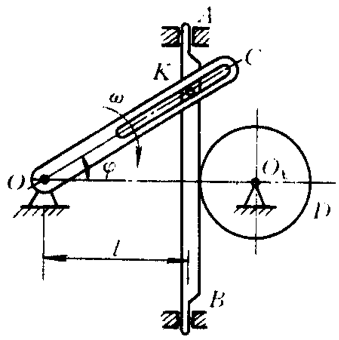
6-6 如图所示，摇杆 OC 绕 O 轴转动，拨动固定在齿条 AB 上的销钉 K 而使齿条在铅直导轨内移动。齿条再传动半径 $r=100$ mm 的齿轮 D。连线 OO_1 是水平的，距离 $l=400$ mm。在图示位置，摇杆角速度 $\omega=0.5$ rad/s，$\varphi=30^\circ$。试求此时齿轮 D 的角速度。



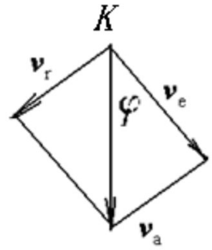
题 6-6 图

解法一：

分两步计算。

（1）计算齿条 AB 的速度。取 K 为动点，OC 杆为动系，则 $v_e=\overline{OK}\,\omega$. 由速度合成定理得：

$$v_{AB}=v_a=\frac{v_e}{\cos\varphi}=\frac{l\omega}{\cos^2\varphi},$$



（2）计算齿轮 D 的角速度。

$$\omega_D=\frac{v_{AB}}{r}=\frac{l\omega}{r\cos^2\varphi}=\frac{8}{3}=2.67\ \text{rad/s}.（逆时针）$$

解法二：设齿轮 D 和齿条 AB 的啮合点到 K 点的距离为 h，则 $h=l\tan\varphi,\quad \dot\varphi=-\omega$ ，从而有

$$v_{AB}=\frac{\mathrm{d}h}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(l\tan\varphi\right)=-\frac{l\omega}{\cos^2\omega t},$$

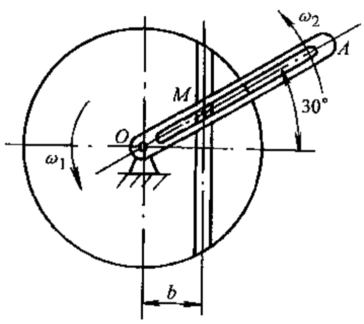
代入数据，

$$v_{AB}=-\frac{0.4\times0.5}{\cos^2 30^\circ}=-\frac{4}{15}\quad \text{m/s}.$$

其中负号表示 v_{AB} 是沿 h 减小的方向，即向下。齿轮 D 的角速度为

$$v_D=\frac{v_{AB}}{r}=\frac{8}{3}=2.67\quad \text{m/s}.（逆时针）$$

6-7 绕轴 O 转动的圆盘及直杆 OA 上均有一导槽，两导槽间有一活动销子 M 如图所示，$b=0.1\text{m}$。设在图示位置时，圆盘及直杆的角速度分别为 $\omega_1=9\text{rad/s}$ 和 $\omega_2=3\text{rad/s}$。求此瞬时销子 M 的速度大小。



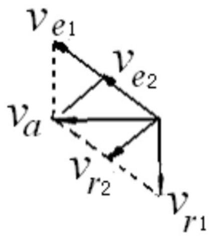
题 6-7 图

解： 取销子 M 为动点，分别将动系 1，2 固结在盘和杆 OA 上，则 $v_{e1}=\dfrac{b}{\cos30^\circ}\omega_1,\quad v_{e2}=\dfrac{b}{\cos30^\circ}\omega_2$，方向与 OA 垂直. 由速度合成定理

$$\boldsymbol{v}_{\mathrm{a}}=\boldsymbol{v}_{\mathrm{e1}}+\boldsymbol{v}_{\mathrm{r1}}, \qquad \boldsymbol{v}_{\mathrm{a}}=\boldsymbol{v}_{\mathrm{e2}}+\boldsymbol{v}_{\mathrm{r2}},$$

故

$$\boldsymbol{v}_{\mathrm{a}}=\boldsymbol{v}_{\mathrm{e1}}+\boldsymbol{v}_{\mathrm{r1}}=\boldsymbol{v}_{\mathrm{e2}}+\boldsymbol{v}_{\mathrm{r2}},$$



将此式向水平方向投影，得

$$-v_{\mathrm{e1}}\cos 60^{\circ}+0=-v_{\mathrm{e2}}\cos 60^{\circ}-v_{\mathrm{r2}}\cos 30^{\circ}$$

由此解出

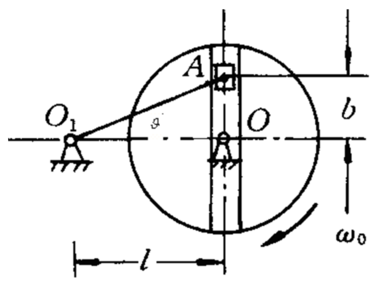
$$v_{\mathrm{r2}}=\frac{\sin 30^{\circ}}{\cos^2 30^{\circ}}b(\omega_1-\omega_2),$$

代入数据得 $v_{\mathrm{r2}}=0.4 \quad \mathrm{m/s}$，$v_{\mathrm{e2}}=0.346 \quad \mathrm{m/s}$，

所以销子速度 $v_{\mathrm{a}}=\sqrt{{v_{\mathrm{e2}}}^2+{v_{\mathrm{r2}}}^2}=0.529 \quad \mathrm{m/s}$.

6-11 如图所示，带滑道的圆轮以等角速度 ω_0 绕 O 轴转动，滑块 A 可在滑道内滑动，已知 $OO_1=l$，在图示瞬时，$OA\perp OO_1$，且 $OA=b$，试求此瞬时：（1）滑块相对于圆轮的速度和加速度；（2）曲柄 O_1A 的角速度及角加速度。

解： 取 O_1A 杆的 A 点为动点，圆轮为动系，它作定轴转动.



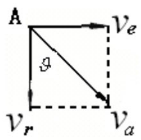
题 6-11 图

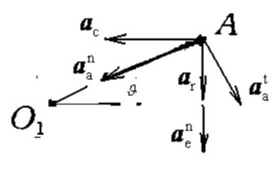
（1） 速度分析. $v_{\mathrm{e}}=b\omega_0$，$v_{\mathrm{a}}=l\omega_{O_1A}$. 由 $\boldsymbol{v}_{\mathrm{a}}=\boldsymbol{v}_{\mathrm{e}}+\boldsymbol{v}_{\mathrm{r}}$，经过速度合成图分析可以看出

$$v_{\mathrm{a}}=\frac{v_{\mathrm{e}}}{\sin\vartheta}, \quad v_{\mathrm{r}}=v_{\mathrm{e}}\cot\vartheta.$$

其中 $\sin\vartheta=\dfrac{b}{\sqrt{b^2+l^2}}$, $\cot\vartheta=\dfrac{l}{b}$，代入上式，得

$$v_{\mathrm{a}}=\omega_0\sqrt{b^2+l^2}, \quad v_{\mathrm{r}}=l\omega_0.$$





曲柄 O_1A 的角速度 $\omega_{O_1A}=\dfrac{v_{\mathrm{a}}}{O_1A}=\omega_0$，顺时针方向.

（2）加速度分析. $a_{\mathrm{a}}^{\mathrm{n}}=\sqrt{b^2+l^2}\omega_{O_1A}^2=\omega_0^2\sqrt{b^2+l^2}$，

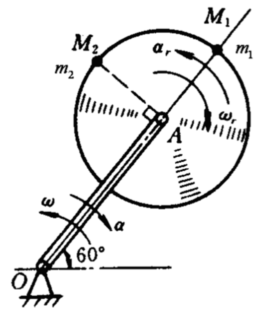
连运动为定轴转动时的加速度合成定理 $\boldsymbol{a}_{\mathrm{a}}^{\mathrm{n}}+\boldsymbol{a}_{\mathrm{a}}^{\mathrm{t}}=\boldsymbol{a}_{\mathrm{e}}^{\mathrm{n}}+\boldsymbol{a}_{\mathrm{e}}^{\mathrm{t}}+\boldsymbol{a}_{\mathrm{r}}+\boldsymbol{a}_{\mathrm{c}}$，分别向水平和铅垂轴投影

$$-a_{\mathrm{a}}^{\mathrm{t}}\sin\vartheta+a_{\mathrm{a}}^{\mathrm{n}}\cos\vartheta=a_{\mathrm{c}}, \quad a_{\mathrm{a}}^{\mathrm{t}}\cos\vartheta+a_{\mathrm{a}}^{\mathrm{n}}\sin\vartheta=a_{\mathrm{e}}^{\mathrm{n}}+a_{\mathrm{r}}$$

解得：$a_{\mathrm{a}}^{\mathrm{t}}=-\dfrac{l}{b}\omega_0^2\sqrt{b^2+l^2}$，$a_{\mathrm{r}}=-\dfrac{l^2}{b}\omega_0^2$.(方向向上).

曲柄O_1A的角加速度 $\alpha_{O_1A}=\dfrac{a_{\mathrm{a}}^{\mathrm{t}}}{\mathrm{O}_1A}=-\dfrac{l}{b}\omega_0^2$，(逆时针).

6-13 如图所示，杆 *OA* 绕定轴 *O* 转动，圆盘绕动轴 *A* 转动。一直杆长$l=0.2\,\mathrm{m}$，圆盘半径$r=0.1\,\mathrm{m}$，在图示位置，杆的角速度和角加速度为$\omega=4\,\mathrm{rad/s}$，$\alpha=3\mathrm{rad/s^2}$，圆盘相对于杆 *OA* 的角速度和角加速度为$\omega_{\mathrm{r}}=6\,\mathrm{rad/s}$，$\alpha_{\mathrm{r}}=4\mathrm{rad/s^2}$。求圆盘上$M_1$和$M_2$点的绝对速度及绝对加速度。



解：

（1）动点：圆盘上M_1点；动系： *OA* 杆。

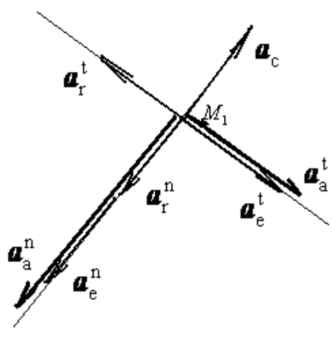
则 OA 延长线与M_1重合的点m_1为牵连点。可得

$$v_{\mathrm{e}}=\omega\cdot Om_1=4\times0.3=1.2\quad\mathrm{m/s},$$

方向为垂直Om_1逆时针方向。又

$$v_{\mathrm{r}}=\omega_{\mathrm{r}}\cdot r=6\times0.1=0.6\,\mathrm{m/s},$$

方向与v_{e}平行而反向。



M_1点的加速度合成图

$\therefore \quad v_a = v_e + v_r = 1.2 - 0.6 = 0.6$ m/s，

方向与 v_e 相同。

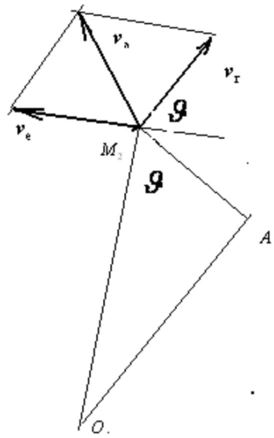
M_1 点的加速度合成图如图 b)，其中

$a_e^n = \omega^2 \cdot \overline{Om_1} = 4^2 \times 0.3 = 4.8$ m/s^2；

$a_r^n = \omega_r^2 \cdot r = 3.6$ m/s^2；

$a_r^t = \alpha_r \cdot r = 0.4$ m/s^2，$\quad a_e^t = \alpha \cdot \overline{Om_1} = 0.9$ m/s^2，

$a_C = 2\omega v_r = 4.8$ m/s^2.



M_2 点的速度合成图

由牵连运动为定轴转动时的加速度合成定理

$$\boldsymbol{a}_a^n + \boldsymbol{a}_a^t = \boldsymbol{a}_e^n + \boldsymbol{a}_e^t + \boldsymbol{a}_r^n + \boldsymbol{a}_r^t + \boldsymbol{a}_c，$$

得 $a_a^n = a_e^n + a_r^n - a_c = 3.6$ m/s^2，$a_a^t = a_e^t - a_r^t = 0.5$ m/s^2

$$\therefore \quad a_a = \sqrt{\left(a_a^n\right)^2 + \left(a_a^t\right)^2} = 3.63 \text{ m/s}^2$$

(2) 动点：圆盘上 M_2 点；动系：OA 杆。

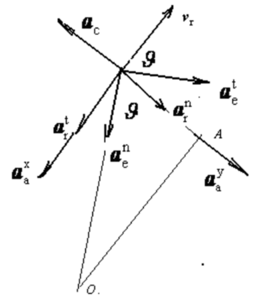
OA 杆的刚性延伸，与 M_2 点重合的 m_2 点为牵连点，有

$v_r = \omega_r \cdot r = 0.6$m/s，$\quad v_e = \omega \cdot \overline{OM_2} = 0.894$ m/s，

速度合成图如图示，图中 $\vartheta = \arctan(2) = 63.43^\circ$

由速度合成定理得

$$v_a = \sqrt{\left(-v_e\cos\vartheta + v_r\right)^2 + \left(v_e\sin\vartheta\right)^2} = 0.824 \text{ m/s}.$$



M_2 点的加速度合成图

作 M_2 点的速度合成图如图示，其中

$a_r^n = \omega_r^2 \cdot r = 6^2 \times 0.1 = 3.6$ m/s^2，$\quad a_r^\tau = \alpha_r \cdot r = 0.1 \times 4 = 0.4$ m/s^2，

$a_C = 2\omega\, v_r = 4.8$ m/s^2 ，

$a_e^n = \omega^2 \cdot \overline{Om_2} = 1.6\sqrt{5}$ m/s^2，$\quad a_e^\tau = \alpha \cdot \overline{Om_2} = 0.3\sqrt{5}$ m/s^2.

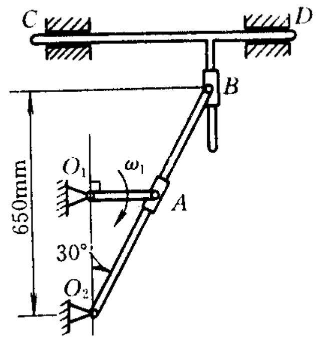
加速度合成定理 $\boldsymbol{a}_a^x + \boldsymbol{a}_a^y = \boldsymbol{a}_e^n + \boldsymbol{a}_e^t + \boldsymbol{a}_r^n + \boldsymbol{a}_r^t + \boldsymbol{a}_c$，得

$a_a^x = a_e^n\sin\vartheta - a_e^t\cos\vartheta + a_r^t = 3.30 \quad$ m/s^2，

$a_a^y = a_e^n\cos\vartheta + a_e^t\sin\vartheta + a_r^n - a_c = 1.00 \quad$ m/s^2，

由勾股定理，得 $a_a = 3.45 \quad$ m/s^2.

6-16 一牛头刨床的机构如图所示。已知$O_1A=200$ mm，匀角速度$\omega_1=2$ rad/s。求图示位置滑枕 CD 的速度和加速度。



题 5-16 图

解：1）速度分析（图 a）。

先取O_1A的 A 点为动点，O_2B 为动系，设$\overline{O_1A}=r$。由速度合成定理，A 点的速度为

$$\boldsymbol{v}_{A\mathrm{a}}=\boldsymbol{v}_{A\mathrm{e}}+\boldsymbol{v}_{A\mathrm{r}}，$$

其中$v_{A\mathrm{a}}=r\omega$，解得

$$v_{A\mathrm{e}}=\omega_1 r\sin 30^\circ=\frac{1}{2}\omega_1 r，$$

$$v_{A\mathrm{r}}=\omega_1 r\cos 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}\omega_1 r$$

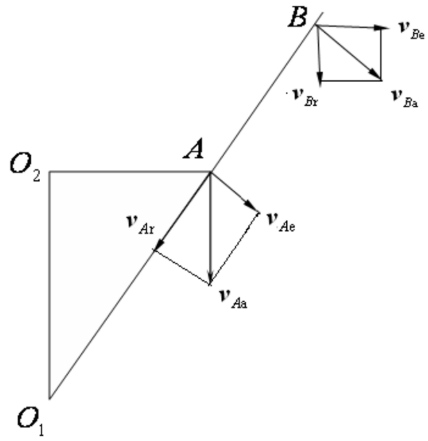


图 a　速度分析图

于是，O_2B 杆的角速度为 $\omega_2=\dfrac{v_{A\mathrm{e}}}{\overline{O_2A}}=\dfrac{\omega_1}{4}$　（逆时针）.

再选 B 点为动点，CD 为动系，由速度合成定理，B 点速度为

$$\boldsymbol{v}_{B\mathrm{a}}=\boldsymbol{v}_{B\mathrm{e}}+\boldsymbol{v}_{B\mathrm{r}}，$$

其中，　$v_{B\mathrm{a}}=\overline{O_2B}\cdot\omega_2$，由此解得$CD$的速度为

$$v_{B\mathrm{e}}=v_{B\mathrm{a}}\cos 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\overline{O_2B}\cdot\omega_2=0.325\ \ \mathrm{m/s}.$$

滑枕 CD 的速度$v_{CD}=0.325$ m/s，方向向右。

1）加速度分析（图 b)。

动点，动系仍如速度分析。

A 点加速度

$$\boldsymbol{a}_{A\mathrm{a}}=\boldsymbol{a}_{A\mathrm{e}}^{\mathrm{t}}+\boldsymbol{a}_{A\mathrm{e}}^{\mathrm{n}}+\boldsymbol{a}_{A\mathrm{r}}+\boldsymbol{a}_{\mathrm{c}}，$$

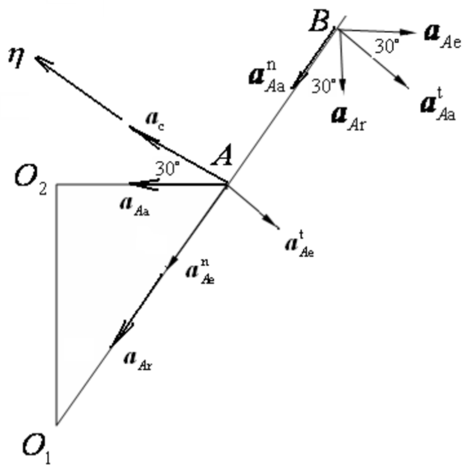


图 b　加速度分析图

其中

$$a_{A\mathrm{a}}=r\omega_1^2,\qquad a_{A\mathrm{e}}^{\mathrm{t}}=\overline{O_2A}\cdot\alpha_2=2r\alpha_2，$$

$$a_{A\mathrm{e}}^{\mathrm{n}}=\overline{O_2A}\cdot\omega_2^2=\frac{r}{8}\omega_1^2 \qquad ，$$

$$a_{\mathrm{c}}=2\omega_2 v_{A\mathrm{r}}=\frac{\sqrt{3}}{4}r\omega_1^2.$$

方向如图示。向η轴投影得

$$a_{A\mathrm{a}}\cos 30^\circ=-a_{A\mathrm{e}}^{\tau}+a_{\mathrm{c}}，$$

解得 $a_{Ae}^{t}=a_{c}-a_{Aa}\cos 30^{\circ}=-\frac{\sqrt{3}}{4}r\omega_{1}^{2}$，

于是，O_2B 杆的角加速度为 $\alpha_2=\frac{a_{Ae}^{t}}{\overline{O_2A}}=-\frac{\sqrt{3}}{8}\omega_1^2$，（逆时针）

B 点加速度为

	$\boldsymbol{a}_{Ba}^{t}$	+	$\boldsymbol{a}_{Ba}^{n}$	=	$\boldsymbol{a}_{Be}$	+	$\boldsymbol{a}_{Br}$
大小：	$\overline{O_2B}\cdot\alpha_2$		$\overline{O_2B}\omega_2^2$		?		?
方向：	如		图		所		示

向 CD 轴投影得

$$a_{Ba}^{t}\cos 30^{\circ}-a_{Ba}^{n}\sin 30^{\circ}=a_{Be}$$

解得 $a_{\mathrm{Be}}=-0.6567\quad \mathrm{m/s}$

滑枕 *CD* 的加速度 $a_{\mathrm{CD}}=0.6567\quad \mathrm{m/s}$，方向向左。

在图示位置，滑枕 *CD* 的速度和加速度反向，表明滑枕在此瞬时作减速运动。