

浙江大学实验报告

专业： 信息工程
姓名： 姚桂涛
学号： 3190105597
日期： 2021 年 10 月 31 日
地点： _____

课程名称： 数字信号处理 指导老师： 徐元欣 成绩： _____
实验名称： DFT/FFT 的应用之一——确定性信号谱分析 实验类型： 验证 同组学生姓名： _____

一、 实验目的和要求

谱分析即求信号的频谱。本实验采用 DFT/FFT 技术对周期性信号进行谱分析。通过实验，了解用 $X(k)$ 近似地表示频谱 $X(e^{j\omega})$ 带来的栅栏效应、混叠现象和频谱泄漏，了解如何正确地选择参数（抽样间隔 T 、抽样点数 N ）。

二、 实验内容和步骤

2-1 选用最简单的周期信号：单频正弦信号、频率 $f=50$ 赫兹，进行谱分析。

2-2 谱分析参数可以从下表中任选一组（也可自定）。对各组参数时的序列，计算：一个正弦周期是否对应整数个抽样间隔？观察区间是否对应整数个正弦周期？

信号频率 f (赫兹)	谱分析参数	抽样间隔 T (秒)	截断长度 N (抽样个数)
50	第一组参数	0.000625	32
50	第二组参数	0.005	32
50	第三组参数	0.0046875	32
50	第四组参数	0.004	32
50	第五组参数	0.0025	16

2-3 对以上几个正弦序列，依次进行以下过程。

2-3-1 观察并记录一个正弦序列的图形（时域）、频谱（幅度谱、频谱实部、频谱虚部）形状、幅度谱的第一个峰的坐标（ U , V ）。

2-3-2 分析抽样间隔 T 、截断长度 N （抽样个数）对谱分析结果的影响；2-3-3 思考 $X(k)$ 与 $X(e^{j\omega})$ 的关系；

2-3-4 讨论用 $X(k)$ 近似表示 $X(e^{j\omega})$ 时的栅栏效应、混叠现象、频谱泄漏。

三、 主要仪器设备

MATLAB 编程。

四、 操作方法和实验步骤

(参见“二、实验内容和步骤”)

五、 实验数据记录和处理

MATLAB 程序清单

1. 主函数

主函数

```
1 % 传递不同组的参数到绘图函数
2 myPlot2(0.000625,32,'exp2_1');
3 myPlot2(0.005,32,'exp2_2');
4 myPlot2(0.0046875,32,'exp2_3');
5 myPlot2(0.004,32,'exp2_4');
6 myPlot2(0.0025,16,'exp2_5');
```

2. 绘图函数

绘图函数

```
1 % 生成序列并绘图
2 function y = myPlot2(T, N, Name)
3     f = 50;
4     t = 0:0.001:0.1;
5     n = 0:1:N-1;
6     xt = sin(2*pi*f*t);
7     xn = sin(2*pi*f*T*n);
8     h1 = figure(1);
9     set(gcf,'outerposition',get(0,'screensize'));
10    subplot(2, 1, 1);
11    plot(t, xt);
12    title('原序列','FontSize',20);
13    xlabel('t');
14    set(gca,'FontSize',16);
15    subplot(2, 1, 2);
16    stem(n, xn, 'filled');
17    title('采样后的序列','FontSize',20);
18    xlabel('n');
19    set(gca,'FontSize',16);
20    saveas(h1, [Name, '_1'], 'png');
21    % 绘制实部、虚部、模、相角图
22    h2 = figure(2);
23    set(gcf,'outerposition',get(0,'screensize'));
24    % 实部
25    subplot(2, 2, 1);
26    stem(n, real(xn), 'filled');
```

```
27     title('实部','FontSize',20);
28     xlabel('n');
29     set(gca,'FontSize',16);
30 % 虚部
31     subplot(2, 2, 2);
32     stem(n, imag(xn), 'filled');
33     title('虚部','FontSize',20);
34     xlabel('n');
35     set(gca,'FontSize',16);
36 % 模
37     subplot(2, 2, 3);
38     stem(n, abs(xn), 'filled');
39     title('模','FontSize',20);
40     xlabel('n');
41     set(gca,'FontSize',16);
42 % 相角
43     subplot(2, 2, 4);
44     stem(n, (180/pi)*angle(xn), 'filled');
45     title('相角','FontSize',20);
46     xlabel('n');
47     set(gca,'FontSize',16);
48     saveas(h2, [Name,'_2'],'png');
49 % 绘制幅度谱、频谱实部、频谱虚部图
50 % 求DFT
51 % Xk = myDFT(x, N);
52 Xk = fft(xn);
53 h3 = figure(3);
54 set(gcf,'outerposition',get(0,'screensize'));
55 % 幅度谱
56 subplot(3, 1, 1);
57 stem(n, abs(Xk), 'filled');
58 title('DFT幅度谱','FontSize',20);
59 xlabel('k');
60 set(gca,'FontSize',16);
61 % 频谱实部
62 subplot(3, 1, 2);
63 stem(n, real(Xk), 'filled');
64 title('DFT实部','FontSize',20);
65 xlabel('k');
66 set(gca,'FontSize',16);
67 % 频谱虚部
68 subplot(3, 1, 3);
69 stem(n, imag(Xk), 'filled');
70 title('DFT虚部','FontSize',20);
71 xlabel('k');
72 set(gca,'FontSize',16);
73 saveas(h3, [Name,'_3'],'png');
74 end
```

3. DFT 函数

DFT 函数

```
1 function Xk = myDFT(xn , N)
2     n = [0:1:N-1];
3     k = [0:1:N-1];
4     WN = exp(-j*2*pi/N);
5     Wnk = WN.^(n'*k);
6     Xk = xn*Wnk;
7 end
```

六、 实验结果与分析

1. 情况预测

实验前预习有关概念，并根据上列参数来推测相应频谱的形状、谱峰所在频率（U）和谱峰的数值（V）、混叠现象和频谱泄漏的有无。

信号频率 f (赫兹)	谱分析参数	抽样间隔 T (秒)	截断长度 N (抽样个数)	谱峰所在频率 (U)	谱峰的数值 (V)
50	第一组参数	0.000625	32	1	16
50	第二组参数	0.005	32	8	16
50	第三组参数	0.0046875	32	7	10.25
50	第四组参数	0.004	32	6	12
50	第五组参数	0.0025	16	2	8

满足内奎斯特定律时不会产出混叠现象，即采样频类需要大于或等于信号最高频率的两倍。实验中也即采样周期小于等于 0.01s 则可满足奈奎斯特定律。所以五组实验中，都满足奈奎斯特定律。

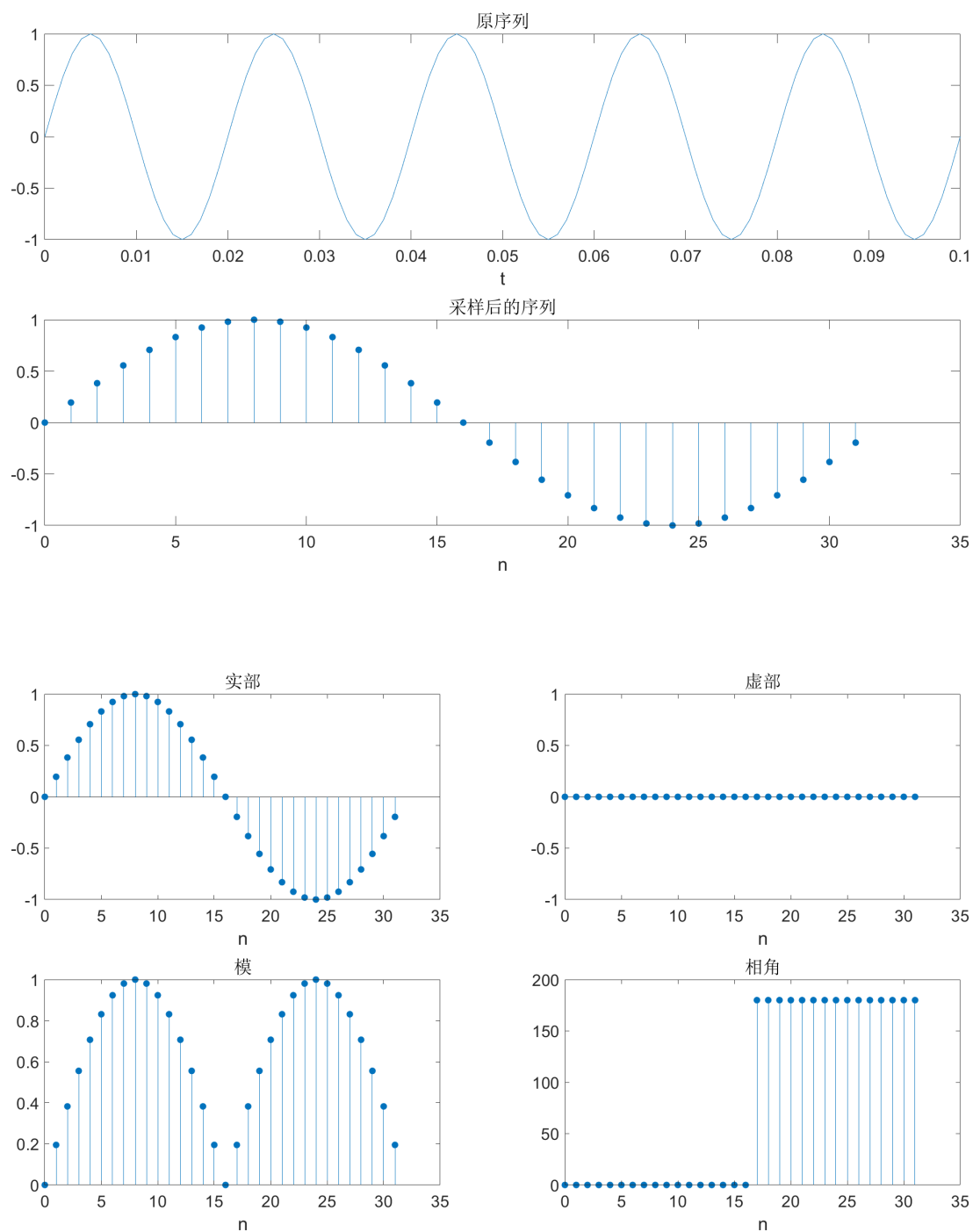
信号频率 f (赫兹)	谱分析参数	抽样间隔 T (秒)	{截断长度 N} (抽样个数)	区间包括正弦周期个数
50	第一组参数	0.000625	32	1
50	第二组参数	0.005	32	8
50	第三组参数	0.004688	32	7.5
50	第四组参数	0.004	32	6.4
50	第五组参数	0.0025	16	2

如上表，当采样长度也就是窗函数长度为采样周期的整数倍，则不会出现频谱泄露，所以推测出第三、四组会出现频谱泄露。

2. 实验结果记录

观察实验结果（数据及图形）的特征，做必要的记录。

2.1 第一组参数



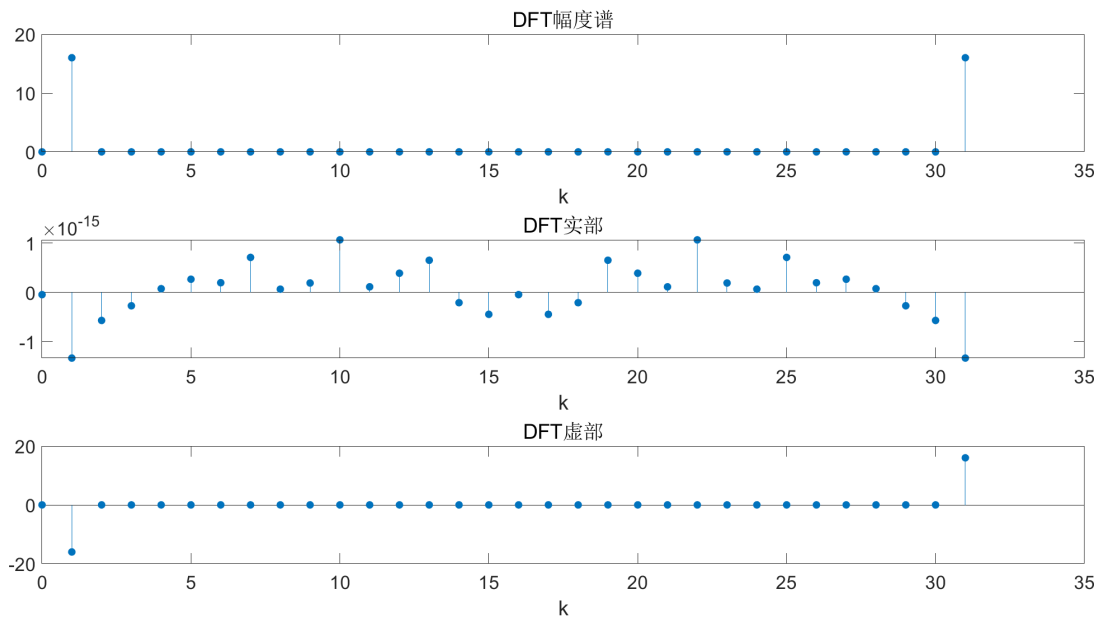
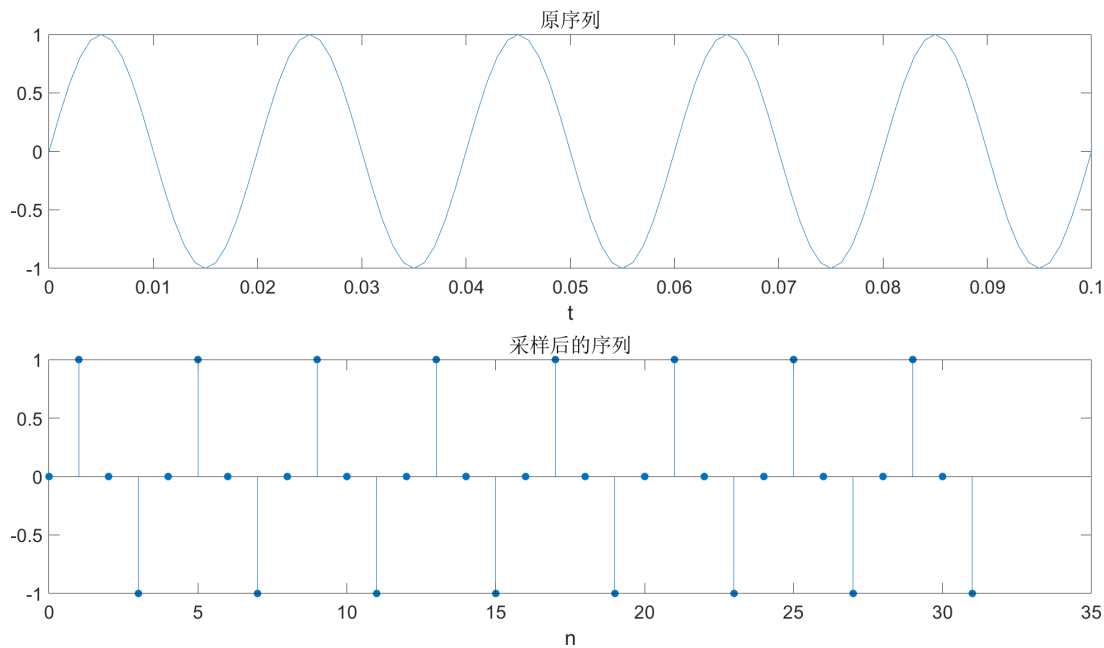


图 1: 第一组: $f = 50\text{Hz}$, $T = 0.000625\text{s}$, $N = 32$

2.2 第二组参数



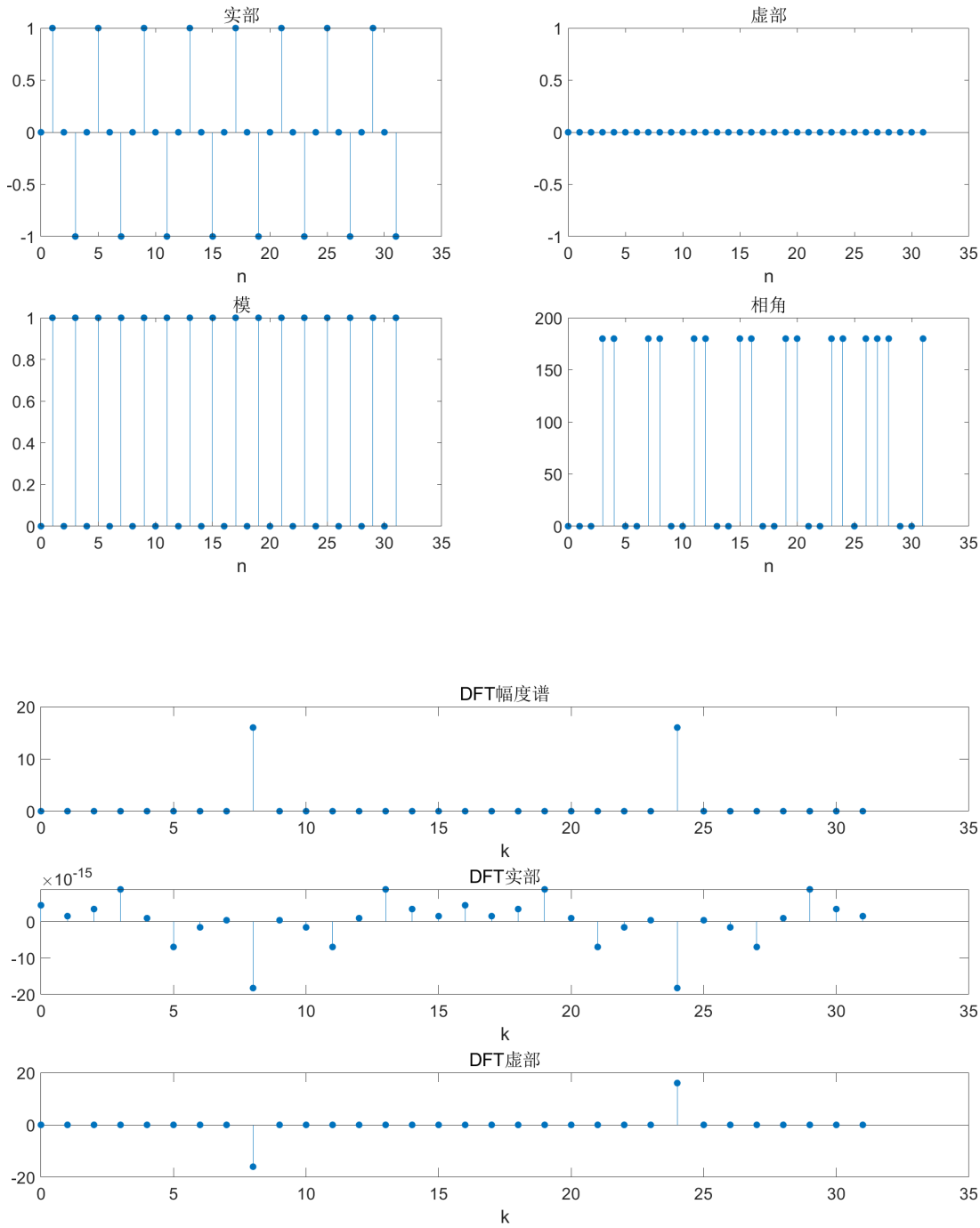
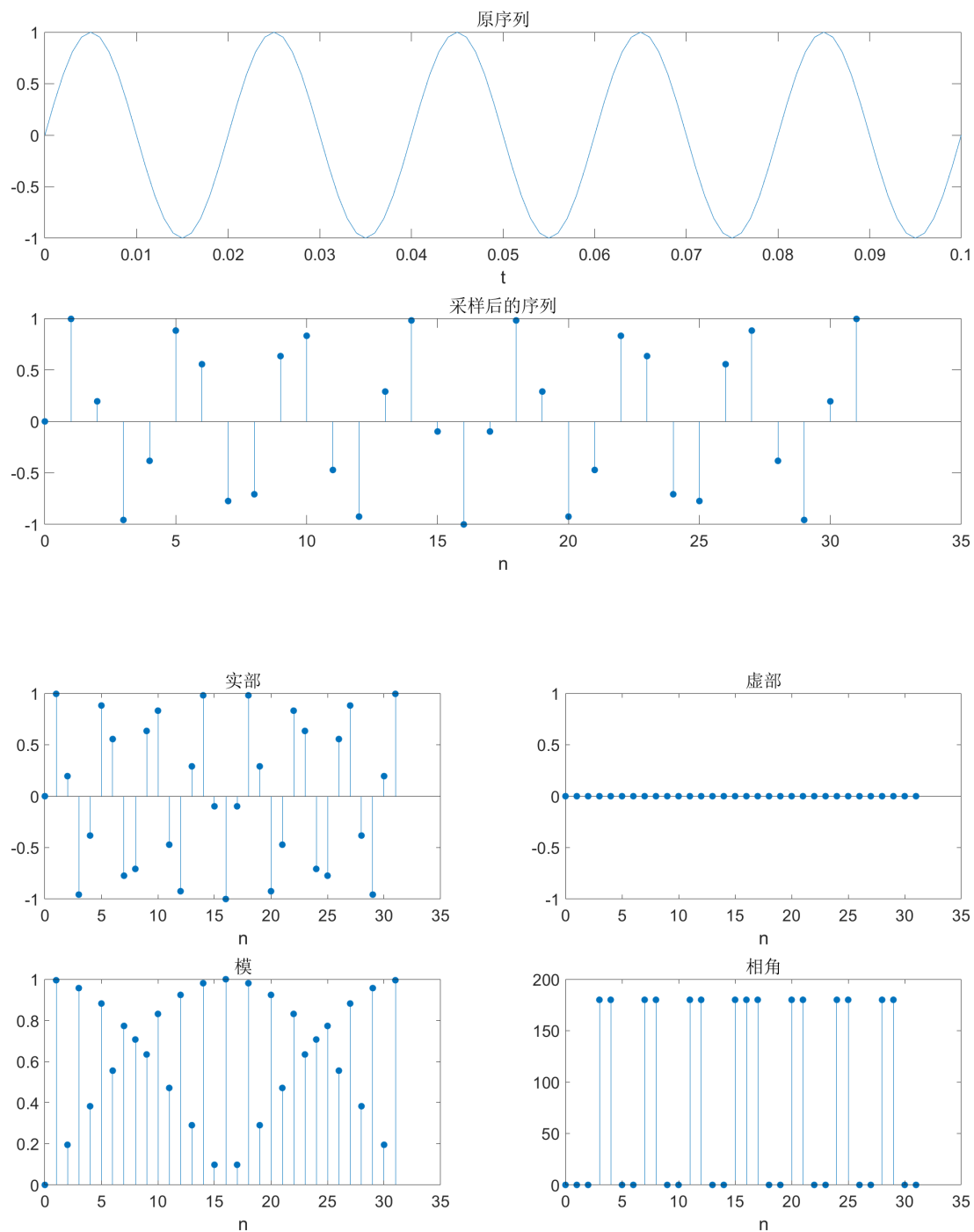


图 2: 第二组: $f = 50\text{Hz}$, $T = 0.005\text{s}$, $N = 32$

2.3 第三组参数



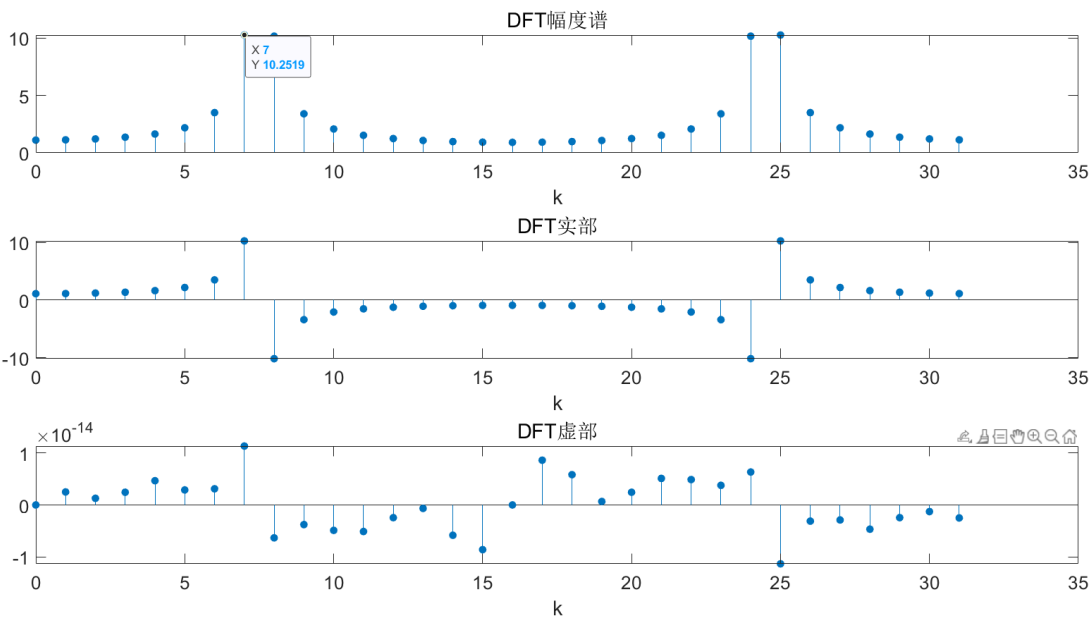
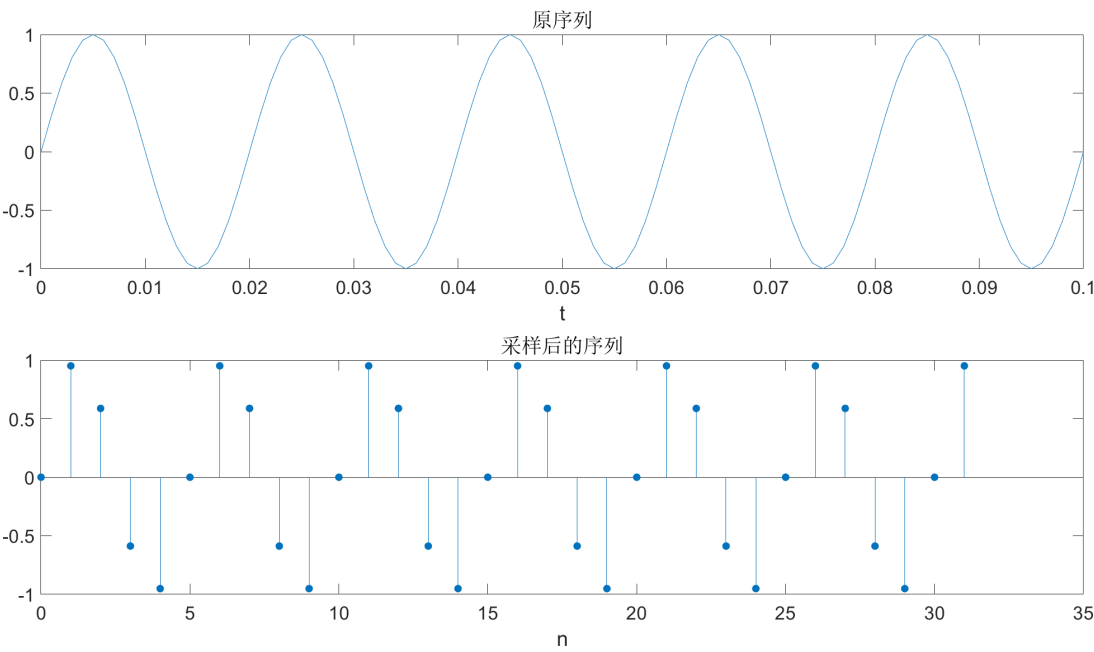


图 3: 第三组：f = 50Hz, T = 0.0046875s, N = 32

可以看见，此组出现了频谱泄露的现象。

2.4 第四组参数



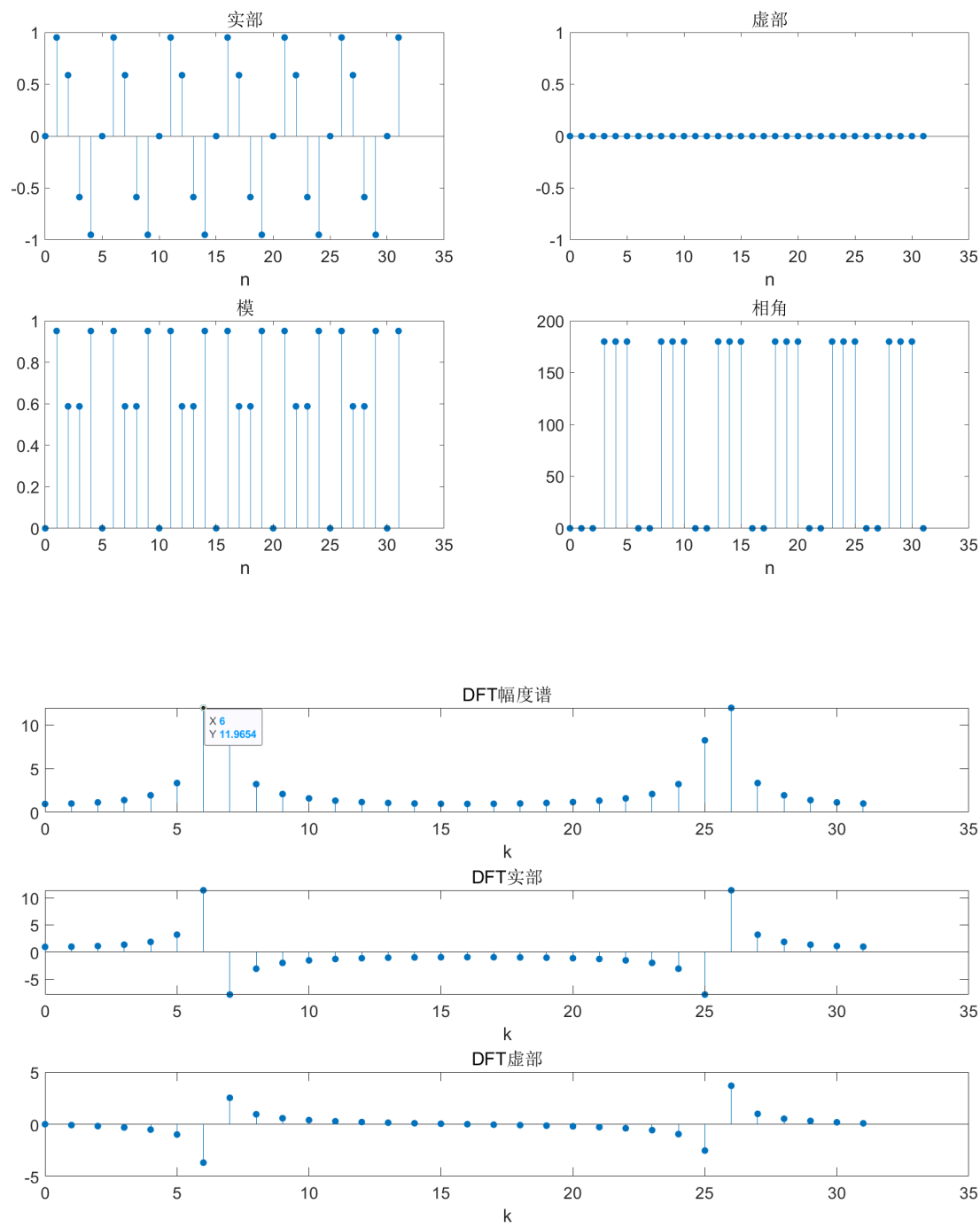
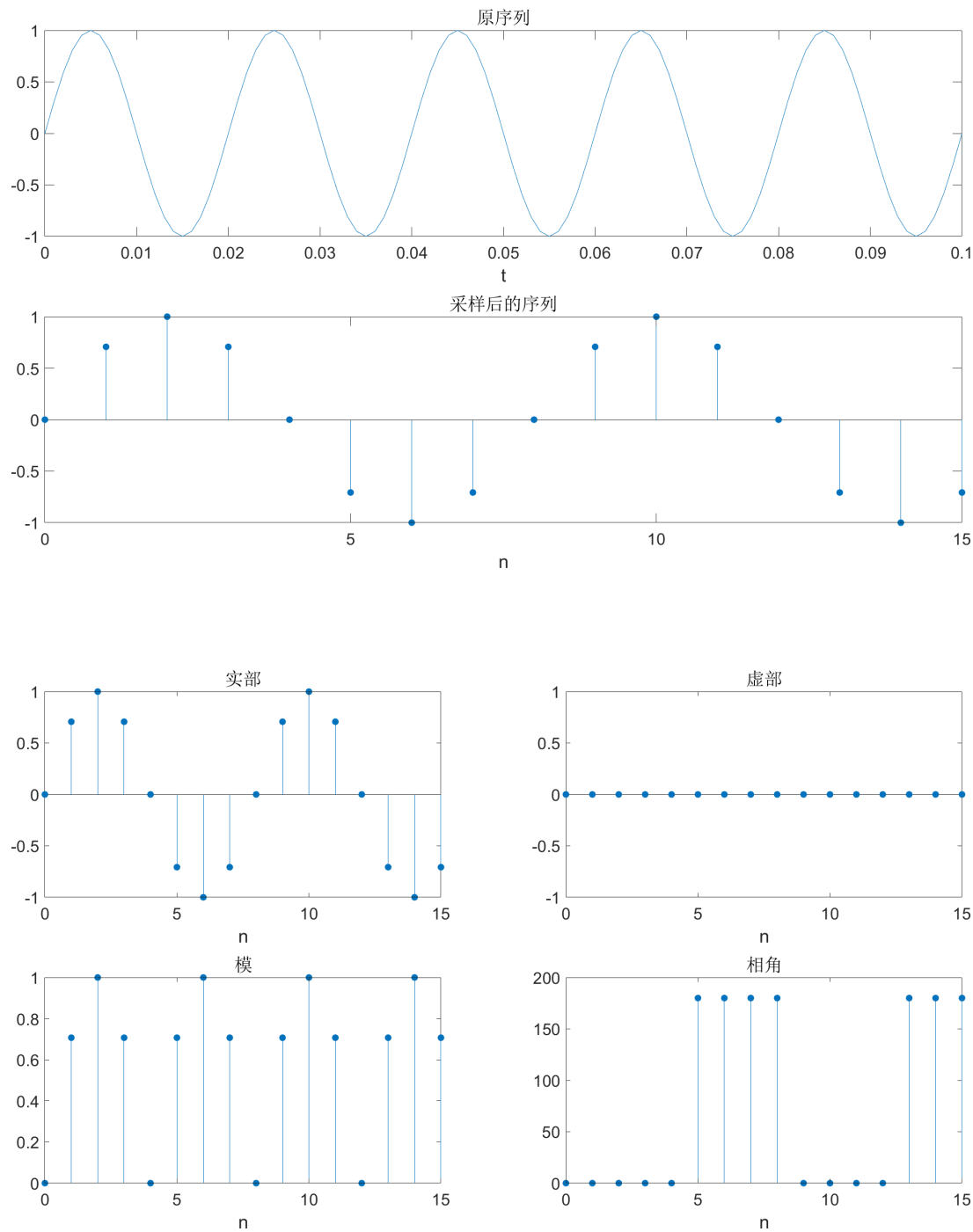


图 4: 第四组: $f = 50\text{Hz}$, $T = 0.004\text{s}$, $N = 32$

可以看见，此组出现了频谱泄露的现象。

2.5 第五组参数



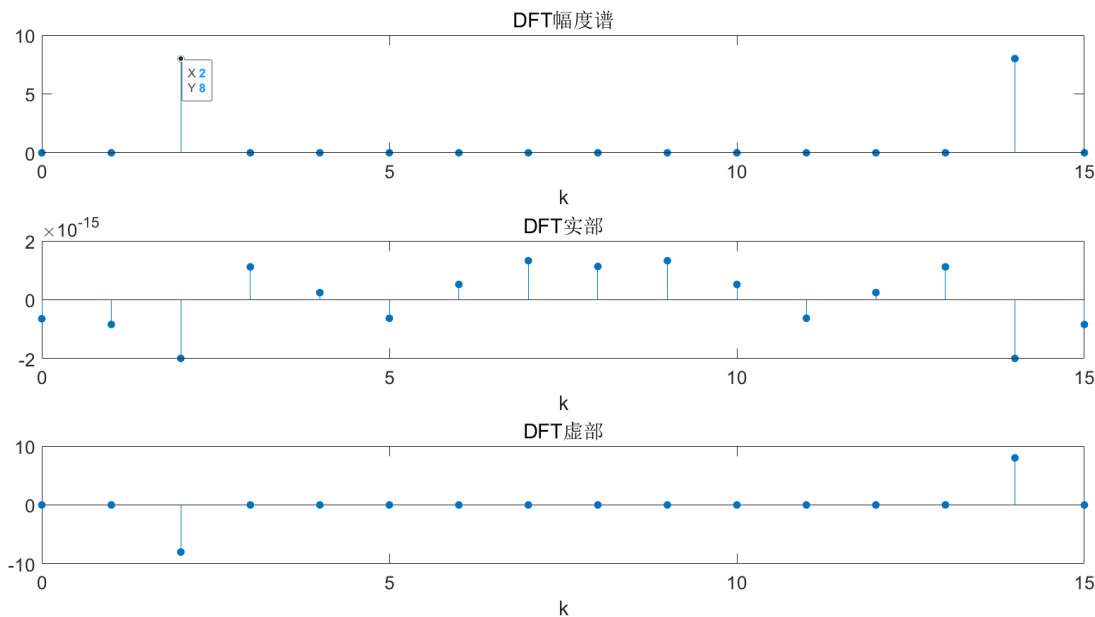


图 5: 第五组：f = 50Hz, T = 0.0025s, N = 16

结果分析

组别	抽样间隔 T (秒)	截断长度 N (抽样个数)	谱峰所在频率 (U)	谱峰的数值 (V)	是否混叠	是否频谱泄露
第一组参数	0.000625	32	1	16	否	否
第二组参数	0.005	32	8	16	否	否
第三组参数	0.0046875	32	7	10.2519	否	是
第四组参数	0.004	32	6	11.965	否	是
第五组参数	0.0025	16	2	8	否	否

3. 现象解释

用基本理论、基本概念来解释各种现象。

3.1 频域混叠

序列的频谱是被采样信号频谱的周期延拓，当采样频率不满足奈奎斯特定律时，也就是不能满足采样频率大于等于两倍的信号最高频率时，就会发生频谱混叠，使得采样后的信号序列频谱不能真实的反映原信号的频谱。

3.2 频谱泄露

采样后，对序列进行了截断，等同于于乘上了一个窗函数，在频谱上，相当于频域上与 sinc 函数进行卷积，因此采样后的信号总是存在高频分量，因此总是存在频域混叠的现象，也会存在频域泄露的现象。

而如果 DFT 采集时间窗口内的信号的周期延拓与实际信号完全吻合，那么就不会出现泄漏现象。换句话说，对于周期信号，如果采集时间窗口内正好包含整数个信号周期，就能避免频谱泄漏。

所以第一、二、五组不会出现频谱泄露的现象，第三、四组会出现频谱泄漏。