

Universidade do Minho

2º Semestre 2015/16

(MIEI, 3º Ano)

Modelos Estocásticos de Investigação Operacional

Trabalho Prático Nº1

(Teoria de Filas de Espera)

Identificação do grupo

<u>Número:</u>	<u>Nome Completo:</u>	<u>Rubrica:</u>
A71369	Octávio José Azevedo Maia	Octávio Maia
A72023	João Manuel Ferreira da Silva	João Silva
A72399	Rui Jorge Araújo Freitas	Rui Freitas

Data de Entrega: 6 de Abril de 2016

Conteúdo

1	Introdução	4
2	Desenvolvimento	5
2.1	Parte 1	5
2.1.1	Alínea A	5
2.1.2	Alínea B	8
2.2	Parte 2	9
3	Conclusão	11
4	Anexos	12
4.1	Anexo A1	12
4.2	Anexo A2	14
4.3	Anexo A3	15

Lista de Figuras

2.1	Gráfico relativo às relações entre o custo do sistema e a qualidade de serviço.	9
2.2	Tabela relativa aos custos associados à abertura de mais balcões.	10

Capítulo 1

Introdução

A realização deste relatório diz respeito ao trabalho prático da unidade curricular Modelos Estocásticos de Investigação Operacional.

Na primeira parte deste relatório será abordado as questões relativas ao sistema de atendimento de clientes num hipermercado através de filas de espera.

Na segunda parte será efetuada uma pesquisa em revistas científicas sobre artigos que estejam relacionados com a temática das filas de espera. Após feita a pesquisa iremos proceder a um breve resumo do problema identificado.

Capítulo 2

Desenvolvimento

2.1 Parte 1

Como referido no enunciado, nesta primeira parte o grupo dividiu a análise do caso de estudo em dois sub-casos. Sendo o primeiro referente às caixas expresso até 10 unidade apresentado em 2.1.1, e o segundo para caixas direcionadas a clientes que comprem mais de 10 unidades apresentado em 2.1.2.

2.1.1 Alínea A

De modo a calcular o tempo médio de serviço (μ), o grupo recorreu à formula apresentada no enunciado onde calculou esse tempo para cada quantidade de produtos distinta.

Após este calculo, efetuamos a média dos tempo de serviço para cada cliente. Somando os tempos de serviço de cada número de produto distinto e dividindo pelo número total de clientes, obtemos assim um tempo médio de serviço para cada cliente.

De modo a obter uma valor para a taxa média de chegada (λ), recorremos à formula de cálculo enunciada nos apontamentos da unidade curricular(2), de onde obtemos um valor de aproximadamente 0.09040 clientes que chegam por segundo ao sistema em estudo, ou seja 5.424121 clientes por minuto.

Caixas Expresso

De maneira a modelar o sistema para as caixas expresso, o grupo dividiu o ficheiro gerado, focando-se apenas nos registos onde o número de produtos é menor ou igual a 10 unidades. Após a análise destes registos concluímos que o tempo médio de serviço para este tipo é de aproximadamente 1.384707 minutos.

Posto isto, apenas falta definir o número ideal de servidores para este tipo de serviço. De forma a facilitar os cálculos, utilizamos o *Excel*¹, onde introduzimos as fórmulas de cálculo características de um sistema de filas de espera ($M/M/S$) e todos os cálculos eram efetuados cada vez que o número de servidores era alterado.

¹Microsoft Office Excel

Para 4 caixas expresso as características da fila de espera seriam:

- Probabilidade de todos os servidores desocupados: 0,0020
- Taxa ocupação: 0,9793
- Taxa desocupação: 0,0207
- Numero de clientes no sistema: 49,0489
- Numero de clientes na fila: 45,1317
- Tempo no sistema: 9,0427
- Tempo na fila: 8,3206

Para 5 caixas expresso as características da fila de espera seriam:

- Probabilidade de todos os servidores desocupados: 0,0147
- Taxa ocupação: 0,7834
- Taxa desocupação: 0,2166
- Numero de clientes no sistema: 5,8077
- Numero de clientes na fila: 1,8905
- Tempo no sistema: 1,0707
- Tempo na fila: 0,3485

Concluimos então que o número ideal de caixas expresso para o sistema em análise seria 5, dado ser a primeira quantidade de caixas onde o requisito de permanência de menos de 1,5 minutos na fila é cumprido.

Caixas Normais

Para modelar o sistema para as caixas normais, o grupo dividiu o ficheiro gerado, focando-se apenas nos registos onde o numero de produtos é superior a 10 unidades. Após a análise destes registos concluímos que o tempo médio de serviço para este tipo é de aproximadamente 2.7299 minutos.

Posto isto, apenas falta definir o número ideal de servidores para este tipo de serviço. De forma a facilitar os cálculos utilizamos o *Excel*, onde introduzimos as fórmulas de cálculo características de um sistema de filas de espera ($M/M/S$) e todos os cálculos eram efetuados cada vez que o número de servidores era alterado.

Para 15 caixas normais as características da fila de espera seriam:

- Probabilidade de todos os servidores desocupados: 0,0000
- Taxa ocupação: 0,9872
- Taxa desocupação: 0,0128
- Numero de clientes no sistema: 87,2733
- Numero de clientes na fila: 72,4659
- Tempo no sistema: 16,0898
- Tempo na fila: 13,0898

Para 16 caixas normais as características da fila de espera seriam:

- Probabilidade de todos os servidores desocupados: 0,0000
- Taxa ocupação: 0,9255
- Taxa desocupação: 0,0745
- Numero de clientes no sistema: 23,2956
- Numero de clientes na fila: 8,4882
- Tempo no sistema: 4,2948
- Tempo na fila: 1,5649

Concluimos então que o numero ideal de caixas normais para o sistema em análise seria 16, dado ser a primeira quantidade de caixas onde o requisito de permanência de menos de 3.0 minutos na fila é cumprido.

2.1.2 Alínea B

De forma a simplificar o referido em 2.1, o grupo tomou a iniciativa de isolar os clientes com compra menores a 10 unidades para um conjunto de caixas "expresso" e os restantes para um outro conjunto de caixas "normais". Este serviço de isolamento existe nas superfícies comerciais na vida real, com a diferença que no nosso caso tais caixas seriam exclusivas e não prioritárias.

Sendo assim o nosso sistema apresenta duas filas de espera M/M/S, sendo uma para caixas "expresso" e outra para caixas "normais".

Para cada tipo de caixa, apenas consideramos uma fila única, onde quando chega a vez de um cliente ser atendido, é decidido a caixa que este vai utilizar. Tal característica não se observa com frequência na realidade, mas na opinião do grupo um sistema seria mais vantajoso para clientes e servidores.

2.2 Parte 2

Nesta parte do projeto foi escolhido um artigo respetivo às filas de espera de um determinado balcão, cujo serviço é atender passageiros de uma dada companhia aérea. (1)

O tempo demorado num balcão de atendimento é uma característica provada, que afeta o grau de satisfação de um dado passageiro com essa companhia aérea. Assim sendo, manter todos os passageiros atendidos num intervalo de tempo considerado curto e satisfatório tornou-se um desafio para várias companhias aéreas.

Embora a solução óbvia seja a abertura de mais balcões de atendimento, isso acarreta um custo à empresa, levando assim a um estudo sobre a quantidade máxima de balcões a abrir de modo a obter o menor custo possível total e o nível de satisfação máximo.

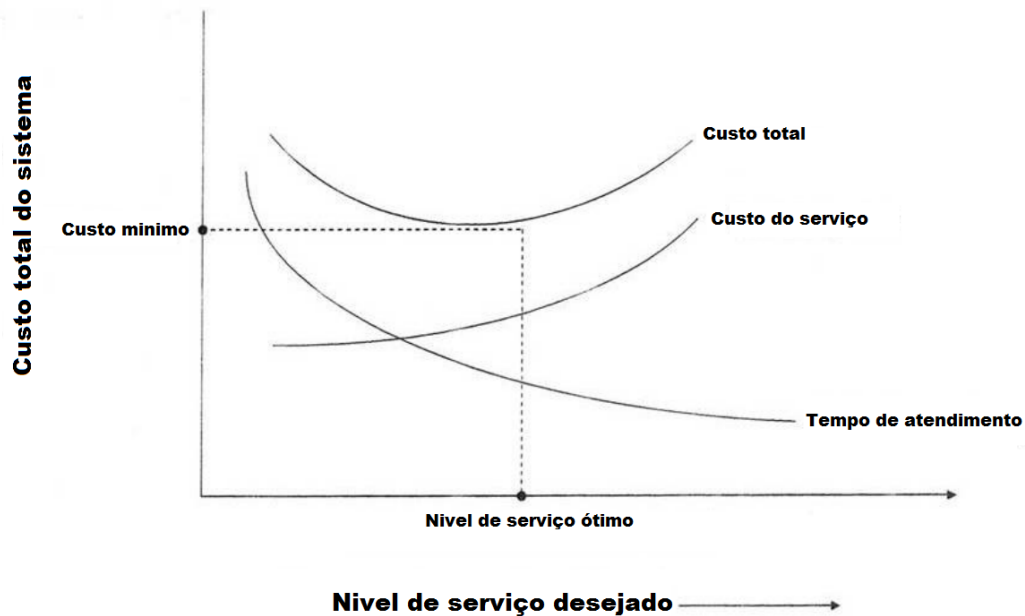


Figura 2.1: Gráfico relativo às relações entre o custo do sistema e a qualidade de serviço.

Assim sendo, irá ser utilizada a teoria das filas de espera de modo a determinar o número ótimo de balcões necessários. Para este efeito utilizamos o modelo M/M/n.

Iremos utilizar os seguintes termos:

- n número de balcões abertos.
- λ taxa média de chegada de passageiros.
- μ taxa de atendimento

A taxa de utilização do sistema é dada pela formula:

$$\rho = \frac{\lambda}{n\mu}$$

O sistema em causa possui as seguintes características:

- $\lambda = 133,61$ passageiros/hora
- $\mu = 10,79$ passageiros/hora/balcão

A empresa em causa possui também dados relativos à abertura de novos balcões de atendimento de passageiros. Sendo estes os seguintes:

- CB (Custo balcão) = 7,773 U.M.
- CS (Custo de serviço) = $n \cdot CB$
- CE (Custo de espera de um passageiro) é obtido através da média do salário do mesmo por unidade de tempo esperada.
- CT (Custo total) = CS + CE

n	CS	CE	CT
8	62.184	329.923	392.107
9	69.957	80.3842	150.3412
10	77.73	62.3916	140.1216
11	85.503	56.926	142.429
12	93.276	54.886	148.162
13	101.049	53.997	155.046
14	108.822	53.609	162.431
15	116.595	53.439	170.034
16	124.368	53.371	177.739
17	132.141	53.337	185.478
18	139.914	53.330	193.244
19	147.687	53.325	201.012
20	155.46	53.324	208.784

Figura 2.2: Tabela relativa aos custos associados à abertura de mais balcões.

Através da figura anteriormente referida podemos verificar que com mais balcões de atendimento o tempo de espera irá ser exponencialmente menor, mas os custos irão ser exponencialmente maiores.

Assim sendo, precisamos de obter um ponto ótimo, como referido na imagem 2.1. Ou seja, esse ponto médio será quando o custo total (CT) do sistema for menor.

Podemos então concluir que o número ótimo de balcões a possuir será **n=10**.

Capítulo 3

Conclusão

Neste projeto, o principal objetivo consistiu na aplicação do conhecimento adquirido nas aulas sobre filas de espera.

Este conhecimento foi posto em prática, recorrendo ao tema proposto, ou seja, um sistema de atendimento a clientes num hipermercado.

Após o início do projeto, podemos afirmar que este fluiu de forma natural graças aos diversos conhecimentos adquiridos em ambas aulas práticas, bem como nas teóricas.

Devido a este grau de familiaridade com a matéria lecionada e a ferramenta utilizada (*Excel*), podemos afirmar que desenvolvemos um projeto que cumpre os requerimentos propostos e cuja implementação foi feita de forma correta.

Assim sendo, o grupo foi capaz de atingir os objetivos propostos, o que nos deixou satisfeitos com o resultado final obtido.

Capítulo 4

Anexos

4.1 Anexo A1

1	Grupo que inclui o Aluno com o N 71369	
2	MEIO-TP1 – Numero de unidades de artigos compradas por cada cliente	
3	Numero/Frequencia	
4	1	75
5	2	69
6	3	70
7	4	74
8	5	104
9	6	91
10	7	93
11	8	110
12	9	84
13	10	84
14	11	87
15	12	97
16	13	65
17	14	70
18	15	67
19	16	62
20	17	90
21	18	92
22	19	92
23	20	97
24	21	92
25	22	127
26	23	110
27	24	103
28	25	117
29	26	141
30	27	130
31	28	156
32	29	151
33	30	133
34	31	164

35	32	172
36	33	170
37	34	169
38	35	155
39	36	168
40	37	194
41	38	191
42	39	187
43	40	199
44	41	207
45	42	225
46	43	216
47	44	213
48	45	244
49	46	237
50	47	243
51	48	232
52	49	236
53	50	221
54	51	195
55	52	214
56	53	209
57	54	192
58	55	193
59	56	177
60	57	175
61	58	165
62	59	156
63	60	149
64	61	161
65	62	152
66	63	131
67	64	131
68	65	120
69	66	121
70	67	102
71	68	99
72	69	98
73	70	84
74	71	77
75	72	78
76	73	88
77	74	67
78	75+	284

4.2 Anexo A2

1	Grupo que inclui o Aluno com o N 71369
2	MEIO-TP1 – Intervalos de tempo entre duas chegadas consecutivas as caixas (segundos)
3	5.3
4	4.6
5	5.8
6	3.2
7	9.8
8	2.0
9	18.3
10	3.2
11	10.3
12	6.0
13	12.8
14	9.5
15	12.9
16	14.4
17	5.5
18	23.2
19	0.0
20	6.1
21	2.7
22	15.7
23	2.2
24	1.4
25	1.3
26	7.6
27	7.5

4.3 Anexo A3

Numero produtos	Modelo ate 10 produtos		s	Frequencia Absoluta * s
	Frequencia absoluta	Frequencia Relativa		
1	75	0,087822014	28,6	2145
2	69	0,080796253	31,7	2187,3
3	70	0,081967213	34,8	2436
4	74	0,086651054	37,9	2804,6
5	104	0,121779859	41	4264
6	91	0,106557377	44,1	4013,1
7	93	0,108899297	47,2	4389,6
8	110	0,128805621	50,3	5533
9	84	0,098360656	53,4	4485,6
10	84	0,098360656	56,5	4746
SUM:	854			
	s:	43,33044496	Seg/Ate	
		0,722174083	Min/ate	
λ	5,424121066	Cheg/min		
μ	1,384707682	Aten/min		
S	5			
			P0	0,0147
			ρ	0,7834
			1- ρ	0,2166
			Lq	1,8905
			L	5,8077
			Wq	0,3485
			W	1,0707

Tabela 4.1: Ficheiro Excel do modelo Caixa Expresso.

Modelo para mais de 10 produtos			
Numero produtos	Frequencia absoluta	s	Frequencia Absoluta * s
11	87	59,6	5185,2
12	97	62,7	6081,9
13	65	65,8	4277
14	70	68,9	4823
15	67	72	4824
16	62	75,1	4656,2
17	90	78,2	7038
18	92	81,3	7479,6
19	92	84,4	7764,8
20	97	87,5	8487,5
21	92	90,6	8335,2
22	127	93,7	11899,9
23	110	96,8	10648
24	103	99,9	10289,7
25	117	103	12051
26	141	106,1	14960,1
27	130	109,2	14196
28	156	112,3	17518,8
29	151	115,4	17425,4
30	133	118,5	15760,5
31	164	121,6	19942,4
32	172	124,7	21448,4
33	170	127,8	21726
34	169	130,9	22122,1
35	155	134	20770
36	168	137,1	23032,8
37	194	140,2	27198,8
38	191	143,3	27370,3
39	187	146,4	27376,8
40	199	149,5	29750,5
41	207	152,6	31588,2
42	225	155,7	35032,5
43	216	158,8	34300,8
44	213	161,9	34484,7
45	244	165	40260
46	237	168,1	39839,7
47	243	171,2	41601,6
48	232	174,3	40437,6
49	236	177,4	41866,4
50	221	180,5	39890,5
51	195	183,6	35802
52	214	186,7	39953,8
53	209	189,8	39668,2
54	192	192,9	37036,8
55	193	196	37828
56	177	199,1	35240,7
57	175	202,2	35385
58	165	205,3	33874,5
59	156	208,4	32510,4
60	149	211,5	31513,5
61	161	214,6	34550,6
62	152	217,7	33090,4
63	131	220,8	28924,8
64	131	223,9	29330,9
65	120	227	27240
66	121	230,1	27842,1
67	102	233,2	23786,4
68	99	236,3	23393,7
69	98	239,4	23461,2
70	84	242,5	20370
71	77	245,6	18911,2
72	78	248,7	19398,6
73	88	251,8	22158,4
74	67	254,9	17078,3
75	284	258	73272
SUM:	9740		
s:	163,795	Seg/Ate	2,729916838
μ	0,3663	Ate/min	
λ	5,4241		
s	16		4,2948
P0	0		
ρ	0,9255		
1- ρ	0,0745		
Lq	8,4882		
L	23,2956		
Wq	1,5649		
W	4,2948		

Tabela 4.2: Ficheiro Excel do modelo Caixa Normal.

Bibliografia

- [1] Houda Mehri, Taoufik Djemel, Hichem Kammoun, (2006), SOLVING OF WAITING LINES MODELS IN THE AIRPORT USING QUEUING THEORY MODEL AND LINEAR PROGRAMMING THE PRACTICE CASE : A.I.M.H.B. , [hal-00263072v2](#).
- [2] José Manuel Henriques Telhada, (2016), Modelos Estocásticos de Investigação Operacional, OIO-DPS, EE, Univ. Minho