

コンピュータビジョンA

第11回

2025年11月11日

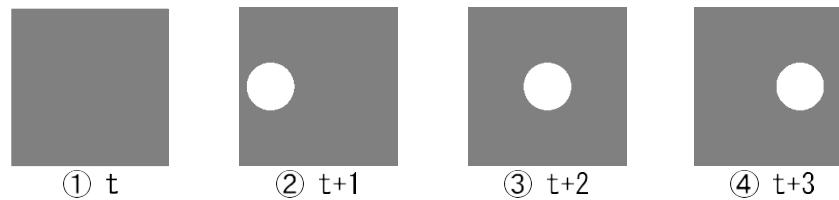
峰松翼

前回の内容

- 第14章: 動画像処理
 - 差分画像を用いた移動物体検出
 - オプティカルフロー
 - 物体追跡

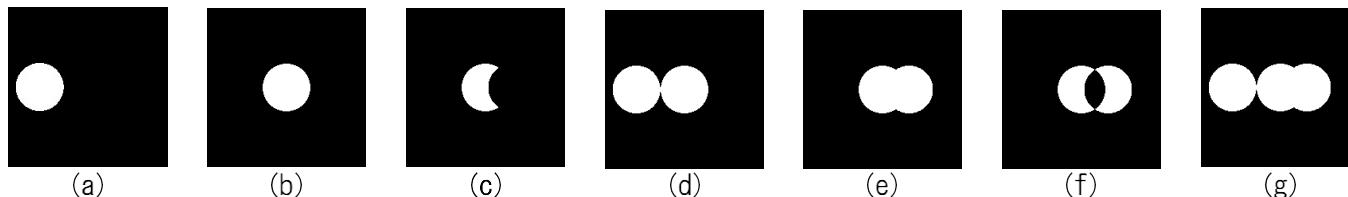
演習1

以下の①～④の画像は、時刻 t から時刻 $t+3$ の間に円板が平面上を移動する様子を記録したものである。



①②③の3枚の画像をもとに、フレーム間差分法を利用して、移動物体の領域を抜き出したい。 (1) ①と②の差分画像、(2) ②と③の差分画像、および、**(3) 時刻 $t+1$ における移動物体の領域を抜き出した結果**はどれか。最も適するものをそれぞれ下記の(a)～(g)から選んで記号で答えよ。

但し、差分画像においては差分が0でない画素を白で、差分が0の画素を黒で表すものとする。また、移動物体の領域は白で、それ以外の領域は黒で表すものとする。



今回の内容

- 第15章: 画像からの3次元復元
 - 画像と空間の幾何学的関係

第15章・第16章=コンピュータビジョンの醍醐味

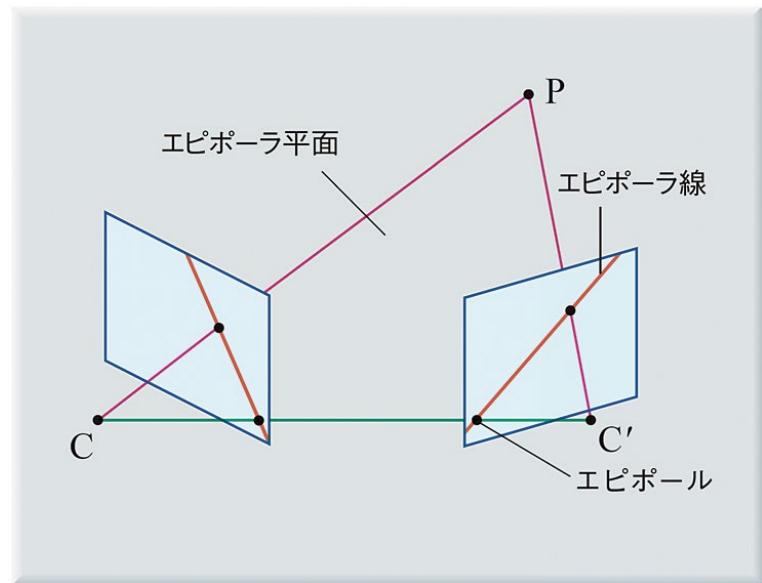
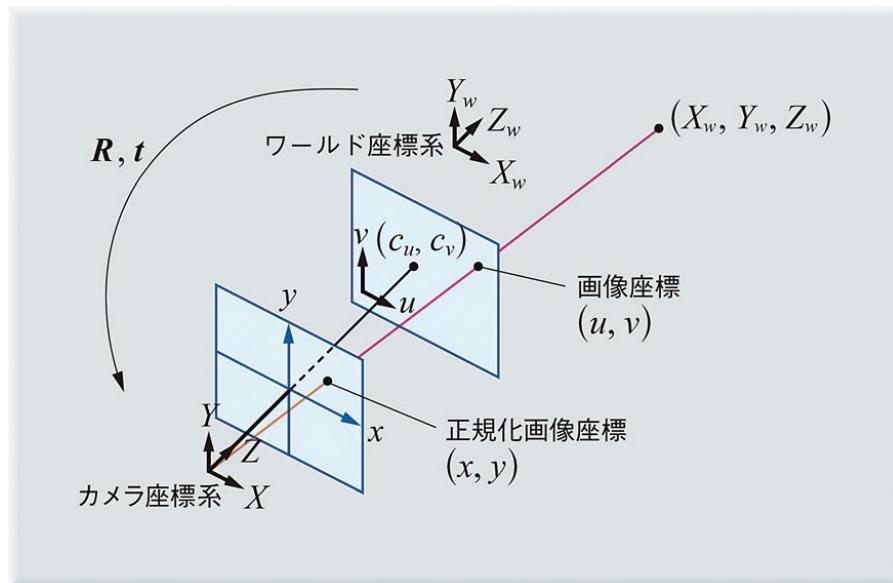
ディジタル画像処理:第15章
画像からの3次元復元

第15章の内容

- 画像からの3次元復元
 - 画像と空間の幾何学的関係
 - カメラキャリブレーション
 - ステレオビジョン
 - アクティブステレオ
 - モーション推定と3次元復元

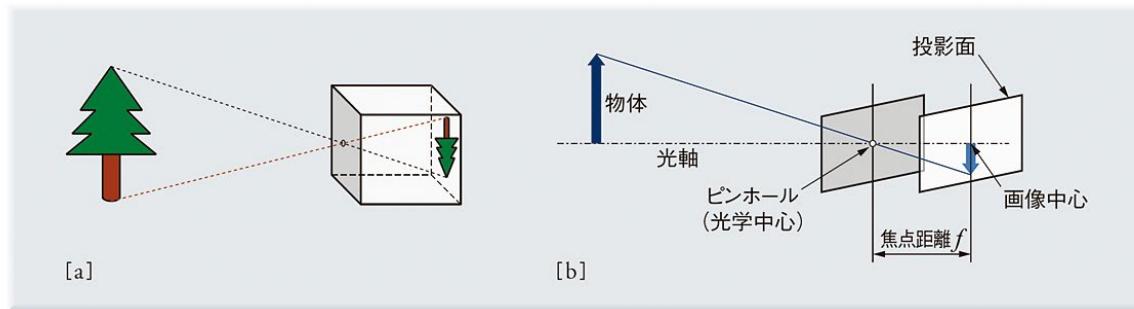
画像と空間の幾何学的関係

- 3次元空間座標と2次元画像座標の関係
 - 透視投影モデルに基づく幾何学的関係の記述
 - 同次座標を用いた記述
 - エピポーラ幾何(2つのカメラ or 2枚の画像)



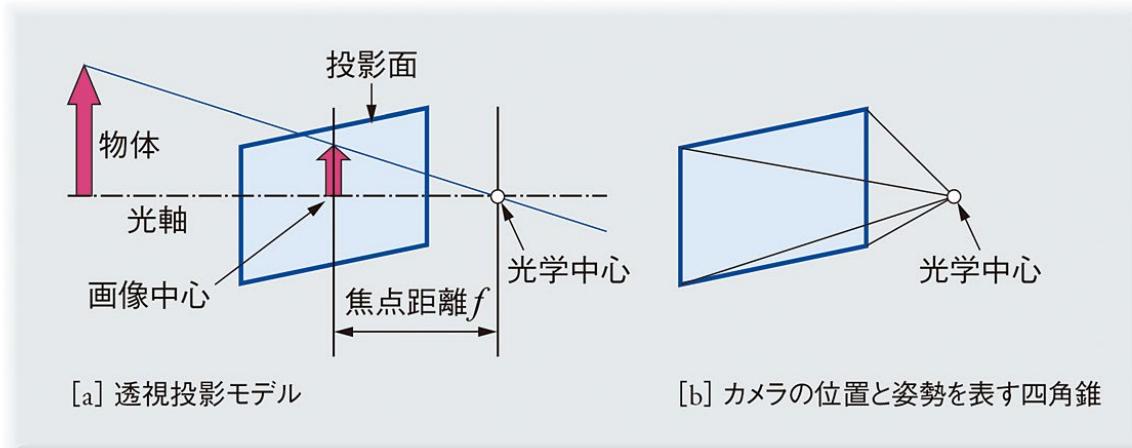
ピンホールカメラと透視投影

- ピンホールカメラモデル



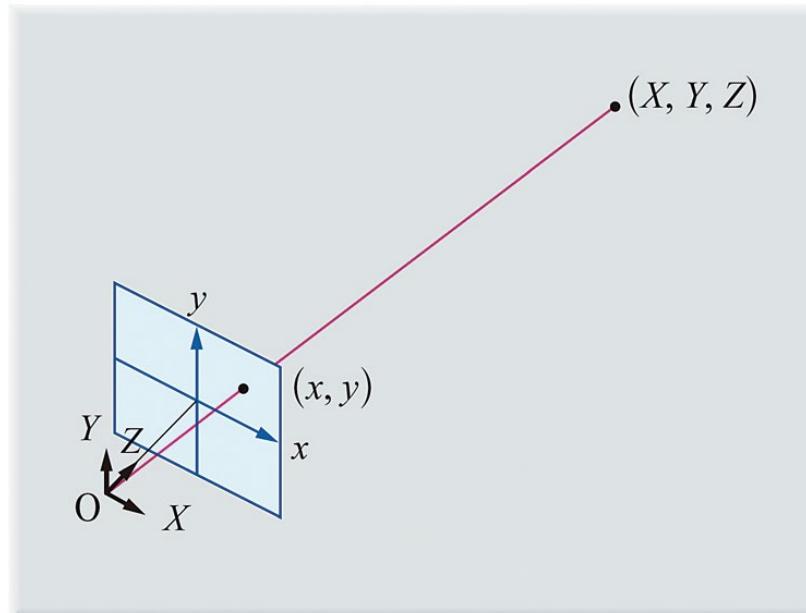
- 透視投影モデル

- 光学中心から仮想投影面を通して3次元空間を観察



カメラ座標系

- Camera coordinate system
 - カメラを基準とした座標系
 - 原点:光学中心
 - z 軸:カメラの光軸方向, x ・ y 軸:画像の横・縦方向に平行

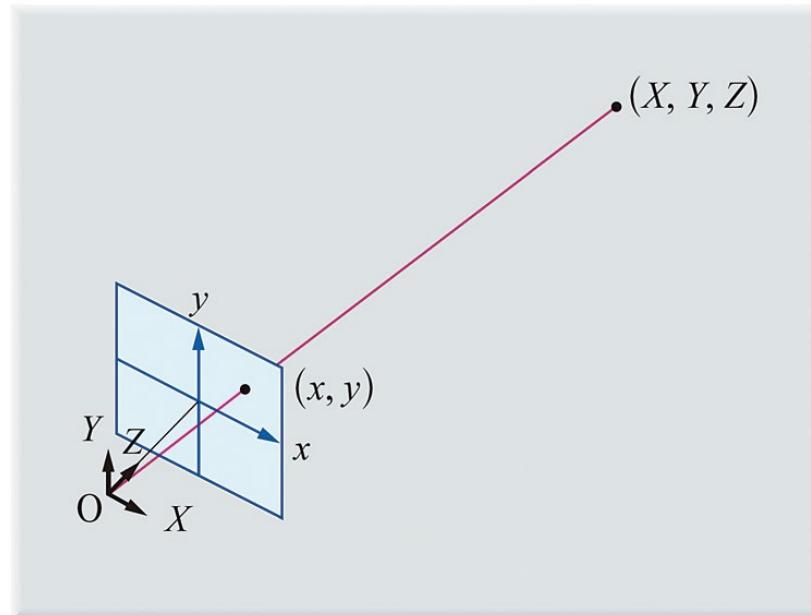


正規化画像座標

- Normalize image coordinates
 - カメラの焦点距離が1のときの投影点の座標

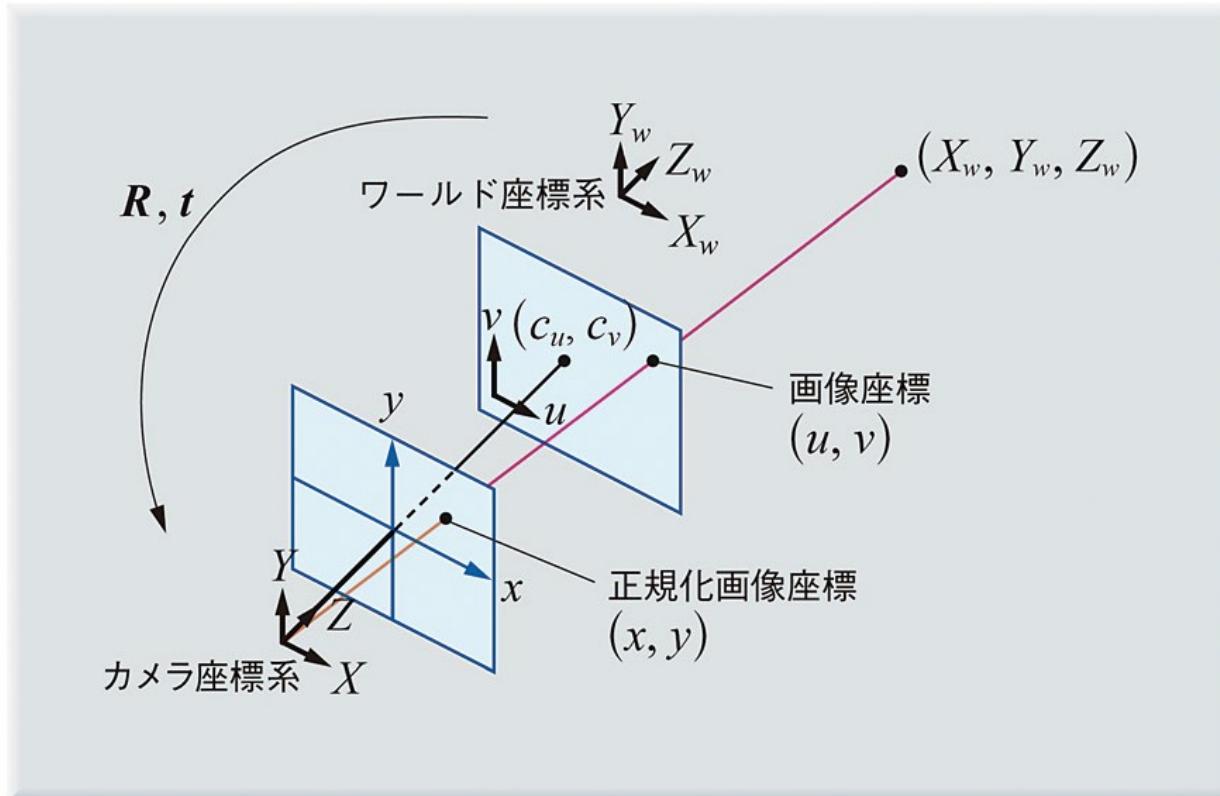
$$x = \frac{X}{Z}$$

$$y = \frac{Y}{Z}$$



ワールド座標系

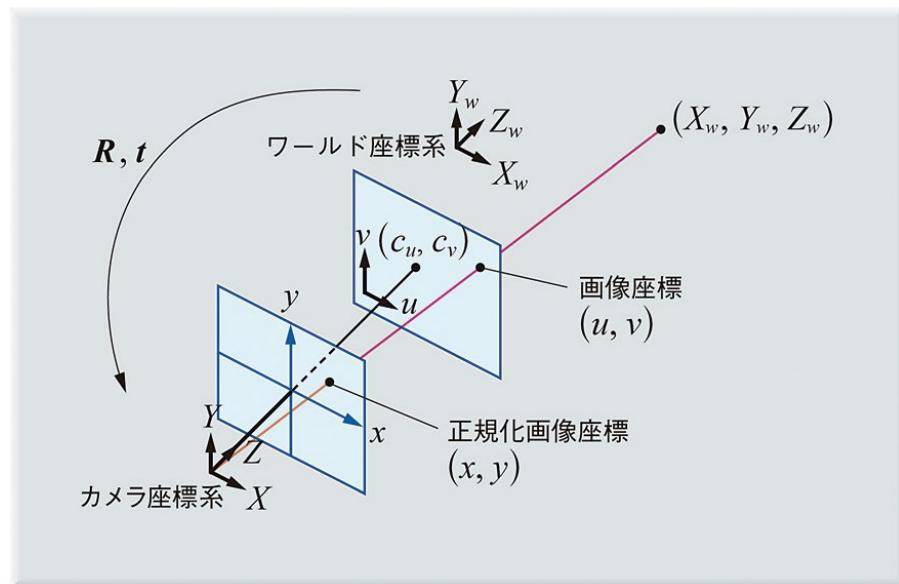
- World coordinate system
 - 空間中の適当な位置・方向を基準とした座標系



カメラ座標系とワールド座標系

- 同じ点を2つの座標系で表現
 - ワールド座標系: (X_w, Y_w, Z_w)
 - カメラ座標系: (X, Y, Z)
 - 回転行列と平行移動ベクトルを用いて関係を記述

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \mathbf{R} \begin{pmatrix} X_w \\ Y_w \\ Z_w \end{pmatrix} + \mathbf{t}$$



カメラ座標系とワールド座標系： 平行移動と回転

- 平行移動ベクトル
 - カメラ座標系から見たワールド座標系の原点
- 回転行列
 - 3つの軸の周りで順に回転

$$\begin{aligned} \mathbf{R} &= \begin{pmatrix} \cos \gamma & -\sin \gamma & 0 \\ \sin \gamma & \cos \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \beta & 0 & \sin \beta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \beta & 0 & \cos \beta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & -\sin \alpha \\ 0 & \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \cos \beta \cos \gamma & -\cos \alpha \sin \gamma + \sin \alpha \sin \beta \cos \gamma & \sin \alpha \sin \gamma + \cos \alpha \sin \beta \cos \gamma \\ \cos \beta \sin \gamma & \cos \alpha \cos \gamma + \sin \alpha \sin \beta \sin \gamma & -\sin \alpha \cos \gamma + \cos \alpha \sin \beta \sin \gamma \\ -\sin \beta & \sin \alpha \cos \beta & \cos \alpha \cos \beta \end{pmatrix} \end{aligned}$$

ワールド座標と正規化画像座標の関係

- 3次元座標と2次元座標の関係
 - ワールド座標とその投影点の座標との関係

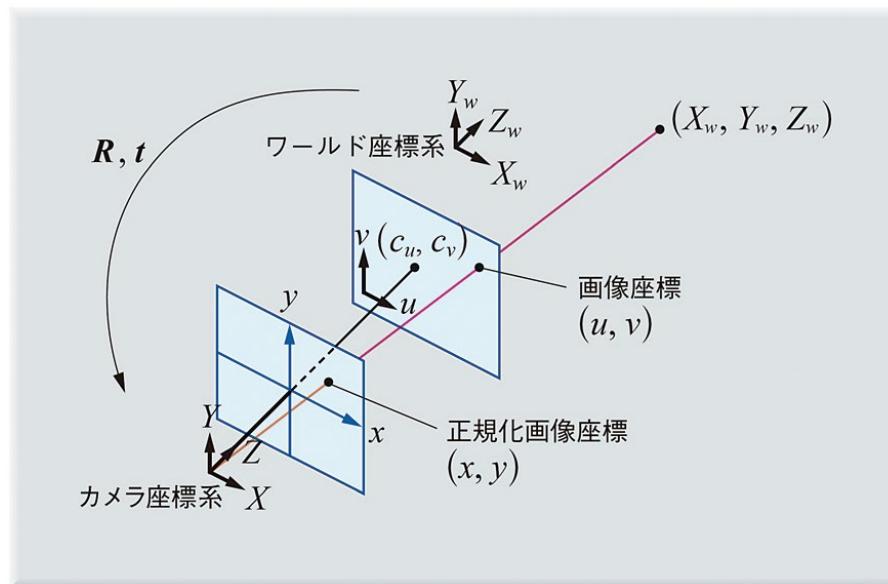
$$x = \frac{X}{Z} \quad y = \frac{Y}{Z} \quad \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \mathbf{R} \begin{pmatrix} X_w \\ Y_w \\ Z_w \end{pmatrix} + \mathbf{t}$$

$$x = \frac{r_{11}X_w + r_{12}Y_w + r_{13}Z_w + t_1}{r_{31}X_w + r_{32}Y_w + r_{33}Z_w + t_3}$$

$$y = \frac{r_{21}X_w + r_{22}Y_w + r_{23}Z_w + t_2}{r_{31}X_w + r_{32}Y_w + r_{33}Z_w + t_3}$$

画像座標

- Image coordinates
 - 画像を基準とした座標系
 - 原点: 画像中の適当な位置
 - 長さの単位: 画素

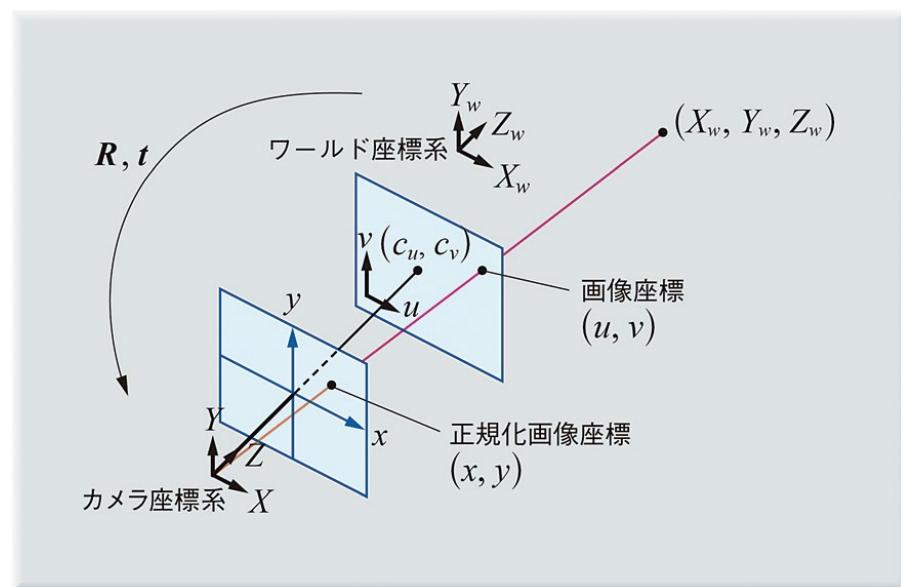


画像座標と正規化画像座標

- 焦点距離・原点・長さの単位の違い
 - 焦点距離: 1 vs. f
 - 原点: $(0,0)$ vs. (c_u, c_v)
 - 長さの単位: 物理的な長さ vs. 画素サイズ

$$x = \frac{\delta_u(u - c_u)}{f}$$

$$y = \frac{\delta_v(v - c_v)}{f}$$



ワールド座標と画像座標

- 3次元座標と2次元座標の関係
 - ワールド座標とその投影点の画素との関係

$$x = \frac{\delta_u(u - c_u)}{f} \quad x = \frac{r_{11}X_w + r_{12}Y_w + r_{13}Z_w + t_1}{r_{31}X_w + r_{32}Y_w + r_{33}Z_w + t_3}$$

$$y = \frac{\delta_v(v - c_v)}{f} \quad y = \frac{r_{21}X_w + r_{22}Y_w + r_{23}Z_w + t_2}{r_{31}X_w + r_{32}Y_w + r_{33}Z_w + t_3}$$

$$u = \frac{f}{\delta_u} \frac{r_{11}X_w + r_{12}Y_w + r_{13}Z_w + t_1}{r_{31}X_w + r_{32}Y_w + r_{33}Z_w + t_3} + c_u$$

$$v = \frac{f}{\delta_v} \frac{r_{21}X_w + r_{22}Y_w + r_{23}Z_w + t_2}{r_{31}X_w + r_{32}Y_w + r_{33}Z_w + t_3} + c_v$$

内部パラメータと外部パラメータ

- 内部パラメータ(intrinsic parameter)
 - カメラによって決まるもの

$$f, \delta_u, \delta_v, c_u, c_v$$

- 外部パラメータ(extrinsic parameter)
 - ワールド座標に対するカメラの位置・姿勢で決まるもの

$$R \text{ と } t$$

同次座標を用いた記述

- **同次座標**

- 要素を1つ増やした座標
- \sim : 両辺が定数倍の違いを許して等しい

$$\mathbf{x} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}, \quad \mathbf{m} = \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix}, \quad \mathbf{X} = \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}, \quad \mathbf{X}_w = \begin{pmatrix} X_w \\ Y_w \\ Z_w \end{pmatrix}$$

$$\tilde{\mathbf{x}} \sim \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \tilde{\mathbf{m}} \sim \begin{pmatrix} u \\ v \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \tilde{\mathbf{X}} \sim \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \tilde{\mathbf{X}}_w \sim \begin{pmatrix} X_w \\ Y_w \\ Z_w \\ 1 \end{pmatrix}$$

同次座標のおさらい

- 座標 (x, y) の同次座標 (ξ_1, ξ_2, ξ_3)
 - 要素の数を1つ増やす
 - $x = \xi_1 / \xi_3, y = \xi_2 / \xi_3$ の関係を満たす
 - 例: 座標 (x, y) に対して $(x, y, 1)$ は同次座標
 - 同次座標による表現では定数倍しても同じ(同値)

$$\begin{pmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \\ \xi_3 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} \lambda \xi_1 \\ \lambda \xi_2 \\ \lambda \xi_3 \end{pmatrix}$$

※ ξ はクシー or クサイ or グザイと読む

カメラ座標と正規化画像座標

- 通常の表現

- 割り算

$$x = \frac{X}{Z}$$

$$y = \frac{Y}{Z}$$

- 同次座標を用いた表現

- 3行4列の行列の積

$$\tilde{x} \sim (I|0)\tilde{X}$$

ワールド座標とカメラ座標

- 通常の表現

- 回転+平行移動

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \mathbf{R} \begin{pmatrix} X_w \\ Y_w \\ Z_w \end{pmatrix} + \mathbf{t}$$

- 同次座標を用いた表現

- 4行4列の行列の積

$$\tilde{\mathbf{X}} \sim \mathbf{M} \tilde{\mathbf{X}}_w \quad \mathbf{M} = \begin{pmatrix} \mathbf{R} & \mathbf{t} \\ \mathbf{0}^T & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & t_1 \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & t_2 \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & t_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

画像座標と正規化画像座標

- 通常の表現

- 割り算

$$x = \frac{\delta_u(u - c_u)}{f}$$

$$y = \frac{\delta_v(v - c_v)}{f}$$

- 同次座標を用いた表現

- 3行3列の行列の積

$$\tilde{\mathbf{m}} \sim A\tilde{\mathbf{x}}$$

$$A = \begin{pmatrix} \frac{f}{\delta_u} & 0 & c_u \\ 0 & \frac{f}{\delta_v} & c_v \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

ワールド座標と画像座標

- 通常の表現

- 割り算

$$u = \frac{f}{\delta_u} \frac{r_{11}X_w + r_{12}Y_w + r_{13}Z_w + t_1}{r_{31}X_w + r_{32}Y_w + r_{33}Z_w + t_3} + c_u$$

$$v = \frac{f}{\delta_v} \frac{r_{21}X_w + r_{22}Y_w + r_{23}Z_w + t_2}{r_{31}X_w + r_{32}Y_w + r_{33}Z_w + t_3} + c_v$$

- 同次座標を用いた表現

- 3行4列の行列(透視投影行列 or カメラ行列)の積

$$\tilde{\mathbf{m}} \sim A\tilde{\mathbf{x}}$$

$$\sim A(I|\mathbf{0})\tilde{\mathbf{X}}$$

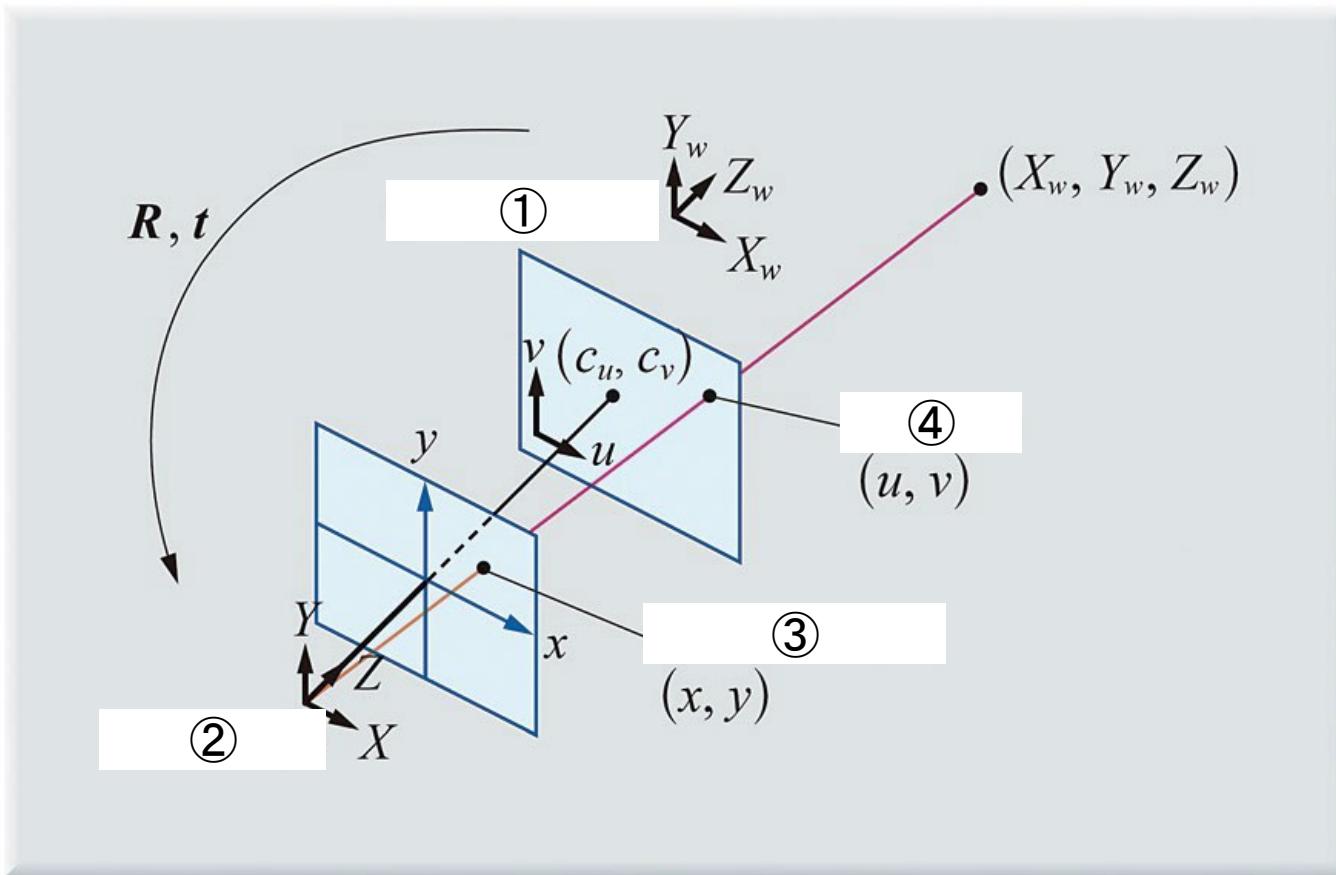
$$\tilde{\mathbf{m}} \sim P\tilde{\mathbf{X}}_w$$

$$\sim A(I|\mathbf{0}) \begin{pmatrix} \mathbf{R} & \mathbf{t} \\ \mathbf{0}^T & 1 \end{pmatrix} \tilde{\mathbf{X}}_w$$

$$\sim A(\mathbf{R}|\mathbf{t})\tilde{\mathbf{X}}_w$$

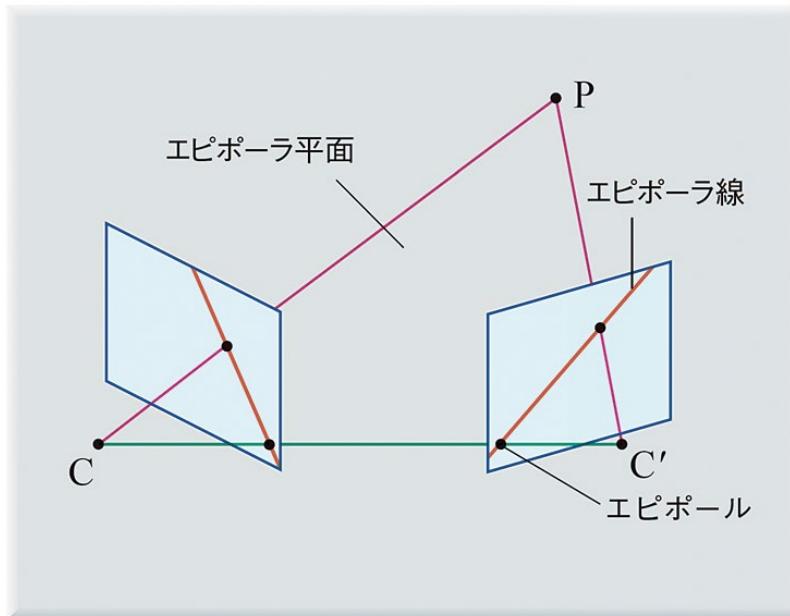
演習1

下図の①から④を埋めて下さい.



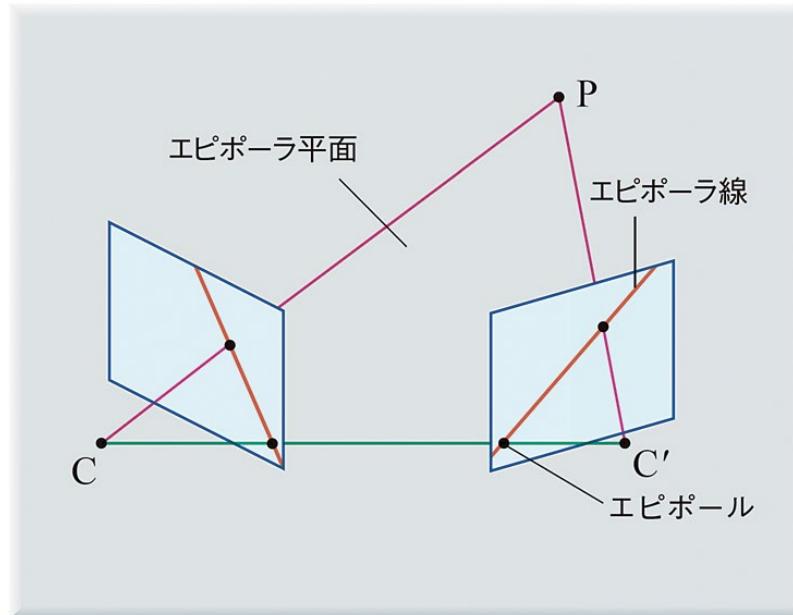
エピポーラ幾何

- 2台のカメラで撮影した画像間の幾何学的関係
 - エピポーラ平面
 - エピポーラ線
 - エピポール



エピポーラ拘束

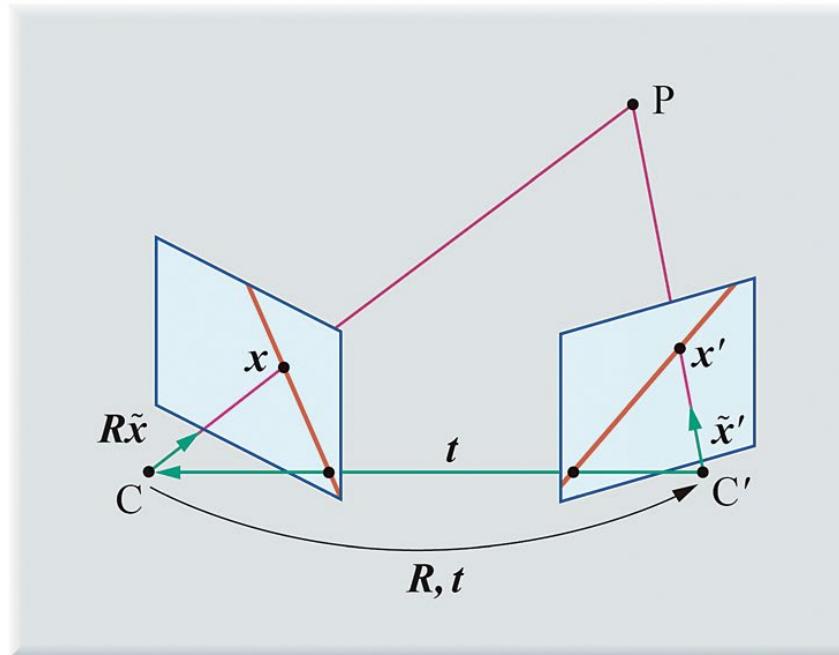
- 対応点はエピポーラ線上に存在
 - 左の画像のある点(奥行き未知)
 - 右の画像ではエピポーラ線上に存在
 - ステレオマッチング(次回)において探索範囲が限定



正規化画像座標の間の関係

- エピポーラ平面上の3つのベクトル
 - スカラー3重積はゼロ

$$\tilde{x}'^T (\mathbf{t} \times R\tilde{x}) = 0$$



基本行列

- 正規化画像座標の間の関係
 - 3行3列の基本行列 E を用いて記述

$$\tilde{x}'^T (\mathbf{t} \times \mathbf{R} \tilde{x}) = 0$$

$$\tilde{x}'^T [\mathbf{t}]_\times \mathbf{R} \tilde{x} = 0$$

$$[\mathbf{t}]_\times = \begin{pmatrix} 0 & -t_3 & t_2 \\ t_3 & 0 & -t_1 \\ -t_2 & t_1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$E = [\mathbf{t}]_\times \mathbf{R}$$

$$\tilde{x}'^T E \tilde{x} = 0$$

基礎行列

- 画像座標の間の関係
 - 3行3列の基礎行列 F を用いて記述

$$\tilde{\mathbf{x}}'^\top E \tilde{\mathbf{x}} = 0$$

$$\tilde{\mathbf{m}} \sim A \tilde{\mathbf{x}}$$

$$\tilde{\mathbf{m}}' \sim A' \tilde{\mathbf{x}}'$$

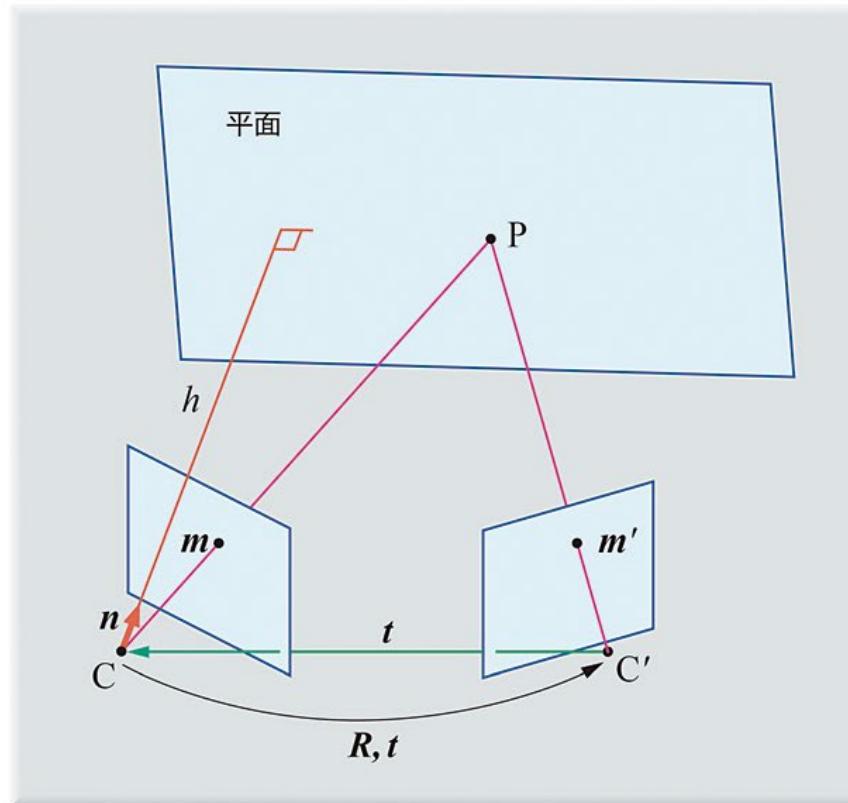
$$\tilde{\mathbf{m}}'^\top (A'^{-1})^\top [t]_\times R A^{-1} \tilde{\mathbf{m}} = 0$$

$$F = (A'^{-1})^\top [t]_\times R A^{-1}$$

$$\tilde{\mathbf{m}}'^\top F \tilde{\mathbf{m}} = 0$$

平面上の点の投影①

- 点Pが平面上にあるとき
 - カメラ座標の関係:



平面上の点の投影②

- 画像座標の間の関係

$$\tilde{\mathbf{m}}' \sim A' \left(R + \frac{tn^T}{h} \right) A^{-1} \tilde{\mathbf{m}}$$

$$\tilde{\mathbf{m}}' \sim H \tilde{\mathbf{m}}$$

ヒント: $X' = RX + t$

$$n^T X = h$$

– 3行3列の行列の積で記述

⇒ 投影点の画像座標は射影変換で結ばれる

演習2

下図の①から③を埋めて下さい.

