工 程 控 制 原 理

课程复习

主讲：李敏

上海大学
机电工程与自动化学院

一、控制系统的基本工作原理与概念

1. 反馈
2. 闭环（反馈）控制系统
3. 反馈控制系统的工作原理
4. 控制系统的基本性能要求

反馈控制系统

- 反馈控制系统（闭环控制系统）的工作原理：

①检测输出量（被控制量）的实际值；

②将输出量的实际值与给定值（输入量）进行比较得出偏差；

③用偏差值产生控制信号，调节相关元件以消除偏差，使得输出量维持期望的值。

- 控制方式是“检测偏差再纠正偏差”。
- 反馈控制系统具备测量、比较和执行三个基本功能。

反馈控制系统

对控制系统的基本要求：

稳定性（长期稳定性）

准确性（精度）

快速性（相对稳定性）

拉普拉斯变换简表 (待续)

序号	原函数 $f(t)$ $(t>0)$	象函数 $F(s)=L[f(t)]$
1	1 (单位阶跃函数)	$\frac{1}{s}$
2	$\delta(t)$ (单位脉冲函数)	1
3	K (常数)	$\frac{K}{s}$
4	t (单位斜坡函数)	$\frac{1}{s^2}$

拉普拉斯变换简表 (续1)

序号	原函数 $f(t)$ $(t>0)$	象函数 $F(s)=L[f(t)]$
5	t^n $(n=1, 2, \cdots)$	$\dfrac{n!}{s^{n+1}}$
6	e^{-at}	$\dfrac{1}{s+a}$
7	$t^n e^{-at}$ $(n=1, 2, \cdots)$	$\dfrac{n!}{(s+a)^{n+1}}$
8	$\dfrac{1}{T} e^{-\frac{t}{T}}$	$\dfrac{1}{Ts+1}$

拉普拉斯变换简表（续2）

序号	原函数 $f(t)$ $(t>0)$	象函数 $F(s)=L[f(t)]$
9	$\sin\omega t$	$\dfrac{\omega}{s^2+\omega^2}$
10	$\cos\omega t$	$\dfrac{s}{s^2+\omega^2}$
11	$e^{-at}\sin\omega t$	$\dfrac{\omega}{(s+a)^2+\omega^2}$
12	$e^{-at}\cos\omega t$	$\dfrac{s+a}{(s+a)^2+\omega^2}$

拉普拉斯变换的性质

线性定理 $L[\alpha f_1(t)+\beta f_2(t)]=\alpha F_1(s)+\beta F_2(s)$

平移定理 $L[e^{-at}f(t)]=F(s+a)$

微分定理 $L\left[\dfrac{\mathrm{d}^n f(t)}{\mathrm{d}t^n}\right]=s^n F(s)$

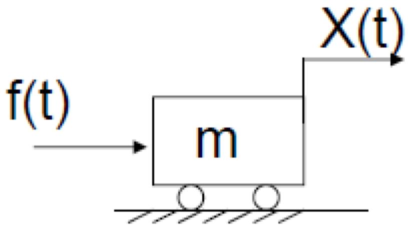
终值定理 $\lim\limits_{t\to\infty} f(t)=\lim\limits_{s\to 0} sF(s)$

二、控制系统数学模型和传递函数

1. 拉氏变换性质、典型信号的拉氏变换表
2. 传递函数的定义
3. 传递函数的性质
4. 典型环节的传递函数
5. 典型机械系统的微分方程
6. 闭环传递函数、开环传递函数
7. 利用拉氏变化求传递函数
8. 利用方框图求传递函数
9. 利用梅逊公式及信号流图求传递函数

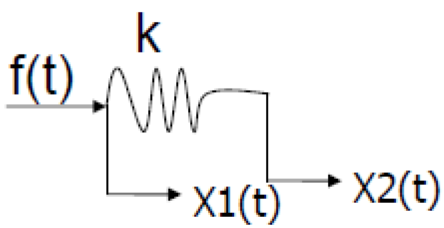
数学模型

惯性力

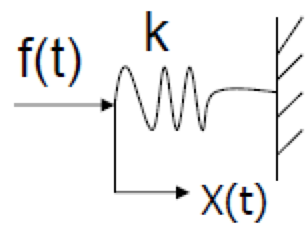


$$f(t) = m\ddot{x}(t)$$

弹性力

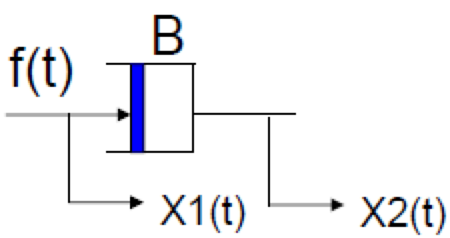


$$f(t) = k[x_1(t) - x_2(t)]$$

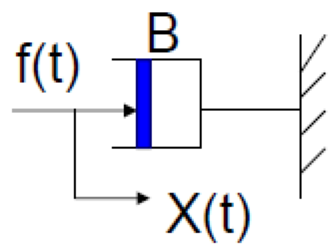


$$f(t) = kx(t)$$

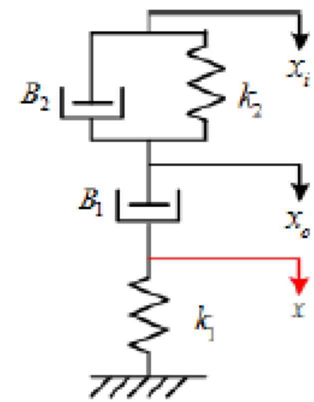
阻尼力



$$f(t) = B[\dot{x}_1(t) - \dot{x}_2(t)]$$



$$f(t) = B\dot{x}(t)$$



对质量块、中间节点列受力平衡方程

传递函数的定义

线性定常系统的传递函数，定义为零初始条件下，系统（或环节）输出量的拉氏变换与输入量的拉氏变换之比。

$$\Phi(s)=\frac{X_o(s)}{X_i(s)} \qquad 传递函数=\left.\frac{输出信号的拉氏变换}{输入信号的拉氏变换}\right|_{零初始条件}$$

传递函数的性质

(1) 传递函数的分母是系统的特征多项式，代表系统的固有特性，分子代表输入与输出的关系。因此，传递函数表达了系统本身的动态性能，与输入量的大小及性质无关。

(2) 传递函数不说明被描述系统的物理结构。只要动态性能相似，不同的系统可以用同一类型的传递函数描述。

(3) 传递函数的拉氏反变换为系统的脉冲响应。

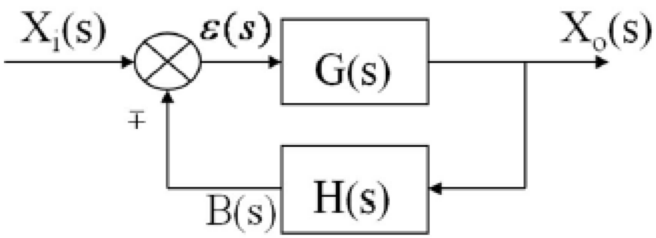
典型环节：

K	比例环节
$1/s$	积分环节
$1/(Ts+1)$	惯性环节
$1/(T^2s^2+2\zeta Ts+1)$	振荡环节
s	微分环节
$\tau s+1$	一阶复合微分环节
$\tau^2s^2+2\zeta\tau s+1$	二阶复合微分环节

$$G(s)=\frac{1}{T^2s^2+2\zeta Ts+1}=\frac{\omega_n^2}{s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2}$$

- 结合典型环节的Nyquist图和Bode图
- 时间常数、开环增益的正确判断
- 典型环节的特征点性质

传递函数



方框图化简

引出点：前乘后除

加法点：前除后乘

同类相邻点可换位

前向通道传函 $G(s)$

反馈通道传函 $H(s)$

闭环传函 $\Phi(s)=\dfrac{X_o(s)}{X_i(s)}=\dfrac{G}{1\pm GH}$

系统传函

开环传函 $G_k(s)=\dfrac{B(s)}{\varepsilon(s)}=G(s)H(s)$

偏差传函 $G_\varepsilon(s)=\dfrac{\varepsilon(s)}{X_i(s)}$

单位反馈 $H(s)=1$

特征方程 $1\pm G_k(s)=0$

传递函数

梅逊公式

$$G(s)=\frac{1}{\Delta}\sum_{k=1}^{n}P_k\Delta_k$$

$G(s)$ — 系统总传递函数；

n — 前向通路的条数；

P_{k} — 第k条前向通路的总增益；

Δ — 信号流图的特征式；

Δ_{k} — 第k条前向通路的余子式。

$$\Delta=1-\sum L_{\mathrm{a}}+\sum L_{\mathrm{b}}L_{\mathrm{c}}-\sum L_{\mathrm{d}}L_{\mathrm{e}}L_{\mathrm{f}}+\cdots(-1)^m L_{\mathrm{g}}L_{\mathrm{g+1}}\cdots L_{\mathrm{g+m-1}}$$

式中：ΣL_{a} —所有不同回路的回路增益之和；

$\Sigma L_{\mathrm{b}}L_{\mathrm{c}}$ —两两互不接触回路的回路增益乘积之和；

$\Sigma L_{\mathrm{d}}L_{\mathrm{e}}L_{\mathrm{f}}$ —互不接触回路中，每次取其中三个的回路增益乘积之和；

Δ_{k} — 把与第k条前向通路接触的回路去除，剩余回路构成的子特征式。即在Δ中把与第k条前向通路接触的回路传函赋零后剩余的部分。

传递函数

$$\Delta = 1 - \sum L_a + \sum L_b L_c - \sum L_d L_e L_f + \cdots (-1)^m L_g L_{g+1} \cdots L_{g+m-1}$$

式中：ΣL_a — 所有不同回路的回路增益之和；

$\Sigma L_b L_c$ — 两两互不接触回路的回路增益乘积之和；

$\Sigma L_d L_e L_f$ — 互不接触回路中，每次取其中三个的回路增益乘积之和；

Δ_k — 把与第k条前向通路接触的回路去除，剩余回路构成的子特征式。即在Δ中把与第k条前向通路接触的回路传函赋零后剩余的部分。

三、时间响应

1. 概念：瞬态响应、稳态响应、稳态误差、系统型别
2. 一阶系统的单位阶跃响应分析方法
3. 二阶系统的单位阶跃响应分析方法
4. 一阶系统的时间响应性能指标求解
5. 二阶系统的时间响应性能指标求解
6. 稳态误差的影响因素
7. 稳态误差的计算和分析

时间响应的概念

系统在外加作用激励下，其输出量随时间变化的函数关系，称之为系统的时间响应。通过时间响应分析可以直接了解控制系统的动态性能。

瞬态响应与稳态响应

根据工作状态的不同，系统的时间响应可分为瞬态响应和稳态响应。

瞬态响应：系统受到外加作用激励后，输出量从初始状态到稳定状态的响应过程。

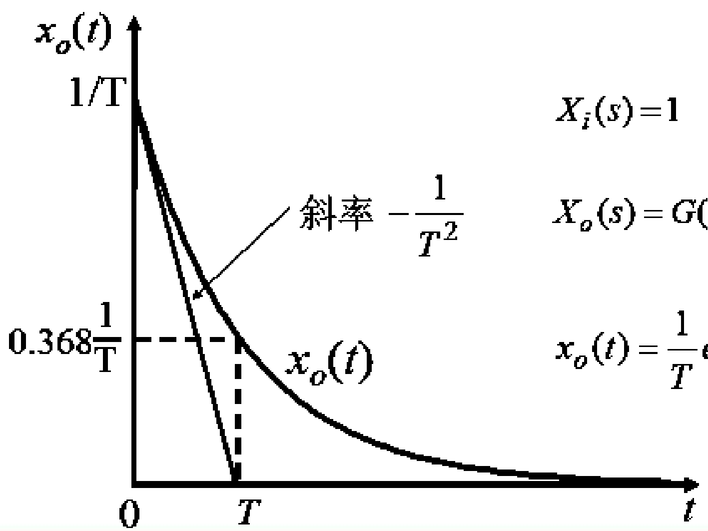
稳态响应：当某一信号输入时，时间趋于无穷大时，系统的输出状态。

时间响应

$$x_o(t)=L^{-1}[X_o(s)]=L^{-1}[\Phi(s)X_i(s)]$$

$$X_o(s)=L[x_o(t)]$$

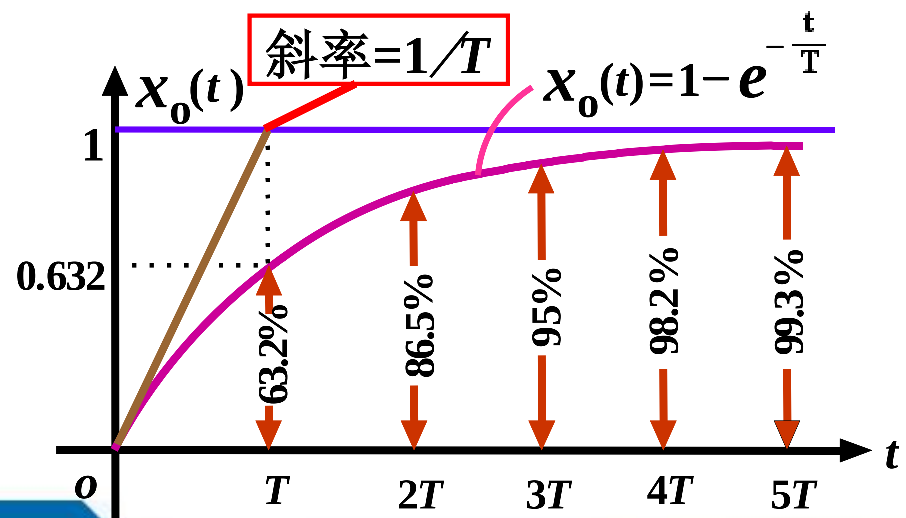
	输入信号时域	输入信号频域	输出响应	传递函数
微分 ↑	$\delta(t)$	1	$\frac{1}{T}e^{-\frac{t}{T}} \quad (t\geq 0)$	微分 ↑ $\frac{1}{TS+1}$
	$1(t)$	$\frac{1}{S}$	$1-e^{-\frac{t}{T}} \quad (t\geq 0)$	
	t	$\frac{1}{S^2}$	$t-T+Te^{-\frac{t}{T}} \quad (t\geq 0)$	
	$\frac{1}{2}t^2$	$\frac{1}{S^3}$	$\frac{1}{2}t^2-Tt+T^2(1-e^{-\frac{t}{T}}) \quad (t\geq 0)$	



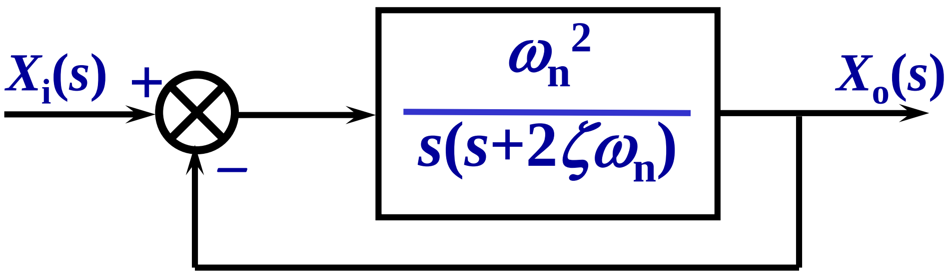
$$X_i(s)=1$$

$$X_o(s)=G(s)=\frac{1}{T}\frac{1}{s+1/T}$$

$$x_o(t)=\frac{1}{T}e^{-\frac{t}{T}},\quad t\geq 0$$



$$G(s)=\frac{1}{T^2s^2+2\zeta Ts+1}=\frac{\omega_n^2}{s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2}$$



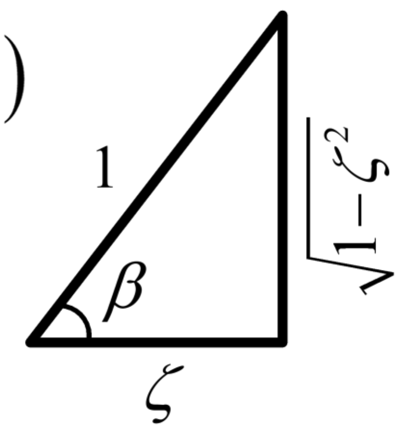
$\sigma=\zeta\omega_n$ —衰减系数

欠阻尼单位阶跃响应

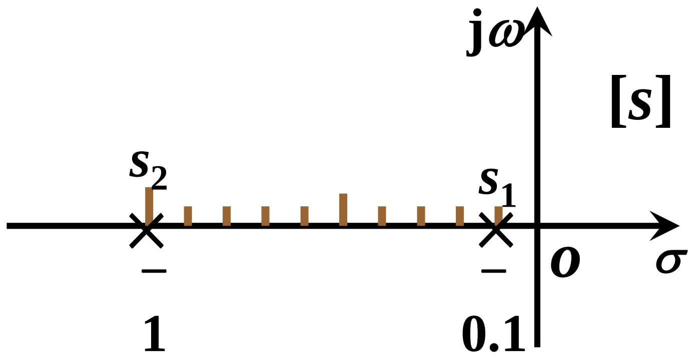
$\omega_d=\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}$ —阻尼振荡角频率

$$x_o(t)=1-\frac{1}{\sqrt{1-\zeta^2}}e^{-\zeta\omega_n t}\sin(\omega_d t+\beta)\qquad (t\ge 0)$$

$$\beta=\mathrm{arctg}\frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\zeta}=\arccos\zeta=\arcsin\sqrt{1-\zeta^2}$$



主导极点



靠近虚轴的极点称为主导极点，在系统瞬态响应中起到主导作用。**主导极点对应的环节时间常数最大，响应最慢**。

离虚轴较远的极点，对瞬态响应的影响很小。当两个极点到虚轴的垂直距离的比值超过5倍时，可以近似地只考虑主导极点的作用，忽略非主导极点的影响。

时间响应性能指标

性能指标 —— 定义式

1、上升时间t_r

$$t_r = \frac{\pi - \beta}{\omega_d}$$

2、峰值时间t_p

$$t_p = \frac{\pi}{\omega_d}$$

$$\omega_d = \omega_n\sqrt{1-\xi^2} \qquad \beta = tg^{-1}\frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\xi} = \cos^{-1}\xi$$

3、最大超调量M_p

$$M_p = e^{-\xi\pi/\sqrt{1-\xi^2}}$$

$$0 < \xi < 1$$

4、调整时间t_s

$$\begin{cases} \Delta = 0.02 \rightarrow t_s \geq \dfrac{4}{\xi\omega_n} \\ \Delta = 0.05 \rightarrow t_s \geq \dfrac{3}{\xi\omega_n} \end{cases}$$

$$\xi = \sqrt{\frac{(\ln \sigma\%)^2}{\pi^2 + (\ln \sigma\%)^2}}$$

系统的快速性

$\omega_n \uparrow$ 总对快速性有利

$\xi \uparrow$ $\xi < 0.8$ $(t_r, t_p)\uparrow, t_s \downarrow$

$\xi > 0.8$ $(t_r, t_p, t_s)\uparrow$

系统的相对稳定性

$\xi \uparrow$ 有利

ξ 合理区段

ξ (0.4-0.8)，0.707

Mp(0.25-0.015)

稳态误差

系统类型 ν	静态误差系数			稳态误差（开环、尾1型）		
	K_p	K_v	K_a	单位阶跃 $1(t)$, $\frac{1}{s}$	斜坡 t, $\frac{1}{s^2}$	抛物线 $\frac{t^2}{2}$, $\frac{1}{s^3}$
0	K	0	0	$\frac{1}{1+K}$	∞	∞
Ⅰ	∞	K	0	0	$\frac{1}{K}$	∞
Ⅱ	∞	∞	K	0	0	$\frac{1}{K}$
Ⅲ	∞	∞	∞	0	0	0

稳态误差

1. 提高系统的型别（增加系统开环传递函数中积分环节的个数，增大ν），可以提高系统的精度，提高跟踪输入信号的能力，可以减小或消除系统稳态误差；

2. 增大开环增益、开环放大倍数K，可以减小系统的稳态误差。

3. ν增加，K增加，都会让系统的稳定性变差。

四、频率特性

1. 概念：频率响应、频率特性、最小相位系统
2. 频率特性的物理意义
3. Nyquist图
   - 起点、终点、象限
4. Bode图
   - 转折频率
   - 低频、中频、高频
5. 闭环频率性能指标

频率特性

频率特性：指线性系统或环节在正弦信号作用下，稳态输出与输入之比对频率的关系特性。又称正弦传递函数。

频率特性是个复数，可以分别用**幅值**和**相位角**来表示。

上式中

$$A(\omega)=\left|G(\mathrm{j}\omega)\right|=\frac{X_\mathrm{o}}{X_\mathrm{i}}$$

$A(\omega)$是$G(\mathrm{j}\omega)$的模，称为系统的**幅频特性**

$$\varphi(\omega)=\angle G(\mathrm{j}\omega)$$

$\varphi(\omega)$是$G(\mathrm{j}\omega)$的幅角，称为系统的**相频特性**

频率特性 $G(\mathrm{j}\omega)$ 包含了输出与输入的振幅比和相位差，故又称为**幅相频率特性**。

频率特性

频率特性的意义

(1)对于传递函数为$G(s)$的线性系统，若输入为一正弦信号

$$x_{\mathrm{i}}(t)=X_{\mathrm{i}}\sin\omega t$$

输出信号的稳态分量为

$$x_{\mathrm{o}}(t)=X_{\mathrm{o}}\sin[\omega t+\varphi(\omega)]=A(\omega)X_{\mathrm{i}}\sin[\omega t+\varphi(\omega)]$$

(2) 系统频率特性的幅值 $A(\omega)$ 随着频率ω的升高而衰减。频率特性表示了系统对不同频率正弦信号的“复观能力”（或“跟踪能力”）。

(3) 系统的频率特性取决于系统的本身结构，与外界因素无关。

频率特性的求法：将传递函数中的 s 换成 $\mathrm{j}\omega$ 来求取；

最小相位系统：在右半 s 平面内既无极点也无零点的传递函数，称为最小相位传递函数；具有最小相位传递函数的系统称为最小相位系统。

频域指标

一、零频幅值：M(0)

二、谐振频率，谐振峰值

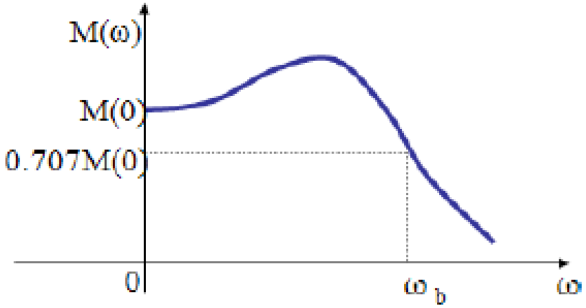
标准二阶系统 $0<\xi<0.707$

谐振频率 $\omega_r=\omega_n\sqrt{1-2\xi^2}$

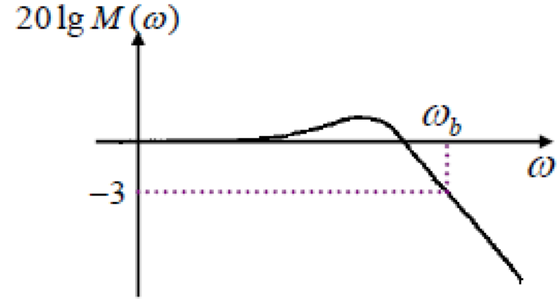
谐振峰值 $M_r=\dfrac{1}{2\xi\sqrt{1-\xi^2}}$

$\xi\uparrow\rightarrow M_r\downarrow$

三、截止频率ω_b，频宽，穿越频率ω_c



Nyquist



Bode

$$20\lg M(\omega_b)=20\lg M(0)-3\ \mathrm{dB}$$

$$M(\omega_b)=M(0)10^{-3/20}=M(0)/\sqrt{2}$$

Bode图

Bode图 **各频段反映的系统性能及对应参数**

低频段（精度）

幅频 0型 $20\lg K$ 水平线

λ型 -20λ dB/dec 斜线

相频 出发 $-90^\circ\lambda$

高频段（抗高频干扰）

幅频 斜率 $-20(n-m)$ dB/dec

相频 $-90^\circ(n-m)$ （注意：最小相位系统）

中频段 $\left(\begin{array}{c}\text{快速性}\\ \text{相对稳定性}\end{array}\right)$

幅频 折点处斜率变化为正：分子环节

为负：分母环节

变化单位 = 环节阶数

相频 折点前变化趋势对应折点处环节

Bode图

Bode图

绘图要规范！

- 传递函数化成尾1标准型再判断增益；
- 幅频、相频分成两张图；
- 横坐标为对数分度，两图横坐标要对齐；
- 图中注意标明关键频率、关键幅值、幅频各段斜率及相频的起始和最终渐近线角度值；
- 叠加后的总图要明确

渐近线方程

比例积分 $L(\omega)=20\lg\dfrac{K}{\omega}$

一阶微分 $L(\omega)\approx 20\lg \tau\omega$

一阶惯性 $L(\omega)\approx 20\lg\dfrac{1}{T\omega}$

二阶环节 $L(\omega)\approx 20\lg\dfrac{1}{(T\omega)^2}$

由图写传函

确定增益、型次、各转折频率

- 低频段（延长线）与横轴交点 $\omega=\sqrt[v]{K}$
- 几何中点 $\omega_m=\sqrt{\omega_1\omega_2}$
- 斜率方程（横坐标为对数分度）

五、稳定性

1. 稳定性的定义、稳定的充要条件
2. Routh判据
   - 闭环特征方程
   - 列写Routh表时两种特殊情况的处理
   - 利用判据确定参数范围
3. Nyquist判据
   - 开环奈氏图
   - 判据的理解、三种表述形式
   - 有积分环节，加辅助线
4. 相对稳定性
   - 幅值裕量、相位裕量的计算
   - 最小相位系统对相对稳定性指标的要求

稳定性

稳定系统　　系统**极点**均位于复平面左侧

Nquist判据（判系统用开环）

$$N=\frac{P-Z}{2}$$

➢非零型系统加辅助线

Routh判据（判系统用闭环）

$$D(s)=a_n s^n+a_{n-1}s^{n-1}+\cdots+a_1 s^1+a_0=0 \quad a_i>0$$

$$d_{ij}=\frac{-\begin{vmatrix} d_{i-2,1} & d_{i-2,j+1} \\ d_{i-1,1} & d_{i-1,j+1} \end{vmatrix}}{d_{i-1,1}}$$

➢第一列元素同号

➢变号次数为不稳定根个数

➢两种特殊情况Routh表格的处理方法

相对稳定性

幅频穿越频率ω_c　$|G_k(j\omega_c)|=1$　由Bode图渐近线求

相位裕量γ　$\gamma=180°+\angle G_k(j\omega_c)$　$\gamma\in(30°\sim 60°)$

幅值裕量k_g　$20\lg k_g>6\text{dB}$

幅频穿越斜率　-20dB/dec

注意奈氏图和Bode图的对应关系

六、校正

1. 相位超前校正
   - 校正环节的特点
   - 校正前后系统性能指标的变化
2. 相位滞后校正
   - 校正环节的特点
   - 校正前后系统性能指标的变化
3. PID基本概念
4. 反馈及顺馈校正的特点及作用

校正

- 串联校正 $G'(s)=G(s)\cdot G_c(s)$

滞后	超前
$\frac{1}{T}<<\omega_c$	$\frac{1}{T}$和$\frac{1}{\alpha T}$在ω_c左右
精→快↓稳↑	增益型：快↑，附带稳↑ 精→

滞后-超前、PID

- 并联校正：反馈（稳准快）
  顺馈（准）

第一章

p10: 小结

思考题：2， 5

第二章

p37-38: 例 2-15

P44：图2-54例题

p45: 思考题：3，4，5，7

作业:2-5， 2-13

2.3 图 2－2－2a、b、c 分别表示了三个机械系统。求出它们各自的微分方程。图 2－2－2 中，x_i 表示输入位移，x_o 表示输出位移，假设输出端无负载效应。

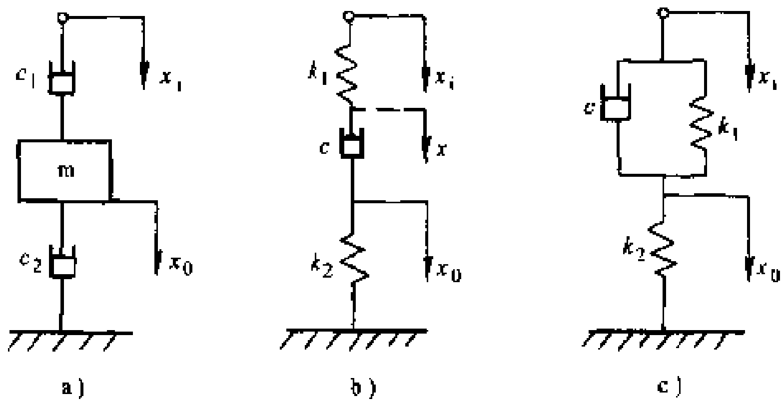


图 2－2－2

解 (1) 如图 2－2－2a 由牛顿定律得

$$c_1(\dot{x}_i-\dot{x}_0)-c_2\dot{x}_0=m\ddot{x}_0$$

整理得

$$m\ddot{x}_0+(c_1+c_2)\dot{x}_0=c_1\dot{x}_i$$

(2) 如图 2－2－2b 中设一变量 x，则有

$$\begin{cases} k_1(x_i-x)=c(\dot{x}-\dot{x}_0) \\ k_2x_0=c(\dot{x}-\dot{x}_0) \end{cases}$$

消去 x，整理得

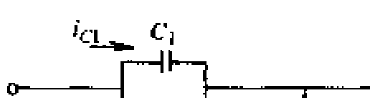
$$c(k_1+k_2)\dot{x}_0+k_1k_2x_0=ck_1\dot{x}_i$$

(3) 由牛顿定律，可得

$$c(\dot{x}_i-\dot{x}_0)+k_1(x_i-x_0)=k_2x_0$$

整理得

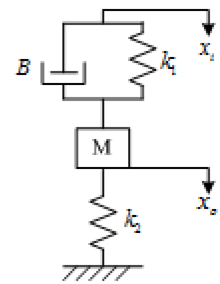
$$c\dot{x}_0+(k_1+k_2)x_0=c\dot{x}_i+k_1x_i$$



2、弹簧质量阻尼系统结构如图所示，

1）写出系统传递函数 $X_o(s)/X_i(s)$；

2）证明该单位负反馈系统的开环传函中存在一个不稳定环节。



解：1）由图

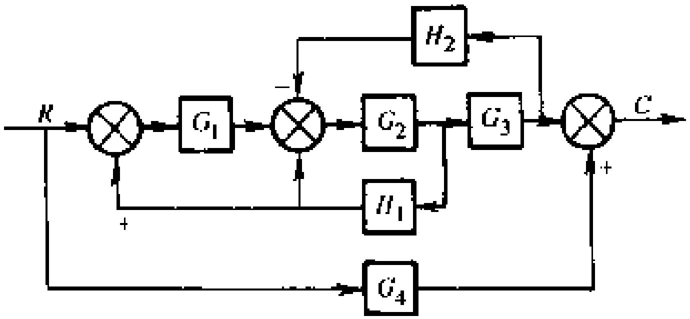
$$k_1(x_i-x_o)+B(x_i'-x_o')-k_2x_o=mx_o''$$

$$k_1(X_i-X_o)+Bs(X_i-X_o)-k_2X_o=ms^2X_o$$

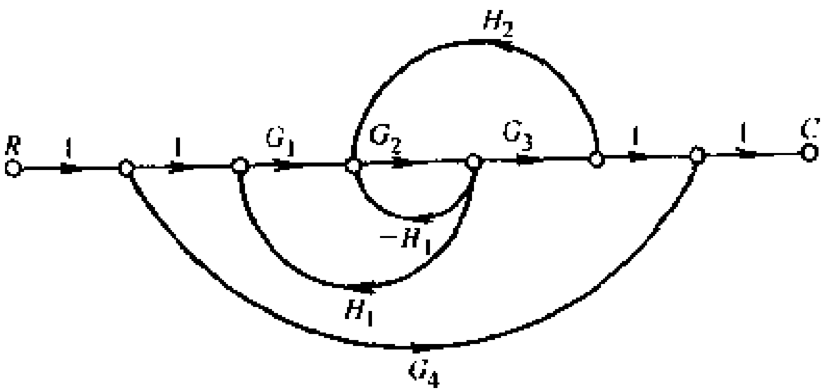
得传函 $$\frac{X_o(s)}{X_i(s)}=\frac{Bs+k_1}{ms^2+Bs+k_2+k_1}$$

2）开环传函为 $G_k(s)=\dfrac{Bs+k_1}{ms^2+k_2}$，所以存在一个无阻尼的两阶不稳定环节

例 2-8 设控制系统结构图如图 1-2-14 所示。试绘出系统的信号流图，并利用梅逊公式确定系统的闭环传递函数。



解 根据结构图与信号流图的对应关系，用节点代替结构图的信号线上传递的信号，而用标有传递函数的支路代替结构图中的方框，不难绘出图 1-2-14 系统的信号流图，如图 1-2-18 所示。由于信号流图的节点只表示变量的相加，因此处理结构图中的比较点时，凡进入比较点进行相减的信号，其信号流图上的相应支路均以负支路增益表示。



由图 1-2-18 可知，在输入节点 R 和输出节点 C 之间有两条前向通路，其总增益分别为

$$p_1 = G_1G_2G_3$$

$$p_2 = G_4$$

有三个相互接触的单独回路，其回路增益分别为

$$L_1 = -G_2H_1$$

$$L_2 = G_1G_2H_1$$

$$L_3 = -G_2G_3H_2$$

没有互不接触回路，因此信号流图的特征式

$$\Delta = 1-(L_1+L_2+L_3)$$

$$=1+G_2H_1+G_2G_3H_2-G_1G_2H_1$$

由于前项通路 p_1 与所有回路都接触，所以余因子式 $\Delta_1 = 1$；前项通路 p_2 与所有回路均不接触，所以余因子式 $\Delta_2 = \Delta$。

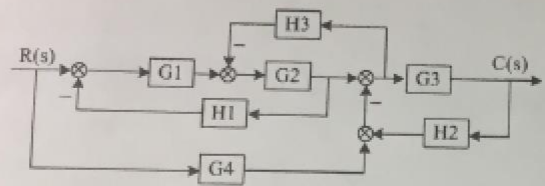
根据梅逊式（1-2-3），求出系统的传递函数为

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{1}{\Delta}(p_1\Delta_1 + p_2\Delta_2)$$

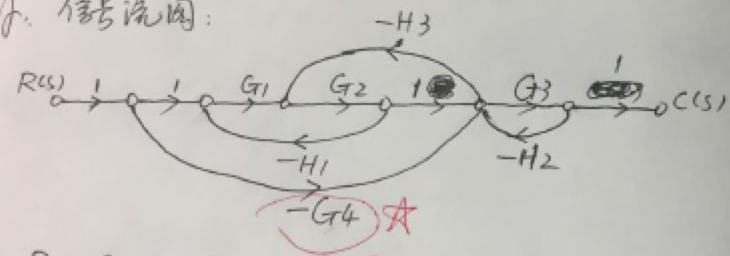
$$= p_2 + \frac{p_1}{\Delta}$$

$$= G_4 + \frac{G_1G_2G_3}{1+G_2H_1+G_2G_3H_2-G_1G_2H_1}$$

2、求图示系统的传递函数 $\frac{C(s)}{R(s)}$。



解：信号流图：



① $P_1 = G_1G_2G_3$　　⑦ $\Delta_1 = 1$

② $P_2 = -G_4G_3$　　⑧ $\Delta_2 = 1 - L_1 = 1 + G_1G_2H_1$

③ $L_1 = -G_1G_2H_1$　　有1条错1分

④ $L_2 = -G_2H_3$

⑤ $L_3 = -G_3H_2$

⑥ $L_{13} = G_1G_2G_3H_1H_2$

⑨ $\Delta = 1 - L_1 - L_2 - L_3 + L_{13} = 1 + G_1G_2H_1 + G_2H_3 + G_3H_2 + G_1G_2G_3H_1H_2$

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{P_1\Delta_1 + P_2\Delta_2}{\Delta} = \frac{G_1G_2G_3 - G_4G_3(1+G_1G_2H_1)}{1+G_1G_2H_1+G_2H_3+G_3H_2+G_1G_2G_3H_1H_2}$$

第三章

p53: 例3-1

p72: 例3-5

p75: 思考题：1， 2，3，4，6，7

作业: 3-4，3-5，3-6， 3-14（s平方）

第四章

P80: 4-2

p103: 思考题：1，2， 5， 6

作业: 4-1，4-5，4-6， 4-7

五、分析计算题（共 60 分，

1、设系统的传递函数为 $\phi(s)=\dfrac{K}{Ts+1}$，其中 T=0.5 秒，放大系数 K=10，求系统在 $r(t)=10\sin(2\pi t)$ 正弦信号作用下的稳态输出。

解：据定义与已知有：

$$G(j\omega)=\frac{K}{jT\omega+1}\bigg|_{\substack{T=0.5\\K=10}}=\frac{10}{0.5j\omega+1},\omega=2\pi=6.3$$ 2

即：$$G(j\omega)=\frac{10}{1+0.5j\omega}\bigg|_{\omega=6.3}=\underset{2}{\underline{3.06}}e^{j\underset{2}{\underline{(-72.5^{\circ})}}}$$

$$x_0(t)=10\times 3.06\sin(6.3t-72.5^0)=30.6\sin(6.3t-72.5^0)$$ 2

第五章

p111: 例5-3, 5-4, 5-5, 5-6

p126: 思考题：1，2, 3, 4, 5

作业: 5-2、5-5

单位负反馈系统的开环传函 $G(s)=\dfrac{K(s+1)}{s^2(s+3)(s+6)}$。若要求系统稳定且在 $r(t)=\dfrac{t^2}{2}$ 作用下稳态误差 $e_m<0.5$，试确定满足要求的 K 值范围。

解：由开环传函可知闭环系统的特征方程为：

$$s^2(s+3)(s+6)+K(s+1)=0$$

2

整理得：$s^4+9s^3+18s^2+Ks+K=0$

列劳斯表：

s^4	1	18	K
s^3	9	K	
s^2	$\dfrac{162-K}{9}$	K	
s^1	$\dfrac{K(81-K)}{162-K}$		
s^0	K		

由劳斯判据可知，使闭环系统稳定的 K 应满足一下不等式：

$$162-K>0$$
$$K(81-K)>0$$
$$K>0$$

3

解得：$0<K<81$

$$e_{ss}=\lim_{s\to 0} s\frac{1}{1+G}L[x_r(t)]=\lim_{s\to 0} s\frac{1}{1+G}\frac{1}{S^3}=\frac{18}{K}<0.5 \qquad K>36$$

5

即：$36<K<81$

由渐近线方程画Bode图

$$G(s)=\frac{200(2s+1)}{s(0.5s+1)(s^2+20s+100)}$$
$$=\frac{2(2s+1)}{s(0.5s+1)(0.01s^2+0.2s+1)}$$

$\rightarrow$ $K=2$ $\lambda=I$

基准点（1,6）

转折频率

一阶微分：0.5

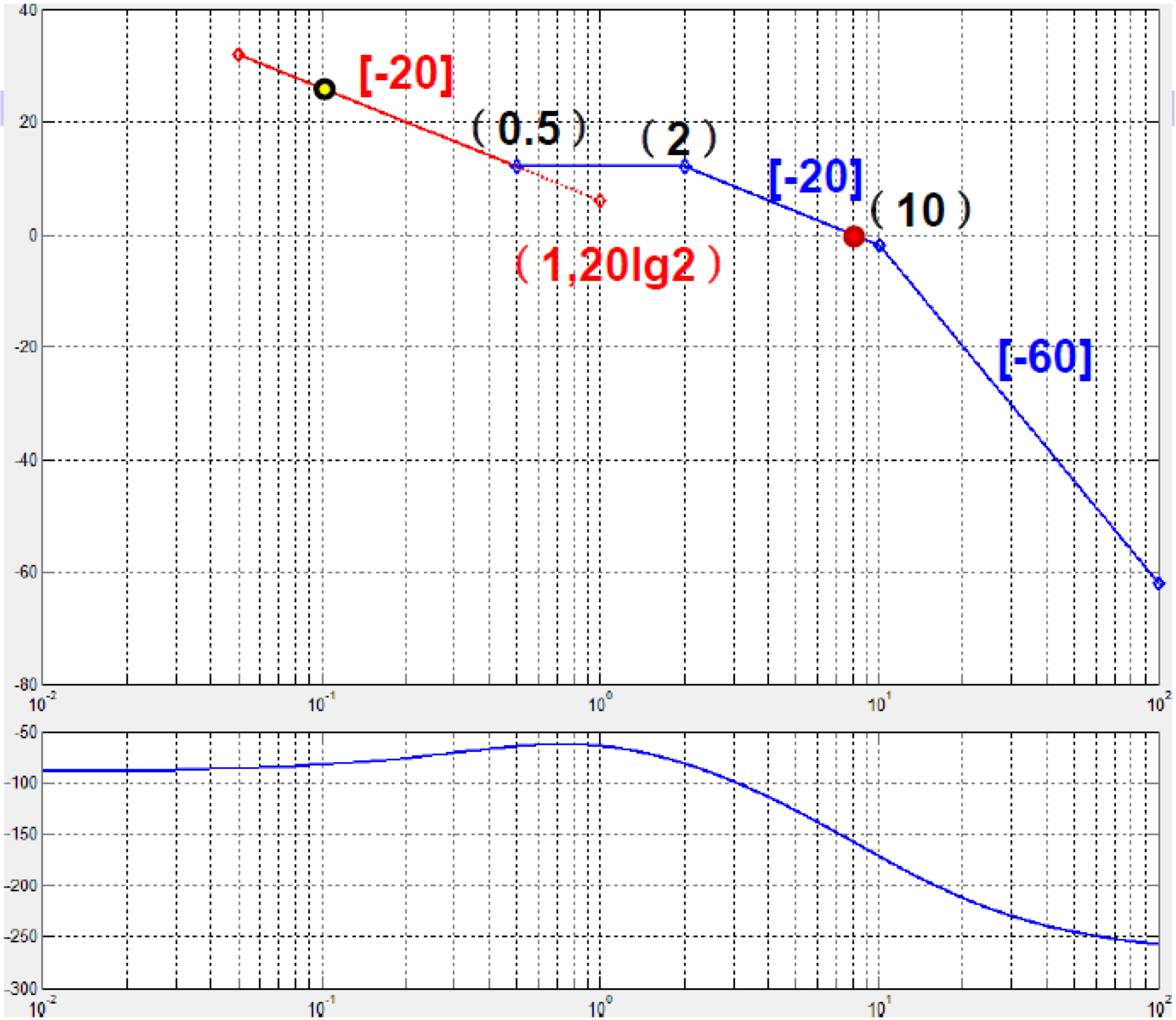
一阶惯性：2

分母二阶：10

渐近线方程

$L(\omega_c)=0$

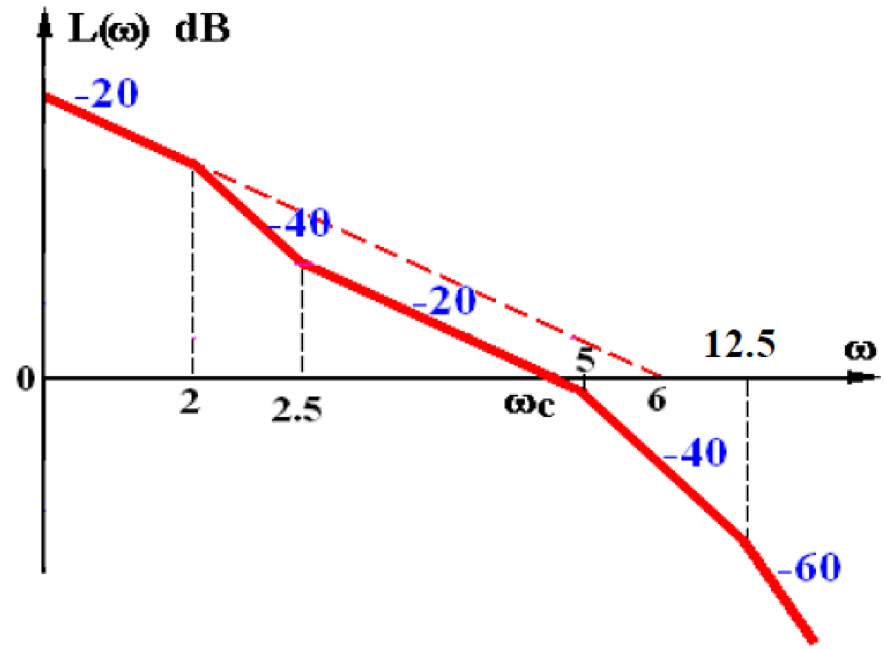
$$L(\omega)\begin{cases}20\lg\dfrac{2}{\omega} & \omega\le 0.5 & L(0.5)=12 & \omega_c=2 \\ 20\lg 4 & 0.5<\omega\le 2 & L(2)=12 & \\ 20\lg\dfrac{4}{0.5\omega} & 2<\omega\le 10 & L(10)=-1.9 & \omega_c=8 \\ 20\lg\dfrac{4}{0.5\omega}\dfrac{100}{\omega^2} & 10<\omega & L(100)=-61.9 & \omega_c=9.3\end{cases}$$


[-20]
(0.5)
(2)
[-20]
(10)
(1,20lg2)
[-60]
40
20
0
-20
-40
-60
-80
10^{-2}
10^{-1}
10^{0}
10^{1}
10^{2}
-50
-100
-150
-200
-250
-300

已知最小相位系统的幅频Bode图，求γ。

解:

$$G(s)=\frac{6(\frac{s}{2.5}+1)}{s(\frac{s}{2}+1)(\frac{s}{5}+1)(\frac{s}{12.5}+1)}$$



$$\omega_c=\frac{6\times 2}{2.5}=4.8$$

$$\gamma=180^\circ+\arctan\frac{4.8}{2.5}-90^\circ-\arctan\frac{4.8}{2}-\arctan\frac{4.8}{5}-\arctan\frac{4.8}{12.5}$$
$$=20.3^\circ$$

6、某系统的开环传函为

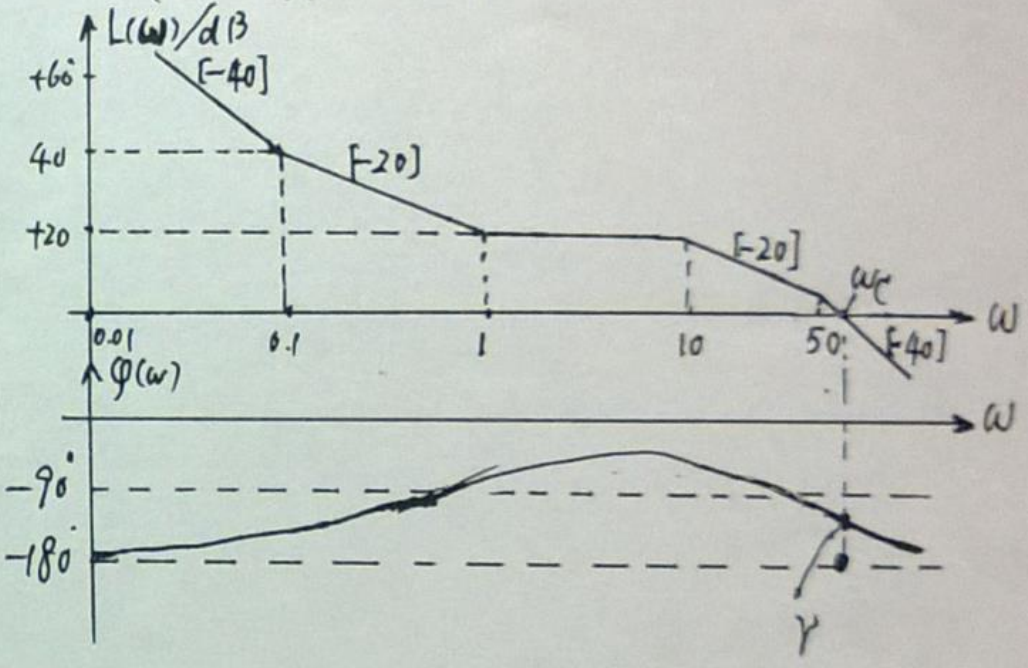
$$G(s)=\frac{10(s+0.1)(s+1)}{s^2(0.1s+1)(0.02s+1)}$$

（1）试画出其波德图（幅频和相频）。

（2）由幅频渐近线所表示的关系求出穿越频率ωc 值。

（3）并以此ωc 值计算相位裕度γ值。

解：（1）$G(s)=\dfrac{10(s+0.1)(s+1)}{s^2(0.1s+1)(0.02s+1)}=\dfrac{(10s+1)(s+1)}{s^2(0.1s+1)(0.02s+1)}$



第六章

p132: 例6-1、例6-2

p150: 思考题：1， 2，7，8

祝各位同学考试顺利！