

# Variables Instrumentales (IVs)

Ricardo Pasquini

FCE - Universidad Austral

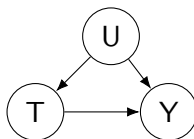
June 11, 2024

# Intro

- ▶ Seguimos en el contexto de datos observacionales, donde existen factores que pueden confundir (sesgar) un efecto causal de interés.
- ▶ El método de Variables Instrumentales (IVs) propone una nueva técnica para la identificación de un efecto causal de interés.
- ▶ El método se basa en contar con una variable adicional, "*la variable instrumental*", que se utilizará para aproximar el efecto. Veremos que esta variable debe cumplir dos condiciones específicas.
- ▶ Motivaremos al estimador de VI usando un gráfico causal (DAG), ya que es una buena forma de resumir los supuestos y entender por qué el método funciona.

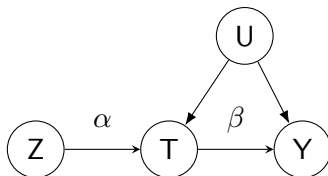
# Intro

- ▶ Supongamos inicialmente una situación en donde nos interesa conocer el efecto de una variable  $T$  sobre una variable  $Y$ , pero existe un confounder  $U$ , esto es, un factor no observable que podría generar una correlación entre  $T$  e  $Y$ .
- ▶ Anteriormente vimos que la existencia del confounder sesga la medición del efecto de interés (e.g., hay un sesgo de selección).
- ▶ Podemos representar esta relación en el siguiente DAG:



## Método de VI

- ▶ Llamemos al efecto de interés de estimación  $\beta$ .
- ▶ El método de VI propone la identificación del efecto de  $\beta$  cuando contamos con una variable  $Z$  que tiene las siguientes características:
  1.  $Z$  tiene un efecto (no nulo) sobre  $T$ . Llamemos a este efecto  $\alpha$ .
  2.  $U$  y  $Z$  no están directamente relacionados.
- ▶ Podemos representar esta relación en el siguiente DAG:

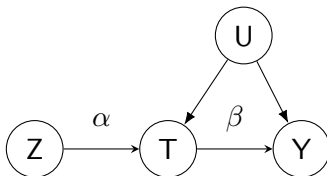


# Método de VI

## Estimación de la primera etapa

- ▶ Es importante notar que el efecto causal  $\alpha$  se puede estimar sin sesgos ya que, en el DAG supuesto, no hay nada extra que afecte esa relación.
- ▶ A este efecto se le suele llamar "first stage".
- ▶ En un contexto donde  $Z$  es una dummy, el efecto se podría estimar simplemente como una diferencia:

$$\hat{\alpha} = E[T|Z = 1] - E[T|Z = 0]$$

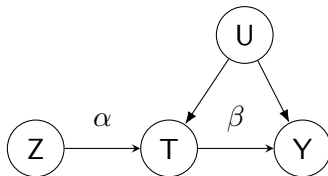


# Método de VI

## Estimación del efecto reducido

- ▶ También es importante notar que el efecto  $\gamma$  también se puede estimar sin sesgos.
  - ▶ La razón es que no hay ningún sendero alternativo (back-door path) entre Z e Y.
  - ▶ A este efecto se le suele llamar "reduced form".
  - ▶ En un contexto donde T es una dummy, el efecto se podría estimar simplemente como una diferencia:

$$\hat{\gamma} = E[Y|Z = 1] - E[Y|Z = 0]$$



# Método de VI

## Estimador LATE

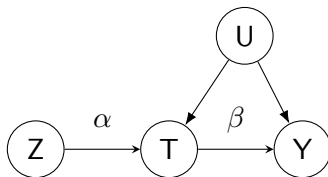
- ▶ Por último notemos que el efecto reducido  $\gamma$  se puede descomponer como la multiplicación de ambos efectos:

$$\gamma = \alpha\beta$$

- ▶ De aquí se sigue que podemos estimar el efecto de interés  $\beta$  como :

$$\hat{\beta}_{\text{LATE}} = \frac{\hat{\gamma}}{\hat{\alpha}}$$

- ▶ Este estimador se conoce como Local Average Treatment Effect (LATE)



## Caso: Efecto de escuelas charter KIPP en USA.

- ▶ Las escuelas charter son escuelas públicas autónomas.
- ▶ Las pertenecientes al programa KIPP (Knowledge is Power Program) son especialmente emblemáticas pues tienen un modelo que enfatiza la disciplina en el estudio, jornadas alargadas, maestros especialmente seleccionados, y foco en las matemáticas y las habilidades de lectura.
- ▶ El alumnado es 95% son de raza negra o latinos.

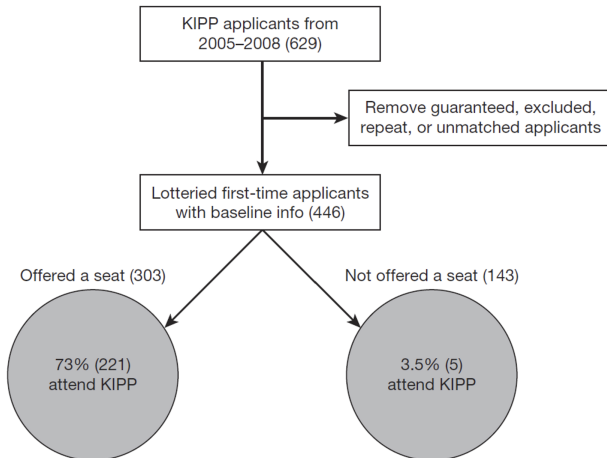


## Caso: Efecto de escuelas charter KIPP en USA.

- ▶ No hay posibilidad de selección aleatoria.
- ▶ Pero un experimento natural nos ayudará a identificar el efecto: Desde 2005 la demanda de asientos superó la oferta, y se comenzó a sortear el cupo.
- ▶ El mecanismo de asignación, no obstante, no es perfecto, como se muestra más abajo.

# Caso: Efecto de escuelas charter KIPP. Asignación

FIGURE 3.1  
Application and enrollment data from KIPP Lynn lotteries



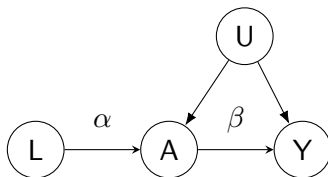
*Note:* Numbers of Knowledge Is Power Program (KIPP) applicants are shown in parentheses.

## Caso: Efecto de escuelas charter. KIPP

- ▶ Lo que estamos seguros es que la comparación de la lotería sería de manzanas con manzanas. Pero no necesariamente la comparación entre quienes finalmente cursaron y quienes no.
- ▶ Solución: Notar que el sorteo, sin embargo, tiene las características necesarias para ser una variable instrumental.  
Por una parte:
- ▶ Tendrá un efecto en la asistencia a la escuela KIPP (i.e., salir sorteado aumenta la probabilidad de ir a la KIPP)
- ▶ El resultado del sorteo i) no estará correlacionado con posibles inobservables que nos preocupen, y ii) no puede tener un efecto en las notas que no sea a través de la asistencia.

## Caso: Efecto de escuelas charter. KIPP

- Llamemos  $L$  a la variable que devuelve el resultado de la lotería (1 si ganas el asiento, 0 de otro modo),  $A$  a efectivamente asistir al establecimiento KIPP,  $U$  a las características no observables de los alumnos, e  $Y$  al resultado, entonces podemos representar el caso con el siguiente DAG:



# Caso: Efecto de escuelas charter KIPP. Asignación

TABLE 3.1  
Analysis of KIPP lotteries

	KIPP applicants				
	Lynn public fifth graders (1)	KIPP Lynn lottery winners (2)	Winners vs. losers (3)	Attended KIPP (4)	Attended KIPP vs. others (5)
Panel A. Baseline characteristics					
Hispanic	.418	.510	-.058 (.058)	.539	.012 (.054)
Black	.173	.257	.026 (.047)	.240	-.001 (.043)
Female	.480	.494	-.008 (.059)	.495	-.009 (.055)
Free/Reduced price lunch	.770	.814	-.032 (.046)	.828	.011 (.042)
Baseline (4th grade) math score	-.307	-.290	.102 (.120)	-.289	.069 (.109)
Baseline (4th grade) verbal score	-.356	-.386	.063 (.125)	-.368	.088 (.114)

# Caso: Efecto de escuelas charter KIPP. Asignación

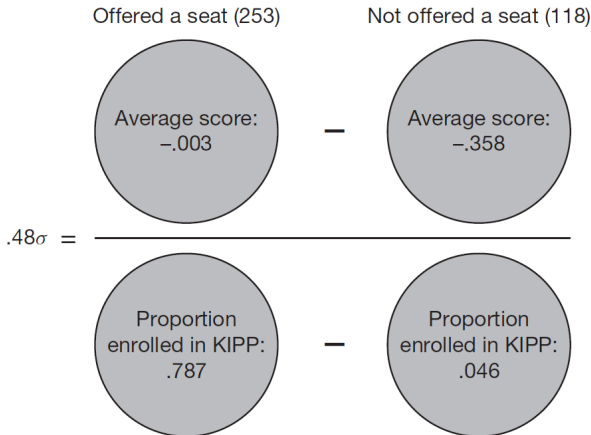
TABLE 3.1  
Analysis of KIPP lotteries

		KIPP applicants			
	Lynn public fifth graders (1)	KIPP Lynn lottery winners (2)	Winners vs. losers (3)	Attended KIPP (4)	Attended KIPP vs. others (5)
Panel B. Outcomes					
Attended KIPP	.000	.787	.741 (.037)	1.000	1.000 —
Math score	−.363	−.003	.355 (.115)	.095	.467 (.103)
Verbal score	−.417	−.262	.113 (.122)	−.211	.211 (.109)
Sample size	3,964	253	371	204	371

# Caso: Efecto de escuelas charter KIPP. LATE para efecto en Matemáticas

FIGURE 3.2

IV in school: the effect of KIPP attendance on math scores



*Note:* The effect of Knowledge Is Power Program (KIPP) enrollment described by this figure is  $.48\sigma = .355\sigma / .741$ .

# A qué tipo de individuos representa el LATE?

TABLE 3.2  
The four types of children

		Lottery losers $Z_i = 0$	
		Doesn't attend KIPP $D_i = 0$	Attends KIPP $D_i = 1$
Lottery winners $Z_i = 1$	Doesn't attend KIPP $D_i = 0$	Never-takers ( <i>Normando</i> )	Defiers
	Attends KIPP $D_i = 1$	Compliers ( <i>Camila</i> )	Always-takers ( <i>Alvaro</i> )

*Note:* KIPP = Knowledge Is Power Program.



# TOT y LATE

- ▶ En general, TOT y LATE no coinciden.
- ▶ TOT (Tratamiento sobre los Tratados) está definido como:

$$E[Y_{1i} - Y_{0i} | D_i = 1]$$

- ▶ Sin embargo, en este caso, el grupo que toma el tratamiento consta de compliers y always-takers.
- ▶ LATE puede subestimar TOT porque los always-takers probablemente esperan un mayor efecto del tratamiento.
- ▶ Nota: En algunos casos particulares, puede que no haya always-takers, en cuyo caso  $TOT = LATE$ .

# Implementación Econométrica usando 2SLS

- ▶ Primer paso: Explicar el tratamiento en función del instrumento:

$$D_i = \gamma Z_i + e_{0i}$$

- ▶ Segundo paso: Usar los valores predichos (variación debida al factor exógeno) para estimar el efecto sobre el resultado:

$$Y_i = \alpha X_i + \beta(\hat{\gamma} Z_i) + \epsilon_i$$

# Caso: Trade-Off Cantidad-Calidad en el Tamaño Familiar

Angrist, Lavy, Schlosser (2010)

- ▶ La evidencia usualmente encuentra una correlación negativa entre el tamaño de la familia y la educación.
- ▶ La comparación de familias puede conllevar sesgo de selección.
- ▶ Experimento deseado: asignación aleatoria de hijos.
- ▶ Posible experimento natural: Los nacimientos de gemelos pueden afectar exógenamente el tamaño de la familia.

# Caso: Trade-Off Cantidad-Calidad en el Tamaño Familiar (continuación)

Angrist, Lavy, Schlosser (2010)

- ▶ Cuando los gemelos son el segundo nacimiento, cambia estadísticamente el tamaño esperado de la familia.
- ▶ Otra idea: Las familias con el segundo hijo del mismo sexo que el primero tienen un tamaño de familia esperado de 3.68, mientras que con sexo diferente el tamaño es de 3.6. ¡Otro instrumento!

# Caso: Trade-Off Cantidad-Calidad en el Tamaño Familiar

TABLE 3.4  
Quantity-quality first stages

	Twins instruments		Same-sex instruments		Twins and same- sex instruments
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
Second-born twins	.320 (.052)	.437 (.050)			.449 (.050)
Same-sex sibships			.079 (.012)	.073 (.010)	.076 (.010)
Male		-.018 (.010)		-.020 (.010)	-.020 (.010)
Controls	No	Yes	No	Yes	Yes

*Notes:* This table reports coefficients from a regression of the number of children on instruments and covariates. The sample size is 89,445. Standard errors are reported in parentheses.

# Caso: Trade-Off Cantidad-Calidad en el Tamaño Familiar

TABLE 3.5  
OLS and 2SLS estimates of the quantity-quality trade-off

Dependent variable	OLS estimates (1)	2SLS estimates		
		Twins instruments (2)	Same-sex instruments (3)	Twins and same- sex instruments (4)
Years of schooling	-.145 (.005)	.174 (.166)	.318 (.210)	.237 (.128)
High school graduate	-.029 (.001)	.030 (.028)	.001 (.033)	.017 (.021)
Some college (for age $\geq 24$ )	-.023 (.001)	.017 (.052)	.078 (.054)	.048 (.037)
College graduate (for age $\geq 24$ )	-.015 (.001)	-.021 (.045)	.125 (.053)	.052 (.032)

*Notes:* This table reports OLS and 2SLS estimates of the effect of family size on schooling. OLS estimates appear in column (1). Columns (2), (3), and (4) show 2SLS estimates constructed using the instruments indicated in column headings. Sample sizes are 89,445 for rows (1) and (2); 50,561 for row (3); and 50,535 for row (4). Standard errors are reported in parentheses.

## References

- ▶ Angrist, Joshua, Victor Lavy, and Analia Schlosser. "Multiple Experiments for the Causal Link between the Quantity and Quality of Children." *Journal of Labor Economics* 28.4 (2010): 773-824.