Problema de Máxima Diversidad (MDP)

Técnicas de búsqueda local y algoritmos greedy

Metaheurísticas: Práctica 1, Grupo 1

José Antonio Álvarez Ocete - 77553417Q
joseantonioao@correo.ugr.es

1 de abril de 2019

Índice

1. El problema

1.1. Descripción del problema

El **problema de la máxima diversidad** (en inglés, *maximum diversity problem*, MDP) es un problema de optimización combinatoria que consiste en seleccionar un subconjunto M de m elementos ($|M| = m$) de un conjunto inicial N de n elementos (con $n > m$) de forma que se maximice la diversidad entre los elementos escogidos. El MDP se puede formular como:

$$\text{Maximizar } z_{MS}(x) = \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^{n} d_{ij} \cdot x_i \cdot x_j$$

$$\text{Sujeto a } \sum_{i=1}^{n} x_i = m$$

$$x_i \in \{0,1\}, \forall i \in \{1,\ldots,n\}$$

Donde:

- x es una solución al problema que consiste en un vector binario que indica los m elementos seleccionados.
- d_{ij} es la distancia existente entre los elementos i y j.

1.2. Casos considerados

Se utilizarán 30 casos seleccionados de varios de los conjuntos de instancias disponibles en la *MDPLIB* (`http://www.optsicom.es/mdp/`), 10 pertenecientes al grupo **GKD** con distancias Euclideas, $n = 500$ y $m = 50$ ($GKD - c\_i\_n500\_m50$ para $i \in \{1,\ldots,10\}$), 10 del grupo **SOM** con distancias enteras entre 0 y 999, $n \in \{300, 400, 500\}$ y $m =\in \{40,\ldots,200\}$ ($SOM-b\_11\_n300\_m90$ a $SOM-b\_20\_n500\_m200$) y 10 del grupo **MDG** con distancias enteras entre 0 y 10, $n = 2000$ y $m = 200$ ($MDG - a\_i\_n2000\_m200$ para $i \in \{21,\ldots,30\}$.

Puesto que la numeración utilizada es unívoca se hará referencia a estas entradas simplemente como **MDP-a_i** con $i \in \{1,\ldots,10\}$, **SOM-b_i** con $i \in \{11,\ldots,20\}$ y **GKD-c_i** con $i \in \{21,\ldots,30\}$.

2. Descripción de la aplicación de los algoritmos

En esta sección describiremos las consideraciones comunes a los distintos algoritmos. Este incluye la representación de las soluciones, la función objetivo y los operadores comunes a los distintos algoritmos. Ya que los únicos puntos en común de la búsqueda local y la técnica greedy son la función objetivo y la representación de las soluciones no estudiaremos ningún operador común. Tampoco se han incluido los detalles específicos de un algoritmo a pesar de que sean comunes a varios algoritmos finales, ya que estos son pequeñas variaciones unos y otros.

El lenguaje utilizado para la implementación de la práctica ha sido $C++$.

2.1. Representación de la soluciones

El esquema de representación de una solución es el siguiente:

```
struct solution {
        vector<int> v;
        double fitness;
};
```

Donde el vector contiene números entre 1 y n no repetidos que componen la solución ($|v| = m$). Aunque el orden de estos elementos no es relevante se utilizará determinado ordenamiento sobre este mismo vector en algunas de las soluciones planteadas.

Cabe destacar que los datos proporcionados únicamente representan las distancias punto a punto, para todos los puntos. Sin embargo se desconoce la posición exacta de cada elemento. Es por esto por lo que no se ha podido implementar la técnica Greedy planteada inicialmente ya que se centraba en el concepto de *centroide* o *baricentro* de un conjunto y no podíamos calcularlo sin estimar primero la posición de los puntos.

Estos datos se han almacenado en una matriz simétrica de tamaño n x n que de aquí en adelante denotaremos por MAT.

2.2. Función objetivo

Para la función objetivo se ha dividido la implementación en dos funciones ya que algunos algoritmos utilizarán unicamente una de las dos y otros, ambas. La primera calcula la contribución del elemento i a la solución actual. La segunda calcula el $fitness$ total utilizando la función anterior.

Algorithm 1: singleContribution

```
Data: solution : sol , i : int
Result: contribution : double
begin
    contribution ← 0
    foreach j ∈ sol.v do
        contribution ← contribution + MAT[ i ][ j ]
    end
end
```

Algorithm 2: evaluateSolution

```
Data: solution : sol
Result: fitness : double
begin
    fitness ← 0
    foreach i ∈ sol.v do
        fitness ← fitness + SingleContribution ( sol, i )
    end
    fitness ← fitness / 2
end
```

3. Algoritmos

Para esta práctica se han implementado un total de 4 algoritmos que a continuación describiremos en profundidad. Son los siguientes:

- Greedy
- Búsqueda local

- Búsqueda local determinista
- Búsqueda local con greedy

3.1. Greedy

Como ya se ha comentado, la concepción inicial de la práctica era utilizar la idea del *baricentro*. Para ello en cada iteración se calcularía el baricentro de los elementos de la solución y se escogería el punto más alejado a este entre los aún no escogidos. Intentando simular esta estrategia utilizaremos la suma de las distancias al resto de elementos de la solución para cada punto aún no he escogido.

En primer lugar se ha implementado una función que, dados dos conjuntos de puntos, *seleccionados* y *no_seleccionados*, devuelve el elemento de *no_seleccionados* cuya suma de distancias a los elementos de *seleccionados* es máxima. Para ello utilizamos la función *SingleContribution* explicado en el apartado anterior, que computa la suma de distancias de un punto a otro conjunto dado.

Algorithm 3: farthestToSel

```
Data: selected : set < int > , non_selected : set < int >
Result: farthest : i
begin
    fitness ← 0
    max_sum_dist ← 0
    foreach i ∈ non_selected do
        current_sum_dist ← SingleContribution ( selected , i )
        if current_sum_dist > max_sum_dist then
            max_sum_dist ← current_sum_dist
            farthest ← i
        end
    end
end
```

De cara al algoritmo greedy final necesitaremos inicializar el conjunto de elementos seleccionados con al menos un elemento. Este será el que esté más alejado de todos los demás. Para calcularlo utilizamos una abstracción de la función anterior, donde *selected* y *non_selected* serán ambos el conjunto de todos los puntos posibles: $\{0, 1, \ldots, n\}$.

Algorithm 4: farthestToAll

```
Data: none
Result: farthest : i
begin
    all_elements ← {0, 1, ..., n}
    farthest ← farthestToSel( all_elements, all_elements )
end
```

Finalmente presentamos el algoritmo greedy al completo, haciendo uso de las funciones anteriores.

Algorithm 5: greedy

```
Data: none
Result: selected : set < int >
begin
    non_selected ← {0, 1, ..., n}
    selected ← { farthestToAll() }
    while |selected| < m do
        farthest ← farthestToSel(selected, non_selected)
        non_selected ← non_selected ⋃ {farthest}
        selected ← selected - {farthest}
    end
end
```

3.2. Búsqueda local

Desgranemos la búsqueda local paso por paso. En primer lugar generamos una solución aleatoria que será el punto de partida. En cada iteración exploramos el vecindario hasta encontrar una solución mejor y sustituimos la actual por la encontrada. Repetimos este proceso hasta que la exploración del vecindario no encuentre una solución mejor.

Algorithm 6: localSearch

```
Data: none
Result: sol : solution
begin
    sol ← randomSolution()
    stop ← false
    while !stop do
        stop , sol ← stepInNeighbourhood(sol)
    end
end
```

La exploración del vecindario realizada en la función $stepInNeighbourhood$ tiene dos detalles relevantes a explicar. Por un lado se ha explicado la factorización del movimiento en el vecindario. Esto es, para estudiar si una solución es mejor en vez de calcular la fitness de la nueva solución y compararla con la actual, estudiamos si el intercambio del elemento $i \in sol$ y el elemento j de los no seleccionados tiene una repercusión positiva en la fitness de la solución. Para ello hacemos uso de la función $SingleContribution$ comparando las contribuciones de cada elemento. Si el intercambio merece la pena ($SingleContribution(i, sol) < SingleContribution(j, sol)$) reajustamos la fitness sumandole la diferencia entre ambas.

Por otro lado, a la hora de escoger que elementos i, j comparar, seleccionamos un elemento j que aún no esté en la solución de forma aleatoria y comparamos con todos los posibles $i \in sol$. Una pequeña mejora consiste en ordenar los elementos de la solución en función a la contribución que realizan a esta para intentar intercambiar primero los que menos contribuyan. Veamos como está implementada esta ordenación. Por un lado definimos un operador de comparación que trabaje con parejas $< int, double >$. Esto nos permitirá ordenar el vector solución en orden de contribución creciente.

A continuación reordenamos los elementos de la solución.

Algorithm 7: operator<

Data: p1 : $pair < int, double >$, p2 : $pair < int, double >$
Result: comp : bool
begin
  comp $\leftarrow p1.second < p2.second$
end

Algorithm 8: orderSolutionByContribution

Data: sol : solution
Result: sol : solution
begin
  pairs : $vector < pair < int, double >>$
  foreach $i \in sol.v$ **do**
    pairs[i].first $\leftarrow$ i
    pairs[i].second $\leftarrow$ singleContribution(sol.v, i);
  end
  pairs $\leftarrow$ sort(pairs, *operator* <)
  foreach $i \in sol.v$ **do**
    sol.v[i] $\leftarrow$ pairs[i].first
  end
end

Para acabar presentamos la exploración del vecindario, donde $rand(a, b)$ devuelve un número entero aleatorio en $[a, b)$. Se ordena el vector solución utilizando $orderSolutionByContribution$ y se toman $i \in sol.v$ en orden creciente y $j \notin sol.v$ para el intercambio. Este j se tomará de forma aleatoria y con el objetivo de explotar plenamente la ordenación utilizada generaremos múltiples j's para cada i.

Según el guión de prácticas hemos de generar hasta $MAX = 50{,}000$ vecinos (parejas (i, j) en nuestro caso) antes de parar la búsqueda local. Tras varias pruebas he decidido que merece la pena centrarse en el 10 % más prometedor de la solución. Llamemos a este porcentaje *percentage_studied*.

Por lo tanto estudiaremos $max_i = percentage\_studied \cdot |sol|$ elementos de la solución y para cada uno generaremos $max\_random = MAX/max\_i$ valores aleatorios distintos, obteniendo un total de $max\_i \cdot max\_random = max\_i \cdot (MAX/max\_i) = MAX$ elementos en total.

Algorithm 9: stepInNeighbourhood

```
Data: sol : solution
Result: stop : bool , sol : solution
begin
    sol ← orderSolutionByContribution(sol)
    max_i ← percentage_studied · |sol|
    max_randoms ← MAX/max_i
    stop ← true
    tries ← 0
    i ← 0
    while i < max_i do
        element_out ← sol.v[ i ]
        oldContribution ← singleContribution(sol.v, element_out)
        j ← rand(0, m)
        k ← 0
        while k < max_k do
            if j ∉ sol.v then
                newContribution ← singleContribution(sol.v, j) − MAT[j][element_out]
                if newContribution > oldContribution then
                    sol.v[ i ] ← j
                    sol.fitness ← sol.fitness + newContribution − oldContribution
                    pairs[ i ].first ← i
                    sol ← false
                    return
                end
                k ← k + 1
            end
            j ← rand(0, m)
        end
        i ← k + 1
    end
end
```

3.3. Búsqueda local determinista

Este algoritmo esta basado en la búsqueda local recién explicada pero con una pequeña mejora. A la hora de explorar el vecindario también ordenaremos los elementos no seleccionados en función de los más prometedores. Para ello utilizamos la función *obtainBestOrdering*.

Algorithm 10: obtainBestOrdering

```
Data: sol : solution
Result: best_ordering : vector¡int¿
begin
    pairs : vector < pair < int, double >>
    foreach i ∈ 0, ..., n do
        if i ∉ sol.v then
            pairs[ i ].first ← i
            pairs[ i ].second ← singleContribution(sol.v, i);
        end
    end
    pairs ← sort(pairs, operator <)
    for i from |pairs| − 1 to 0 do
        best_ordering[ i ] ← pairs[ i ].first
    end
end
```

Para el algoritmo en si, repetiremos un razonamiento análogo al anterior. Fijado el número de elementos del vecindario a explorar, MAX, exploramos un porcentaje p_i de la solución y un porcentaje p_k del ordenamiento generado a partir de la función $obtainBestOrdering$.

Recorreremos la solución hasta $max_i = |sol| \cdot p_i$ y los posibles intercambios hasta $max_k = n \cdot p_k$, teniendo en cuenta que:

$$max_k \cdot max_i = (n \cdot p_k) \cdot (|sol| \cdot p_i) = MAX$$

Si damos un valor a p_i podemos calcular max_i y max_k en función del resto de datos: $max_k = MAX/max_i$. Finalmente tenemos que tener en cuenta la posibilidad de que max_k sea mayor que el tamaño de $best_ordering$ es por esto que tomamos $max_k = min(MAX/max_i, |best_ordering|)$. En ese caso hemos de actualizar max_i a $min(MAX/max_k, |sol|)$ para asegurarnos de que hacemos la MAX exploraciones.

Este movimiento esta implementado en la función $stepInNeighbourhoodDet$ que a su vez es llamado por el algoritmo final, $localSearchDet$.

Algorithm 11: stepInNeighbourhoodDet

```
Data: sol : solution
Result: stop : bool , sol : solution
begin
    sol ← orderSolutionByContribution(sol)
    best_ordering ← obtainBestOrdering(sol)
    percent_i ← 0,1 max_i ← percent_i · |sol|
    max_k ← min(MAX/max_i, |best_ordering|)
    if max_k == |best_ordering| then
        max_i ← min(MAX/max_k, |sol|)
    end
    stop ← true
    i ← 0
    while i < max_i do
        element_out ← sol.v[ i ]
        oldContribution ← singleContribution(sol.v, element_out)
        k ← 0
        while k < max_k do
            j ← best_ordering[ k ] if j ∉ sol.v then
                newContribution ← singleContribution(sol.v, j) − MAT[j][element_out]
                if newContribution > oldContribution then
                    sol.v[ i ] ← j
                    sol.fitness ← sol.fitness + newContribution − oldContribution
                    pairs[ i ].first ← i
                    sol ← false
                    return
                end
                k ← k + 1
            end
        end
        i ← k + 1
    end
end
```

Algorithm 12: localSearchDet

```
Data: none
Result: sol : solution
begin
    sol ← randomSolution()
    stop ← false
    while !stop do
        stop , sol ← stepInNeighbourhoodDet(sol)
    end
end
```

Cabe destacar que este algoritmo no es determinista por completo ya que la solución inicial tomada es puramente aleatoria. Este detalle es importante puesto que por ello merecerá la pena ejecutarlo múltiples veces en vez de una única vez.

3.4. Búsqueda local con greedy

El último algoritmo presentado es otra mejora a la búsqueda local. Consiste simplemente en tomar como solución inicial la obtenida por el greedy.

Algorithm 13: localSearchGreedy

```
Data: none
Result: sol : solution
begin
    sol ← greedy()
    stop ← false
    while !stop do
        stop , sol ← stepInNeighbourhoodDet(sol)
    end
end
```

4. Procedimiento de desarrollo

Todos los algoritmos se han implementado en $C++$ y se encuentran en la carpeta adjunta. El código esta dividido independientes y autosuficientes que contienen cada uno un algoritmos de los explicados anteriormente. Adicionalmente hay dos archivos más para el tratamiento de los datos.

Se han implementado también una serie de scripts en *bash*, así como un $makefile$ que permite la automatización de todo el proceso. El $makefile$ tiene esencialmente dos tipos de comandos: $examples < algoritmo >$ y $measure < algoritmo >$, donde $< algoritmo > \in Greedy, LS, LSD, LGS$. El primer comando compila y ejecuta $< algoritmo >$ para tres ejemplos, uno de cada set de entrenamiento. El segundo comando ejecuta 200 veces $< algoritmo >$ en cada caso del problema y hace la media de los datos proporcionados para cada uno de los casos. Los datos de salida se almacenan en $output/ < algoritmo > .dat$.

Finalmente el comando *measureAll* ejecuta *measure* sobre todos los algoritmos excepto *greedy*, ya que no tienen ningún componente aleatorio. Para tomar datos sobre el algoritmo *greedy* ejecutaremos *measureGreedy* una única vez.

Para el experimento 4 se ha utilizado el script *evolution.sh* modificando ligeramente los fuentes para obtener los datos requeridos, así como LibreOffice para realizar las gráficas.

Todos los experimentos se han realizado en un ordenador fijo con Ubuntu 18.04.2, 7.7Gib de memoria y procesador IntelCore i7-7700@3.60GHzx8.

5. Experimentos realizados

En esta sección describiremos los experimentos realizados y estudiáremos los resultados obtenidos.

5.1. Experimentos 1: resultados iniciales

En primer lugar he tomado datos como se expone en la sección anterior. Adjunto a continuación las tablas de los tiempos y los resultados obtenidos para los cuatro algoritmos mencionados.

	Algoritmo Greedy	Búsqueda Local	BS Determinista	BS y Greedy	Óptimos
MDG-a_1	112135	105832	106473	112073	114259
MDG-a_2	112109	105962	106416	112219	114327
MDG-a_3	112541	105776	106267	112199	114123
MDG-a_4	112590	105884	106318	112278	114040
MDG-a_5	112204	106118	106598	112684	114064
MDG-a_6	112347	106099	106568	111997	114204
MDG-a_7	112583	105940	106446	112498	114338
MDG-a_8	112023	105829	106320	112214	114158
MDG-a_9	112411	106290	106520	112173	114132
MDG-a_10	112634	105981	106536	112565	114197
SOM-b_11	20420	19181	20619.6	20447.6	20743
SOM-b_12	35574	33798.3	35689.9	35381.9	35881
SOM-b_13	4542	3955.94	4541.65	4466.66	4658
SOM-b_14	16888	15500.5	16878.1	16644	16956
SOM-b_15	36065	33870.9	36259.9	35934.8	36317
SOM-b_16	62294	59575.7	62722.7	62128.6	62487
SOM-b_17	6938	6135.27	6991.79	6934.05	7141
SOM-b_18	25843	23954.5	25826.1	25642.2	26258
SOM-b_19	55406	52741.8	55894.9	55400.2	56572
SOM-b_20	96593	92657.6	96398.7	96375	97344
GKD-c_21	17831.8	16483	18051.3	17663.6	19485,1875
GKD-c_22	17973	16797.3	18188.1	17875.2	19701,53711
GKD-c_23	17973.3	16574.8	18036.6	17592	19547,20703
GKD-c_24	17860	16384.7	18052.7	17939.1	19596,46875
GKD-c_25	17822.9	16702.6	18013.9	17675.1	19602,625
GKD-c_26	17741.1	16505.8	17991.6	17858.9	19421,55078
GKD-c_27	18016.5	16567.3	18161.9	17896.4	19534,30664
GKD-c_28	17897.7	16522.3	18089.3	17900.1	19487,32031
GKD-c_29	17784.5	16374.5	17817.6	17519.4	19221,63477
GKD-c_30	17860.1	16578	18042.7	17850.2	19703,35156

Tabla 1: Costes

	Greedy	Búsqueda local	BS determinista	BS greedy
MDG-a_1	0.249346	1.29837	1.67138	0.259307
MDG-a_2	0.251498	1.25412	1.64122	0.299649
MDG-a_3	0.25458	1.32799	1.64147	0.281972
MDG-a_4	0.264134	1.30341	1.66133	0.310694
MDG-a_5	0.258874	1.30089	1.71872	0.285821
MDG-a_6	0.259026	1.33751	1.74401	0.334614
MDG-a_7	0.260951	1.34526	1.69168	0.297083
MDG-a_8	0.258524	1.35116	1.71162	0.314464
MDG-a_9	0.257905	1.43386	1.76812	0.259414
MDG-a_10	0.252341	1.3025	1.74672	0.262792
SOM-b_11	0.003922	0.0769007	0.094339	0.0115729
SOM-b_12	0.005933	0.168331	0.178364	0.0135729
SOM-b_13	0.001846	0.0198992	0.0233178	0.00484763
SOM-b_14	0.004533	0.0882583	0.11522	0.010587
SOM-b_15	0.008492	0.189072	0.360455	0.0206853
SOM-b_16	0.013224	0.326374	0.634729	0.0254535
SOM-b_17	0.003302	0.0304316	0.0500629	0.00627894
SOM-b_18	0.008476	0.126879	0.306938	0.0167809
SOM-b_19	0.016259	0.260259	0.765596	0.071728
SOM-b_20	0.025305	0.456821	1.14616	0.0639032
GKD-c_21	0.003234	0.0399083	0.0699487	0.00735801
GKD-c_22	0.003143	0.0509766	0.0709061	0.00732955
GKD-c_23	0.003172	0.0460402	0.0729913	0.01287
GKD-c_24	0.003158	0.0489642	0.0817394	0.0074404
GKD-c_25	0.003188	0.0501347	0.0702928	0.00716391
GKD-c_26	0.003173	0.0519859	0.0584565	0.00720639
GKD-c_27	0.004301	0.0562678	0.0815131	0.00846629
GKD-c_28	0.003306	0.0476838	0.0648686	0.00651156
GKD-c_29	0.003221	0.0512277	0.0611578	0.00678151
GKD-c_30	0.00325	0.0478213	0.0706898	0.00764579

Tabla 2: Tiempos (s)

	Greedy	Búsqueda Local	BL Determinista	BL con greedy
Desv	3,81	10,25	5,12	4,17
Tiempo (s)	0,09	0,52	0,71	0,11

Tabla 3: Comparativa entre algoritmos

5.1.1. Análisis

Comencemos observando la tabla 3 para obtener una visión general de los datos. Por un lado los tiempos no son para nada sorprendentes: La BLD es el algoritmo más lento seguido de la búsqueda local clásica. Entenderemos mejor el tiempo obtenido para la $BLcongreedy$ en los siguientes experimentos.

Por otro lado el algoritmo *Greedy* obtiene un valor *Desv* menor que los de la búsqueda local. Sin embargo, si miramos la tabla 1 con más detenimiento nos damos cuenta de que efectivamente sobre los casos MDG el algoritmo *Greedy* obtiene mejores costes, pero en los demás

casos la *BLD* suele superarlo. Este es un claro ejemplo de como un algoritmo puede ser más efectivo frente a un caso de estudio particular y no serlo en otro.

En cuanto a la *BLconGreedy* era de esperar que tuviese valores como mínimo mejores que los del *Greedy*. Observamos que sin embargo estos valores no son notablemente mejores. Surgen por lo tanto dos preguntas: Por qué el tiempo de ejecución de *BLconGreedy* es tan bajo y por qué su coste apenas mejora respecto al *Greedy*. Ambas preguntas serán contestadas en el segundo experimento.

5.2. Experimento 2: exploración del vecindario

Motivado por las anteriores cuestiones he estudiado las iteraciones que toma cada algoritmo de búsqueda local hasta converger. Esto nos permite estudiar por un lado si la *BLD* merece la pena y por otro comparar la convergencia de forma general. Estos han sido los resultados obtenidos.

	Búsqueda Local	BS Determinista	BS con greedy
MDG-a_1	333.34	458.93	1.06
MDG-a_2	341.42	460.72	3.375
MDG-a_3	333.32	445.39	3.615
MDG-a_4	334.15	450.24	4.035
MDG-a_5	341.59	466.07	2.615
MDG-a_6	350.235	484.405	7.455
MDG-a_7	342.575	452.6	2.71
MDG-a_8	337.055	477.755	3.9
MDG-a_9	357.475	479.48	1.095
MDG-a_10	341.795	472.395	1.195
SOM-b_11	77.785	371.73	1.555
SOM-b_12	102.11	466.15	1
SOM-b_13	44.015	189.585	1.205
SOM-b_14	97.2	378.75	2
SOM-b_15	115.06	543.42	2.495
SOM-b_16	143.41	674.185	2.37
SOM-b_17	56.64	252.86	1.145
SOM-b_18	119.47	511.075	1.57
SOM-b_19	145.545	720.03	12.72
SOM-b_20	179.53	785.815	5.48
GKD-c_21	38.005	255.305	2.28
GKD-c_22	48.95	281.135	2.545
GKD-c_23	42.24	268.165	3.3
GKD-c_24	37.6	257.63	2.265
GKD-c_25	50.375	281.54	2.135
GKD-c_26	41.32	258.45	2.12
GKD-c_27	38.74	306.75	2.495
GKD-c_28	42.035	259.42	2.145
GKD-c_29	41.83	281.97	3.25
GKD-c_30	42.225	278.765	2.565

Tabla 4: Estudio de convergencia (iteraciones)

5.2.1. Análisis

Observando los resultados quedan claramente resueltas las cuestiones planteadas inicialmente. La convergencia es terriblemente prematura en el caso de la $BLconGreedy$, y esto explica tanto los bajos valores de tiempos como la reducida mejora en coste respecto al $Greedy$ inicial. Conjeturo que esta convergencia se debe a la cota en el número de vecinos generados impuesto (50,000), a la manera de explorar el vecindario y a la calidad de la solución inicial obtenida con el $Greedy$.

Por otra parte observamos que el número de iteraciones para la BLD es considerablemente mayor que para la BL, llegando hasta a cuadruplicarse en ocasiones, como es el caso de $SOM - b_1 2$. Esto no indica que los reajustes realizados realmente merecen la pena en cuanto a costes, si bien en tiempo puede que no sea el caso si ejecutamos esta búsqueda de forma reiterada.

En vista de estos últimos resultados otra alternativa sería aplicar la BLD con solución inicial la obtenida por el $Greedy$. Este sería un algoritmo 100 % determinista que explotaría al en profundidad el entorno de la solución inicial.

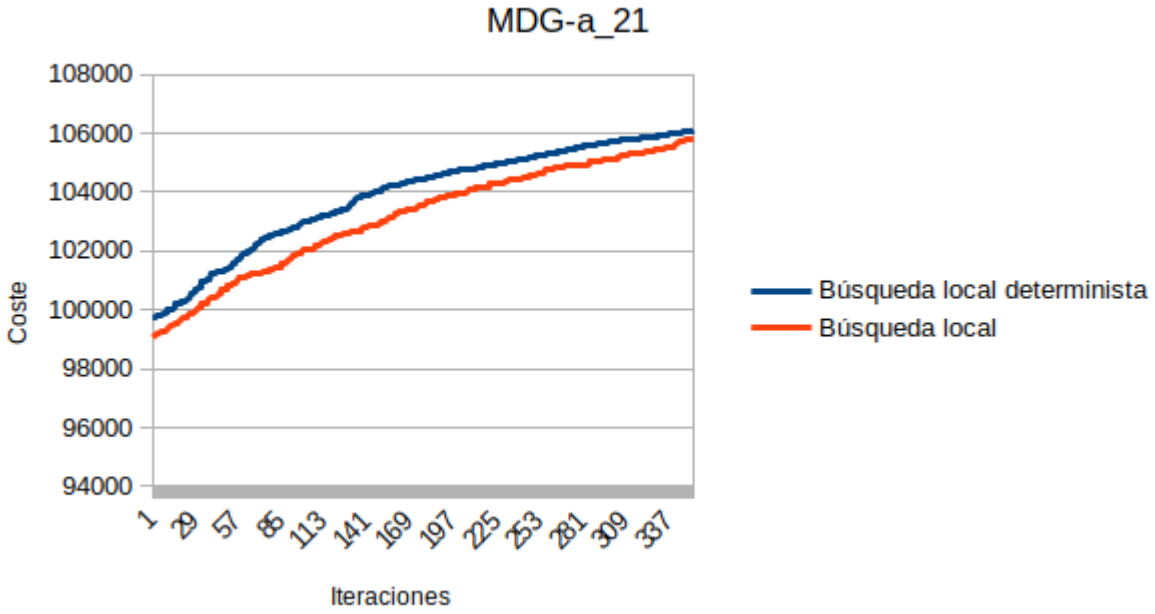
En base a los resultados anteriores se plantean un tercer experimento.

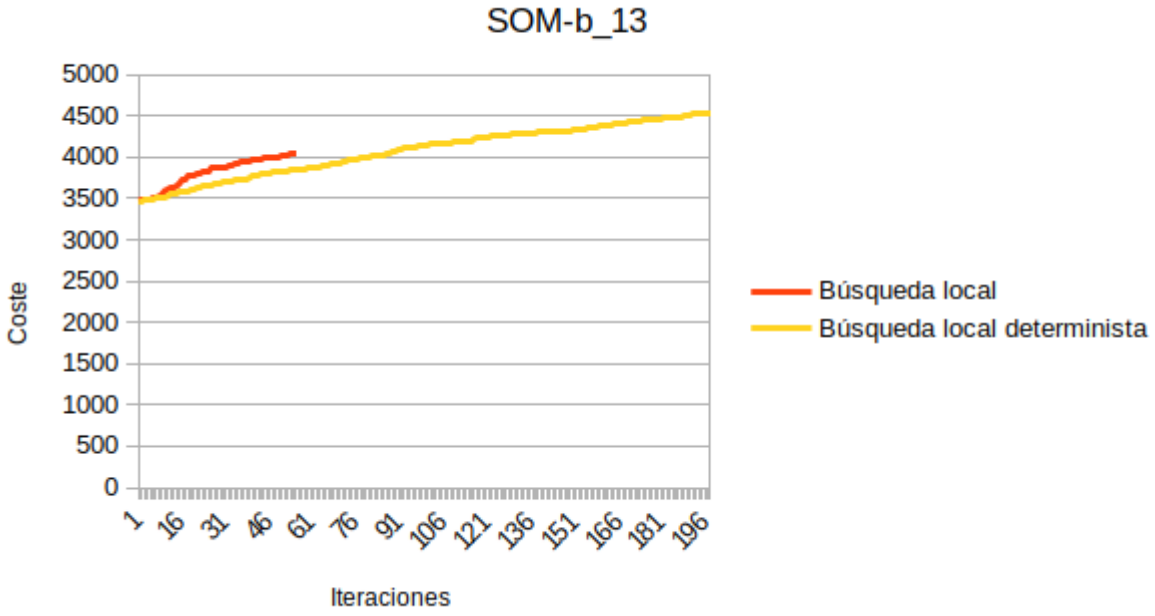
5.3. Experimento 3: búsqueda del óptimo

En el primer experimento podíamos observar como en algunos casos del problema obteníamos valores mejores que los óptimos conocidos, como es el caso de $SOMB - b_1 6$ en la tabla 1. Dicha observación propicia el siguiente experimento, en este caso buscando la mejor solución posible. Para ello se han utilizado las tres búsquedas ya explicadas pero eliminando la cota de generación del vecindario.

5.4. Experimento 4: estudio evolutivo de la exploración del entorno

En este último experimento estudiamos la convergencia de la búsqueda local clásica y la determinista iteración a iteración. Para ello ejecutamos estos algoritmos sobre los conjuntos de datos $MDG - a_2 1$ y $SOM - b_1 3$, escogidos por tener comportamientos particularmente distintos en las tablas 1 y 4. Volvemos a utilizar la cota en la exploración del vecindario, y en cada iteración obtenemos el coste actual de la solución en estudio. Podemos ver los resultados obtenidos en las siguientes gráficas.





5.4.1. Análisis

Podemos ver como en los distintos casos la evolución es particularmente distinta. Por un lado, para $MDG - a_2 1$ la convergencia de ambos algoritmos es asintóticamente idéntica, manteniéndose la BLD por encima en parte debido a la solución inicial ligeramente mejor.Por otro, en $SOM - b_1 3$ la mejora de la BL respecto a la BLD es sustancial pero esta se estanca rápidamente debido a que su exploración del espacio es peor. Este es otro ejemplo de como los mismos algoritmos pueden comportarse de formas completamente distintas para entradas diferentes.