UNIVERSITATEA TEHNICĂ DIN CLUJ-NAPOCA

Identificarea sistemelor

PROIECT

Identificarea unui sistem de ordin II, utilizând metode neparametrice, metode parametrice și estimarea răspunsului în frecvență

Student: Duma Octavian Ioan

Grupa: 30132/1

Profesor coordonator: Prof. Dr. Ing. Petru Dobra

Cuprins

1. Interpretarea datelor experimentale 3
2. Identificarea sistemului prin metode neparametrice ………. 5

- Identificarea unui sistem de ordin II,fără zero,pe baza fenomenului de rezonanță ……………………………………. 6
- Calculul erorilor ....…………………………………………. 9

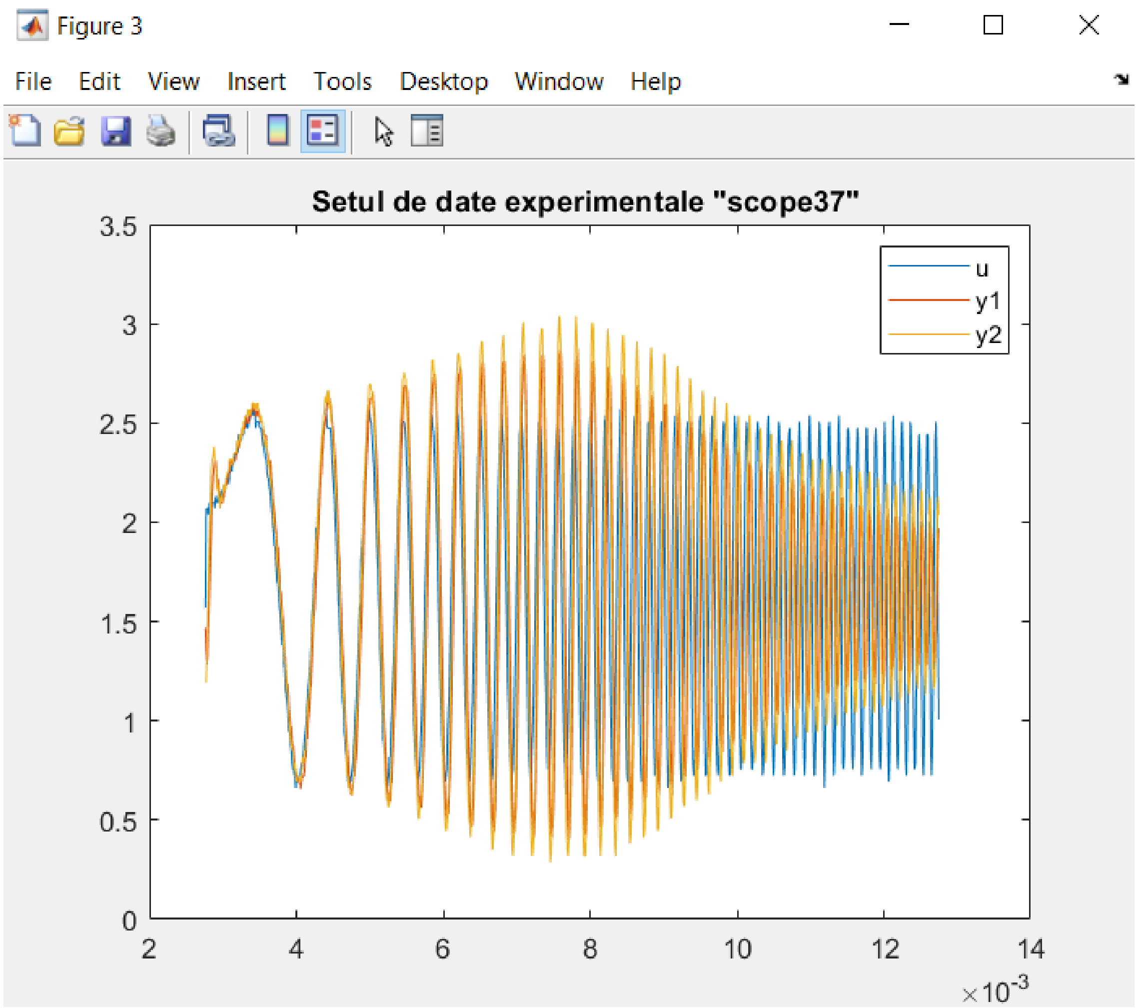
3. Estimarea răspunsului în frecvență al sistemului utilizând date experimentale……………………………………………11

- Estimarea Diagramei Bode a unui sistem de ordin II,fără zero……………………………………………………………11
- Calculul pantei finale in dB/dec.……………………………….18

4. Identificarea sistemului prin metode parametrice…………..19

- Validarea autocorelației și intercorelației sistemului de ordin II fară zero, y1………………………………………………..20
  - Metoda ARMAX
  - Metoda OE
- Validarea autocorelației și intercorelației sistemului de ordin II cu zero, y2…………………………………………………24
  - Metoda ARMAX
  - Metoda IV

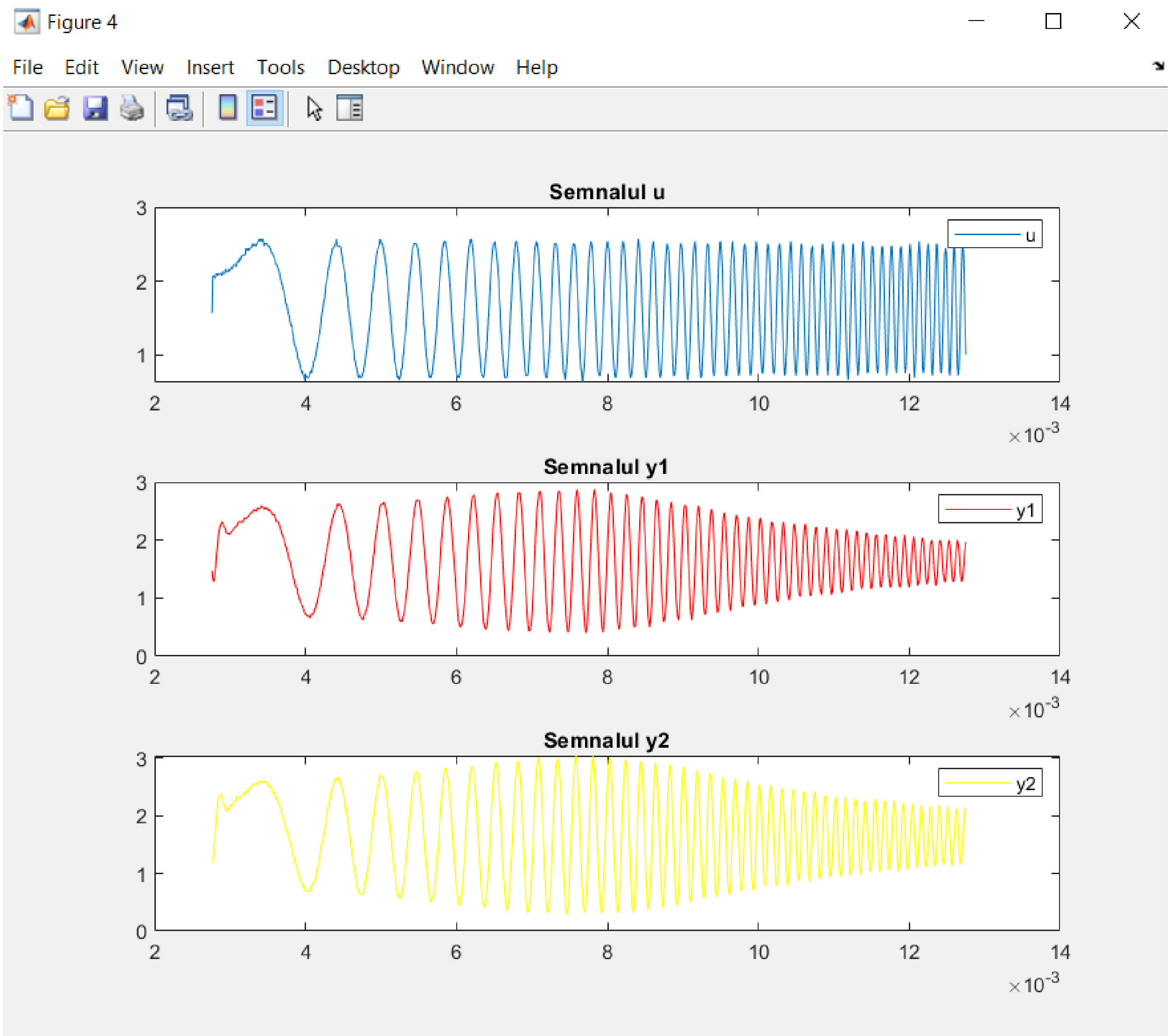
1.Interpretarea datelor experimentale



Achiziția datelor de pe osciloscop, realizată prin intermediul fișierului ‘scope37’ expune 3 semnale, intrarea **u**, comună pentru semnalele de ieșire **y1**, **y2**.

Despre y1 cunoaștem ca are gradul II și nu conține niciun zero,iar despre semnalul y2 cunoaștem că are gradul II și conține un zero.

De asemenea,cunoaștem prezența fenomenului de rezonanță în semnalele achiziționate.



Vom considera cele 3 semnale achiziționate anterior drept baza proiectului nostru.

Ele vor reprezenta sursa tuturor datelor experimentale necesare proceselor pe care dorim să le expunem. Ca aplicație suport vom folosi MATLAB.

2. Identificarea neparametrică a semnalului y1 pe baza fenomenului de rezonanță

Despre semnalul y1, considerat din setul de date experimental, știm că are gradul II și nu conține niciun zero. Astfel vom considera că are funcția de transfer sub formă generală pentru un sistem de gradul II fără zero. Dorim să găsim experimental funcția de transfer a sistemului din datele semnalului.

$$H(s) = \frac{K \cdot \omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}, \quad 0 \leq \zeta < 1$$

K - factor de proporționalitate

ζ - factor de amortizare

ωn - pusație naturală [rad/sec]

Pentru început, găsim modulul sistemului la rezonanță, care se calculează conform formulei:

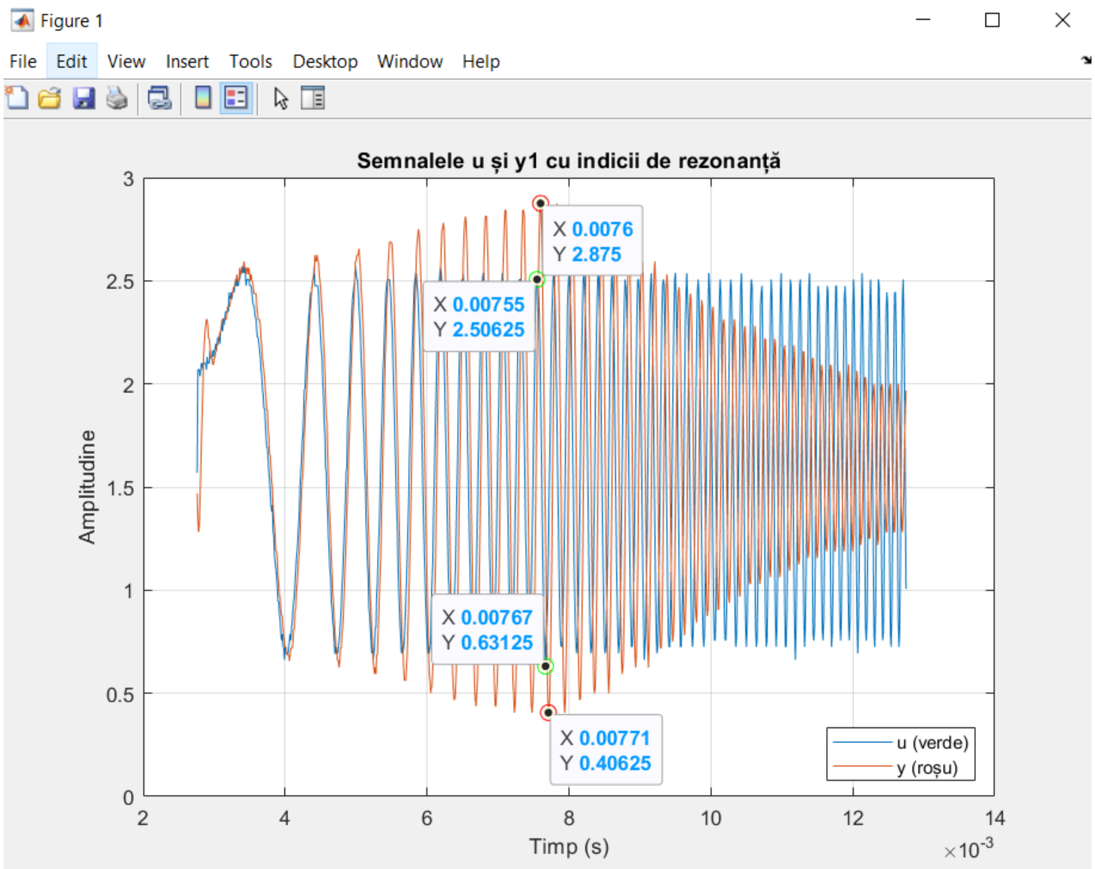
$$Mr = \frac{Y\max - Y\min}{U\max - U\min} \qquad\qquad Mr = 1.3167$$

Pentru acest calcul vom avea nevoie de 4 indici din zona de rezonanță a semnalului y1:

```
t_u_min=492;
t_u_max=480;
t_y1_min=496;
t_y1_max=485;
```

Cu ajutorul indicilor vom calcula Mr:

```
Mr1=(y1(t_y1_max)-y1(t_y1_min))/(u(t_u_max)-u(t_u_min)); % Mr=1.3167
```



Cunoaștem următoarea formulă, de unde vom putea calcula factorul de amortizare ζ printr-o egalare a modulului Mr calculat anterior, cu formula cunoscută:

$$Mr = \frac{1}{2\times\zeta\sqrt{1+\zeta^2}} \qquad \zeta = \frac{1}{2}\times\sqrt{2-\sqrt{4-\frac{4}{Mr^2}}}$$

$$1.3167 = \frac{1}{2\times\zeta\sqrt{1+\zeta^2}} \Rightarrow \zeta = 0.4180$$

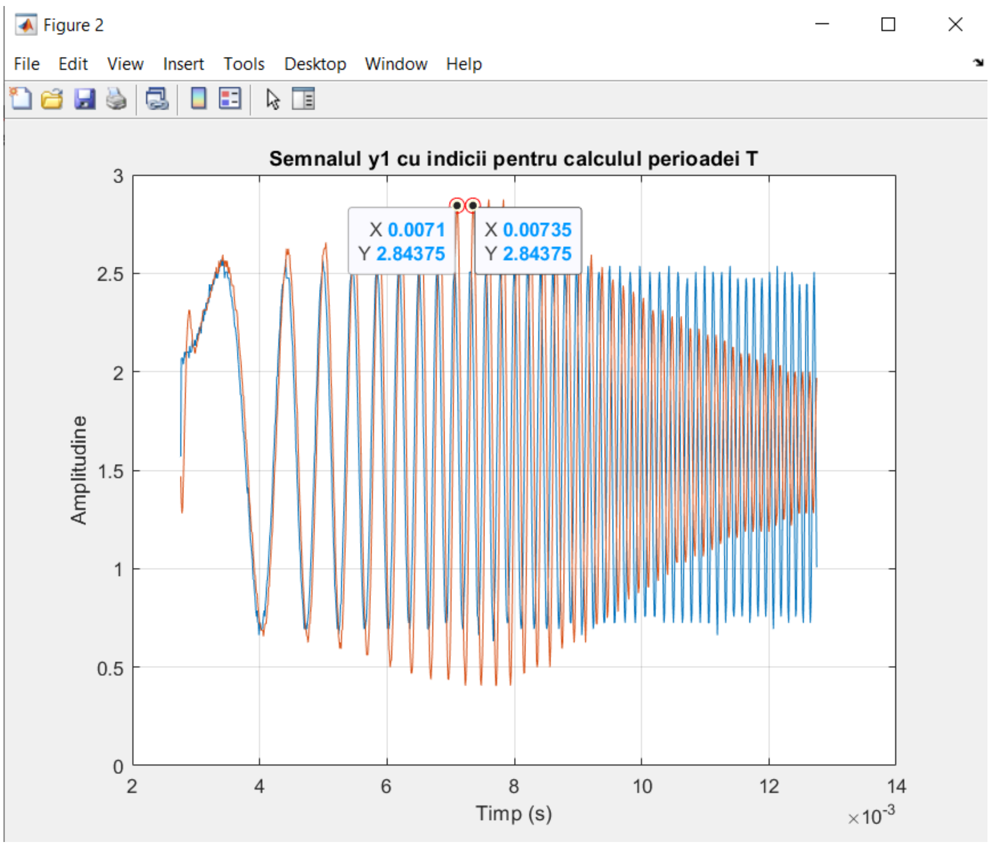
Calculăm K - factor de proporționalitate cu formula: $K = \frac{Yst}{Ust}$

În cazul nostru ,putem calcula ca fiind raprortul valorilor medii: $K = \frac{Y1\_mediu}{U\_mediu}$

$$K = 1.0099$$

Calculăm perioada T a semnalului, cu ajutorul unor indecși noi luați între două maxime succesive, și calculăm diferența lor:

$$T = t(index2) - t(index1)$$




```
index_t2=460;
index_t1=435; T=t(index_t2)-t(index_t1);  % T = 2.5000e-04
```

$$T = 2.5 \times 10^{-4} [\text{sec}]$$

Calculăm pulsația sistemului la rezonanță:

$$\omega r = \frac{2\pi}{T} \qquad \omega r = 2.5133 \times 10^4 [rad / \sec]$$

Găsim pulsația naturală din formula :

$$\omega r = \omega n \sqrt{1 - 2 \times \zeta^2} \Rightarrow \omega n = \frac{\omega r}{\sqrt{1 - 2 \times \zeta^2}}$$

$$\omega n = 3.1161 \times 10^4 [rad / \sec]$$

Declarăm funcția de transfer, cu parametrii cunoscuți din calculele realizate:

$$H(s) = \frac{K \cdot \omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}, \quad 0 \leq \zeta < 1$$

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_n^2 & -2\zeta\omega_n \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 0 \\ k\omega_n^2 \end{pmatrix} \qquad C = (1 \quad 0) \qquad D = (0)$$

Scriem funcția de transfer a sistemului si o trecem in spațiul stărilor, apoi alegem condiții inițiale pentru a crește acuratețea simulării.

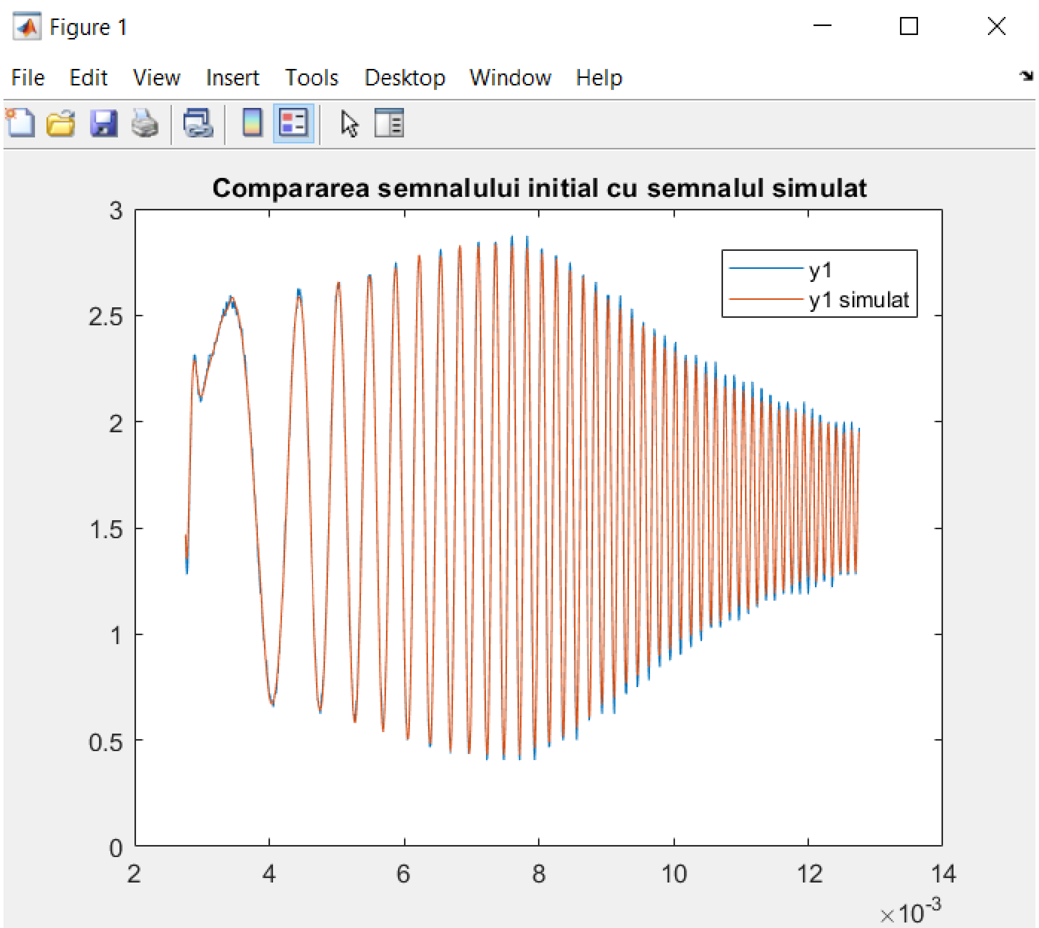
```
H=tf(K*wn^2,[1 2*zeta*wn wn^2]);
A=[0 1; -wn^2 -2*zeta*wn];
B=[0; K*wn^2];
C=[1 0];
D=0;
```

Obținem următoarea funcție de transfer:

```
H =

           9.806e08
  --------------------------
  s^2 + 2.605e04 s + 9.71e08
```

```
Sys=ss(A,B,C,D);
[y1_cond]=lsim(Sys,u,t,[y1(1),(y1(2)-y1(1))/(t(2)-t(1))]);
figure;
plot(t,[y1,y1_cond])
legend('y1','y1 simulat')
```

Obținem semnalul următor în spațiul stărilor:



- ## Calculul erorilor

Pentru a verifica calculele, vom urmări două erori:

1) Eroarea medie pătratică

$$J = \frac{||\mathbf{y} - \mathbf{y}_M||}{\sqrt{N}} = \sqrt{\frac{1}{N}\sum(y - y_M)^2}$$

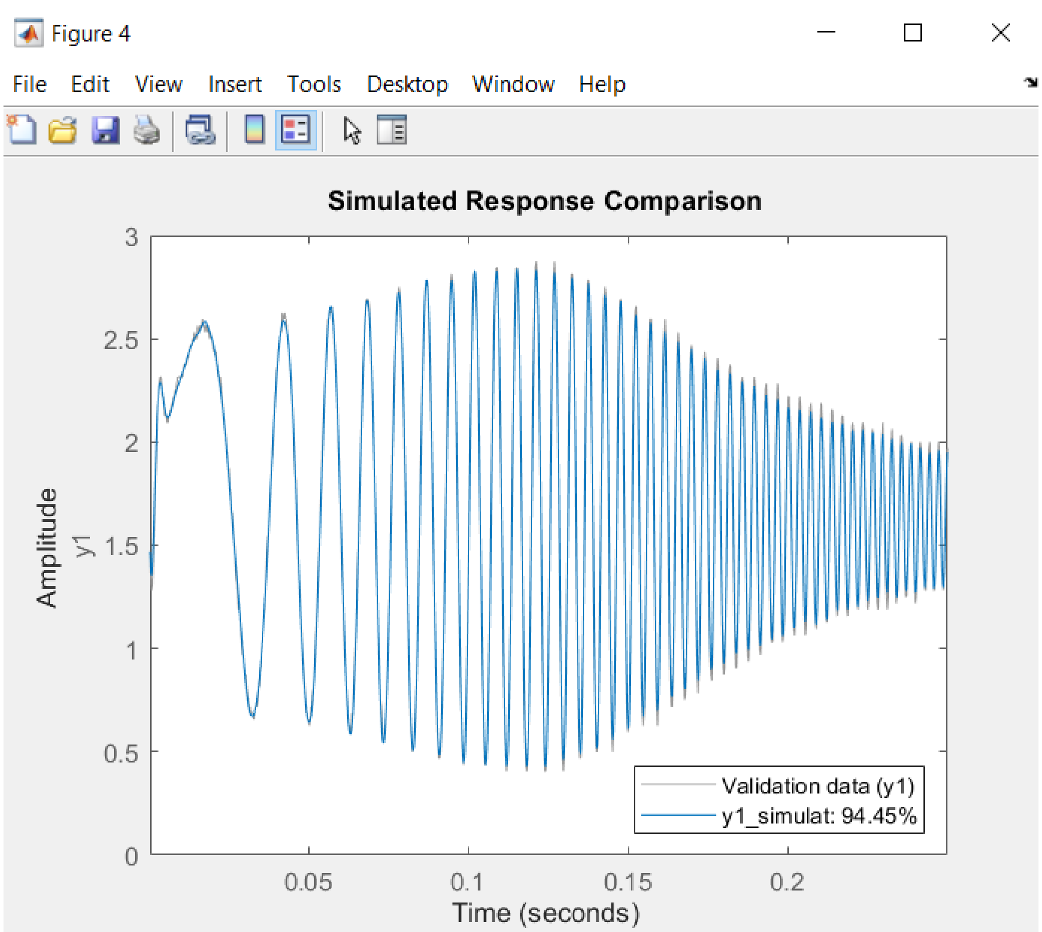
2) Eroarea medie pătratică normalizată

$$\varepsilon_{MPN} = \frac{||\mathbf{y} - \mathbf{y}_M||}{||\mathbf{y} - \bar{\mathbf{y}}||}$$

Astfel, după aplicarea formulelor necesare obținem:

$$J \ = 0.0369 \qquad\qquad \varepsilon MPN \ = 5.5461\%$$

Verificăm suprapunerea semnalului simulat peste semnalul initial y1 și observăm că eroarea se păstrează la valoarea celei calculate analitic cu formula:



3.Estimarea răspunsului în frecvență al sistemului utilizând date experimentale

- *Estimarea Diagramei Bode a unui sistem de ordin II,fără zero.*

Diagrama Bode: $H(j\omega) = |H(j\omega)|e^{j\angle H(j\omega)}$

$\left(\omega, |H(j\omega)|^{dB}\right)$

- caracteristica de modul, unde axa Ox reprezintă pulsația in radiani/secundă, afișată în scară logaritmică, iar axa Oy reprezintă modulul funcției de transfer H(jw) în decibeli.

$(\omega, \angle H(j\omega)[rad])$

- caracteristica de fază,unde axa Ox este pulsația în radiani pe secundă, afișată în scară logaritmică, iar axa Oy este faza funcției de transfer H(jw) în radiani sau în grade.

Pentru a reprezenta răspunsul în frecvență al semnalului y1, din datele experimentale vom reproduce **caracteristica de modul și caracteristica de fază a Diagramei Bode**, încercând o reprezentare cât mai apropiată cu rezultatul funcției bode() implementată în Matlab.

Cosiderăm indici din zone diferite ale semnalului,pentru a obține puncte pe diagrama modulului si fazei, ulterior succesiunea de puncte obținute va descrie o dreaptă ce reprezintă caracteristica de modul in dB pentru punctele de modul calculate, și o dreaptă ce va descrie caracteristica de fază în grade.

Pentru a observa asemănarea dintre cele două drepte,vom extrage din funcția bode(H) a sistemului identificat neparametric la rezonanță,de unde cunoaștem funcția de transfer.

Astfel, vom împărți semnalul pe zone de interes:

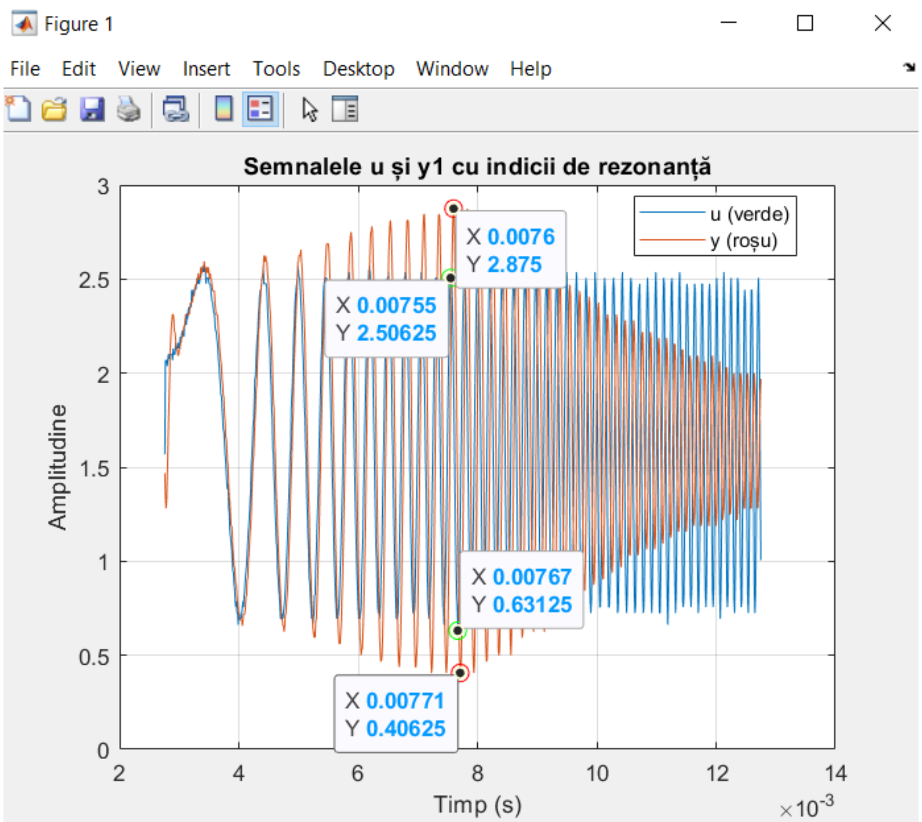
a) Modulul și faza la rezonanță

Din identificarea neparametrică a semnalului y1 avem deja calculate Modulul la rezonanță și pusația de rezonanță.

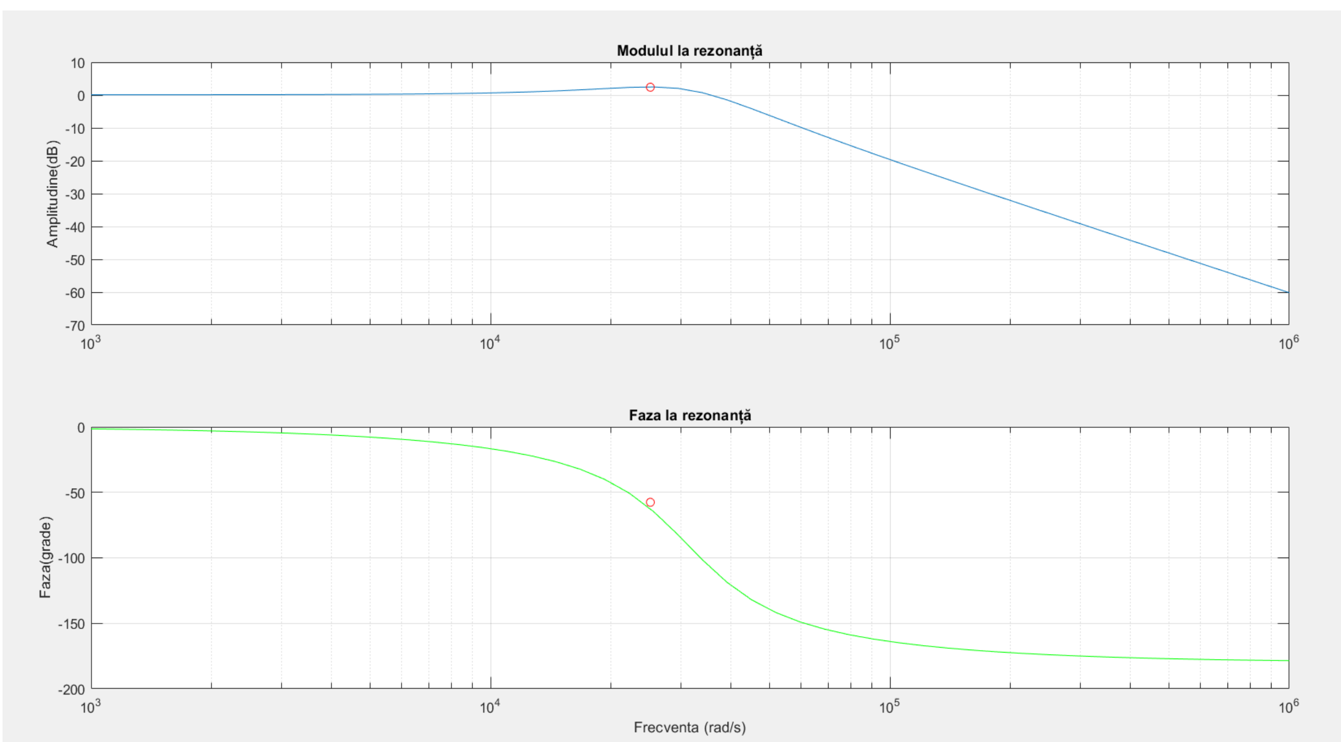
Ne folosim de indicii cunoscuți si calculăm faza la rezonanță.

$$M = \frac{Y\max - Y\min}{U\max - U\min}; \omega = \frac{2\pi}{T};\ faza = \omega \times (t(u\max) - t(y\max)) \times \frac{180}{\pi}$$

$$Mr = 1.3167\ [dB]; \omega r = 2.5133 \times 10^4\ [rad/\sec]\ ; phr = -57.6000\ \left[grade\right]$$

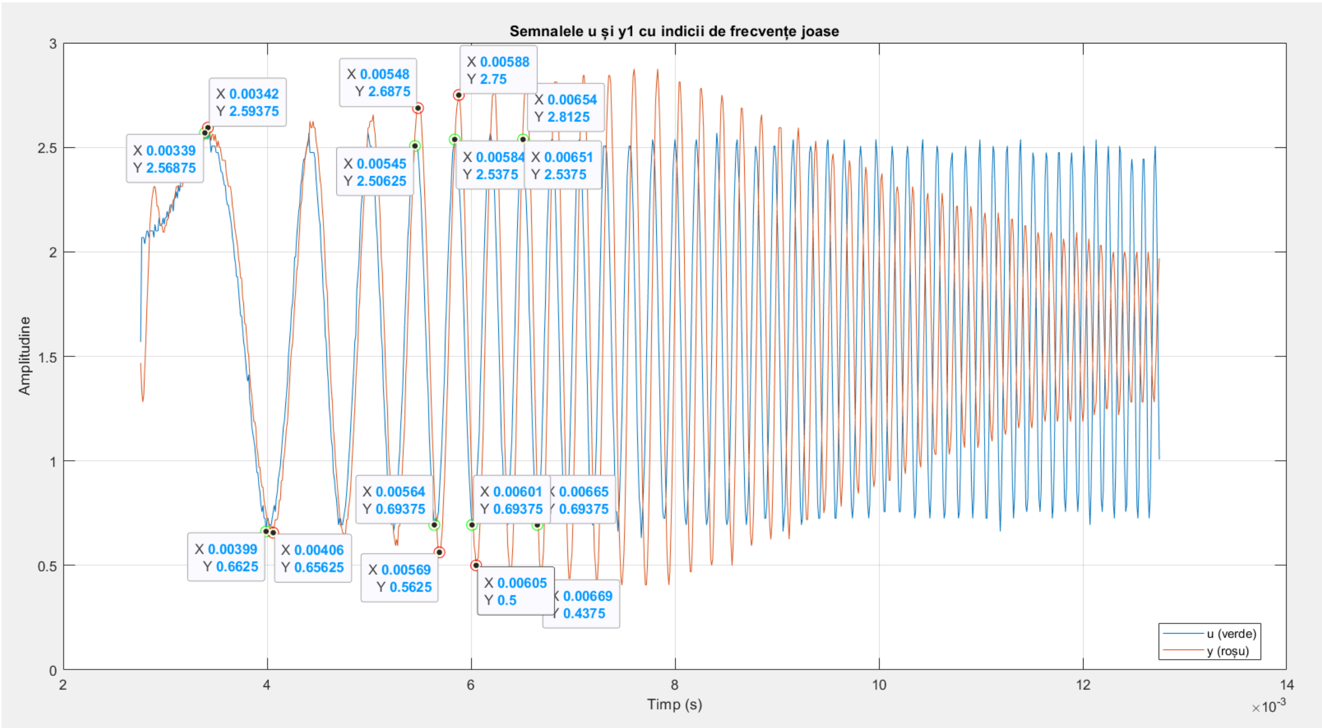


Obținem astfel un punct pe diagrama de modul și un punct pe diagrama de fază:



b) Modulul și faza în zona frecvențelor joase

-Vom lua indici din zona frecvențelor joase, în stânga rezonanței.



Calculăm, conform formulelor, modulul și faza pentru 4 puncte situate înaintea rezonanței:

$$M = \frac{Y\max - Y\min}{U\max - U\min}$$

$$\omega = \frac{\pi}{t(y\min) - t(y\max)}$$

$$faza = \omega \times (t(u\max) - t(y\max)) \times \frac{180}{\pi}$$

```
umin1=124;
ymin1=131;
umax1=64;
ymax1=67;

M1=(y1(ymax1)-y1(ymin1))/(u(umax1)-u(umin1));
w1=pi/(t(ymin1)-t(ymax1));

delta_t1=t(umax1)-t(ymax1);
ph1=rad2deg(delta_t1*w1);
```

Similar exemplului de deasupra, aplicăm aceeași tehnică pentru a determina și celelalte puncte, utilizând indecșii preluați din datele experimentale pentru fiecare punct.

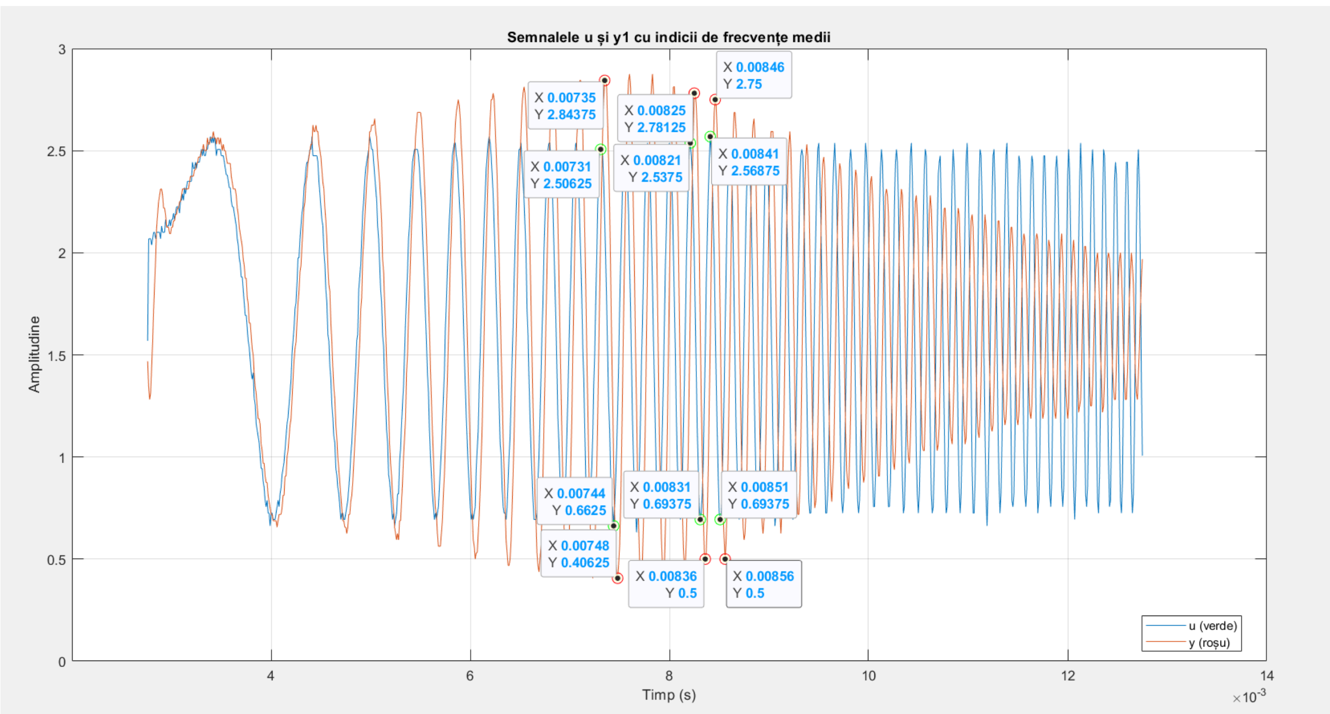
Astfel se obțin valorile corespunzătoare perechilor de modul si fază:

$$M1 = 1.0164\ [dB] \qquad M2 = 1.1931\ [dB]$$
$$\omega 1 = 4.9087 \times 10^3\ [rad/\sec] \qquad \omega 2 = 1.4960 \times 10^4\ [rad/\sec]$$
$$ph1 = -8.4375\ [grade] \qquad ph2 = -25.7143\ [grade]$$

$$M3 = 1.2203\ [dB] \qquad M4 = 1.2881[dB]$$
$$\omega 3 = 1.8480 \times 10^4\ [rad/\sec] \qquad \omega 4 = 2.0944 \times 10^4\ [rad/\sec]$$
$$ph3 = -42.3529\ [grade] \qquad ph4 = -48.0000\ [grade]$$

c) Modulul și faza în zona frecvențelor medii

-Vom lua indici din zona frecvențelor medii, în stânga rezonanței vom lua un punct ,iar în dreapta rezonanței vom lua 2 puncte, astfel aceste puncte vor fi considerate din partea de mijloc a semnalului y1,împreună cu rezonanța formând alte 4 puncte.



Aplicăm aceleași formule și obținem:

$$M5 \ = 1.3220 \ [dB] \qquad Mr \ = 1.3167 \ [dB]$$

$$\omega 5 \ = 2.4166 \times 10^4 \ [rad/\sec] \qquad \omega r \ = 2.5133 \times 10^4 \ [rad/\sec]$$

$$ph5 \ = -55.3846 \ \left[grade\right] \qquad phr \ = -57.6000 \ \left[grade\right]$$

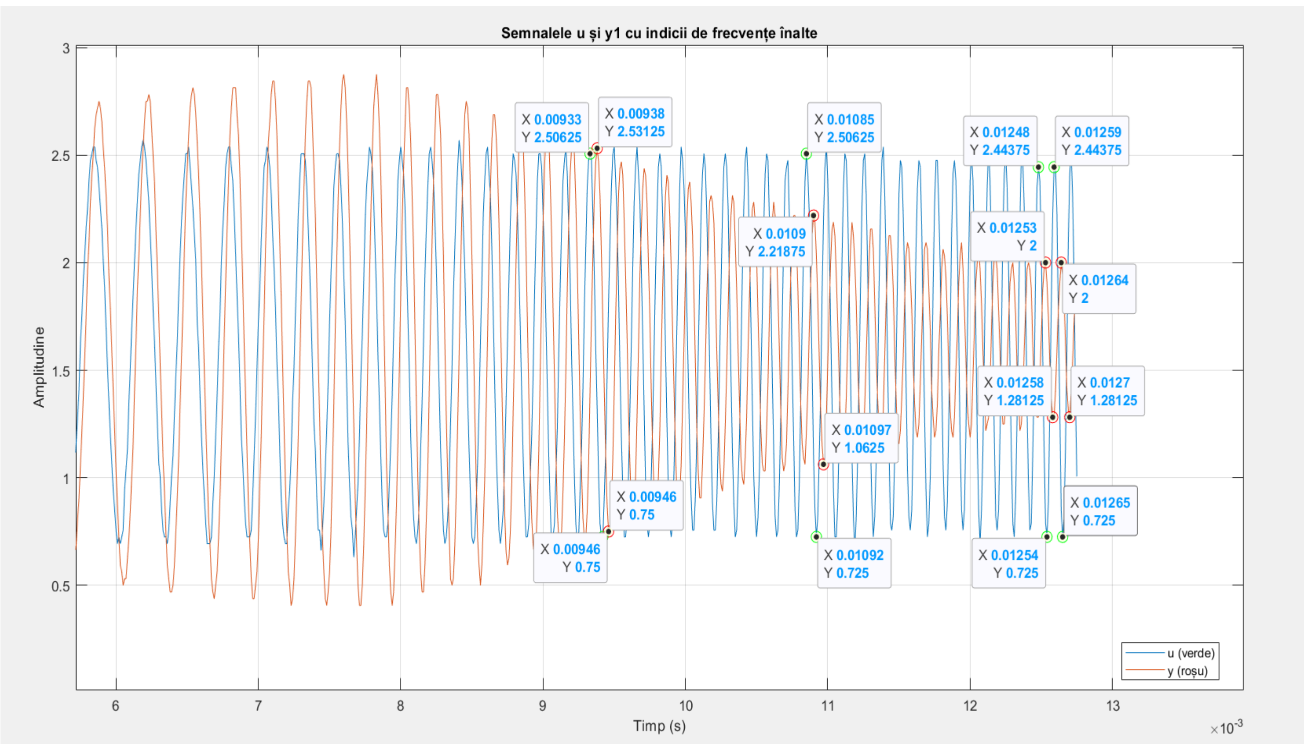
$$M6 \ = 1.2373 \ [dB] \qquad M7 \ = 1.2000 \ [dB]$$

$$\omega 6 \ = 2.8560 \times 10^4 \ [rad/\sec] \qquad \omega 7 \ = 3.1416 \times 10^4 \ [rad/\sec]$$

$$ph6 \ = -81.8182 \ \left[grade\right] \qquad ph7 \ = -90.0000 \ \left[grade\right]$$

c) Modulul și faza în zona frecvențelor înalte

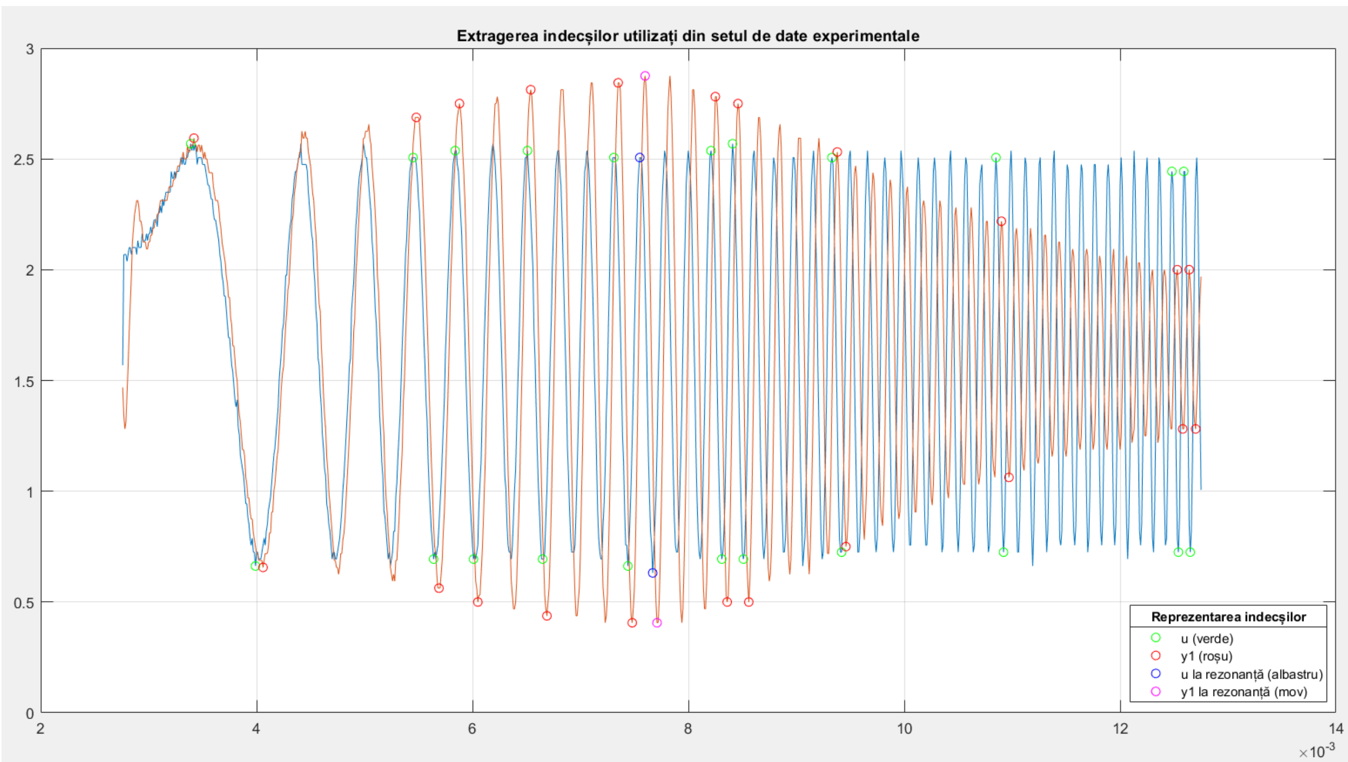
-Vom lua indici din partea dreaptă a semnalului y1,și vom calcula prin același procedeu alte 4 puncte.



Aplicăm aceleași formule și obținem:

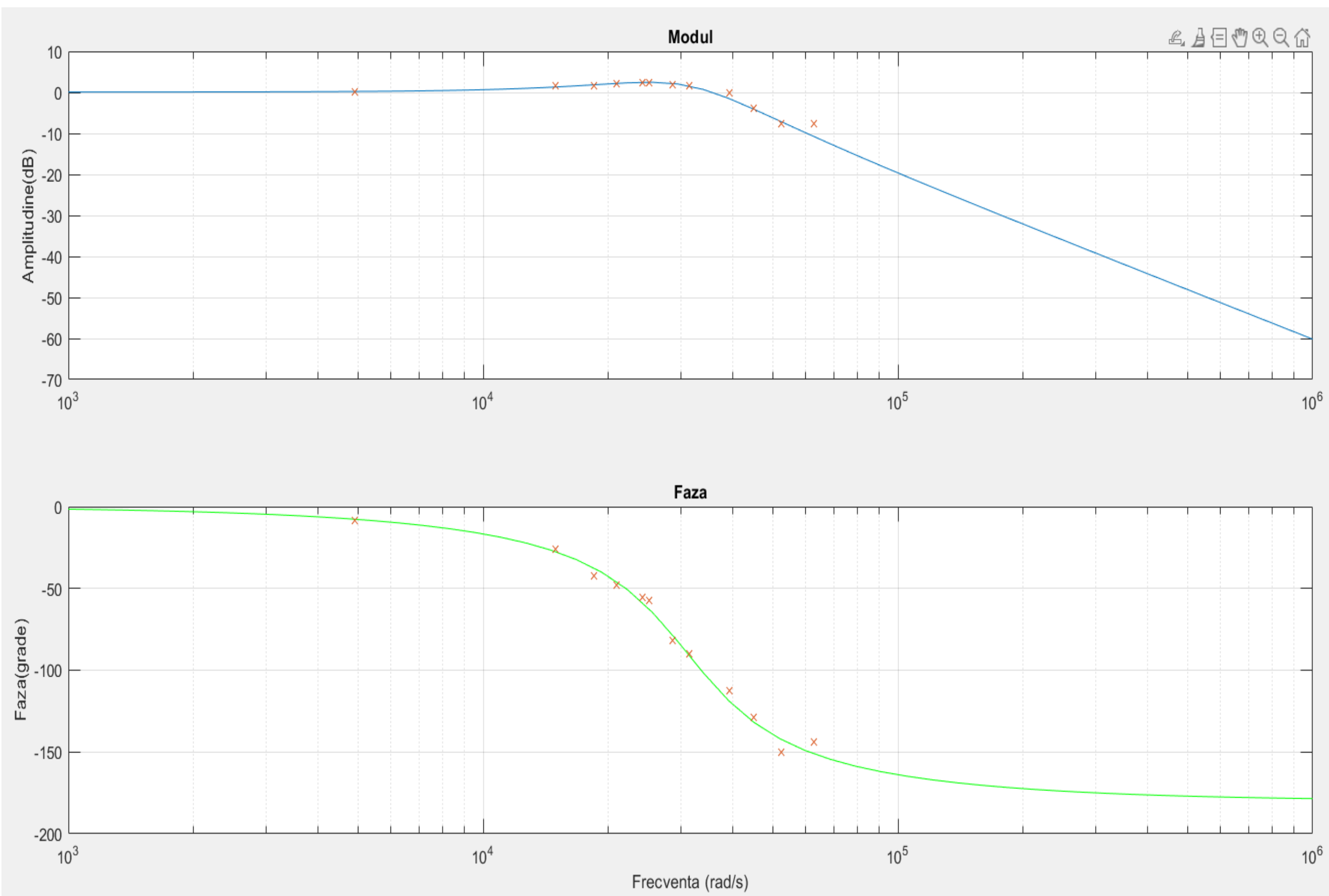
$$M8 \;=1.00\;[dB] \qquad M9 \;=0.4182\;[dB]$$
$$\omega 8 \;=3.9270\times 10^4\;[rad/\sec] \qquad \omega 9 \;=6.2832\times 10^4\;[rad/\sec]$$
$$ph8 \;=-112.5000\;[grade] \qquad ph9 \;=-144.0000\;[grade]$$

$$M10 \;=0.4182\;[dB] \qquad M11 \;=0.6491\;[dB]$$
$$\omega 10 \;=5.2360\times 10^4\;[rad/\sec] \qquad \omega 11 \;=4.4880\times 10^4\;[rad/\sec]$$
$$ph10 \;=-150.0000\;[grade] \qquad ph11 \;=-128.5714\;[grade]$$



Astfel, acum dispunem de 12 perechi de modul-fază,conform indecșilor extrași din setul de date experimental, iar cu ajutorul acestora putem simula Diagrama Bode a sistemului y1 și putem face comparație cu Diagrama Bode extrasă din funcția de transfer calculată prin exploatarea fenomenului de rezonanță.

```
w=logspace(3,6);
[num,den]=tfdata(H,'v');
[M,ph]=bode(num,den,w);

vectorul_modulului=[M1,M2,M3,M4,M5,Mr1,M6,M7,M8,M9,M10,M11];
vectorul_fazei=[ph1,ph2,ph3,ph4,ph5,phr1,ph6,ph7,ph8,ph9,ph10,ph11];
vectorul_pulsatiei=[w1,w2,w3,w4,w5,wr1,w6,w7,w8,w9,w10,w11];

figure;
subplot(211);
semilogx(w,20*log10(M),vectorul_pulsatiei,20*log10(vectorul_modulului),"x")
grid on;ylabel('Amplitudine(dB)');title('Modul');hold on;

subplot(212);
semilogx(w, squeeze(ph),'color','green'); hold on;

semilogx(vectorul_pulsatiei, vectorul_fazei, "x");
grid on;xlabel('Frecventa (rad/s)');ylabel('Faza(grade)');title('Faza');
```



Observăm o suprapunere bună peste rezultatele obținute din bode(H).

- ## Calculul pantei finale în Diagrama Bode

Despre sistemul y1 cunoaștem că are ordin II și nu conține niciun zero. De aici putem trage următoarea concluzie:

Excesul polilor față de zerouri este egal cu 2, fapt ce indică o pantă finală în Diagrama Bode de -40 dB/dec.

Ca să verificăm acest fapt în mod experimental, vom considera două puncte din zona frecvențelor înalte (important sa fie după rezonanță). Vom avea nevoie de valorile modulelor si valorile pulsațiilor.

$$M8 = 1.00\ [dB] \qquad M11 = 0.6491\ [dB]$$

$$\omega 8 = 3.9270 \times 10^4\ [rad/\sec] \qquad \omega 11 = 4.4880 \times 10^4\ [rad/\sec]$$

Vom calcula Panta corespunzătoare acestor două puncte:

```
Panta=20*log10(M11/M8)*10*(w11/w8); % Panta=-42.8967
```

Din calculul precedent obținem o panta aproximativ in jurul valorii teoretice:\

$$Panta = -42.8967\ [dB/dec]$$

În concluzie, rezultatul estimării răspunsului în frecvență utilizând setul de date experimental tinde spre a fi același cu teoria aplicată, iar diferențele apărute sunt datorate erorilor de măsurare pe parcursul întregului proces.

4.Identificarea sistemului prin metode parametrice

Validarea autocorelației și intercorelației sistemului de ordin II fară zero, y1

1.Validarea autocorelației prin metoda ARMAX

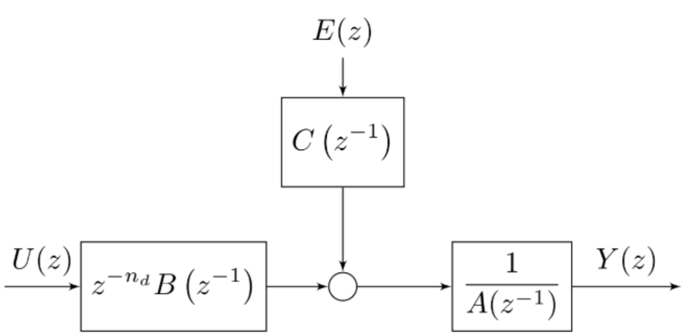
Metoda celor mai mici pătrate extinsă (MCMMPE) – metodă recursivă, bazată pe un criteriu pătratic de minimizare. Identificarea constă în estimarea coeficienților polinoamelor A, B ¸si C. Parametrii de structură ai sistemului sunt: nA = grad A,

nB = grad B, nC = grad C, respectiv nd numărul tacților de întârziere.

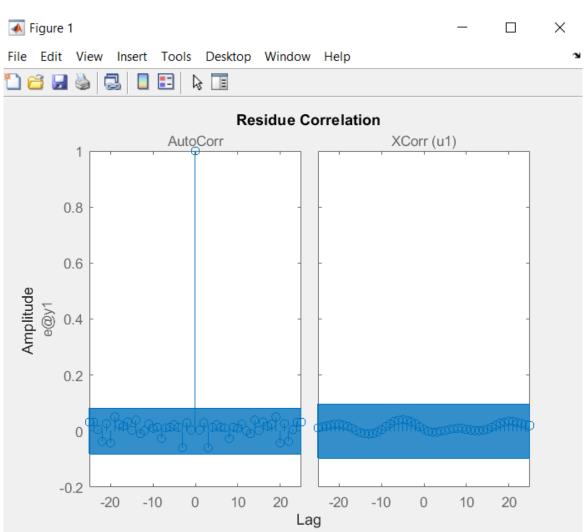
Modelul discret de tip proces + perturbație corespunzător metodei ARMAX este:

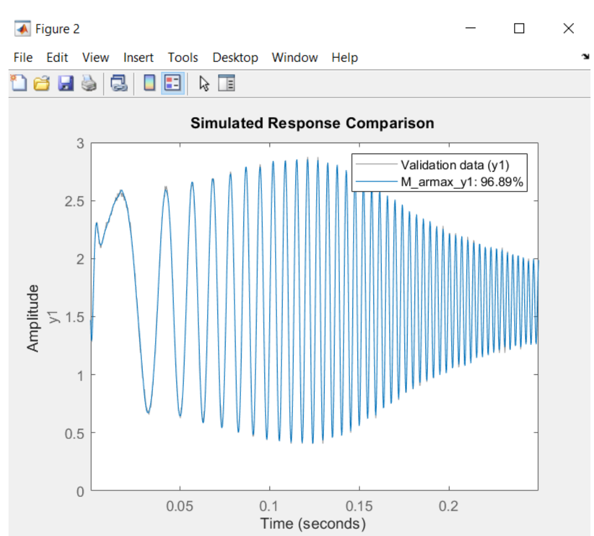
$$A(z^{-1})Y(z) = z^{-n_d}B(z^{-1})U(z) + C(z^{-1})E(z)$$

Structura:



Am ales coeficienții [nA,nB,nC,nd] = [2, 2, 2,0] și rezultatul modelului este:





Se poate observa că trece atât autocorelația cât si intercorelația, dar pentru interes considerăm autocorelația ,care trece cu succes.

Avem o suprapunerea datelor de 97.01% din datele modelului ,ceea ce ne duce la o eroare ușor sub 3%.

Modelul de tip spațiul stărilor în discret:

$$A=\begin{pmatrix}1.6798 & -0.7677\\ 1.0000 & 0\end{pmatrix};B=\begin{pmatrix}1\\ 0\end{pmatrix};C=(0.0906 \quad -0.0020);D=(0.0026)$$

Din modelul matematic al funcției Armax pentru y1 obținem prin discretizare cu metoda „zoh”, cu perioada de eșantionare recomandată de modelul armax ,de 0.25 ms :

Funcția de transfer în discret, în z si z^-1

```
Hz_armax_y1 =

  0.002576 z^2 + 0.08629 z
  ------------------------
   z^2 - 1.68 z + 0.7677
```

```
Hz_armax_y1 =

   0.002576 + 0.08629 z^-1
  ---------------------------
  1 - 1.68 z^-1 + 0.7677 z^-2
```

După o trecere în continuu, obținem următoarea funcție de transfer:

```
Hc_armax_y1 =

  0.002576 s^2 + 208 s + 1.632e06
  -------------------------------
      s^2 + 1058 s + 1.613e06
```

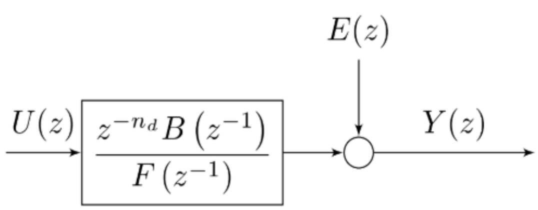
1.Validarea intercorelației prin metoda OE

Metoda erorii de ieșire introduce o nouă structură pe baza modelului general descris la început, presupunerea de bază fiind că toată perturbația se găsește nemodelată la ieșire. Identificarea constă în estimarea coeficienților polinoamelor B și F. Parametrii de structură ai sistemului sunt: nB = grad B, nF = grad F, respectiv nd numărul tacților de întârziere.

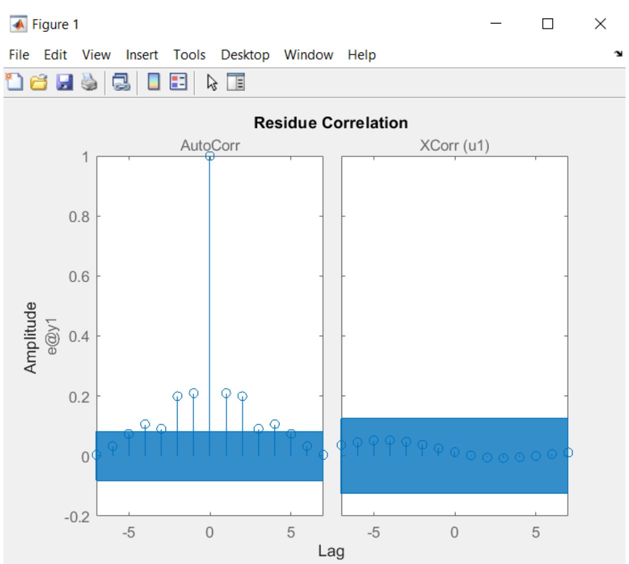
Modelul discret de tip proces + perturbație corespunzător metodei OE este:

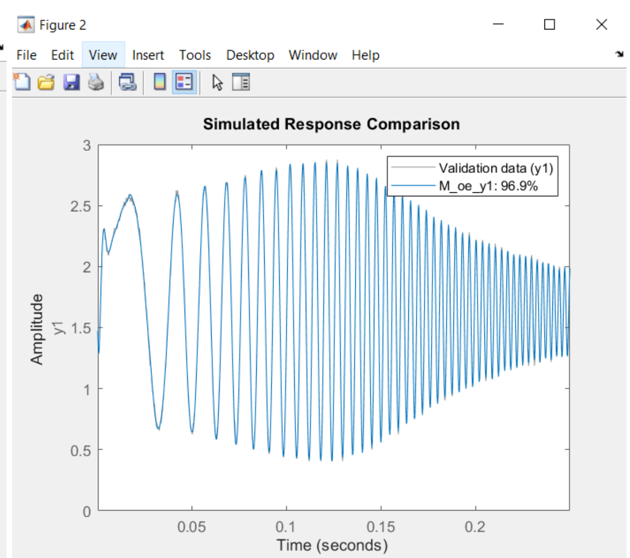
$$Y(z) = \frac{z^{-n_d} B(z^{-1})}{F(z^{-1})} U(z) + E(z)$$

Structura modelului:



Am ales coeficienții [nB,nF,nd] = [2, 2,0] și rezultatul modelului este:





Se poate observa că trece intercorelația cu succes.

Avem o suprapunerea datelor de 96.9% din datele modelului ,ceea ce ne duce la o eroare ușor peste 3%.

Modelul de tip spațiul stărilor în discret:

$$A=\begin{pmatrix}1.6798 & -0.7677\\ 1.0000 & 0\end{pmatrix}; B=\begin{pmatrix}1\\ 0\end{pmatrix}; C=(0.0909 \quad -0.0023); D=(0.0030)$$

Din modelul matematic al funcției OE obținem prin discretizare cu metoda „zoh”, cu perioada de eșantionare recomandată de model, de 0.25 ms :

Funcția de transfer în discret, în z si z^-1

```
Hz_oe_y1 =

  0.003043 z^2 + 0.0858 z
  -----------------------
   z^2 - 1.68 z + 0.7677
```

```
Hz_oe_y1 =

    0.003043 + 0.0858 z^-1
  ---------------------------
  1 - 1.68 z^-1 + 0.7677 z^-2
```

După o trecere în continuu, obținem următoarea funcție de transfer:

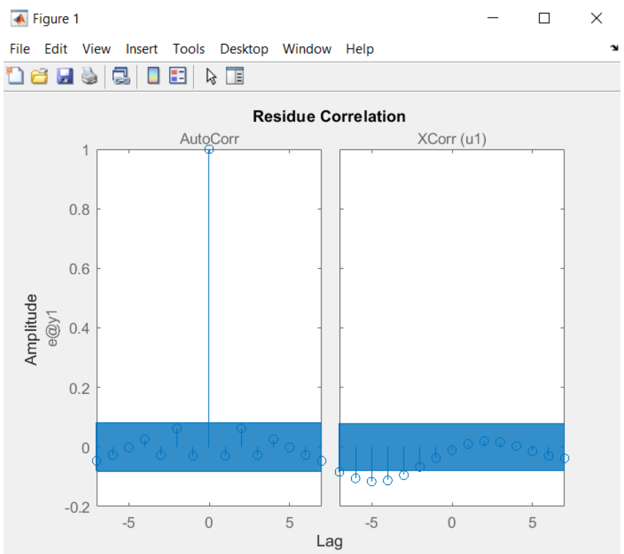
```
Hc_oe_y1 =

  0.003043 s^2 + 210 s + 1.631e06
  -------------------------------
      s^2 + 1058 s + 1.613e06
```

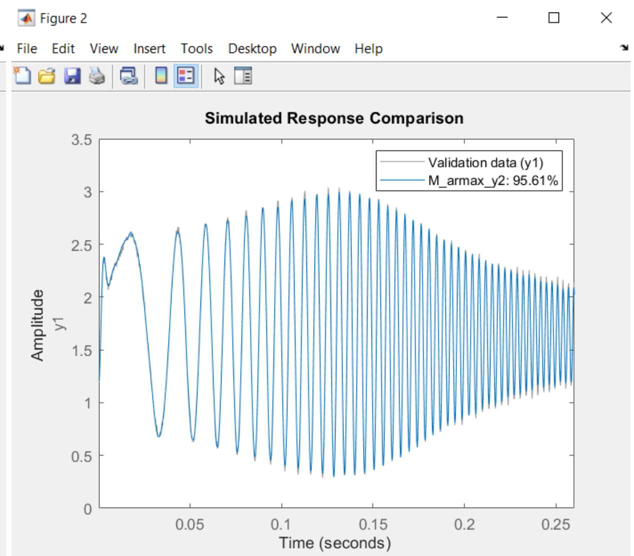
Validarea autocorelației și intercorelației sistemului de ordin II cu zero, y2

1.Validarea autocorelației prin metoda ARMAX

Utilizând partea teoretică de la punctul anterior,vom face identificarea pentru semnalul y2, despre care știm că are un zero al sistemului.

Am ales coeficienții [nA,nB,nC,nd] = [2, 2, 2,0] și rezultatul modelului este:





Se poate observa că trece cu succes testul de autocorelație.

Avem o suprapunerea datelor de 96.56% din datele modelului, ceea ce ne duce la o eroare ușor peste 3%.

Modelul de tip spațiul stărilor în discret:

$$A=\begin{pmatrix}1.6798 & -0.7648\\ 1.0000 & 0\end{pmatrix}; B=\begin{pmatrix}1\\ 0\end{pmatrix}; C=(0.1911 \quad -0.1074); D=(0.1386)$$

Din modelul matematic al funcției Armax pentru semnalul y2 obținem prin discretizare cu metoda „zoh”, cu perioada de eșantionare recomandată de model, de 0.26 ms :

Funcția de transfer în discret, în z si z^-1:

```
Hz_armax_y2 =                Hz_armax_y2 =

  0.1386 z^2 - 0.0417 z          0.1386 - 0.0417 z^-1
  ---------------------        ---------------------------
  z^2 - 1.68 z + 0.7748        1 - 1.68 z^-1 + 0.7748 z^-2
```

După o trecere în continuu, obținem următoarea funcție de transfer:

```
Hc_armax_y2 =

  0.1386 s^2 + 790.3 s + 1.638e06
  -------------------------------
     s^2 + 981.6 s + 1.606e06
```

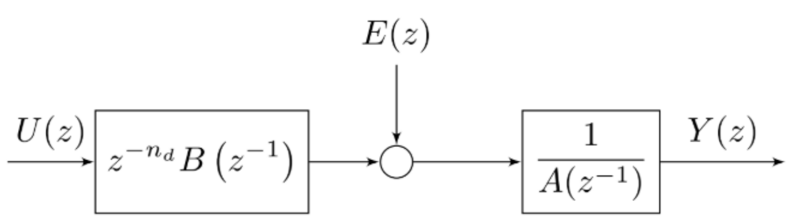
1.Validarea intercorelației prin metoda IV

Metoda variabilelor instrumentale (engl. Instrumental Variables – IV) pornește de la aceeași structură ca metoda ARX, diferența fiind utilizarea unor valori ”noi” (care se vor numi variabile instrumentale) în vectorul parametrilor.

Modelul de tip proces + perturbație:

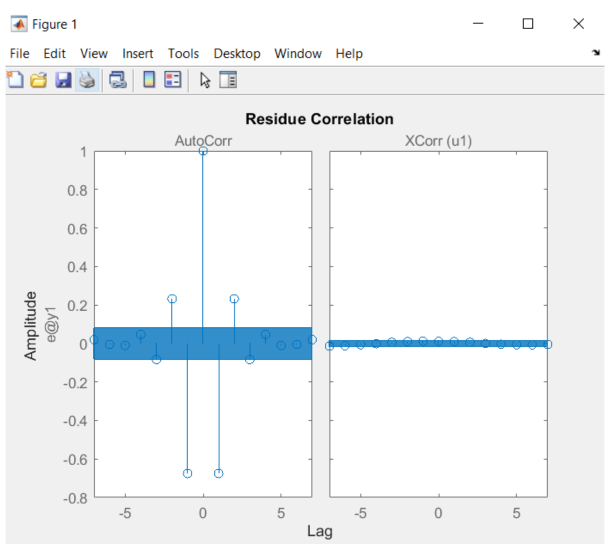
$$A(z^{-1})Y(z) = z^{-n_d}B(z^{-1})U(z) + E(z)$$

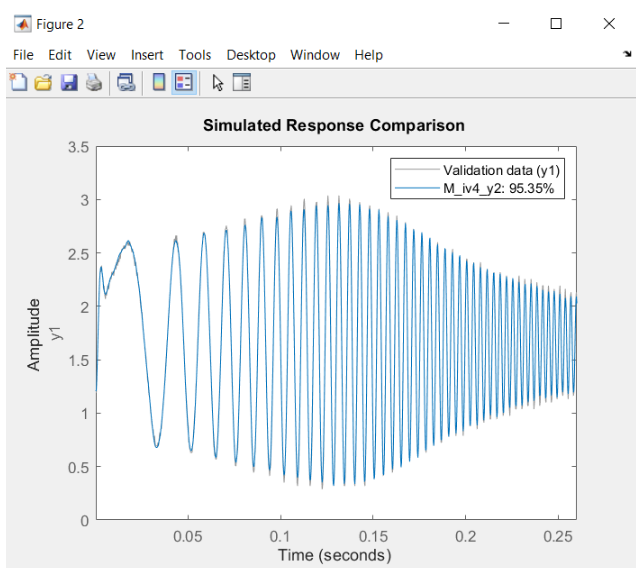
Structura:



În MATLAB se poate face identificarea folosind funcția iv4() care primește la intrare un obiect de tip iddata și parametrii de structură [nA, nB, nd] și returnează un obiect de tip idpoly care conține modelul matematic al sistemului.

Am ales coeficienții [nA,nB,nC,nd] = [2, 2,0] și rezultatul modelului este:





Se poate observa că trece cu succes testul de intercorelație.

Avem o suprapunerea datelor de 94.34% din datele modelului, ceea ce ne duce la o eroare ușor peste 5%.

Modelul de tip spațiul stărilor în discret:

$$A = \begin{pmatrix} 1.6720 & -0.7687 \\ 1.0000 & 0 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}; C = (0.1886 \quad -0.1029); D = (0.1339)$$

Din modelul matematic al funcției iv4 pentru semnalul y2 obținem prin discretizare cu metoda „zoh”, cu perioada de eșantionare recomandată de model, de 0.26 ms :

Funcția de transfer în discret, în z si z^-1:

```
Hz_iv4_y2 =

  0.1339 z^2 - 0.03523 z
  ----------------------
  z^2 - 1.672 z + 0.7687
```

```
Hz_iv4_y2 =

      0.1339 - 0.03523 z^-1
  ----------------------------
  1 - 1.672 z^-1 + 0.7687 z^-2
```

După o trecere în continuu, obținem următoarea funcție de transfer:

```
Hc_iv4_y2 =

  0.1339 s^2 + 776.6 s + 1.675e06
  ------------------------------
      s^2 + 1012 s + 1.642e06
```