Robótica

Ejercicio 2. Propiedades de la Distribución normal

En esta sesión vamos a realizar varios ejercicios para comprobar con Matlab algunas de las propiedades de la distribución Normal vistas en clase (Lecture 2).

1.- Teorema Central del Límite

Escribe un programa en Matlab que tome un numero de muestras (por ejemplo 1000) de una distribución uniforme (digamos que tenemos un vector de muestras). Repetir esto N veces. Demostrar gráficamente que el vector suma de las N vectores tiene un histograma con forma de gaussiana (tanto más cuanto mayor es N).

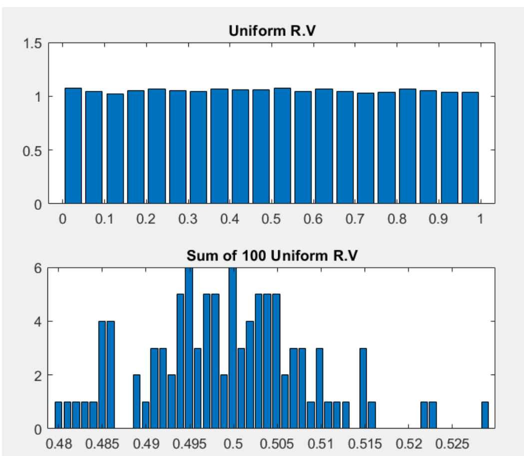

Image 1

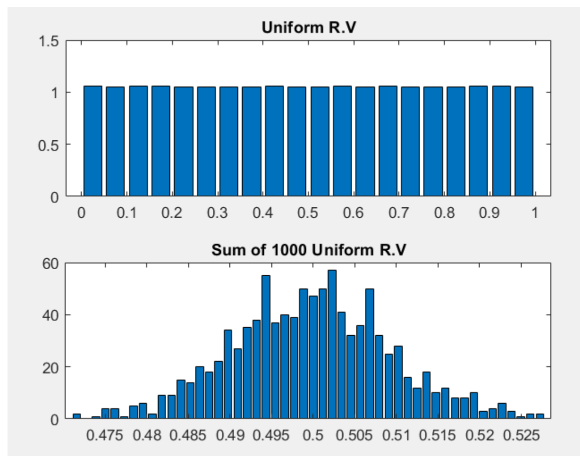

Image 2

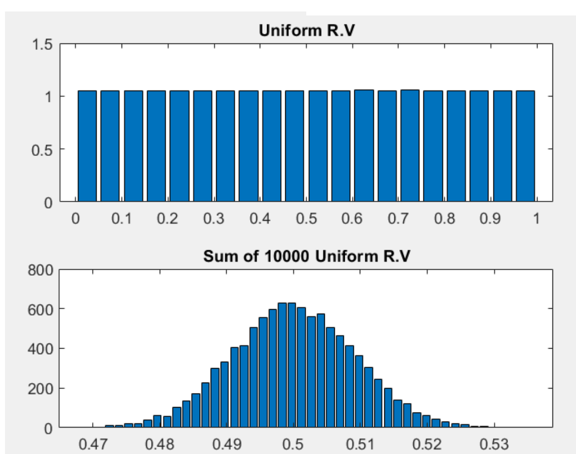

Image 3

As we see in these images when we have more arrays of random samples, it is more visible that it will make a gaussian distribution when we sum all the value of an array for all the arrays.

2.- Suma de variables aleatorias

La suma de variables aleatorias (v.a.) normales sigue otra normal que, además, se puede obtener mediante la convolución de las gaussianas

Generar *n_samples números* aleatorios de las distribuciones N (1,1) y N (4,2). Realizar la suma de ellas y pintar su histograma. Comprobar que es la normal N (5,3) pintando (rojo) la gaussiana N (5,3).

Hacer la convolución (discreta) de las dos gaussianas N (1,1) y N (4,2) y comprobar gráficamente que también sale N (5,3). [Comando **conv ()**]

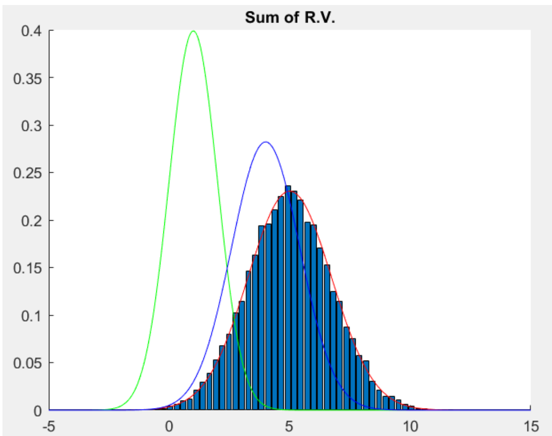

Image 4

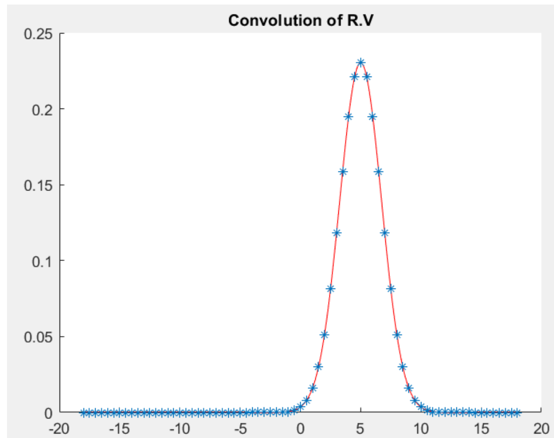

Image 5

In the first image we see the sum of random variable of N (1,1) and N (4,2) is N (5,3), which follows the property of N (μ_1, $\sigma^2{}_1$) + N (μ_2, $\sigma^2{}_2$) = N (μ_1+ μ_2, $\sigma^2{}_1$+ $\sigma^2{}_2$). In the second one, if we do the convolution of the two gaussian distribution functions have the same result as we had done the sum of them.

3.- Producto de gaussianas

La suma ponderada de v.a. normales da lugar a otra v.a. con una pdf que es el producto las anteriores normales (gaussianas).

Como en el ejercicio anterior, pero en lugar de la suma hacer la media de las muestras sacadas de N (1,1) y N (4,2). Dibujar la salida y comprobar que el resultado coincide con el de la expresión dada en clase (Lecture 2)

$$N\left(\frac{\sigma_2^2\mu_1+\sigma_1^2\mu_2}{\sigma_1^2+\sigma_2^2},\frac{\sigma_1^2\sigma_2^2}{\sigma_1^2+\sigma_2^2}\right)$$

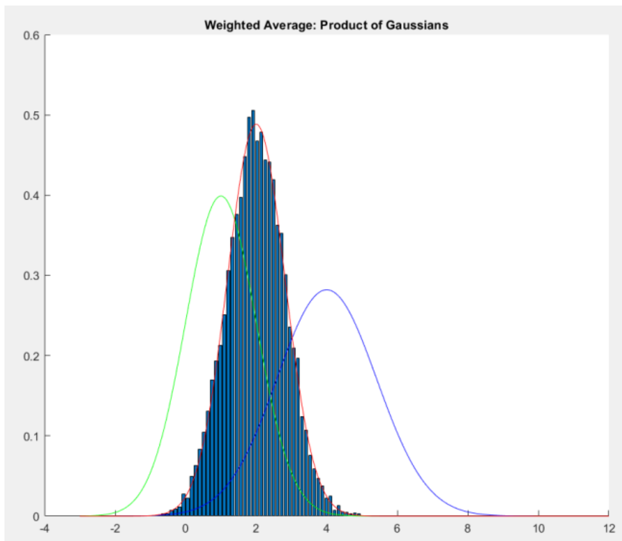

Image 6

In this image we see doing a weighted averaging in the two gaussian distribution samples have the same result as doing the expression $N\left(\frac{\sigma_2^2\mu_1+\sigma_1^2\mu_2}{\sigma_1^2+\sigma_2^2},\frac{\sigma_1^2\sigma_2^2}{\sigma_1^2+\sigma_2^2}\right)$.

4.- Transformación lineal de v.a. normales

Una v.a. que se transforma linealmente (producto y suma) da lugar a otra v.a. también normal.

Generar *n_samples* números aleatorios de las distribuciones N (1,1) transformarlo con la expresión y = x*2+ 2 y pintar el resultado. Comprobar dibujando encima que la distribución sigue una gaussiana N (4, 4).

Repetir para la función y = x^2+ 2 y pintar el resultado. ¿Es gaussiana?

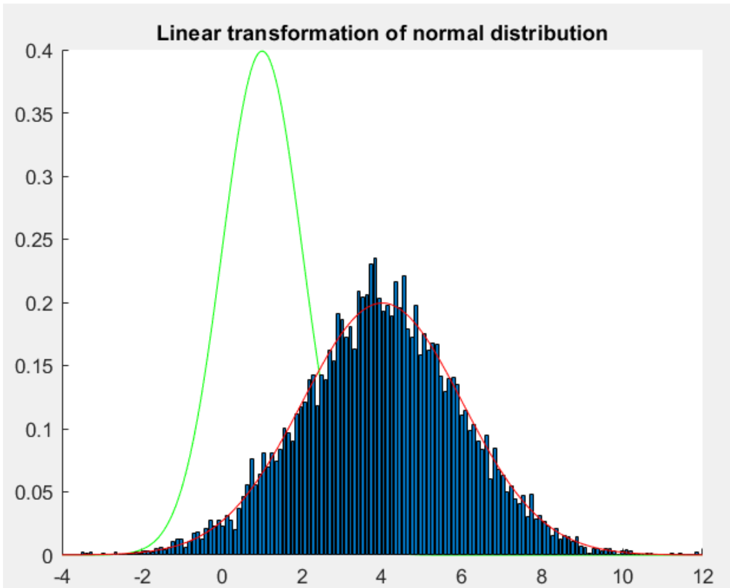

Image 7

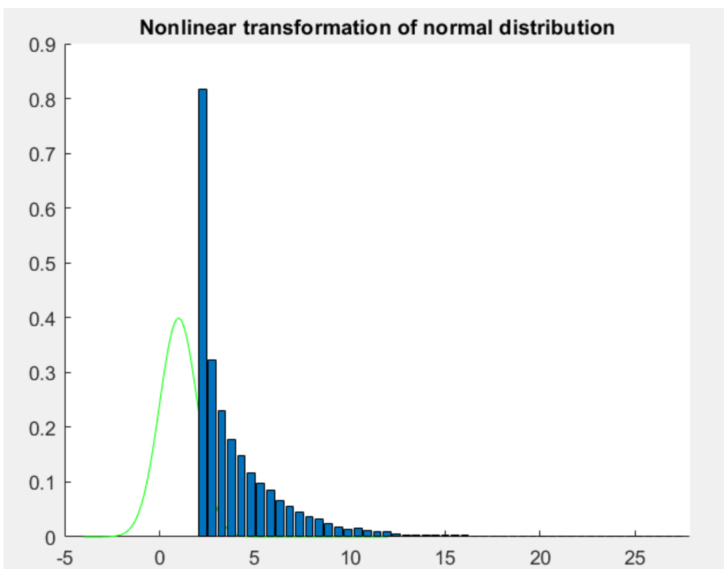

Image 8

In the first image we see if we do a linear tranformation on a gaussian distribution, the result will be another gaussian distibution. Furthermore, the result also follow if we have X ~ N (μ, σ^2) and do Y=aX+b then Y ~ N (aμ + b, $a^2\sigma^2$).

In the second one, if we do a nonlinear tranformation on a gaussian we cannot know if the result will be a gaussian. In this case we see the result is not a gaussian distribution.