方法尽管可以获得高分辨率和高覆盖率的检测结果，但其海量数据的处理需求也带来了实时性不足的问题，尚难以应用于自动化超声扫查的现场作业中。

## 1.4 本文研究内容和章节安排

综上所述，钢构和管道等工作于受限空间内的构件对相关系统的安全和使用性能具有至关重要的影响。而由于其往往起到承载的作用或面临恶劣的工作环境，易失效而引发严重的灾难性事故，因而表现出对自动化无损检测的强烈需求。现有自动化扫查超声成像系统在开展面向受限空间内构件的检测时，仍面临着环境及构件适应性不足、自动化程度低、成像精细度及效率低等诸多问题。为此，本文将重点开展以下几个关键技术的研究：

**1) 超冗余蛇形机械臂设计及空间运动控制技术。**针对传统扫查运动机构在受限空间内运动灵活性不足的痛点，进行体积紧凑、运动灵活的蛇形机械臂本体设计，使之具备狭窄空间内的通行能力。在此基础上，建立蛇形臂正逆运动学模型，并针对相控阵超声扫查需求研究其狭窄空间内的运动控制算法，为受限空间内构件的自动化相控阵超声扫查奠定机构基础与运动控制基础。

**2) 基于视觉伺服控制的蛇形机械臂自动化扫查相控阵超声成像技术。**为提高扫查系统的自动化能力，通过 RGBD 相机获取待检构件感兴趣区域的点云信息，进行扫查轨迹的自主规划，并通过视觉伺服实现检测过程中扫查机构与

检测对象间位姿关系的精准控制。同时,开展相控阵超声全矩阵聚焦实时成像技术的研究,实现超声信号的收发、处理、存储以及实时全聚焦成像,为相控阵超声扫查与成像的自动化奠定基础。

**3) 基于蛇形机械臂扫查的自动化相控阵超声成像系统集成技术。**采用模块化的设计策略,在完成各子模块研发的基础上,进行超冗余蛇形臂、相控阵超声成像模块和上位机等系统集成,使模块间高效协调工作,并开展相关实验研究,以验证自动化扫查成像技术与系统的有效性。

为此,本论文共分为六章,其总体框架如图 1.14 所示。各章节安排为:

第一章,阐述面向受限空间内构件开展自动化超声扫查成像技术研究的重要意义,总结自动化扫查超声成像相关技术的研究现状及发展趋势,明确目前面向受限空间内构件的机器人自动化扫查超声成像技术中存在的问题及其对策,为本文研究指明方向。同时,对论文的研究内容及各章节进行安排。

第二章,建立蛇形臂扫查运动控制、扫查轨迹自主规划与相控阵超声成像所需的相关理论,为后续关键技术的研究奠定必要的基础。同时,在明确技术指标的基础上设计基于超冗余蛇形臂扫查的自动化相控阵超声成像系统总体方案,并对需要解决的关键技术进行凝练。

第三章,开展超冗余蛇形臂的机构设计及其空间运动控制技术研究。采用绳索驱动、正交关节串联的结构进行超冗余蛇形臂的机械本体设计,并建立其各运动学空间之间的映射关系。在此基础上,研究面向受限空间内相控阵超声扫查作业的机械臂运动控制方法,以奠定系统在受限空间中作业的机械臂机构与运动控制技术基础。

第四章,开展基于视觉伺服控制的机械臂自动化扫查相控阵超声成像技术研究。通过相机获取待检构件点云、进行扫查轨迹的自主规划,并通过视觉伺服实现超声换能器与待检构件间位姿关系的控制。同时,进行相控阵超声全矩阵聚焦实时成像技术的研究,以奠定自动化开展超声扫查与成像的技术基础。

第五章,以前述章节研究成果为基础,完成蛇形臂、超声成像模块、自主移动平台等模块的研发,并进行系统集成,研发出一套基于蛇形机械臂扫查的自动化相控阵超声成像系统。利用该系统进行超冗余蛇形臂空间扫查运动控制、蛇形臂自动化扫查相控阵超声成像等实验,以对所研发技术与系统的有效性进行验证。

## 第二章 蛇形臂扫查相控阵超声成像技术基础及其系统实施方案

**【本章摘要】**分析了蛇形臂扫查运动控制、扫查轨迹自主规划与相控阵超声成像需要的相关理论，为蛇形臂扫查相控阵超声成像关键技术的研究奠定了必要的基础。同时，设计了基于蛇形机械臂扫查的自动化相控阵超声成像系统总体方案，并对亟需解决的关键技术进行了凝练。

### 2.1 引言

本文所研究自动化扫查超声成像技术以超冗余蛇形机械臂为主要运载机构，结合立体视觉轨迹规划开展受限空间内构件的自动化扫查，并通过相控阵超声成像检测技术实现对构件的质量监测。其中，超冗余蛇形臂在应用中仍面临着位姿调整灵活性和避障能力之间的矛盾，须在建立其运动学模型的基础上开展受限空间下扫查运动控制技术研究；扫查轨迹自主规划基于立体视觉实现，包括检测对象点云获取与拼接、B样条曲面重建和扫查轨迹生成等过程；相控阵超声全聚焦成像虽然具有高覆盖率的检测结果，但仍存在实时性不足的问题，须在明确其成像原理的基础上，对其实时实现开展研究。此外，为在保证感兴趣区域内声场覆盖率的同时提高扫查效率，对换能器辐射声场特性进行分析以对扫查轨迹自主规划参数的选择进行指导也具有重要意义。

基于以上背景，本章主要分为两部分：第一部分将建立蛇形臂扫查相控阵超声成像的技术基础，对蛇形机械臂的正逆运动学模型、多视角下的点云拼接原理、B样条曲面及其特性、阵列换能器辐射声场和全聚焦超声成像原理等进行分析。第二部分完成基于蛇形臂扫查的自动化相控阵超声成像系统总体方案设计，确定自动化扫查成像的实施策略，并对亟需解决的关键技术进行凝练。

### 2.2 蛇形臂扫查相控阵超声成像的技术基础

#### 2.2.1 蛇形臂扫查运动控制技术基础

在机械臂扫查运动中，超声换能器位于机械臂的末端，其位姿可在笛卡尔坐标系下通过齐次变换矩阵进行描述<sup>[50]</sup>。超冗余蛇形机械臂多采用刚性关节串联结构，运动的直接控制对象往往是其关节角的大小。若要控制末端运动到期望位姿开展扫查作业，还需建立其运动学模型。机械臂运动学模型用于分析关节角大小与末端执行器位姿，以及两者微分变化之间的关系。其中，正运动学

模型用于描述末端相对于基部的位姿，逆运动学模型用于根据给定末端位姿反求对应关节角。

### 1) 蛇形臂正运动学模型

为对机械臂的运动进行参数化描述，首先需要为其各个关节建立坐标系。对此，Denavit 和 Hartenberg 提出了一种标准的坐标系描述方法，适用于任意构型的刚性关节机械臂，被称为 D-H 参数法。D-H 参数法分为 Standard D-H 法与 Craig D-H 法<sup>[51]</sup>两种，其区别在于将坐标系固定在连杆的远端还是近端。后者相比前者更加通用，且对变换的描述更加简洁，因此此处选用 Craig D-H 法进行机械臂的建模。

图 2.1 为通过 Craig D-H 法建立关节坐标系的示意图，其中  $\mathbf{F}_{i-1}$  和  $\mathbf{F}_i$  分别为连杆  $i-1$  和连杆  $i$  的坐标系，两坐标系间的变换可通过四个参数描述。其中， $\alpha_{i-1}$  为绕轴  $x_{i-1}$ ，从  $z_{i-1}$  旋转到  $z_i$  的角度； $a_{i-1}$  为沿轴  $x_{i-1}$ ，从  $o_{i-1}$  移动到  $o'$  的距离； $\theta_i$  为绕轴  $z_i$ ，从  $x_{i-1}$  旋转到  $x_i$  的角度； $d_i$  为沿轴  $z_i$ ，从  $o'$  移动到  $o_i$  的距离。在该参数描述下， $\mathbf{F}_{i-1}$  到  $\mathbf{F}_i$  的齐次变换矩阵可计算为

$${}^{i-1}\mathbf{T}_i = \mathbf{Rot}_x(\alpha_{i-1}) \cdot \mathbf{Trans}_x(a_{i-1}) \cdot \mathbf{Rot}_z(\theta_i) \cdot \mathbf{Trans}_z(d_i) \quad (2-1)$$

于是，对于具有  $N$  ( $N > 6$ ) 个转动关节的串联蛇形机械臂，记其基部坐标系为  $\mathbf{F}_0$ 、全局坐标系为  $\mathbf{F}_w$ ，则任意关节坐标系到全局坐标系的变换关系可计算为

$${}^w\mathbf{T}_n = {}^w\mathbf{T}_0 \cdot \prod_{i=1}^n {}^{i-1}\mathbf{T}_i, \quad n \in [1, N] \quad (2-2)$$

将机械臂各关节转角以向量的形式记为  $\mathbf{q} = [\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_N]^T$ ，则式(2-2)可表示为

$$\mathbf{x}(\mathbf{q}) = f(\mathbf{q}) \in \mathbf{R}^6 \quad (2-3)$$

其中， $\mathbf{x}(\mathbf{q})$  表示机械臂末端在全局坐标系下的位姿， $f$  表示映射关系。

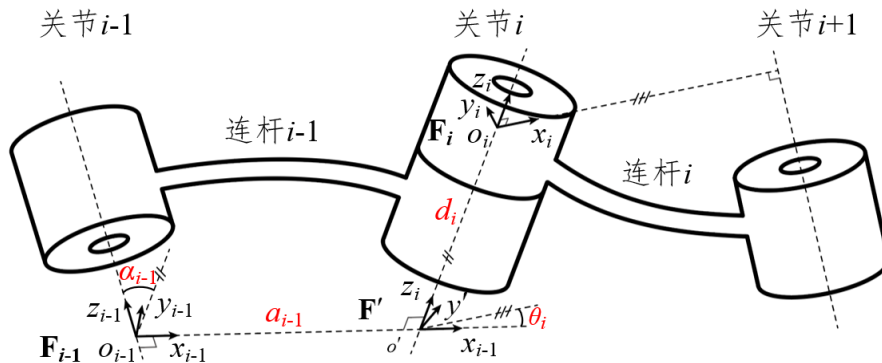


图 2.1 Craig D-H 法的坐标系建立及参数描述示意图



## 2) 蛇形臂逆运动学模型及其雅可比矩阵

确定各关节的值以使得机械臂末端到达期望位姿的方法为机械臂的逆运动学。对于蛇形机械臂，由于冗余自由度的存在，其逆运动学模型往往无法以解析表达式的形式建立。数值解法通过迭代优化进行关节值求解，只依赖于 D-H 参数，具有更高的通用性。因此，本小节对基础的数值解法进行分析，通过雅可比矩阵建立起关节坐标系位姿到关节值的微分映射关系。

若末端在全局坐标系下的期望位姿为  $\mathbf{x}_d$ ，则机械臂的逆运动学问题可等价为一个数学优化问题，具体为

$$\min \|\mathbf{x}(\mathbf{q}) - \mathbf{x}_d\| \quad (2-4)$$

将  $\mathbf{x}(\mathbf{q})$  在当前位姿  $\mathbf{x}_0$  处进行一阶泰勒展开，式(2-4)转化为

$$\mathbf{J}\dot{\mathbf{q}} = \dot{\mathbf{x}} \quad (2-5)$$

其中， $\mathbf{J} = \partial \mathbf{x}(\mathbf{q}) / \partial \mathbf{q} \in \mathbf{R}^{6 \times N}$  为机械臂关节到末端位姿映射的雅可比矩阵。当  $N > 6$  时，该矩阵并非方阵，无法直接求逆。对此，Whitney 引入了 M-P 广义逆  $\mathbf{J}^+$  进行式(2-5)的求解<sup>[52]</sup>。当满足  $\mathbf{J}\mathbf{J}^+\dot{\mathbf{x}} = \dot{\mathbf{x}}$  时，存在唯一解为

$$\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{J}^+\dot{\mathbf{x}} \quad (2-6)$$

$\mathbf{J}^+$  可基于  $\mathbf{J}$  的奇异值分解求得。该解实质上为方程(2-5)在  $\min \|\mathbf{q}\|^2$  约束下的特解。由线性方程组解的结构可知，方程通解可表示为

$$\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{J}^+\dot{\mathbf{x}} + (\mathbf{I} - \mathbf{J}^+\mathbf{J})\boldsymbol{\eta} \quad (2-7)$$

其中， $\boldsymbol{\eta} \in \mathbf{R}^N$  为任意  $N$  维向量。记  $r = \text{rank}(\mathbf{J}) \leq 6$ ，则上述通解构成了一个与零空间平行的  $N - r$  维空间，其维数评价了逆运动学解的冗余度，较高的维数在提高机械臂运动灵活度的同时也增大了逆解的获取难度。

根据式(2-6)，在超冗余机械臂的逆运动学求解中，雅可比矩阵发挥着重要的作用。但考虑到超冗余机械臂正运动学方程的复杂性，直接对式(2-2)求偏导以计算雅可比矩阵是不现实的。故此处采用微分法来建立雅可比矩阵<sup>[53]</sup>。

若空间坐标系  $\mathbf{T}$  分别沿自身  $x$ 、 $y$ 、 $z$  轴发生微小平移  $dx$ 、 $dy$ 、 $dz$ ，绕  $x$ 、 $y$ 、 $z$  轴发生微小旋转  $\delta x$ 、 $\delta y$ 、 $\delta z$ ，则运动之后的坐标系  $\mathbf{T}'$  可表示为

$$\mathbf{T}' = \mathbf{T} \cdot \text{Trans}(dx, dy, dz) \text{Rot}_x(\delta x) \text{Rot}_y(\delta y) \text{Rot}_z(\delta z) \quad (2-8)$$

将式(2-8)展开，通过  $\sin(\delta x) = \delta x$ 、 $\cos(\delta x) = 1$  进行近似并略去高阶微分，可得

$$\mathbf{T}' = \mathbf{T} \cdot \begin{bmatrix} 1 & -\delta z & \delta y & dx \\ \delta z & 1 & -\delta x & dy \\ -\delta y & \delta x & 1 & dz \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \mathbf{T}(\Delta + \mathbf{I}) \Rightarrow \mathbf{T}' - \mathbf{T} = \mathbf{T} \cdot \Delta \quad (2-9)$$

其中， $\Delta$ 为微分算子，描述了坐标系的微分运动。易证明， $\Delta$ 的值与式(2-8)中各微小运动的次序无关。

对于蛇形臂的第  $i$  个转动关节  $\theta_i$ ，若发生微小转动  $\delta\theta_i$ ，由式(2-1)、(2-2)可得第  $n(n \geq i \geq 1)$  个关节坐标系相对全局坐标系的变换为  ${}^w\mathbf{T}'_n$ ，则

$${}^w\mathbf{T}'_n = {}^w\mathbf{T}_{i-1} \cdot \mathbf{Rot}_z(\alpha_{i-1}) \cdot \mathbf{Trans}_x(a_{i-1}) \cdot \mathbf{Rot}_z(\theta_i + \delta\theta_i) \cdot {}^i\mathbf{T}_n \quad (2-10)$$

将式(2-10)与式(2-2)相减，并将式(2-9)代入，可得

$$\begin{aligned} {}^w\mathbf{T}'_n - {}^w\mathbf{T}_n &= {}^w\mathbf{T}_{i-1} \cdot \mathbf{Rot}_z(\alpha_{i-1}) \cdot \mathbf{Trans}_x(a_{i-1}) \cdot (\mathbf{Rot}_z(\theta_i + \delta\theta_i) - \mathbf{Rot}_z(\theta_i)) \cdot {}^i\mathbf{T}_n \\ {}^w\mathbf{T}_n \cdot {}^w\Delta_n &= {}^w\mathbf{T}_{i-1} \cdot \mathbf{Rot}_z(\alpha_{i-1}) \cdot \mathbf{Trans}_x(a_{i-1}) \cdot \mathbf{Rot}_z(\theta_i) \cdot {}^i\Delta \cdot {}^i\mathbf{T}_n \\ {}^w\Delta_n &= ({}^w\mathbf{T}_n)^{-1} {}^w\mathbf{T}_{i-1} \cdot \mathbf{Rot}_z(\alpha_{i-1}) \cdot \mathbf{Trans}_x(a_{i-1}) \cdot \mathbf{Rot}_z(\theta_i) \cdot {}^i\Delta \cdot {}^i\mathbf{T}_n \\ {}^w\Delta_n &= ({}^i\mathbf{T}_n)^{-1} \cdot {}^i\Delta \cdot {}^i\mathbf{T}_n \end{aligned} \quad (2-11)$$

其中， ${}^b\Delta_a$ 表示坐标系  $\mathbf{F}_a$ 的运动在坐标系  $\mathbf{F}_b$ 下对应的微分算子。

对于转动关节  $\theta_i$ ，其仅发生绕  $z$  轴的转动，因此可得

$${}^i\Delta = \begin{bmatrix} 0 & -\delta\theta_i & 0 & 0 \\ \delta\theta_i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2-12)$$

记

$${}^i\mathbf{T}_n = \begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x & p_x \\ n_y & o_y & a_y & p_y \\ n_z & o_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2-13)$$

将式(2-12)、(2-13)代入式(2-11)，可得

$${}^w\Delta_n = \begin{bmatrix} 0 & -a_z & o_z & (\mathbf{p}_{in} \times \mathbf{n}_{in})_z \\ a_z & 0 & -n_z & (\mathbf{p}_{in} \times \mathbf{o}_{in})_z \\ -o_z & n_z & 0 & (\mathbf{p}_{in} \times \mathbf{a}_{in})_z \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \delta\theta_i \quad (2-14)$$

其中，矢量  $\mathbf{n}_{in}$ 、 $\mathbf{o}_{in}$ 、 $\mathbf{a}_{in}$ 、 $\mathbf{p}_{in}$  均为  ${}^i\mathbf{T}_n$  的列向量。于是，当关节  $\theta_i$  发生微分运动

$\delta\theta_i$  时, 关节  $\theta_n$  所在坐标系相对全局坐标系的微分运动为

$$\mathbf{J}_i \cdot \delta\theta_i = [(\mathbf{p}_{in} \times \mathbf{n}_{in})_z \quad (\mathbf{p}_{in} \times \mathbf{o}_{in})_z \quad (\mathbf{p}_{in} \times \mathbf{a}_{in})_z \quad n_{inz} \quad o_{inz} \quad a_{inz}]^T \cdot \delta\theta_i \quad (2-15)$$

最终得到的雅可比矩阵为

$$\mathbf{J} = [\mathbf{J}_1 \quad \mathbf{J}_2 \quad \cdots \quad \mathbf{J}_N] \quad (2-16)$$

将式(2-16)代入式(2-6)或式(2-7), 即得到蛇形机械臂的逆运动学模型。

### 2.2.2 扫描轨迹自主规划技术基础

立体视觉设备以点云的形式对物体的几何信息进行表征。由于在单一视角下难以获取对象完备的点云信息, 因此必须通过配准算法进行多视角下点云的拼接。为将所得点云应用于扫描轨迹的生成, 还需选用合适的曲面对其进行拟合, 并根据扫描需求将其离散为路径和扫描位姿点。因此, 本小节将对多视角下的点云配准和 B 样条曲面及其特性进行分析。

#### 1) 多视角点云配准

立体视觉设备可通过距离信息将像素点映射到三维空间中, 从而将捕获对象上各个点的序列以点云的形式描述为

$${}^c\mathbf{P} = \{{}^c\mathbf{p}_1, {}^c\mathbf{p}_2, \dots, {}^c\mathbf{p}_n\} \quad (2-17)$$

其中,  ${}^c\mathbf{p}_i$  为在相机坐标系  $\mathbf{F}_c$  下表示的三维坐标。

在机械臂与立体视觉设备结合的应用中, 多采用相机安装于机械臂末端的手眼 (eye in hand) 结构, 其可以通过机械臂的灵活运动获得更大的视野, 且对相机精度的要求更低。在该结构下, 点云的配准包括粗配准和精配准两个过程。

对于粗配准, 其利用捕获点云时的机械臂位姿将点云变换到全局坐标系  $\mathbf{F}_w$  下, 从而实现初步的配准。记机械臂末端坐标系为  $\mathbf{F}_{end}$ , 则物体上某点  ${}^c\mathbf{p}_i$  在全局坐标系下的坐标可计算为

$${}^w\mathbf{p}_i = {}^w\mathbf{T}_{end} \cdot {}^{end}\mathbf{T}_c \cdot {}^c\mathbf{p}_i \quad (2-18)$$

其中, 点的坐标以  $4 \times 1$  的齐次形式表示;  ${}^w\mathbf{T}_{end}$  可通过式(2-2)计算得到;  ${}^{end}\mathbf{T}_c$  描述了相机在机械臂末端安装的位姿信息, 可通过零件的装配关系得到, 也可通过手眼位置标定获得。通过式(2-18), 可将机械臂在不同姿态下获取的点云  ${}^c\mathbf{P}_1 \sim {}^c\mathbf{P}_n$  变换到全局坐标系下, 实现原始点云的初步配准, 得到粗配准点云结果  $\{{}^w\mathbf{P}_1 \cup {}^w\mathbf{P}_2 \dots \cup {}^w\mathbf{P}_n\}$ 。粗配准效果取决于机械臂运动控制的精度, 而超冗余机械臂由于关节串联放大了运动误差, 精度远不及传统机械臂, 相应粗配准结果也

机械臂为扫查运动机构，以相控阵超声成像为监测手段，通过立体视觉开展扫查轨迹自主规划，并采用自主移动机器人作为运载平台，提出技术指标如下：

**1) 大范围运动能力：**机器人应具备复杂空间下的地图构建、自主导航与避障能力；最大直线速度 1.0m/s，最大无半径旋转速度 1.0rad/s；绝对定位精度 5mm，自主移动定位精度 25mm；

**2) 受限空间内扫查运动能力：**蛇形机械臂应具备受限空间内开展无碰撞运动的能力，同时可对末端位姿进行精准控制；蛇形机械臂臂展不小于 1.0m，自由度数目不少于 16；末端最大负载 1.5kg；最大整体弯曲角度大于 180 度，最小可通行直径为 150mm 的孔洞；末端位置控制响应速度不超过 5s，末端绝对定位精度 20mm、重复定位精度 10mm；

**3) 视觉感知能力：**具备通过视觉信息进行检测对象曲面重建的能力，并可进行机械臂末端运动的视觉伺服控制；视觉伺服控制下的机械臂末端绝对定位精度 10mm、重复定位精度 8mm；

**4) 超声成像检测能力：**具备相控阵超声 FMC 数据采集与实时全聚焦成像的能力；最大相控阵通道数 128；成像分辨率不小于 50 万像素；最大成像帧率 50 帧/秒；钢制试件缺陷检出能力 1mm。

根据上述技术指标，结合受限空间内构件的超声无损检测需求，设计基于蛇形机械臂的自动化相控阵超声成像检测系统总体方案如图 2.10 所示，主要由移动机器人平台及其运动控制导航模块、超冗余蛇形臂及其运动控制模块、视觉伺服模块、相控阵超声成像检测模块以及上位机系统等组成，具体为：**1) 移动机器人平台及其运动控制导航模块：**主要包括移动机器人本体、伺服电机及其驱动器、运动控制器，以及包含激光雷达等多种传感器的定位导航模组。其中运动控制器采用嵌入式平台作为下位机，接收来自上位机的请求并进行运动学解算和电机控制命令生成，通过 CAN 总线实现对伺服电机的控制。定位导航模组包含激光雷达、IMU、车轮里程计等传感器，用于机器人的运动测量以及环境感知，为机器人的 SLAM、路径规划、自主避障等提供丰富的传感数据。移动机器人可在上位机的控制下实现大范围运动，极大扩展系统的工作空间。

**2) 超冗余蛇形臂及其运动控制模块：**包括超冗余蛇形臂机械本体、末端压紧随动机构、机械臂驱动机构，以及机械臂运动控制器。运动控制器通过 USB 接收上位机的运动控制命令，完成解析后通过 CAN 总线下发到伺服电机和制动器中，

以实现机械臂的运动控制，同时也通过 USB 向上位机反馈运动信息。蛇形机械臂末端安装有视觉伺服模块与超声阵列换能器，以实现受限空间内的自动化超声扫查成像。

**3) 视觉伺服模块：**主要包括视觉相机、照明装置及其安装平台。RGBD 相机将采集到的环境信息上传到上位机，经处理后获取待检构件的形状及位置信息，从而用于机械臂末端位姿的反馈和待检构件表面的扫查路径规划，为扫查系统提供自动化能力。

**4) 相控阵超声成像检测模块：**包括超声阵列换能器、激励与信号接收子模块、信号处理及成像子模块、耦合水供给子模块等。上位机通过网口对相控阵超声成像模块的激励接收、信号处理与成像进行配置。超声换能器在机械臂的携带下沿待检构件表面移动，对应的超声成像结果上传至上位机，并与机械臂位置信息合并储存，以供进一步的内部结构成像和缺陷识别。

**5) 上位机系统：**包括基于 CPU+GPU 架构的工控机、显示器、键鼠等设备。上位机通过网口、USB 等多种接口与各运动控制模块、相控阵超声成像模块进行通讯，实现对机器人自主移动、机械臂视觉伺服运动和自动化超声扫查成像的协调控制，并对检测结果进行显示、储存、传输。

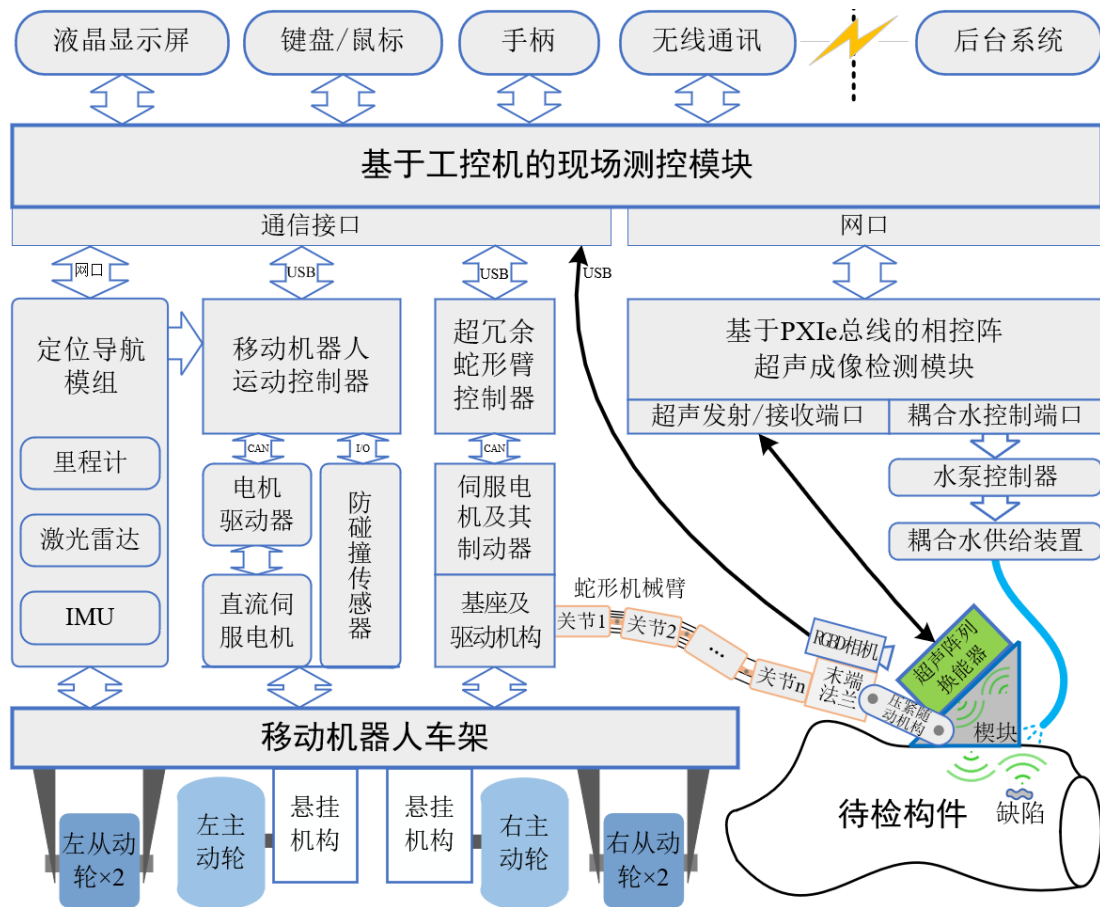


图 2.10 系统总体技术方案框图

在建立基于蛇形机械臂扫查的自动化超声成像系统方案的基础上，可提出设备开展自动化检测的过程如图 2.11 所示，并具体描述如下。首先，由后台系统控制自主移动机器人在工作空间内运动，通过 SLAM 进行自主导航地图的构建。之后向机器人发送指定区域的扫查指令，机器人基于导航地图自主运动到工作位置。随后，由后台系统控制蛇形机械臂运动，通过机械臂末端的深度相机获取不同视角下待检构件的点云信息，并将所得各视角的子点云进行拼接，获得包含完整 ROI 的整体点云。之后，对整体点云进行曲面划分及曲面拟合，并选择包含感兴趣区域的曲面进行扫查轨迹规划。获取扫查轨迹后，为蛇形机械臂指定合适的运动脊线，并由机械臂携带超声换能器沿规划轨迹进行扫查。在机械臂运动过程中，视觉伺服模块将深度相机获取的实时点云数据与此前捕获的点云进行匹配，以获取末端的实际位姿，并将其反馈到机械臂运动控制模块，以实现扫查运动的闭环控制。在扫查过程中，机械臂每到达一个点位，上位机即向相控阵超声成像检测模块发送一个触发信号，由相控阵成像检测模块完成超声信号的发射、接收、处理与成像，并将成像结果上传至上位机，同机械臂的位姿信息共同存储，以供后续的缺陷定位与三维成像等操作。

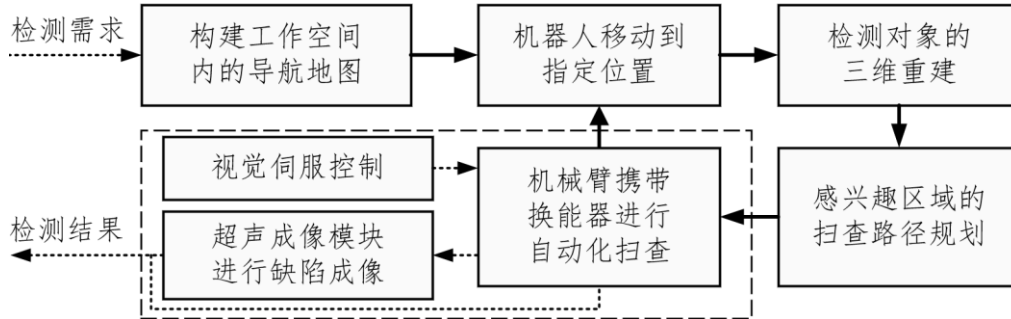


图 2.11 基于蛇形机械臂扫查的自动化超声成像系统工作策略

### 2.3.2 亟待解决的关键技术

为有效实现上述系统研发，提炼亟待解决的关键技术如下：

1) 面向相控阵超声扫查的超冗余蛇形臂设计及其空间运动控制技术。针对传统扫查运动机构在受限空间内运动灵活性不足的痛点，进行体积紧凑、运动灵活的蛇形臂机械本体设计，使之具备狭窄空间内的运动能力。在此基础上，建立蛇形臂正逆运动学模型，并针对相控阵超声检测需求研究狭窄空间内的超冗余机械臂末端位姿控制算法，为受限空间内构件的自动化相控阵超声扫查奠定机构及运动控制基础。

2) 基于视觉伺服控制的蛇形机械臂自动化扫查相控阵超声成像技术。为提高扫查系统的自动化程度,通过 RGBD 相机获取试件点云信息,进行扫查轨迹自主规划,并通过视觉伺服控制保证扫查过程中换能器与检测对象间的位姿关系。同时,进行相控阵超声全矩阵聚焦实时成像技术的研究,以实现超声信号的收发、传输以及实时全聚焦成像,为超声扫查与成像的自动化奠定基础。

3) 基于蛇形机械臂扫查的自动化相控阵超声成像系统集成技术。采用模块化的体系结构,完成超冗余蛇形臂、相控阵超声成像检测模块、自主移动机器人等子模块的研发,并进行系统集成。同时,开展相关实验研究,以验证自动化扫查成像技术与系统的有效性。

## 2.4 本章小结

本章建立了蛇形臂扫查相控阵超声成像的技术基础,并完成了基于蛇形机械臂扫查的自动化相控阵超声成像系统总体技术方案设计,主要工作有:

1) 基于 D-H 参数法,建立了蛇形臂的正逆运动学模型,并推导了其雅可比矩阵的求解过程;分析了手眼结构下多视角点云配准的流程和 ICP 算法原理,以及 B 样条曲面及其法线与曲率特征;建立了阵列换能器所辐射声场的数学模型,探究了其部分参数与声场指向性的关系,并对全聚焦成像原理进行了分析。

2) 在明确系统指标的基础上,设计了基于蛇形机械臂扫查的自动化相控阵超声成像系统的总体技术方案,依此制定了系统开展自动化超声检测的实施策略,并提炼了亟待解决的关键技术。

第三章 超冗余蛇形机械臂设计及其空间运动控制技术

【本章摘要】开展了超冗余蛇形机械臂设计及其空间运动控制技术的研究。采用绳索驱动、正交关节串联结构进行蛇形臂机械本体的设计，并建立其各运动学空间之间的映射关系。在此基础上，基于雅可比矩阵微分控制法和脊线控制法，研究面向受限空间内超声扫查作业的机械臂复合式运动控制方法。本章奠定了系统在复杂狭窄环境中工作的机械臂机构与运动控制技术基础。

3.1 引言

作为超声扫查运动机构的传统非冗余机械臂，由于需要较大的运动空间，难以在受限空间内对检测装置实施有效的位姿控制。而基于仿生学的超冗余蛇形机械臂具有体型紧凑、自由度高、运动灵活等特点，因而非常适合此类狭窄空间中的作业，但其冗余自由度在带来运动灵活性的同时也增大了运动控制的复杂性。目前超冗余机械臂运动控制采用的主流方法有数值解法、脊线法等<sup>[27][33]</sup>，但前者在具有关节角限位和障碍物等约束的条件下解算效率低下、难以满足实时控制的需求<sup>[59]</sup>，而后者则在实现避障的同时也大大降低了末端位姿控制的灵活性<sup>[33]</sup>，因而均难以满足在受限空间内开展相控阵超声扫查的应用需求。

基于以上背景，本章拟设计一款具有 16 个自由度的绳驱动蛇形机械臂，分析其各运动学空间之间的映射关系，并结合相控阵超声无损检测需求研究其在狭窄空间内开展无碰撞运动的控制方法，从而为系统带来受限空间内开展超声扫查的能力。为此，本章提出如图 3.1 所示的超冗余机械臂空间运动控制技术路线图。

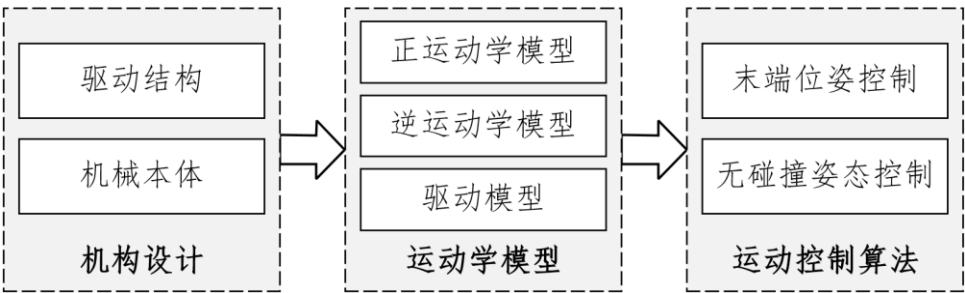


图 3.1 超冗余机械臂空间运动控制技术路线图

3.2 绳驱动超冗余蛇形机械臂的机构设计

为确保机械臂本体的紧凑以实现狭窄空间内的运动，本文所设计超冗余机械臂采用机械臂本体与驱动机构分离的结构，并通过钢丝绳进行传动及关节驱



### 3.4 蛇形机械臂的运动控制

在受限空间内开展相控阵超声扫查成像的场景下，既需要机械臂在有障碍物的环境中安全运行，同时也要求末端扫查机构在待检测构件表面以特定的姿态和方向运动，在确保检测区域完备性的同时保证耦合可靠性与成像稳定性。根据表 1.1 中对数值解法和脊线法特点的分析，现有冗余机械臂运动控制算法难以同时满足末端位姿控制、整体姿态控制、高效解算等多方面的应用需求。为此，本节提出一种数值解法与脊线法结合的冗余机械臂运动控制方法，在实现高效机械臂无碰撞运动控制的同时，充分保留机械臂末端的运动灵活性和速度可控性。针对 3.2 小节中设计的机械臂，本节首先建立基于雅可比矩阵的数值解法和基于 B 样条曲面的脊线法，随后研究两者的复合式控制算法。

#### 3.4.1 基于雅可比矩阵的微分迭代控制算法

##### 1) 雅可比矩阵伪逆法基础算法

若指定机械臂末端的当前位姿与期望位姿分别为  $\mathbf{F}_{now}$ 、 $\mathbf{F}_{exp} \in SE(3)$ ，则机械臂应当发生的位姿变换为

$${}^{now}\mathbf{T}_{exp} = \mathbf{F}_{now}^{-1} \mathbf{F}_{exp} \quad (3-6)$$

但当前位姿与期望位姿可能存在较大的差别，对应变换在较大空间范围中实施。而在 2.2.1 小节中建立的雅可比矩阵仅适用于小范围的微分运动，因此需要建立通过微分运动实现大范围运动的迭代算法。

将变换矩阵  ${}^{now}\mathbf{T}_{exp}$  对应的旋转向量和位移向量分别记为  $\theta \mathbf{n}$ 、 $\mathbf{t}$ ，其中  $\mathbf{n}$ 、 $\theta$  分别为旋转轴对应的单位向量和旋转角度。则  ${}^{now}\mathbf{T}_{exp}$  与两者的关系由 Rodrigues' formula 给出<sup>[62]</sup>，具体为

$${}^{now}\mathbf{T}_{exp} = \begin{bmatrix} \cos \theta \mathbf{I} + (1 - \cos \theta) \mathbf{n} \mathbf{n}^T + \sin \theta \cdot \mathbf{n}^\wedge & \mathbf{t} \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix} \quad (3-7)$$

式(2-9)中微分算子所描述运动对应的旋转向量和位移向量正是  $[\delta x, \delta y, \delta z]^T$  和  $[dx, dy, dz]^T$ ，因此可将  $\theta \mathbf{n}$ 、 $\mathbf{t}$  拆分为足够小的步长，用于微分运动的控制。将  ${}^{now}\mathbf{T}_{exp}$  对应运动划分为  $N$  步 ( $N$  足够大)，则单次运动对应的微分算子可表示为

$$\Delta = \begin{bmatrix} (\theta \mathbf{n} / N)^\wedge & \mathbf{t} / N \\ \mathbf{0} & 0 \end{bmatrix} \quad (3-8)$$

将  $\Delta$  对应位置变化  $d\mathbf{x}$  作为  $\dot{\mathbf{x}}$  代入式(2-6)，即可得到对应的关节角变化量。

根据以上分析, 建立基于雅可比矩阵的微分迭代逆运动学控制算法, 并通过伪码描述如 Algorithm1 所示。算法输出为机械臂从当前位置运动到期望位置过程中的一系列关节角, 将这一系列关节角应用到 3.3.2 小节中所建立的驱动模型中, 即可获得运动过程中对应的电机控制量。在该算法中, **MatDist** 函数用于计算当前位姿到期望位姿的欧式距离, 并将其作为偏差值  $e$ 。算法将  $e$  不大于指定容差  $tole$  作为迭代的终止条件。欧氏距离的计算方法为

$$\sqrt{\sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 (\mathbf{F}_{now\_ij} - \mathbf{F}_{exp\_ij})^2} \quad (3-9)$$

其中, 旋转矩阵部分的欧氏距离仅与旋转角度有关, 其关系为

$$dist_{ang} = 2\sqrt{1-\cos(\theta)} \leq 2\sqrt{2} \quad (3-10)$$

于是, 在确定运动控制允许的位置和角度偏差后, 指定容差  $tole$  的值可计算为

$$\begin{cases} posi\_err = tole & \text{mm} \\ ang\_err = \arccos\left(1 - (tole/2)^2\right) & \text{rad} \end{cases} \quad (3-11)$$

---

**Algorithm1: Basic Jacobian Differential Inverse-Kinematic**


---

**Input:** 当前关节角向量  $\mathbf{q}$ , 期望末端位姿  $\mathbf{F}_{exp}$   
**Output:** 关节角向量序列  $\mathbf{Q}$

```

1  init( $\mathbf{Q}$ );
2   $\mathbf{F}_{now} \leftarrow \text{JointsToPose}(\mathbf{q})$ ;
3   $e \leftarrow \text{MatDist}(\mathbf{F}_{now}, \mathbf{F}_{exp})$ ;
4  while  $e > tole$  do
5       $step\_coef \leftarrow \text{CalStepCoef}(\mathbf{F}_{now}, \mathbf{F}_{exp})$ ;
6       $\mathbf{J} \leftarrow \text{GetJacobian}(\mathbf{q})$ ;
7       $(\theta\mathbf{n}, \mathbf{t}) \leftarrow \text{MatrixToVector}(\mathbf{F}_{now}^{-1} \mathbf{F}_{exp})$ ;
8       $d\mathbf{x} = (\theta\mathbf{n}^T, \mathbf{t}^T)^T / step\_coef$ ;
9       $d\mathbf{q} = \mathbf{J}^+ \cdot d\mathbf{x}$ ;
10      $\mathbf{q} = \mathbf{q} + d\mathbf{q}$ ,  $\mathbf{Q}.pushback(\mathbf{q})$ ;
11      $\mathbf{F}_{now} \leftarrow \text{JointsToPose}(\mathbf{q})$ ;
12      $e \leftarrow \text{MatDist}(\mathbf{F}_{now}, \mathbf{F}_{exp})$ ;
13 end
14 return  $\mathbf{Q}$ ;
```

---

由于雅可比矩阵会随着机械臂的运动而发生变化，每次迭代中计算得到的雅可比矩阵都仅在当前位置附近的空间内有效。为此，引入步长因子  $step\_coef$  来限制每次迭代的距离、角度变化，以将每次运动都约束在当前雅可比矩阵的有效范围内。该因子通过函数  $CalStepCoef$  计算，接下来对其计算策略进行讨论。由式(3-11)可知，欧氏距离对位置的敏感度远大于对角度的敏感度，若要确定合理的步长因子，需对一次运动中允许的旋转最大值和位移最大值分别进行指定。将两者分别表示为  $step_{ang}^{\max}$ 、 $step_{posi}^{\max}$ ，则步长因子可计算为

$$step\_coef = \max\left(\frac{ang}{step_{ang}^{\max}}, \frac{dist}{step_{posi}^{\max}}\right) \quad (3-12)$$

当末端接近期望位姿时，若仍使用该计算方法将导致过大的步长，可能会引起结果在终点附近持续抖动无法收敛。为此，定义系数  $step\_coef_{def}$  作为  $step\_coef$  允许的最小值，从而得到  $step\_coef$  的完整计算策略为

$$step\_coef = \max\left(\frac{ang}{step_{ang}^{\max}}, \frac{dist}{step_{posi}^{\max}}, step\_coef_{def}\right) \quad (3-13)$$

为探究式(3-13)中参数取值对算法收敛速度的影响，对算法 Algorithm1 开展实验仿真。如图 3.11(a)所示，机械臂以姿态 **A** 作为初始状态，分别控制末端运动到位姿  $p_1$ 、 $p_2$  处。在  $step\_coef_{def}=1$ 、运动精度  $tole=0.01$  的条件下，得到  $step_{ang}^{\max}$ 、 $step_{posi}^{\max}$  与机械臂末端到达两个期望位姿时迭代次数的关系如图 3.12 所示。由仿真结果可知，当步长设置过小时，算法在两个位姿下的收敛速度都较慢，需要大量的迭代计算才能收敛到期望位置；收敛速度随步长的增大而增大，但是步长增大到一定程度后，收敛速度反而会出现轻微下降。将  $step_{ang}^{\max}$ 、 $step_{posi}^{\max}$  分别设置为  $8^\circ$ 、80mm，可得机械臂迭代到  $p_1$ 、 $p_2$  过程中各个关节角的变化如图 3.13 所示。

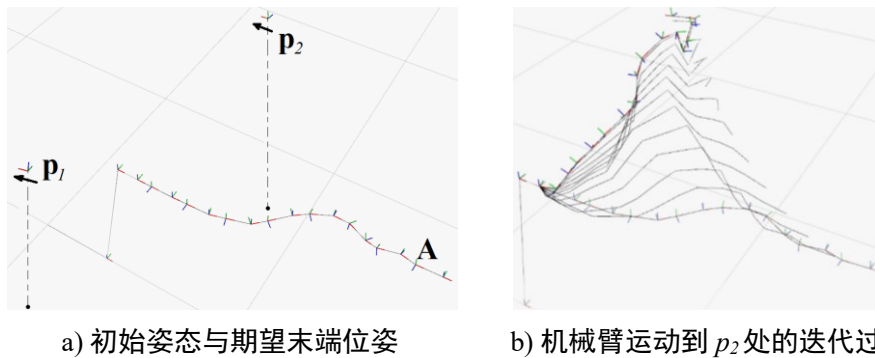


图 3.11 步长参数与算法收敛性关系仿真实验

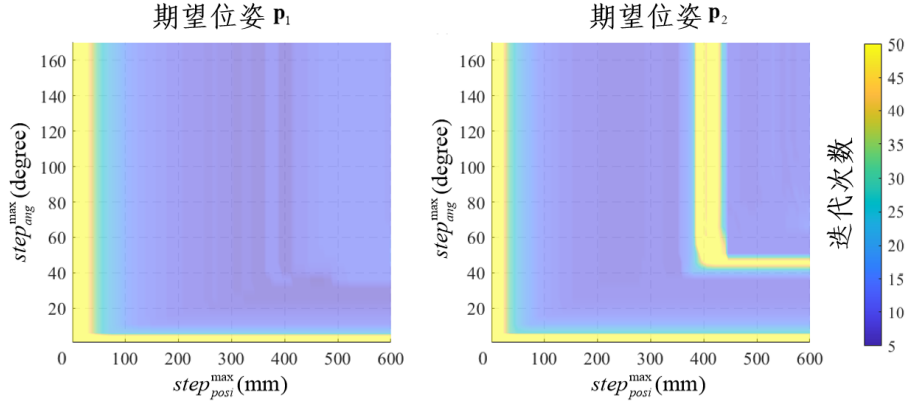


图 3.12 步长参数与算法收敛性关系

进一步探究系数  $step\_coef_{def}$  对算法效果的影响，在前述参数配置下，可得迭代次数与系数值的关系如图 3.14 所示。可见，当设定值小于 0.5 时，迭代过程无法收敛；当设定值在 1 附近时，收敛速度最快；而设定值继续增大时反而会带来收敛速度的下降，但每次迭代的步长也较小，收敛过程更加平稳。

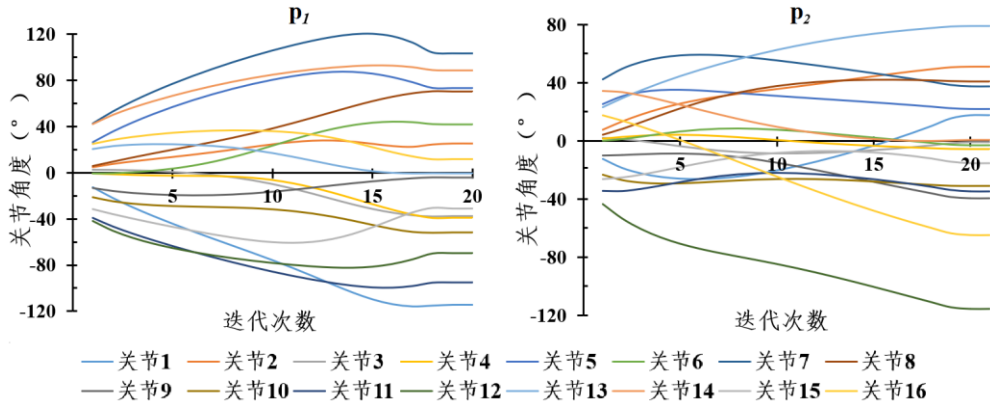
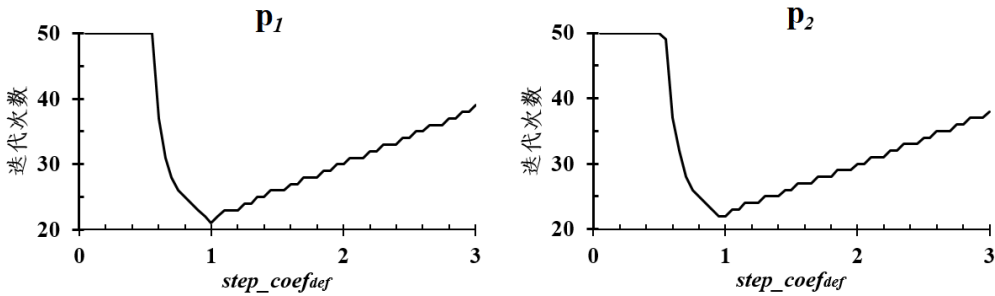


图 3.13 机械臂姿态迭代过程中各个关节的变化

图 3.14 系数  $step\_coef_{def}$  与算法收敛性关系

## 2) 关节角限位约束与权重配置

在图 3.13 所示的仿真中，各个关节的运动范围被设置为  $(-\pi, \pi]$ ，而 3.2 小节中所设计机械臂转动关节的实际运行范围为  $[-30^\circ, 30^\circ]$ 。为了确保控制算法所得结果可物理实现，还需要在前述算法的基础上引入对关节角的约束。对此，

已有的工作多通过阈值法进行限位，即当某关节超过边界值时，便将其限定为边界值，并重复迭代求解<sup>[63]</sup>。但这种策略易导致机械臂姿态始终无法收敛，从而陷入关节限位处的局部极小值。针对该问题，本节在关节角的求解过程中引入计算权重，通过降低靠近限位位置关节的权重来实现关约束。

在雅可比矩阵伪逆法中，式(2-6)的解算结果有着二范数最小的特性。当某一关节在雅可比矩阵中的对应值较大时，其运动对末端位姿变化的贡献越大，在求解中也就具有更高权重。基于上述分析，在雅可比矩阵中引入权重矩阵  $\mathbf{W}$ ，得到调整权重后的雅可比矩阵为

$$\mathbf{J}' = \mathbf{J}\mathbf{W} \quad (3-14)$$

其中， $\mathbf{W}$ 为对角矩阵，具体为

$$\mathbf{W} = \text{diag}(w_1, w_2, \dots, w_{16}), \quad w_1 \sim w_{16} \in [0, 1] \quad (3-15)$$

通过调整  $w_1 \sim w_{16}$  的值，即可以控制对应关节在运动中的角度变化量。将式(3-14)代入式(2-5)，可得施加权重后方程组的解为

$$\dot{\mathbf{q}}' = \mathbf{W}(\mathbf{J}\mathbf{W})^+ \dot{\mathbf{x}} \quad (3-16)$$

为通过权重矩阵实现关节限位，需设计权重值的计算策略。同时，考虑到关节角过大时钢丝绳弯曲会带来的运动精度下降问题，应使每个关节转动的角度都尽量小。即当本次迭代中得到的  $d\theta_i$  会使  $|\theta_i|$  进一步增大时，需要减小对应权重  $w_i$ ，以抑制其向限位位置的靠近。基于以上分析，定义  $w_i$  的计算规则为

$$w_i = \begin{cases} w_{di} & , \text{ other} \\ w_{di} \cdot \frac{\theta_{lim} - |\theta_i|}{\theta_e} & , |\theta_i| > \theta_e \text{ 且 } \theta_i \cdot d\theta_i > 0 \end{cases} \quad (3-17)$$

其中， $w_{di}$  为关节默认权重； $\theta_{lim}$  为限位角度，对于本文所设计的机械臂其值为  $30^\circ$ ； $\theta_e$  为开始减小权重的角度阈值。在该计算策略下，当  $w_{di}$  取最大值 1 时，若要保证变化之后的关节角不超过限位角度，需满足

$$\begin{aligned} \theta_{i\_new} &= |\theta_i + w_i \cdot d\theta_i| < \theta_{lim} \\ \Rightarrow |\theta_i| + \frac{\theta_{lim} - |\theta_i|}{\theta_e} \cdot |d\theta_i| &< \theta_{lim} \Rightarrow |d\theta_i| < \theta_e \end{aligned} \quad (3-18)$$

由式(3-18)可知，只要关节角单次增量不超过  $\theta_e$ ，关节即可被限位在期望范围内。

此外，通过调整默认权重向量  $\mathbf{W}_d = [w_{d1}, w_{d2}, \dots, w_{d16}]$ ， $w_{d1} \sim w_{d16} \in [0, 1]$ ，还可以控制机械臂运动过程中各关节的优先级，或者使机械臂只有部分关节参与

到运动当中，从而实现对机械臂运动过程中行为及整体形态的干预。

### 3) 机械臂奇异性分析

当机械臂的运行接近奇异构型时，会出现一个或多个自由度的退化。如果在该位置下仍使用伪逆法，就会导致过大的关节变化量，使姿态的求解与机械臂的运行极不稳定。为分析这一现象，对雅可比矩阵  $\mathbf{J}$  进行奇异值分解<sup>[64]</sup>，即

$$\mathbf{J} = \mathbf{U}\mathbf{D}\mathbf{V}^T \quad (3-19)$$

其中， $\mathbf{U} \in \mathbf{R}^{6 \times 6}$ 、 $\mathbf{V} \in \mathbf{R}^{16 \times 16}$  均为酉矩阵， $\mathbf{D}$  由  $\mathbf{J}$  的奇异值组成，具体为

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} \text{diag}(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_r) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (3-20)$$

其中， $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_r > 0$ ，且  $r \leq 6$ 。当  $r < 6$  时，方程解的存在性需要通过  $\mathbf{J}\mathbf{J}^+ \dot{\mathbf{x}} = \dot{\mathbf{x}}$  进行验证，考虑到实际应用意义，此处不对该情况作进一步讨论。

关节速度  $\dot{\mathbf{q}}$  的二范数与奇异值的关系可描述为

$$\|\dot{\mathbf{q}}\| = \sqrt{\sum_{i=1}^6 \frac{\gamma_i^2}{\sigma_i^2}} \quad (3-21)$$

其中， $[\gamma_1, \dots, \gamma_6]^T = \mathbf{V}\mathbf{U}^T \dot{\mathbf{x}}$ 。由式(3-21)可知，而当  $\mathbf{J}$  存在接近零的特征值时，会在伪逆法中求解得到极大的关节角变化量，在机械臂的运行上则表现为极大的关节速度，并带来运行中的剧烈振动。由式(3-21)亦知可以由  $\sigma_r$  或  $\sqrt{\det(\mathbf{J}\mathbf{J}^T)}$  的值来判断机械臂是否接近奇异构型。为避免靠近奇异点时可能产生的失稳问题，Wampler 基于数值优化中的 Levenberg-Marquardt 法，在式(2-4)中引入了阻尼项，将求解问题转换为式(3-22)，称为阻尼最小二乘法<sup>[65]</sup>。

$$\min(\|\mathbf{x}(\mathbf{q}) - \mathbf{x}_d\| + \lambda^2 \|\dot{\mathbf{q}}\|) \quad (3-22)$$

其中， $\lambda \in \mathbf{R}$  为阻尼常数，取零时即退化为雅可比矩阵伪逆法。求解式(3-22)得

$$\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{J}^T (\mathbf{J}\mathbf{J}^T + \lambda^2 \mathbf{I})^{-1} \dot{\mathbf{x}} \quad (3-23)$$

对于式(3-23)的求解结果， $\dot{\mathbf{q}}$  的二范数为<sup>[30]</sup>

$$\|\dot{\mathbf{q}}\| = \sqrt{\sum_{i=1}^6 \frac{\sigma_i \gamma_i^2}{\sigma_i^2 + \lambda^2}} \quad (3-24)$$

可见，由于阻尼系数  $\lambda$  的存在，即使  $\mathbf{J}$  的奇异值接近零，关节速度依然可以被控制在合理范围内。 $\lambda$  的值越大，机械臂在奇异点附近越稳定，但同时也会导致收敛速度变慢、求解效率降低。此处采用  $\sigma_r$  作为机械臂接近奇异点的判据，并

依此进行伪逆法和阻尼法的切换，以保证计算的收敛速度。

基于以上分析，对 Algorithm1 进行优化，得到改进后的算法如 Algorithm2 所示（仅显示改动的部分）。该算法中， $s$  为判断机械臂是否接近奇异位置的阈值，当判据值大于该阈值时，使用雅可比矩阵伪逆法，否则使用阻尼最小二乘法，从而实现求解中稳定性与效率的平衡。

为验证权重矩阵限位策略的效果，对算法 Algorithm2 开展实验仿真。如图 3.15(a)所示，以姿态  $\mathbf{B}$  作为初始状态，分别控制末端运动到位姿  $\mathbf{p}_3 \sim \mathbf{p}_7$  处，并分别采用权重矩阵限位策略和边界阈值限位策略进行逆运动学解算，所得迭代次数如表 3.3 所示。可见，权重矩阵限位策略在多数时候可以大大提高算法的收敛速度。图 3.15(b)展示了权重矩阵限位策略下，机械臂运动到  $\mathbf{p}_5$  的过程。

---

**Algorithm2: Improved Jacobian Differential Inverse-Kinematic**

---

**Input:** 当前关节角向量  $\mathbf{q}$ ，期望末端位姿  $\mathbf{F}_{\text{exp}}$

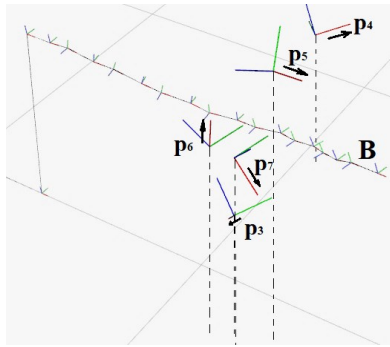
**Output:** 关节角向量序列  $\mathbf{Q}$

```

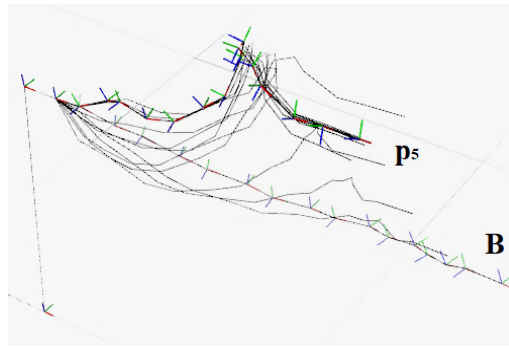
...      ...
9      if  $\sigma_r > s$  then
10     |    $d\mathbf{q} = \mathbf{J}^+ \cdot d\mathbf{x}$ ;
11     else
12     |    $d\mathbf{q} = \mathbf{J}^T (\mathbf{J}\mathbf{J}^T + \lambda^2 \mathbf{I})^{-1} d\mathbf{x}$ ;
13     end
14      $\mathbf{W} \leftarrow \text{GetWeight}(\mathbf{q}, d\mathbf{q})$ ;
15      $\mathbf{J}' = \mathbf{J}\mathbf{W}$ ;
16      $d\mathbf{q} \leftarrow \text{Re-execute Line 9} \sim 13$ ;
17      $\mathbf{q} = \mathbf{q} + \mathbf{W}d\mathbf{q}$ ,  $\mathbf{Q}.\text{pushback}(\mathbf{q})$ ;
...      ...

```

---



a) 初始姿态与期望末端位姿



b) 机械臂运动到  $\mathbf{p}_5$  处的迭代过程

图 3.15 权重矩阵限位仿真实验

表 3.3 两种限位策略下的解算迭代次数

	$p_3$	$p_4$	$p_5$	$p_6$	$p_7$
权重矩阵限位	5	13	13	6	9
边界阈值限位	19	94	24	79	286

为分析权重矩阵限位对机械臂逆运动学解算行为的影响，绘制出两种策略下机械臂末端迭代到  $p_6$  处过程中各关节角的变化过程，如图 3.16 所示。可见，在权重矩阵限位策略下，当关节角度到达较大值时增速会放缓，且始终相距限位角度有一定距离。而在边界阈值限位策略下，多个关节到达限位角度后收敛速度受限，大大影响了解算的效率。

此外，通过调整默认权重向量  $\mathbf{W}_d$ ，也可以使机械臂表现出不同的行为。图 3.17 展示了不同  $\mathbf{W}_d$  设置下，机械臂末端到达  $p_7$  处时整体的姿态。其中， $\mathbf{W}_{d1}$  中各关节权重均为 1； $\mathbf{W}_{d2}$  中前 8 个关节权重降低至 0.5； $\mathbf{W}_{d3}$  中将前两个关节权重设为零。由仿真结果可以看出，当权重设为零时，相应关节将不会参与运动。

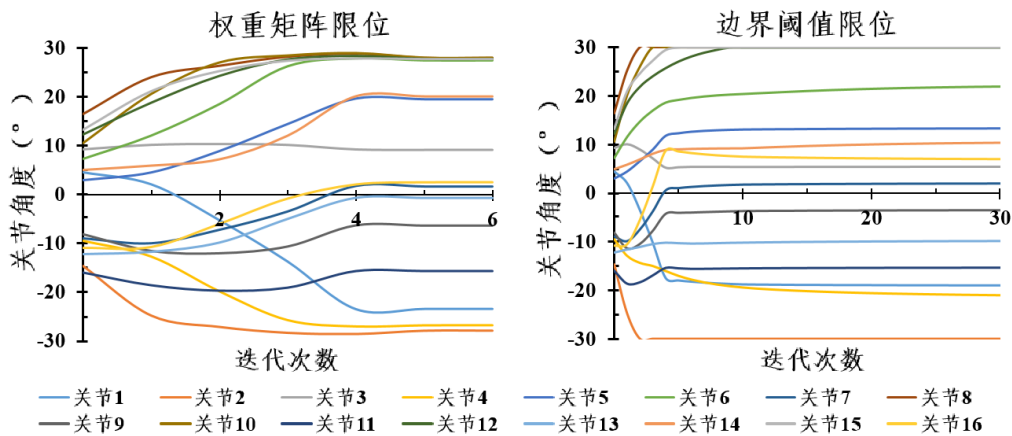


图 3.16 两种限位策略下姿态迭代中各个关节角的变化

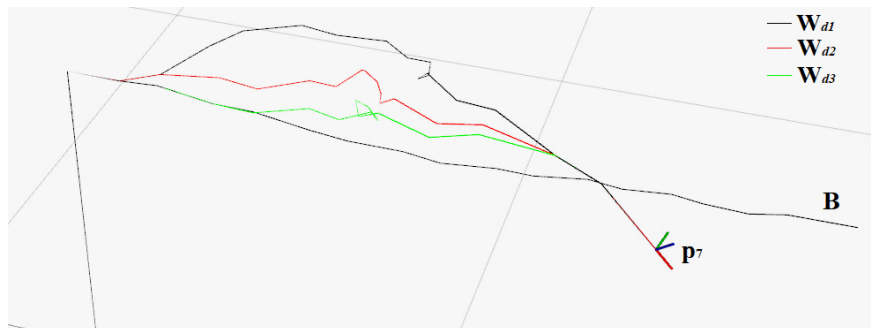


图 3.17 不同权重向量下机械臂逆运动学解算结果

### 3.4.2 基于 B 样条曲线的脊线法控制算法

脊线法的核心在于脊线的确定以及机械臂对脊线的拟合。常见的脊线类型



有模式函数曲线<sup>[33]</sup>、贝塞尔曲线<sup>[66]</sup>、三次样条曲线<sup>[67-68]</sup>、B 样条曲线<sup>[69]</sup>等。其中，B 样条曲线具有连续平滑、多阶导数连续、可局部控制等特点，且可以方便地进行控制点的调整和删减而不改变多项式次数。考虑到冗余机械臂的脊线形状相对简单，且无高阶导数的连续性要求，为提高计算效率，本文选择三次 B 样条曲线进行脊线的描述。B 样条曲线可以描述为

$$P(u) = \sum_{k=0}^n p_k B_{k,d}(u), \quad u_{\min} \leq u \leq u_{\max}, 2 \leq d \leq n+1 \quad (3-25)$$

其中， $p_k$  为曲线控制点，其坐标值在全局坐标系下进行表示； $B_{k,d}(u)$  为 B 样条曲线的基函数； $d$  为基函数的多项式次数。基函数表达式可以通过 Cox-deBoor 递归公式计算得到<sup>[70]</sup>。

根据机械臂初始状态、空间中障碍情况、工作要求等条件，可在工作空间中确定机械臂经行的控制点，进而计算相应的 B 样条曲线作为运动脊线。之后，通过 FTL 策略进行机械臂运动过程中的关节角计算，从而实现机械臂沿脊线的运动控制。在文献[71]中，作者以图 3.18(a)所示的方式自末端臂段起对各个臂段依次进行位置更新，以实现机械臂整体关节角的求解，其过程如图 3.18(b)所示。但是对于本章机械臂中所使用的正交轴结构关节，一个臂段的长度会随着关节的运动而发生变化，导致该求解方式并不适用。为此，需要设计一种新的求解策略，通过迭代对机械臂沿脊线运动后的关节角进行更新。

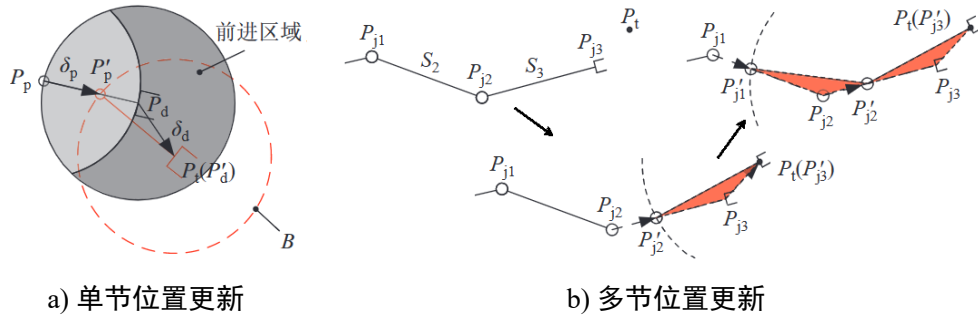


图 3.18 基于 FTL 的位置更新方法<sup>[71]</sup>

### 1) FTL 关节角求解策略

由于机械臂安装在驱动机构底座上，而底座本身在机械臂沿脊线运动时只能提供  $x$  方向上的进给运动。因此，机械臂基部位置的坐标系  $F_0$  在运动过程中始终存在约束，具体为

$$F'_0 = F_0 \cdot \text{Trans}_x(dx) \quad (3-26)$$

若仍采用类似图 3.18 中自末端向基部逐段更新的策略，将很难满足这一约束，导致求解失败。为此，必须使用从基部向末端的更新顺序。于是，FTL 关节角求解可以分为三个步骤：计算基部进给距离、逐段在曲线上拟合以获取新的关节位置、通过逆运动学求解各个关节角。由于末端运动与基部的位移难以建立定量关系，因此需要通过三个步骤的迭代来使得末端位置逼近期望值。

考虑机械臂末端需要从当前位置  $\mathbf{P}_{end}$  运动到目标位置  $\mathbf{P}'_{end}$ ，且两个位置均位于脊线曲线上。若曲线上两点之间的弦长为

$$L_{chord} = \|\mathbf{P}'_{end} - \mathbf{P}_{end}\| \quad (3-27)$$

则基部的进给距离可指定为

$$dx_{base} = (-1)^s k_b L_{chord} \quad (3-28)$$

其中， $s$  用于控制距离值的符号，当末端运动为前进时取 0，后退时取 1； $k_b > 0$  为进给比例因子，用于保证迭代的收敛性。

在此基础上，以每两个关节为一组，依次进行各段位置的更新。以关节  $i$  ( $i$  为奇数) 与关节  $i+1$  为对象进行分析，当关节角运动范围为  $[-30^\circ, 30^\circ]$  时，关节  $i+1$  末端  $p$  的工作空间可由曲面  $S$  描述，如图 3.19 所示。图中，坐标系  $x$  轴方向为关节  $i$  转动角度为零时的指向， $z$  轴与关节  $i$  的转轴重合，曲线  $P$  过坐标系原点。由此，关节位置的更新问题转化为求解曲面  $S$  与曲线  $P$  交点的问题。

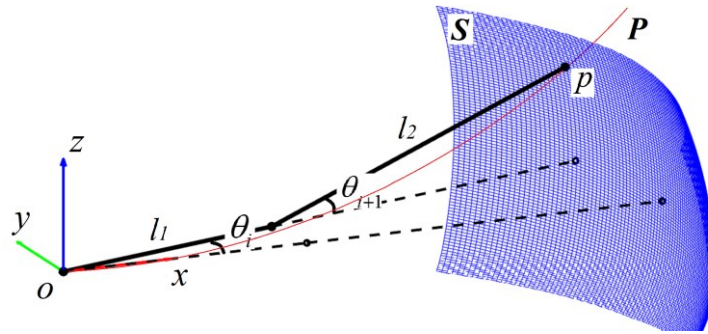


图 3.19 单段机械臂运动示意图

根据几何关系，可以计算得到  $p$  的位置如式(3-29)，其中  $l_1$ 、 $l_2$  分别为 61mm、89mm。该式亦为曲面  $S$  的参数表达式。但由于式(3-25)的复杂性，其难以直接同式(3-29)联立进行解析求解，因而需要设计数值迭代算法来求取交点。

$$\begin{cases} x_p = \cos \theta_i \cdot (l_1 + \cos \theta_{i+1} \cdot l_2) \\ y_p = \sin \theta_i \cdot (l_1 + \cos \theta_{i+1} \cdot l_2), \quad \theta_i, \theta_{i+1} \in [-30^\circ, 30^\circ] \\ z_p = \sin \theta_{i+1} \cdot l_2 \end{cases} \quad (3-29)$$

在图 3.19 中, 曲面  $S$  上相距坐标系原点  $o$  最远的点为  $\theta_{i+1}=0$  时的位置, 对应最远距离为  $r_{\max}=l_1+l_2$ ; 相距最近的点为  $\theta_{i+1}=30^\circ$  时的位置, 对应最近距离为

$$r_{\min} = \sqrt{l_1^2 + l_2^2 + \sqrt{3}l_1l_2} \quad (3-30)$$

如图 3.20 所示 (为了图像的简洁性, 仅对平面  $xoz$  进行表达), 以坐标系原点  $o$  为球心, 分别以  $r_{\max}$ 、 $r_{\min}$  为半径绘制球面  $C_{\max}$ 、 $C_{\min}$ , 则曲面  $S$  完全位于两球面之间。若曲线分别与曲面、球面相交于点  $p$ 、 $p_1$ 、 $p_2$ , 则点  $p$  在曲线  $P$  上的位置必然介于  $p_1$ 、 $p_2$  之间, 三个点在曲线上对应的节点参数关系为

$$u_1 \leq u \leq u_2 \quad (3-31)$$

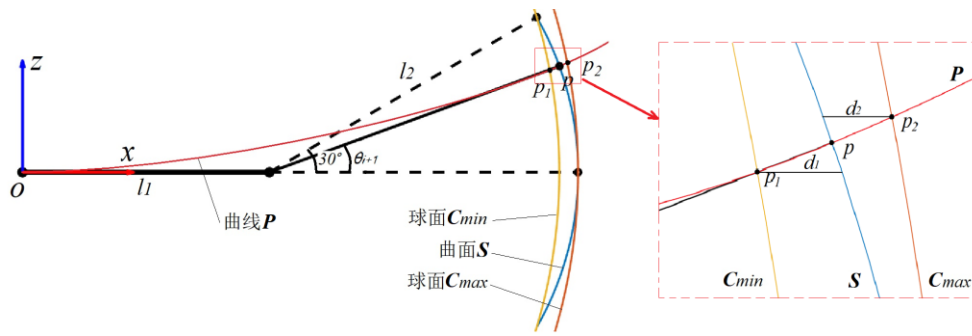


图 3.20 单段机械臂位置更新示意图

分别计算点  $p_1$ 、 $p_2$  在  $x$  方向上到曲面  $S$  的距离  $d_1$ 、 $d_2$ , 若两者均未满足精度要求, 可通过式(3-32)获取  $P$  上的一点  $p_3$ 。若  $p_3$  到曲面  $S$  的距离在允许误差范围内, 则认为其为所求的交点; 否则用  $p_3$  代替  $p_1$ 、 $p_2$  中的同侧点, 并通过式(3-32)进行迭代求解。

$$\frac{u_3 - u_1}{d_1} = \frac{u_2 - u_3}{d_2} \Rightarrow u_3 = \frac{u_1 d_2 + u_2 d_1}{d_1 + d_2} \quad (3-32)$$

求得交点之后, 将其代入式(3-29), 即可得到当前段的关节角。具体表达式为

$$\begin{cases} \theta_i = \arcsin\left(\frac{y_p}{l_1 + \cos\theta_{i+1} \cdot l_2}\right) \\ \theta_{i+1} = \arcsin\left(\frac{z_p}{l_2}\right) \end{cases} \quad (3-33)$$

基于以上分析过程, 提出机械臂沿 B 样条曲线运动的 FTL 算法如 Algorithm3 所示。其中,  $tole_1$  与  $tole_2$  分别为末端位置控制的允差、更新关节位置的允差; 对于 UpdateJointAngle 函数, 需要对求解得到的关节角进行超限判断,

并将限位之后的角度更新到关节角向量  $\mathbf{q}'$  中。

如图 3.21(a)所示, 使用上述算法控制机械臂末端分别沿曲线  $P_1$ 、 $P_2$ 、 $P_3$  向前、向后运动 500mm, 并将向前运动的解算结果可视化, 如图 3.21(b)所示。

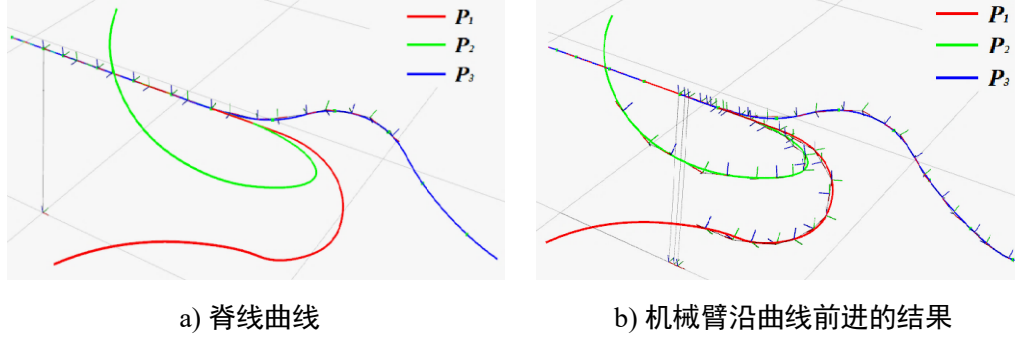


图 3.21 脊线控制算法仿真实验

---

**Algorithm3: FTL Along The B-spline Curve**

---

**Input:** 当前关节角向量  $\mathbf{q}$ , B 样条曲线  $P$ , 末端在曲线  $P$  上的期望位移  $d_{exp}$

**Output:** 期望位置关节角向量  $\mathbf{q}'$

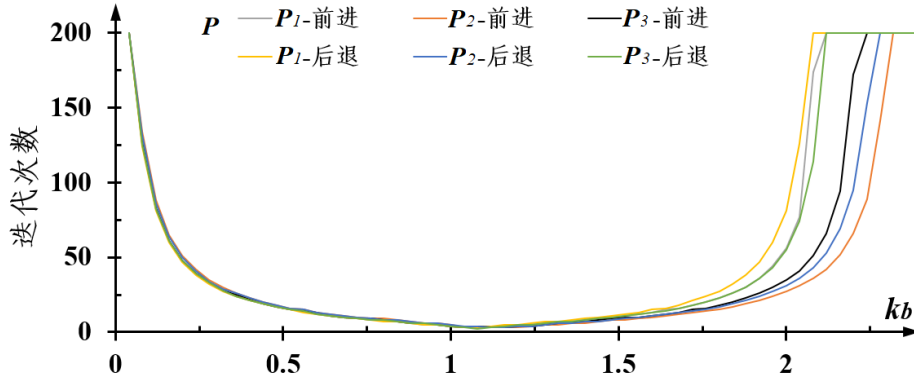
```

1   $\mathbf{F}_{end0} \leftarrow \text{JointsToPose}(\mathbf{q});$ 
2   $end\_err = d_{exp};$ 
3  while  $end\_err > tole_1$  do
4       $\mathbf{F}_0 = \mathbf{F}_0 \cdot \text{Trans}_x((-1)^s k_b \cdot end\_err);$ 
5      for  $i=1,3,\dots,N$  do
6           $(\mathbf{S}, \mathbf{C}_{max}, \mathbf{C}_{min}) \leftarrow \text{BuildSurface}(\mathbf{F}_{i-1}, r_{max}, r_{min});$ 
7           $(u_1, u_2) \leftarrow \text{CallIntersection}(P, \mathbf{C}_{max}, \mathbf{C}_{min});$ 
8           $(d_1, d_2) \leftarrow \text{CalDistToSurface}(\mathbf{S}, u_1, u_2);$ 
9          while  $\text{Min}(d_1, d_2) > tole_2$  do
10              $(u_3, d_3) \leftarrow \text{CalNewIntersection}(\mathbf{S}, u_1, u_2, d_1, d_2);$ 
11              $(u_1, u_2, d_1, d_2) \leftarrow \text{UpdateIntersection}(u_1, u_2, u_3, d_1, d_2, d_3);$ 
12         end
13          $\mathbf{q}' \leftarrow \text{UpdateJointsAngle}(u_1, u_2);$ 
14          $\mathbf{F}_{i+1} \leftarrow \text{JointsToPose}(\mathbf{q}');$ 
15     end
16      $end\_err \leftarrow \text{Distance}(\mathbf{F}_{end0}, \mathbf{F}_{end});$ 
17 end
18 return  $\mathbf{q}';$ 

```

---

将系数  $k_b$  设置为不同的值, 探究其对算法收敛速度的影响, 仿真结果如图 3.22 所示。由仿真结果可知, 当  $k_b$  值为 1.1 时, 算法具有最快的收敛速度。

图 3.22 系数  $k_b$  对算法收敛速度的影响

## 2) B 样条曲线脊线生成

在 FTL 方法中，只需对末端轨迹进行规划，即可实现对整个机械臂无障碍运动的控制，进而可以将人工势场法、D\*算法等移动机器人路径规划算法应用于超冗余蛇形臂的运动姿态规划。但由于关节角的限位，机械臂难以对大曲率的曲线进行拟合，因此对末端路径的规划提出了几何约束要求。针对该问题，此处提出一种通过曲率控制 B 样条轨迹曲线生成的方法。该方法分为两个步骤：其一，是通过机械臂初始状态下各关节的位置生成 B 样条曲线初始控制点，实现曲线初始化；其二，是在机械臂运动目标点方向上生成曲率受限的弧线，并在弧线上获取控制点添加到 B 样条曲线中，从而实现轨迹曲线的延长。

由于机械臂末端运动轨迹往往是连续且光滑的，因此可以通过一段空间圆弧  $C_v$  对前进方向上小范围内的运动路径进行描述，称之为虚拟路径。如图 3.23 所示，圆弧  $C_v$  与机械臂末端坐标系  $F_{end}$  的  $x$  轴在原点  $o$  处相切（即圆心  $o_v$  位于平面  $yo_z$  上），弧线所在平面同平面  $xoy$  的夹角为  $\alpha$ ，圆弧半径为  $r_v$ 。于是， $C_v$  在坐标系  $F_{end}$  下可通过参数方程式进行描述，具体为

$$\begin{cases} x_v = r_v \cdot \sin(\beta) \\ y_v = r_v \cdot \cos(\alpha) \cdot (1 - \cos(\beta)) \\ z_v = r_v \cdot \sin(\alpha) \cdot (1 - \cos(\beta)) \end{cases}, \quad \beta \in \left[0, \frac{l_v}{r_v}\right] \quad (3-34)$$

其中， $\beta$  为方程参数， $l_v$  为弧长。 $\alpha$  与  $r_v$  的值可结合 D\*算法等路径规划算法计算得到，也可手动控制。通过保证圆弧  $C_v$  或其延长线与曲面  $S$  存在交点，即可使得虚拟路径在向目标位置位姿延伸的同时满足机械臂几何约束。

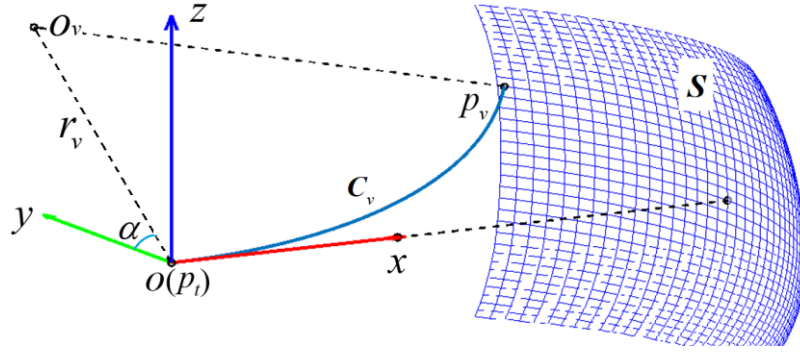


图 3.23 机械臂运动的虚拟路径示意图

记弧线末端为  $p_v$ ，并将其作为虚拟控制点添加到曲线  $\mathbf{P}$  的控制点序列中，则可以将虚拟路径  $\mathbf{C}_v$  近似地添加到机械臂运动脊线中。将末端中心点  $o$  作为临时控制点  $p_t$  加入到  $\mathbf{P}$  的控制点序列中，则曲线控制点序列可表示为

$$\mathbf{p}=[p_0, p_1, \dots, p_n, p_t, p_v] \quad (3-35)$$

在式(3-35)中控制点对应的脊线下，通过 Algorithm3 控制机械臂向前运动，并不断对  $p_t$ 、 $p_v$  位置进行更新。为确保已生成曲线形状的稳定，当点  $p_t$  到点  $p_n$  的距离超过一定值时，将  $p_t$  的值作为  $p_{n+1}$  添加到序列中，即可实现脊线的延长。图 3.24 展示了使用该方法在障碍物环境下生成到达  $p$  点的脊线曲线的过程。其中，曲线上的绿色点为 B 样条曲线控制点，新增控制点的间隔设置为 0.2m。

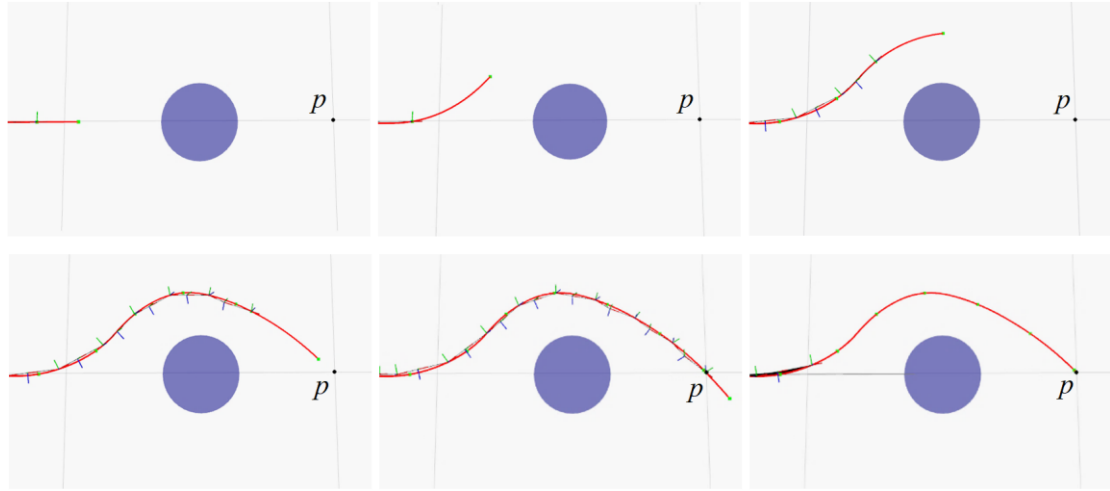


图 3.24 B 样条曲线脊线生成过程

### 3.4.3 蛇形机械臂的复合式运动控制算法

基于 3.4.2 中提出的脊线法控制算法，机械臂可以通过蜿蜒运动实现在复杂受限空间中的避障。但是在进行相控阵超声成像时，不但要求探头到达待检位置，而且需要通过调整其位姿来确保探头与待检构件表面良好的接触耦合。而



在扫查焊缝、圆柱形构件等结构或构件内部不同取向的缺陷时，还要求探头及声场波束与待检构件间保持特定的位姿关系。此外，为了实现区域性的扫查，探头往往还需要在构件表面以一定速度移动。对机械臂末端姿态和速度等的控制，都是难以通过脊线法实现的。针对这一问题，文献[63]提出了脊线法与微分运动法共同控制的策略：先通过脊线法使机械臂到达目标点附近，再通过微分运动对末端若干关节进行控制以调整末端姿态，从而同时实现了机械臂整体构型以及末端局部姿态的控制。但是该方法将两个控制过程分离，FTL 的控制结果很大程度上制约了之后末端局部控制的能力，使冗余机械臂的灵活性无法得到充分发挥。针对该问题，基于之前两小节中提出的算法以及表 1.1 中对两种控制方法特点的分析，本节提出一种新型的蛇形机械臂复合式运动控制算法，其思想在于：使用脊线法对机械臂关节 1~关节  $m$  ( $m$  为偶数) 进行控制，使之沿既定脊线运动。同时，将该部分机械臂等效为一个虚拟关节，与末端的关节  $m+1$ ~关节 16 共同通过雅可比矩阵微分迭代法进行精准的位姿控制。在此策略下，当期望位置位于末端若干关节的工作空间之外时，机械臂可自动通过虚拟关节沿脊线的运动将目标点纳入工作空间，极大地提高了机械臂运动的灵活性。

该方法的核心在于对虚拟关节微分运动的描述。在脊线法中，机械臂末端始终沿脊线运动，末端与脊线之间可视为一个沿曲线的滑动副。为研究滑动过程中移动距离与末端位姿变化的关系，需对脊线的局部几何特性进行分析。根据微分几何理论，对于三阶 B 样条曲线等光滑空间曲线，其线上任意点  $p$  的局部特性可通过 TNB 坐标系进行描述<sup>[72]</sup>。如图 3.25 所示，该坐标系的确定方式为：作为  $x$  轴的向量  $\mathbf{T}$  为点  $p$  处切线方向上的单位向量，作为  $y$  轴的向量  $\mathbf{N}$  为指向该点曲率圆圆心  $o_v$  方向的单位向量，作为  $z$  轴的向量  $\mathbf{B}$  为  $\mathbf{T}$  与  $\mathbf{N}$  的叉乘。记该坐标系为  $\mathbf{F}_{TNB}$ ，并在曲率圆圆心处建立由  $\mathbf{F}_{TNB}$  沿向量  $\mathbf{N}$  平移得到的坐标系  $\mathbf{F}_v$ 。在忽略曲线挠率的情况下， $p$  点沿曲线的微小运动可等效为绕轴  $o_v z_v$  的微小

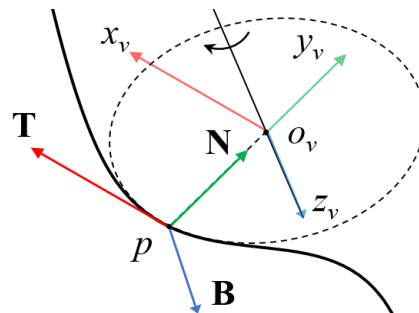


图 3.25 点在曲线上的微分运动分析示意图

转动。因此，机械臂关节  $m$  的末端中心沿曲线  $\mathbf{P}$  运动时，可瞬时等效为一个轴为  $o_v z_v$  的转动关节  $\theta_v$ 。

对于曲线  $\mathbf{P}$ ，以其弧长  $s$  为参数，其任一点处  $\mathbf{F}_{TNB}$  的坐标轴向量可计算为

$$\begin{cases} \mathbf{T} = \frac{d\mathbf{P}}{ds} \\ \mathbf{N} = \frac{d\mathbf{T}}{ds} / \left| \frac{d\mathbf{T}}{ds} \right| \\ \mathbf{B} = \mathbf{T} \times \mathbf{N} \end{cases} \quad (3-36)$$

于是坐标系  $\mathbf{F}_{TNB}$  可表示为

$$\mathbf{F}_{TNB} = \begin{bmatrix} \mathbf{T} & \mathbf{N} & \mathbf{B} & 0 \\ p_x & p_y & p_z & 1 \end{bmatrix}^T \quad (3-37)$$

曲线曲率  $k$  可通过  $|d\mathbf{T}/ds|$  计算得到。当  $k$  非零时， $\mathbf{F}_v$  与  $\mathbf{F}_{TNB}$  的关系为

$$\mathbf{F}_v = \mathbf{F}_{TNB} \cdot \mathbf{Trans}_y(k^{-1}) \Rightarrow {}^v\mathbf{T}_{TNB} = \mathbf{Trans}_y(k^{-1}) \quad (3-38)$$

若虚拟关节发生微分转动  $\delta\theta_v$ ，有  $\delta\theta_v = k \cdot ds$ 。则虚拟关节  $\theta_v$  的微分算子为

$${}^v\Delta = \begin{bmatrix} 0 & -k \cdot ds & \mathbf{0}_{2 \times 2} \\ k \cdot ds & 0 & \mathbf{0}_{2 \times 2} \\ \mathbf{0}_{2 \times 2} & \mathbf{0}_{2 \times 2} & \mathbf{0}_{2 \times 2} \end{bmatrix} \quad (3-39)$$

由式(2-11)可得

$$\begin{aligned} {}^w\Delta_n &= ({}^v\mathbf{T}_n)^{-1} \cdot {}^v\Delta \cdot {}^v\mathbf{T}_n \\ &= ({}^{TNB}\mathbf{T}_n)^{-1} \cdot ({}^{TNB}\mathbf{T}_v \cdot {}^v\Delta \cdot {}^v\mathbf{T}_{TNB}) \cdot {}^{TNB}\mathbf{T}_n \end{aligned} \quad (3-40)$$

将式(2-13)、式(3-38)代入式(3-40)，可得微分运动  $\delta\theta_v$  所引起关节  $n$  的微分运动对应微分算子为

$${}^w\Delta_n = \begin{bmatrix} 0 & -ka_z & ko_z & k \cdot (\mathbf{p} \times \mathbf{n})_z + n_x \\ ka_z & 0 & -kn_z & k \cdot (\mathbf{p} \times \mathbf{o})_z + o_x \\ -ko_z & kn_z & 0 & k \cdot (\mathbf{p} \times \mathbf{a})_z + a_x \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} ds \quad (3-41)$$

其中，矢量  $\mathbf{n}$ 、 $\mathbf{o}$ 、 $\mathbf{a}$  均为  ${}^{TNB}\mathbf{T}_n$  的列向量， $n_x$ 、 $o_x$ 、 $a_x$ 、 $n_z$ 、 $o_z$ 、 $a_z$  均为矢量  $\mathbf{n}$ 、 $\mathbf{o}$ 、 $\mathbf{a}$  中的元素。 ${}^{TNB}\mathbf{T}_n$  可计算为

$${}^{TNB}\mathbf{T}_n = \mathbf{F}_{TNB}^{-1} \mathbf{F}_n \quad (3-42)$$

式(3-42)可结合式(2-2)、式(3-37)进行求解。易证明，当  $k$  为零时式(3-41)亦成立。由此可得，虚拟关节发生微分运动  $ds$  时，关节  $n(n \geq m)$  所在坐标系相对全局坐



标系的微分运动为

$$\mathbf{J}_v \cdot d\mathbf{s} = \begin{bmatrix} k \cdot (\mathbf{p} \times \mathbf{n})_z + n_x & k \cdot (\mathbf{p} \times \mathbf{o})_z + o_x & & \\ k \cdot (\mathbf{p} \times \mathbf{a})_z + a_x & kn_z & ko_z & ka_z \end{bmatrix}^T \cdot d\mathbf{s} \quad (3-43)$$

从而得到进行虚拟关节等效后的机械臂雅可比矩阵为

$$\mathbf{J} = [\mathbf{J}_v \quad \mathbf{J}_{m+1} \quad \cdots \quad \mathbf{J}_n] \quad (3-44)$$

雅可比矩阵的列数减小为  $n-m+1$ 。当  $m$  取 10 时，本章所讨论机械臂的雅可比矩阵列数为 7，采用微分迭代法求解时的冗余度大大下降。而当  $m$  取更小值时，机械臂则可以具备更高的灵活性。基于以上分析，可提出复合式运动控制算法如 Algorithm4 所示，伪代码中仅展示出与 Algorithm2 不同的部分。

---

**Algorithm4: Hybrid Inverse-Kinematic Control**

---

**Input:** 当前关节角向量  $\mathbf{q}$ ，B 样条曲线  $\mathbf{P}$ ，期望末端位姿  $\mathbf{F}_{\text{exp}}$

**Output:** 关节角向量序列  $\mathbf{Q}$

```

...      ...
6      |  $\mathbf{J} \leftarrow \text{GetJacobian}(\mathbf{q}, \mathbf{P});$ 
...      |
10     |  $[\text{ds}, d\mathbf{q}_{m+1 \sim n}] = \mathbf{J}^+ \cdot d\mathbf{x};$ 
11     | else
12     |  $[\text{ds}, d\mathbf{q}_{m+1 \sim n}] = \mathbf{J}^T (\mathbf{J}\mathbf{J}^T + \lambda^2 \mathbf{I})^{-1} d\mathbf{x};$ 
...     |
17     |  $\mathbf{q}_{1 \sim m} \leftarrow \text{Algorithm3}(\mathbf{q}, \mathbf{P}, \mathbf{W}_m \cdot d\mathbf{s});$ 
18     |  $\mathbf{q}_{m+1 \sim n} = \mathbf{q}_{m+1 \sim n} + \mathbf{W}_{m+1 \sim n} d\mathbf{q}_{m+1 \sim n}, \mathbf{Q}.\text{pushback}(\mathbf{q});$ 
...     |
...      ...

```

---

为验证所提复合式运动控制算法的效果，对其开展仿真实验。如图 3.26(a) 所示，以姿态  $\mathbf{C}$  作为初始状态，分别采用 Algorithm2 和 Algorithm4 控制机械臂末端运动到位姿  $\mathbf{p}_8$ 、 $\mathbf{p}_9$  处。其中，混合法沿脊线运动的关节个数设置为  $m=8$ ，所选脊线如图 3.26(a) 中红色曲线所示。对于给定期望位姿，两种算法下解算得到的结果如图 3.26(b) 所示。重复执行 100 次解算，得到通过 Algorithm2 运动到  $\mathbf{p}_8$ 、 $\mathbf{p}_9$  的平均解算时间分别为 16.83ms、16.29ms，采用 Algorithm4 的平均解算时间分别为 29.13ms、30.08ms。可见，复合式运动算法在时间消耗提升一倍的情况下即可实现对机械臂姿态的有效约束，且能达到 30 次/秒的解算效率。

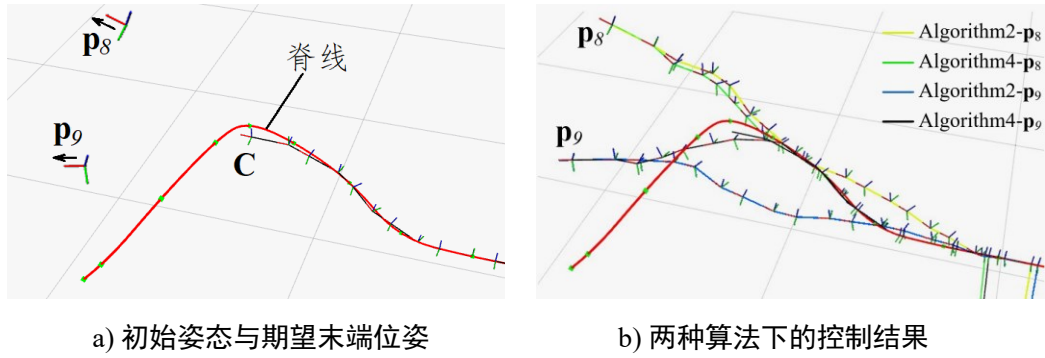


图 3.26 复合式运动算法仿真实验

为进一步验证所提算法在实际扫查作业中的有效性,开展管状构件的机械臂扫查仿真实验,如图 3.27 所示。扫查过程中,沿脊线运动的关节个数设置为  $m=8$ ,所选脊线如图 3.27 中红色曲线所示,红色虚线为虚拟关节位置处的曲率圆半径。可见,在该算法的控制下,机械臂可以较大的运动空间内保持末端与待检构件表面的相对位姿关系。

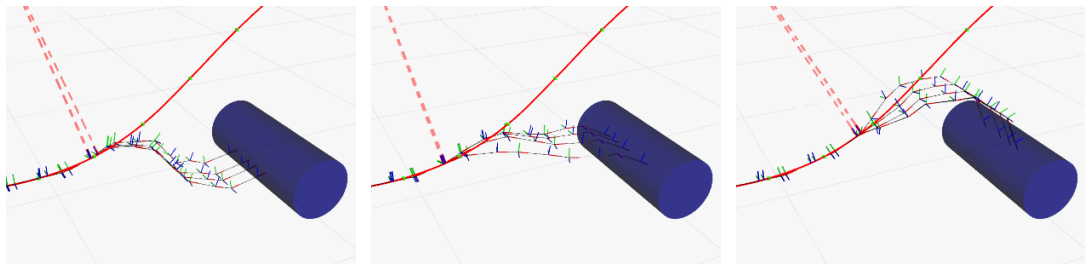


图 3.27 基于复合式控制算法的机械臂扫查仿真实验

### 3.5 本章小结

本章开展了超冗余蛇形臂机构设计及其运动学模型的分析,并提出了受限空间下的运动控制算法,完成的主要工作如下:

1) 完成了具有 16 个自由度、长 1.2 米的绳驱动超冗余蛇形臂机械结构及驱动结构设计,并对所设计机械臂各运动学空间之间的映射关系进行了分析;

2) 建立了基于雅可比矩阵的微分迭代运动控制算法,并通过引入关节角的权重矩阵限位提出了改进算法。仿真结果表明,改进算法在边界位置的收敛速度相比传统方法提高 5 倍以上。基于 B 样条曲线研究脊线法 FTL 运动控制算法,并提出了一种基于虚拟路径的脊线曲线生成策略。

3) 以上述两种算法为基础,提出了一种蛇形机械臂复合式运动控制算法,使机械臂具备了狭窄空间内灵活控制末端位姿的能力,并通过仿真对算法效果进行了验证。

第五章 基于蛇形机械臂扫查的自动化相控阵超声成像系统及实验

【本章摘要】在前述章节研究成果的基础上，完成了蛇形臂、超声成像模块、移动平台等的软硬件开发，并进行系统集成，研发出一套基于蛇形臂扫查的自动化相控阵超声成像系统。同时，利用该系统开展机械臂运动控制、自动化相控阵超声扫查成像等实验，验证了所研发技术与系统的有效性。

5.1 引言

基于机器人扫查的自动化超声成像技术已经成为受限空间内构件质量监控的重要发展方向，但目前已有的该类系统在空间适应能力、自动化程度、成像精细度与效率等方面仍有待提高。前述章节在明确系统方案的基础上，重点突破了超冗余蛇形臂空间运动控制、基于视觉伺服控制的自动化实时相控阵超声成像等关键技术。而作为系统的重要组成部分，移动底盘、末端执行器等部件的机构设计，以及各软件模块间的通讯互联也都对系统性能有着极大的影响。

为此，本章将基于 2.3 小节中所提出的系统总体技术方案以及工作流程，在融合前述章节所研发关键技术的基础上，开展关键软硬件的开发与系统集成，研发出一套自动化超声扫查成像系统。同时，开展相关实验研究，以验证所研发技术与系统的有效性。

5.2 系统研发

5.2.1 硬件部分

在第二章中已经完成了基于蛇形机械臂扫查的自动化相控阵超声成像系统总体方案，并确定了超声检测的自动化实施策略。本小节根据方案中各模块功能需求，结合所提实施策略，进行移动机器人模块、超冗余蛇形臂模块、视觉感知模块、相控阵超声成像检测模块、末端执行器模块以及工控机系统模块的硬件设计、加工或选型。各模块参数如表 5.1 所示。

表 5.1 自动化超声扫查系统各模块参数

模块	参数项目	参数值
工控机系统模块 (选型)	CPU	i7-2655LE
	内存	16GB

表 5.1 自动化超声扫查系统各模块参数（续）

模块	参数项目	参数值
移动机器人模块 (设计)	外形尺寸	660×500×255 (mm)
	最大负载	75kg
	直线速度	< 1.0m/s
	角速度	< 1.0rad/s
	激光雷达	镭神 N30105B
超冗余蛇形臂 模块 (设计)	自由度数目	16
	长度×直径	1200×90 (mm)
	伺服电机	RMD-L-7015 (45T CAN)
	行星减速机	欧得克 PLF-60 系列
	微型失电制动器	山北 WSB-1.5N
视觉感知模块 (选型)	相机型号	Intel RealsenseD345i
	深度图像分辨率	1280×720
	检测视场	87°×58°
	检测精度	< 2%
相控阵超声成像 检测模块 (设计)	PXIe 机箱	JYTEK PXIe-2722G2
	FPGA	XILINX XC7A200T
	PRF	25K
	A/D 采样能力	60MHz×12bit
末端执行器模块 (设计)	超声阵列换能器	OLYMPUS 5L64-38.4×10（可更换）
	<i>x</i> 轴可调距离	15mm
	<i>y</i> 轴可调转角	±10°
	<i>z</i> 轴可调转角	±10°

1) 工控机系统模块。该模块为实验室自研模组，其核心为以 i7-2655LE 为 CPU 的工控机，并拓展出了多个网口、USB 接口、显示器接口等，可通过键鼠、手柄等进行交互，如图 5.1 所示。工控机中安装有 Ubuntu18.04.6 LTS 操作系统，并配备了 ROS Melodic 环境，用于与各个子模块的通讯以及各功能包的运行，



图 5.1 工控机系统模块结构

模块可通过安装法兰固定到机械臂末端，并通过楔块使之具备与不同形状表面贴合的能力。其中，压紧随动机构通过滑轨提供了  $x$  轴方向上 15mm 的退让距离，并通过滚动轴承与铰接转轴提供了绕  $y$  轴、 $z$  轴旋转的自由度。当机械臂实际位姿与期望位姿存在一定偏差时，该机构仍能保证耦合的可靠性。

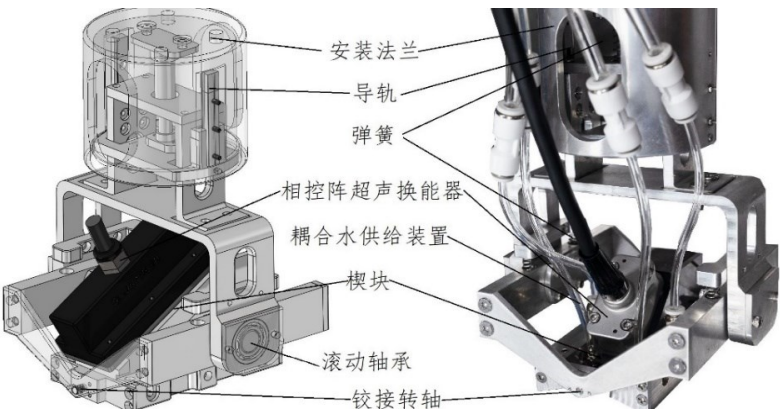


图 5.6 超声扫查末端执行器模块结构与实物图

5.2.2 软件部分

在完成以上机械结构与硬件模块设计、制造与选型的基础上，还需进行自动化相控阵超声扫查成像系统的软件开发，实现机器人基座自主运动控制、机械臂运动控制、表面重建与扫查轨迹规划、视觉伺服、相控阵超声成像等功能。考虑到各功能模块间交互通信、作业过程可视化等需求，本系统的软件开发基于 ROS Melodic 平台实现，并以 C++作为开发语言以确保程序执行的高效性。软件开发运行环境及其主要依赖如表 5.2 所示。

表 5.2 自动化相控阵超声扫查成像软件开发运行环境与主要依赖

类型	项目	项目名及版本号
开发与运行环境	操作系统	Ubuntu 18.04.6 LTS
	开发平台	ROS(Robot Operating System) Melodic
	编程语言	C++ 11
	可视化工具	Rviz
依赖的三方开源库	矩阵运算库	Eigen v3.3.4
	NURBS 样条库	SISL(The SINTEF Spline Library) v4.7
	点云库	PCL(Point Cloud Library) v1.8.1

基于 ROS 中提供的便捷的功能包管理（package）、节点通讯（topic &service）、坐标变换管理（tf\_tree）、参数服务（parameter）等功能，对自动化相控阵超声扫查成像系统的软件部分按照图 5.7 所示的结构进行模块划分与集成。

其中，各个模块对应节点（node）均并行运行，并以 topic 或 service 的形式进行节点间的数据传输或功能请求。`tf_tree` 以树状图的形式托管了系统中所有运动对象间的位姿变换关系，其中的数据由各个节点以特定频率计算并发布，并可以方便地从中获取任意两坐标系间的实时位姿关系。参数服务器用于实现程序中参数的动态控制，可在不修改代码的情况下进行参数调整。

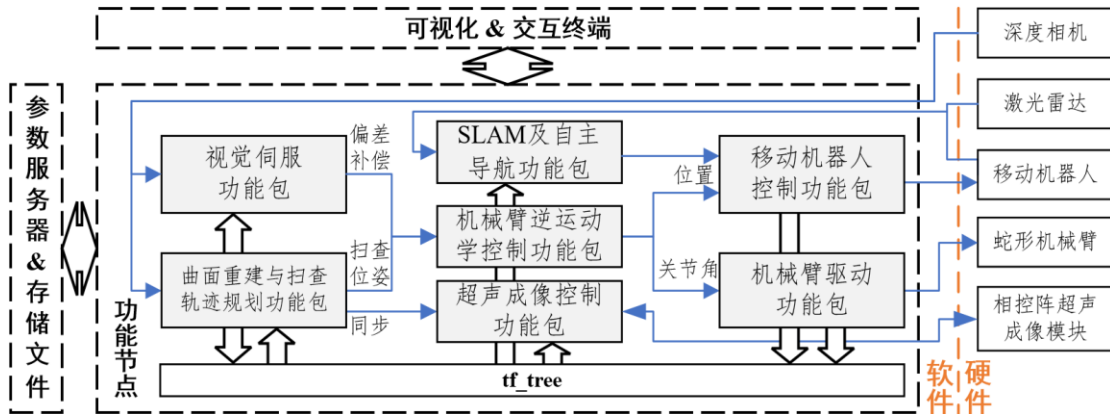


图 5.7 自动化相控阵超声扫查成像系统软件结构框图

1) **移动机器人控制功能包与机械臂驱动功能包**。分别为移动机器人底盘模块与蛇形机械臂模块的底层驱动包，可在来自其它功能包或终端运动指令的控制下，通过硬件接口直接进行机械本体的运动控制。同时，将机械本体的运动状态以位姿变换的形式发布到 `tf_tree` 中，以供可视化或其它功能包的调用。其中，机械臂驱动功能包以 3.3 小节的分析为基础，并结合电机控制接口进行开发，包含机械臂运动控制、机械臂姿态归零、电机状态监视等功能。

2) **SLAM 及自主导航功能包**。以激光雷达数据及移动机器人里程计数据为基础，在移动机器人的运动过程中进行工作空间内二维地图的构建。在已获取全局地图的情况下，也可实现到目标工作点的移动路径规划与自主导航。该功能包基于 ROS 中 `robot_pose_ekf`、`amcl`、`slam_gmapping`、`move_base` 等功能包搭建，分别用于机器人初始定位、传感器数据融合、SLAM 以及路径规划与导航。

3) **机械臂逆运动学控制功能包**。基于 3.4 小节所提出的运动控制算法，完成了微分迭代控制、脊线法 FTL 控制、复合式控制等运动控制功能的开发，并提供了脊线生成与调整功能。功能包支持机械臂臂段数、混合控制法中沿脊线运动臂段数的调整，并实现了机械臂与移动机器人的协同控制。该功能包的内部结构如图 5.8 所示，主体包括输入接口、求解器与运动请求输出接口三部分，另有助于参数管理、可视化、脊线控制等的方法。其中，输入接口用于获取运



动控制命令，并将其解析为期望位姿，同时将节点状态置为繁忙。运动控制命令既可以是来自上级模块的绝对位姿，也可以是来自终端或遥控器的移动命令，以实现操作者对机械臂的手动控制。由于机械臂在实际运动过程中存在误差，根据 4.2.2 小节，系统使用视觉相机进行反馈，实现视觉伺服控制。位姿矫正利用视觉伺服模块计算得到的偏差对期望位姿进行补偿，以使得机械臂运动的实际位姿具有更高精度。求解器提供了三种算法的实现，其选择由参数与状态管理子模块进行控制。最终解算得到的结果由运动请求输出接口以 `service` 请求的形式发布，并在接收到请求回复后将节点状态恢复为监听模式。

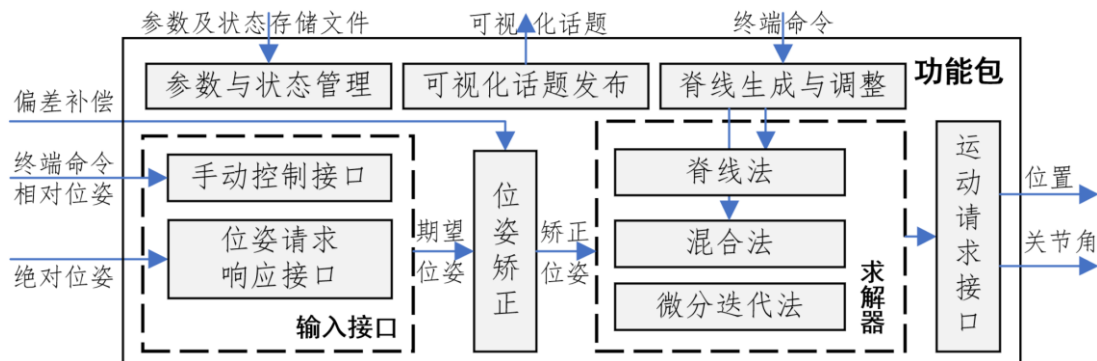
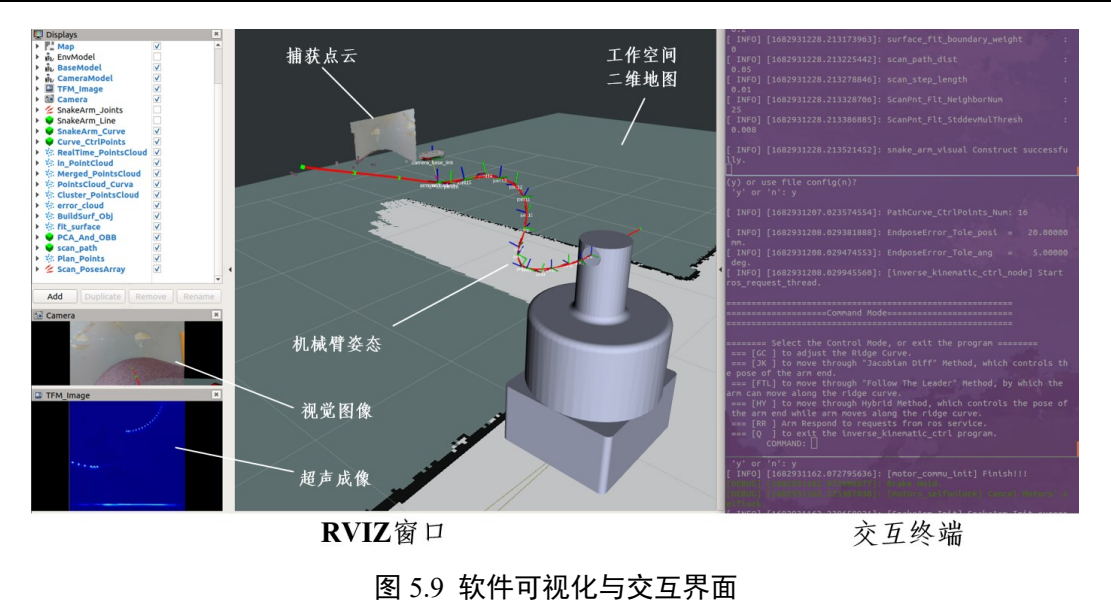


图 5.8 机械臂逆运动学控制功能包结构框图

4) 曲面重建与扫查轨迹规划功能包及视觉伺服功能包。利用深度相机捕获的点云数据及其相应的相机位姿，实现 4.2 小节中所讨论的点云配准、曲面重建、扫查轨迹规划与视觉伺服反馈方法，并将扫查轨迹以位姿请求序列的形式发布，以用于逆运动学解析与运动控制。同时，将点云数据、重建曲面、扫查轨迹等的结果以文件形式输出，以供后续处理。

5) 超声成像控制功能包。在扫查轨迹规划功能包与视觉伺服功能包的同步下，通过 TCP/IP 实现与相控阵超声成像检测模块的通讯，并将超声成像结果作为话题发布，以在 RVIZ 界面中可视化。同时，将成像结果与对应的换能器位姿共同储存为文件，以供进一步的内部结构成像和缺陷识别。

6) 可视化与交互终端。如图 5.9 所示，可视化通过 ROS 所提供的工具 RVIZ 实现，其中订阅了机械臂与机器人姿态、运动路径、相机点云、重建结果等信息，并可导入机器人与环境的三维模型。交互终端则以字符界面的形式提供。



5.2.3 系统集成

在完成以上软硬件模块以及模块间互联的基础上，将各部分进行系统集成，搭建一套基于蛇形机械臂扫查的自动化相控阵超声成像系统，其实物照片如图 5.10 所示。蛇形机械臂模块通过支架安装于移动机器人上，且其驱动机构中心与移动机器人中心重合，以确保运动过程中的稳定性。视觉相机与超声扫查末端执行器均通过转接件安装于机械臂末端的法兰盘上，相控阵超声成像检测模块通过千兆以太网连接到工控机。

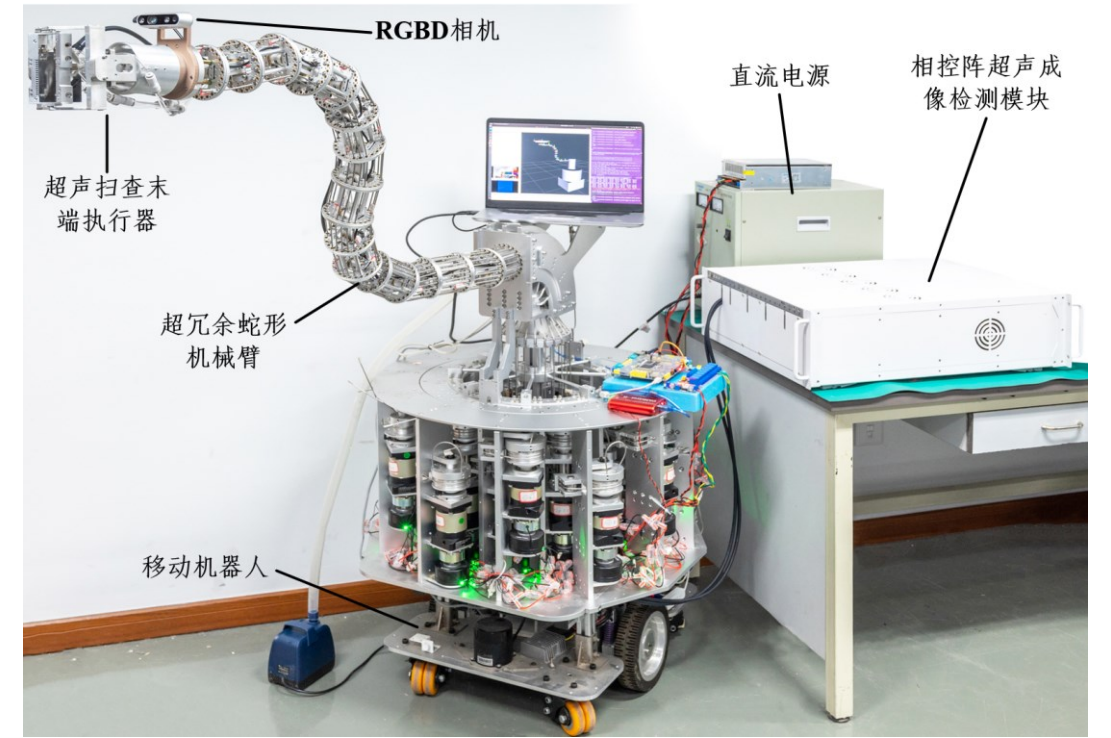


图 5.10 基于蛇形机械臂扫查的自动化相控阵超声成像系统实物照片