Econometria
Modelo de Regresión Lineal Simple

Pasquini, Ricardo

Facultad Ciencias Empresariales Austral
Universidad Austral

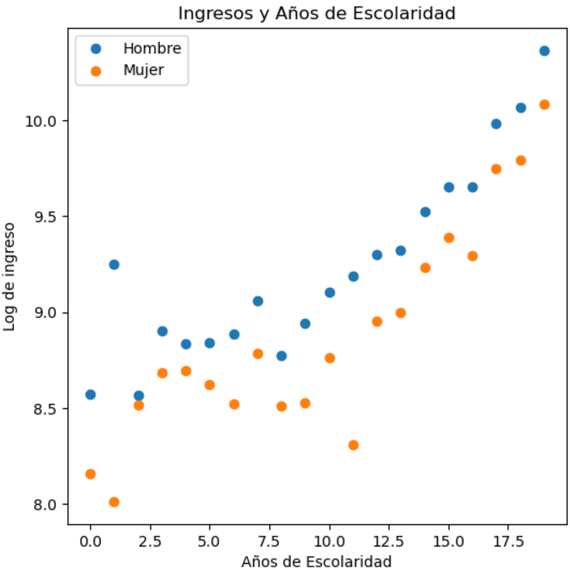
March 16, 2024

Objetivos de Aprendizaje

- Definir un modelo de regresión con una variable explicativa.
- Comprender los componentes del modelo de regresión.
- Aprender a estimar el modelo de regresión.
- Interpretar los coeficientes de regresión.
- Evaluar la bondad de ajuste del modelo.

Funcion de Esperanza Condicional

Aplicacion: Ingresos y Años de Escolaridad



¿Qué es la Regresión de una Variable?

- Definición de regresión de una variable.
- Ecuación:
$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i$$
- Explicación de cada término: Y_i, X_i, β_0, β_1, ε_i.

Estimación del Modelo de Regresión

- Método: Mínimos Cuadrados Ordinarios (MCO).
- Explicación de MCO.
- Minimización de la suma de residuos cuadrados.

Estimador de Mínimos Cuadrados Ordinarios (OLS)

- El estimador OLS es utilizado para estimar los coeficientes de un modelo de regresión lineal simple.
- Minimiza la suma de los cuadrados de los residuos (RSS), que es la diferencia entre los valores observados de Y y los valores predichos por el modelo.

Estimador de Mínimos Cuadrados Ordinarios (OLS)

Paso 1: Definir la función de pérdida (RSS):

$$RSS = \sum_{i=1}^{n} (Y_i - \hat{Y}_i)^2$$

Paso 2: Minimizar la función de pérdida en términos de β_0 y β_1.
Paso 3: Resolver las ecuaciones resultantes para β_0 y β_1.

Estimador de Mínimos Cuadrados Ordinarios (OLS)

Derivadas Parciales:
Derivamos la función de pérdida (RSS) respecto a β_0 y β_1 y las igualamos a cero para minimizar RSS:

$$\frac{\partial RSS}{\partial \beta_0} = -2\sum_{i=1}^{n}(Y_i - \beta_0 - \beta_1 X_i) = 0$$

$$\frac{\partial RSS}{\partial \beta_1} = -2\sum_{i=1}^{n}X_i(Y_i - \beta_0 - \beta_1 X_i) = 0$$

Estas ecuaciones conducen a las soluciones para $\hat{\beta}_0$ y $\hat{\beta}_1$.

Estimador de Mínimos Cuadrados Ordinarios (OLS)

Las ecuaciones resultantes para β_0 y β_1 son:

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2}$$

$$\hat{\beta}_0 = \bar{Y} - \hat{\beta}_1 \bar{X}$$

Donde $\bar{X}$ y $\bar{Y}$ son las medias muestrales de X y Y respectivamente.
Estos son los estimadores de mínimos cuadrados ordinarios (OLS) para el modelo de regresión lineal simple.

Interpretación de los Coeficientes de Regresión

- Interpretación de β_0 y β_1.
- Cómo interpretar el coeficiente de pendiente (β_1) en el contexto del modelo.

Bondad de Ajuste

- Medidas de bondad de ajuste: R^2, R^2 ajustado, estadístico F.
- Explicación de cada medida y su significado.
- Interpretación de R^2.

Bondad de Ajuste - R^2

- El coeficiente R^2 se define como la proporcion de la varianza de la variable dependiente Y que es explicable por la variable X.
- Paso 1: Calcular los valores predichos de Y utilizando la ecuación de regresión:

$$\hat{Y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_i$$

  Donde $\hat{Y}_i$ es el valor predicho de Y para la i-ésima observación, y $\hat{\beta}_0$ y $\hat{\beta}_1$ son los coeficientes estimados obtenidos del análisis de regresión.
- Paso 2: Calcular la suma total de cuadrados (TSS), que mide la variabilidad total en la variable dependiente:

$$TSS = \sum_{i=1}^{n} (Y_i - \bar{Y})^2$$

  Donde $\bar{Y}$ es la media de los valores observados de Y.

Bondad de Ajuste - R^2

- Paso 3: Calcular la suma de cuadrados residual (RSS), que mide la variabilidad que no es explicada por el modelo de regresión:

$$RSS = \sum_{i=1}^{n} (Y_i - \hat{Y}_i)^2$$

- Paso 4: Calcular la suma de cuadrados explicada (ESS), que mide la variabilidad explicada por el modelo de regresión:

$$ESS = \sum_{i=1}^{n} (\hat{Y}_i - \bar{Y})^2$$

- Paso 5: Calcular R^2 utilizando la fórmula:

$$R^2 = \frac{ESS}{TSS} = 1 - \frac{RSS}{TSS}$$

Esta fórmula representa la proporción de la variabilidad total en Y que es explicada por el modelo de regresión.

Error Cuadrático Medio (MSE)

- El MSE es una medida de la calidad de un modelo de regresión.
- Indica el promedio de los cuadrados de los errores, es decir, la diferencia entre los valores predichos por el modelo y los valores reales de la variable dependiente.

Error Cuadrático Medio (MSE)

Fórmula

$$\text{MSE} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(Y_i - \hat{Y}_i)^2$$

- Donde Y_i es el valor real de la variable dependiente para la i-ésima observación.
- $\hat{Y}_i$ es el valor predicho por el modelo de regresión para la i-ésima observación.
- n es el número total de observaciones.

Error Cuadrático Medio (MSE)

- **Paso 1:** Calcular los errores para cada observación:

$$\text{Error}_i = Y_i - \hat{Y}_i$$

- **Paso 2:** Elevar al cuadrado cada error:

$$\text{Error}_i^2 = (Y_i - \hat{Y}_i)^2$$

- **Paso 3:** Calcular el promedio de los errores al cuadrado:

$$\text{MSE} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(Y_i - \hat{Y}_i)^2$$

Ejemplo

- Conjunto de datos de ejemplo: ingresos y años de educación.
- Gráfico de dispersión de los datos.
- Ecuación de regresión: $\textit{Ingresos} = \beta_0 + \beta_1 \times \textit{Educación}$.
- Interpretación de los coeficientes en el contexto del ejemplo.

Conclusión

- Recapitulación de conceptos clave: regresión de una variable, MCO, interpretación de coeficientes, bondad de ajuste.
- Importancia de entender el análisis de regresión en econometría.
- Próximos pasos o temas a tratar.

¿Preguntas?

¿Preguntas?

Referencias

- Wooldridge ch. 2

Varianza Condicional

Nuestro objeto de interés es más que el valor esperado

- Definimos varianza condicional en general como:

$$Var(w|x) = E[(w - E[w|x])^2]$$

- Se sigue que la *varianza condicional del error del modelo CEF* es la esperanza condicional del error al cuadrado:

$$\sigma^2(x) = Var(e|x) = E[(e - E[e])^2] = E[e^2|x]$$

Y definimos tambien el *desvío estandar condicional*:

$$\sigma(x) = \sqrt{E[e^2|x]}$$

Notar que la varianza del error *no-condicional* es el valor esperado de la varianza condicional

$$\sigma^2 = E[e^2] = E[E[e^2|x]] = E(\sigma^2(x))$$