FIR数字滤波器设计和实现

$$y(n)=\sum_{k=0}^{N-1} b_k x(n-k)=\sum_{k=0}^{N-1} h(k) x(n-k)$$

$$\text{可得} b_k=h(k)$$

$$\text{传输函数：} H(Z)=\sum_{k=0}^{N-1} h(k) z^{-k}$$

IIR滤波器无法直接达到线性相位的特性，而FIR可以，所以FIR的设计除了求出$h(n)$，还需要满足线性相位的条件

相位失真与线性相位

不同的频率分量通过滤波器产生的相位延迟不同，造成了相位失真。

解决方法之一是：使得随着频率的变化而改变相位，使得滤波器具有线性相位的特性

线性相位FIR滤波器的条件和特性

已知FIR滤波器的频率响应：

$$H\left(e^{j w}\right)=H(w) e^{j \theta(w)}=\sum_{n=0}^{N-1} h(n) e^{-j w n}$$

滤波器的相位延时有：

$$相延时: \tau_p(w) = -\frac{\theta(w)}{w}$$

$$群延时: \tau_g(w) = -\frac{d\theta(w)}{dw}$$

分别讨论

恒相延时和恒群延时同时成立

$$h(n) = h[(N-1)-n]$$

即$h(n)$关于$(N-1)/2$偶对称，N为奇数和偶数分开讨论。

恒群延时单独成立

$$h(n) = -h[(N-1)-n]$$

即$h(n)$关于$(N-1)/2$奇对称，N为奇数和偶数分开讨论。

线性相位**FIR**滤波器的条件和特性

条件

$$h(n) = \pm h[(N-1)-n]$$

即$h(n)$关于$(N-1)/2$成奇对称或偶对称。

特性

传输函数有

$$H(z) = \pm z^{-(N-1)} H\left(z^{-1}\right)$$

零点成倒数对、共轭对出现：

$$z_i,\ z_i^*,\ \frac{1}{z_i},\ \frac{1}{z_i^*}$$

窗函数法设计FIR滤波器

思路

理想FIR频率响应：

$$H_d\left(e^{j\omega}\right) \xrightarrow{F} h_d(n) \text{（无限时宽）}$$

思路一：寻找有限长的$h(n)$去逼近$h_d(n)$

窗函数法：用窗函数$w_R(n)$对$h_d(n)$截短，得到有限长$h(n)$（即完成了有限长的$h(n)$去逼近$h_d(n)$）

窗函数法性能分析