

8-7 质量为 m_1 的平台 AB 放在水平面上，平台与水平面间的滑动摩擦因数为 f 。质量为 m_2 的小车 D 由绞车拖动，相对平台的运动规律为 $s = \frac{1}{2}bt^2$ ，其中 b 为已知常数。不计绞车质量，求平台的加速度。

解： 1) 设平台与水平面间的滑动摩擦因数比较小，当小车 D 相对平台运动时，平台 AB 的有速度 v_1 (向左)，小车 D 的相对速度

$$v_r = \dot{s} = bt, \text{ (向右),}$$

小车 D 的绝对速度

$$v_a = -v_e + v_r = -v_1 + bt, \text{ (向右),}$$

滑动摩擦力为 $F = fF_N$

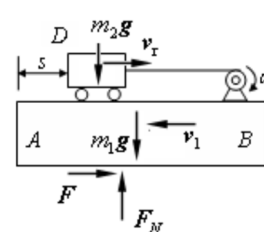
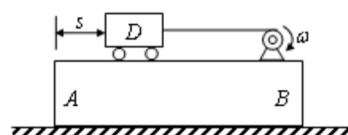
由动量定理，

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} [-m_1 v_1 + m_2 (bt - v_1)] &= F \\ -(m_1 + m_2)g + F_N &= 0 \end{aligned}$$

解得

$$a_1 = \frac{m_2 b - f(m_1 + m_2)g}{m_1 + m_2}, \quad f \leq \frac{m_2 b}{(m_1 + m_2)g}.$$

当 $f > \frac{m_2 b}{(m_1 + m_2)g}$ 时， $a_1 = 0$ 。



受力图

8-14 一人 A 的质量为 m ，以相对于绳为 v_r 的速度匀速向上爬，此绳绕过一个定滑轮，在另一端悬挂一质量也为 m 的物体 B 。设初始时人静止不动，如图所示。如果绳不可伸长，绳子与滑轮的质量不计，轴承与滑轮之间的摩擦也忽略不计，求重物运动的速度以及定滑轮轴承 O 处的约束力。

解： 取人 A 和物体 B 及滑轮组成的系统为研究对象，

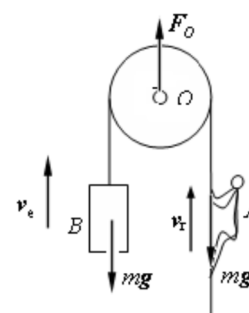
$$\because \sum m_o(F) \equiv 0,$$

$$\therefore L_o \equiv \text{const},$$

即系统对 O 点的动量矩守恒。因初始系统静止， $L_{o0} \equiv 0$ ，在任意瞬时，

$$L_o = mv_B r + m(v_B - v_r)r = 0,$$

解得重物运动的速度为

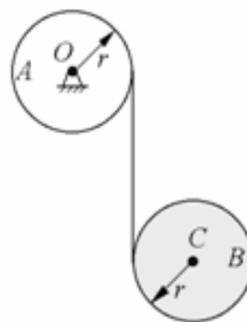


$$v_B = \frac{v_r}{2},$$

由于重物和人的加速度都为零，所以定滑轮轴承 O 处的约束力为

$$F_O = 2mg.$$

8-16 均质圆柱体 A 和 B 的质量均为 m ，半径均为 r ，一不可伸长绳缠在绕固定轴 O 转动的圆柱 A 上，绳的另一端绕在圆柱 B 上，直线绳段铅垂，如图所示。绳重不计，摩擦不计。求：(1) 圆柱 B 下落时质心的加速度；(2) 若在圆柱体 A 上作用一逆时针转向，矩为 M 的力偶，试问在什么条件下圆柱 B 的质心加速度方向将向上。



解： 1) 取均质圆柱体 A 和 B 连同绳子为研究对象，用圆柱体 A 的角速度 ω_A ，圆柱 B 质心的速度 v_C 表达系统的速度状态， B 轮缘上一点 E 的速度为：

$$v_E = r\omega_A = v_C - r\omega_B,$$

由此得圆柱 B 的角速度

$$\omega_B = \frac{v_C}{r} - \omega_A.$$

系统对 O 点的动量矩为

$$L_O = J_A\omega_A + J_B\omega_B + 2mrv_C = \frac{5}{2}mrv_C$$

系统对 O 点的力矩为 $M_O = 2mgr$

根据动量矩定理 $\frac{dL_O}{dt} = M_O$ ，导出

$$\frac{5}{2}mra_C = 2mgr.$$

解得 $a_C = \frac{4}{5}g$.

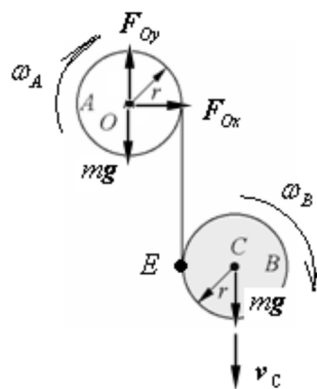
(2) 若在圆柱体 A 上作用一逆时针转向的力偶 M ，则系统对 O 点的力矩为

$$M_O = 2mgr - M$$

根据动量矩定理 $\frac{dL_O}{dt} = M_O$ ，导出

$$\frac{5}{2}mra_C = 2mgr - M.$$

显然，要使 $a_C < 0$ ，须 $M > 2mgr$.



受力图