

浙江大学实验报告

专业：信息工程
姓名：姚桂涛
学号：3190105597
日期：2021年10月17日
地点：——

课程名称：数字信号处理 指导老师：徐元欣 成绩：_____
实验名称：有限长序列、频谱、DFT 的性质 实验类型：演示 同组学生姓名：——

一、实验目的和要求

设计通过演示实验，建立对典型信号及其频谱的直观认识，理解 DFT 的物理意义、主要性质。

二、实验内容和步骤

2-1 用 MATLAB，计算得到五种共 9 个序列：

2-1-1 实指数序列 $x(n) = \begin{cases} a^n & 0 \leq n \leq \text{length}-1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$ 例如， $a=0.5, \text{length}=10$
 $a=0.9, \text{length}=10$
 $a=0.9, \text{length}=20$

2-1-2 复指数序列 $x(n) = \begin{cases} (a+jb)^n & 0 \leq n \leq \text{length}-1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$ 例如， $a=0.5, b=0.8, \text{length}=10$

2-1-3 从正弦信号 $x(t)=\sin(2\pi f t + \text{delta})$ 抽样得到的正弦序列 $x(n)=\sin(2\pi f n T + \text{delta})$ 。如，信号频率 $f=1\text{Hz}$ ，初始相位 $\text{delta}=0$ ，抽样间隔 $T=0.1$ 秒，序列长 $\text{length}=10$ 。

2-1-4 从余弦信号 $x(t)=\cos(2\pi f t + \text{delta})$ 抽样得到的余弦序列 $x(n)=\cos(2\pi f n T + \text{delta})$ 。如，信号频率 $f=1\text{Hz}$ ，初相位 $\text{delta}=0$ ，抽样间隔 $T=0.1$ 秒，序列长 $\text{length}=10$ 。

2-1-5 含两个频率分量的复合函数序列 $x(n)=\sin(2\pi f_1 n T) + \text{delta} \times \sin(2\pi f_2 n T + \text{phi})$ 。如，

频率 f_1 (Hz)	频率 f_2 (Hz)	相对振幅 delta	初相位 phi (度)	抽样间隔 T (秒)	序列长 length
1	3	0.5	0	0.1	10
1	3	0.5	90	0.1	10
1	3	0.5	180	0.1	10

2-2 用 MATLAB，对上述各个序列，重复下列过程。

2-2-1 画出一个序列的实部、虚部、模、相角；观察并记录实部、虚部、模、相角的特征。

2-2-2 计算该序列的幅度谱、频谱实部、频谱虚部；观察和并记录它们的特征，给予解释。

备注：这里的频谱是指序列的 DFT。

2-2-3 观察同种序列取不同参数时的频谱，发现它们的差异，给予解释。

三、 主要仪器设备

MATLAB 编程。

四、 操作方法和实验步骤

（参见“二、实验内容和步骤”）

五、 实验数据记录和处理

MATLAB 程序清单

1. 各序列主函数

$$1.1 \quad 2-1-1: x(n) = \begin{cases} a^n & 0 \leq n \leq \text{length} - 1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

2-1-1a

```
1 % 构造函数 其a = 0.5, length = 10
2 a = 0.5;
3 length = 10;
4 n = 0:1:length - 1;
5 xn = ((a).^n).*(0 <= n & n <= (length - 1));
6 % 绘图
7 myPlot(xn, length, '2_1_1a');
```

2-1-1b

```
1 % 构造函数 其a = 0.9, length = 10
2 a = 0.9;
3 length = 10;
4 n = 0:1:length - 1;
5 xn = ((a).^n).*(0 <= n & n <= (length - 1));
6 % 绘图
7 myPlot(xn, length, '2_1_1b');
```

2-1-1c

```
1 % 构造函数 其a = 0.9, length = 20
2 a = 0.9;
3 length = 20;
4 n = 0:1:length - 1;
5 xn = ((a).^n).*(0 <= n & n <= (length - 1));
6 % 绘图
7 myPlot(xn, length, '2_1_1c');
```

$$1.2 \quad 2-1-2: x(n) = \begin{cases} (a + jb)^n & 0 \leq n \leq \text{length} - 1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

2-1-2

```
1 % 构造函数 其a = 0.5, b = 0.8, length = 10
2 a = 0.5;
3 b = 0.8;
4 length = 10;
5 n = 0:1:length-1;
6 xn = ((a + j*b).^n).*(0 <= n & n <= (length-1));
7 % 绘图
8 myPlot(xn, length, '2_1_2');
```

1.3 从正弦信号 $x(t) = \sin(2\pi ft + \delta)$ 抽样得到的正弦序列 $x(n) = \sin(2\pi fnT + \delta)$ 。

2-1-3

```
1 % 构造函数 其f = 1Hz, T = 0.1s, delta = 0, length = 10
2 f = 1;
3 T = 0.1;
4 length = 10;
5 delta = 0;
6 n = 0:1:length-1;
7 xn = sin(2*pi*f.*n*T+delta);
8 % 绘图
9 myPlot(xn, length, '2_1_3');
```

1.4 从余弦信号 $x(t) = \cos(2\pi ft + \delta)$ 抽样得到的余弦序列 $x(n) = \cos(2\pi fnT + \delta)$ 。

2-1-4

```
1 % 构造函数 其f = 1Hz, T = 0.1s, delta = 0, length = 10
2 f = 1;
3 T = 0.1;
4 length = 10;
5 delta = 0;
6 n = 0:1:length-1;
7 xn = cos(2*pi*f.*n*T+delta);
8 % 绘图
9 myPlot(xn, length, '2_1_4');
```

1.5 含两个频率分量的复合函数序列 $x(n) = \sin(2\pi f_1 nT) + \text{delta} \times \sin(2\pi f_2 nT + \text{phi})$ 。

	频率 f_1 (Hz)	频率 f_2 (Hz)	相对振幅 delta	初相位 phi (度)	抽样间隔 T (秒)	序列长 length
a	1	3	0.5	0	0.1	10
b	1	3	0.5	90	0.1	10
c	1	3	0.5	180	0.1	10

2-1-5a

```

1 % 构造函数 其f1 = 1Hz, f2 = 3Hz, T = 0.1s, delta = 0.5, phi = 0, length = 10
2 f1 = 1;
3 f2 = 3;
4 T = 0.1;
5 delta = 0.5;
6 phi = 0;
7 length = 10;
8 n = 0:1:length-1;
9 xn = sin(2*pi*f1.*n*T) + delta * sin(2*pi*f2.*n*T + phi/180*pi);
10 % 绘图
11 myPlot(xn,length, '2_1_5a');
```

2-1-5b

```

1 % 构造函数 其f1 = 1Hz, f2 = 3Hz, T = 0.1s, delta = 0.5, phi = 90, length = 10
2 f1 = 1;
3 f2 = 3;
4 T = 0.1;
5 delta = 0.5;
6 phi = 90;
7 length = 10;
8 n = 0:1:length-1;
9 xn = sin(2*pi*f1.*n*T) + delta * sin(2*pi*f2.*n*T + phi/180*pi);
10 % 绘图
11 myPlot(xn,length, '2_1_5b');
```

2-1-5c

```

1 % 构造函数 其f1 = 1Hz, f2 = 3Hz, T = 0.1s, delta = 0.5, phi = 180, length = 10
2 f1 = 1;
3 f2 = 3;
4 T = 0.1;
5 delta = 0.5;
6 phi = 180;
7 length = 10;
8 n = 0:1:length-1;
9 xn = sin(2*pi*f1.*n*T) + delta * sin(2*pi*f2.*n*T + phi/180*pi);
10 % 绘图
11 myPlot(xn,length, '2_1_5c');
```

2. DFT 函数：求出序列的 DFT

DFT 函数

```
1 function Xk = myDFT(xn , N)
2     n = [0:1:N-1];
3     k = [0:1:N-1];
4     WN = exp(-j*2*pi/N);
5     Wnk = WN.^(n'*k);
6     Xk = xn*Wnk;
7 end
```

3. 绘图函数：绘制序列的实部、虚部、模、相角图以及幅度谱、频谱实部、频谱虚部图

绘图函数

```
1 function y = myPlot(x, N, Name)
2     n = 0:1:N-1;
3     k = 0:1:N-1;
4     % 绘制实部、虚部、模、相角图
5     h1 = figure(1);
6     set(gcf, 'outerposition', get(0, 'screensize'));
7     % 实部
8     subplot(2, 4, 1);
9     stem(n, real(x), 'filled');
10    title('实部', 'FontSize', 20);
11    xlabel('n');
12    set(gca, 'FontSize', 16);
13    RemoveSubplotWhiteArea(gca, 2, 4, 1, 1);
14    % 虚部
15    subplot(2, 4, 2);
16    stem(n, imag(x), 'filled');
17    title('虚部', 'FontSize', 20);
18    xlabel('n');
19    set(gca, 'FontSize', 16);
20    RemoveSubplotWhiteArea(gca, 2, 4, 1, 2);
21    % 模
22    subplot(2, 4, 3);
23    stem(n, abs(x), 'filled');
24    title('模', 'FontSize', 20);
25    xlabel('n');
26    set(gca, 'FontSize', 16);
27    RemoveSubplotWhiteArea(gca, 2, 4, 1, 3);
28    % 相角
29    subplot(2, 4, 4);
30    stem(n, (180/pi)*angle(x), 'filled');
31    title('相角', 'FontSize', 20);
32    xlabel('n');
33    set(gca, 'FontSize', 16);
34    RemoveSubplotWhiteArea(gca, 2, 4, 1, 4);
```

```
35 % 绘制幅度谱、频谱实部、频谱虚部图
36 % 求DFT
37 % Xk = myDFT(x, N);
38 Xk = fft(x);
39 % 幅度谱
40 subplot(2, 4, 5);
41 stem(k, abs(Xk), 'filled');
42 title('幅度谱', 'FontSize', 20);
43 xlabel('k');
44 set(gca, 'FontSize', 16);
45 RemoveSubplotWhiteArea(gca, 2, 4, 2, 1);
46 % 频谱实部
47 subplot(2, 4, 6);
48 stem(k, real(Xk), 'filled');
49 title('频谱实部', 'FontSize', 20);
50 xlabel('k');
51 set(gca, 'FontSize', 16);
52 RemoveSubplotWhiteArea(gca, 2, 4, 2, 2);
53 % 频谱虚部
54 subplot(2, 4, 7);
55 stem(k, imag(Xk), 'filled');
56 title('频谱虚部', 'FontSize', 20);
57 xlabel('k');
58 set(gca, 'FontSize', 16);
59 RemoveSubplotWhiteArea(gca, 2, 4, 2, 3);
60 saveas(h1, Name, 'png');
61 end
```

六、实验结果与分析

1. 序列各图像特征与解释

1.1 2-1-1: $x(n) = \begin{cases} a^n & 0 \leq n \leq \text{length} - 1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$

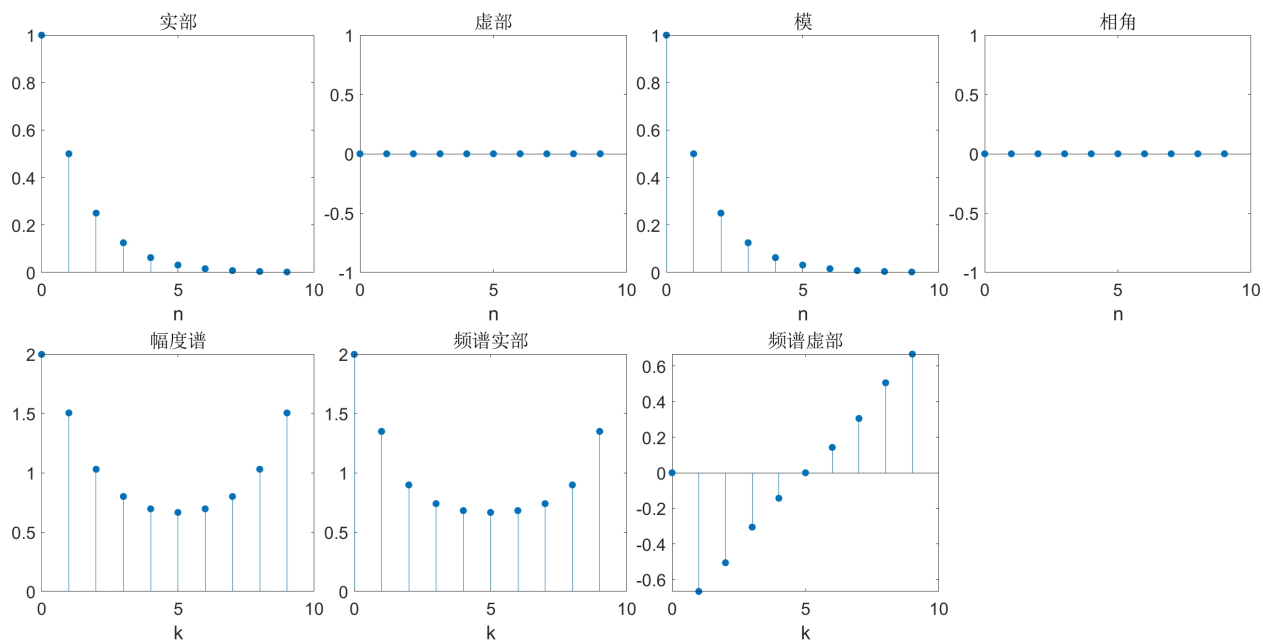
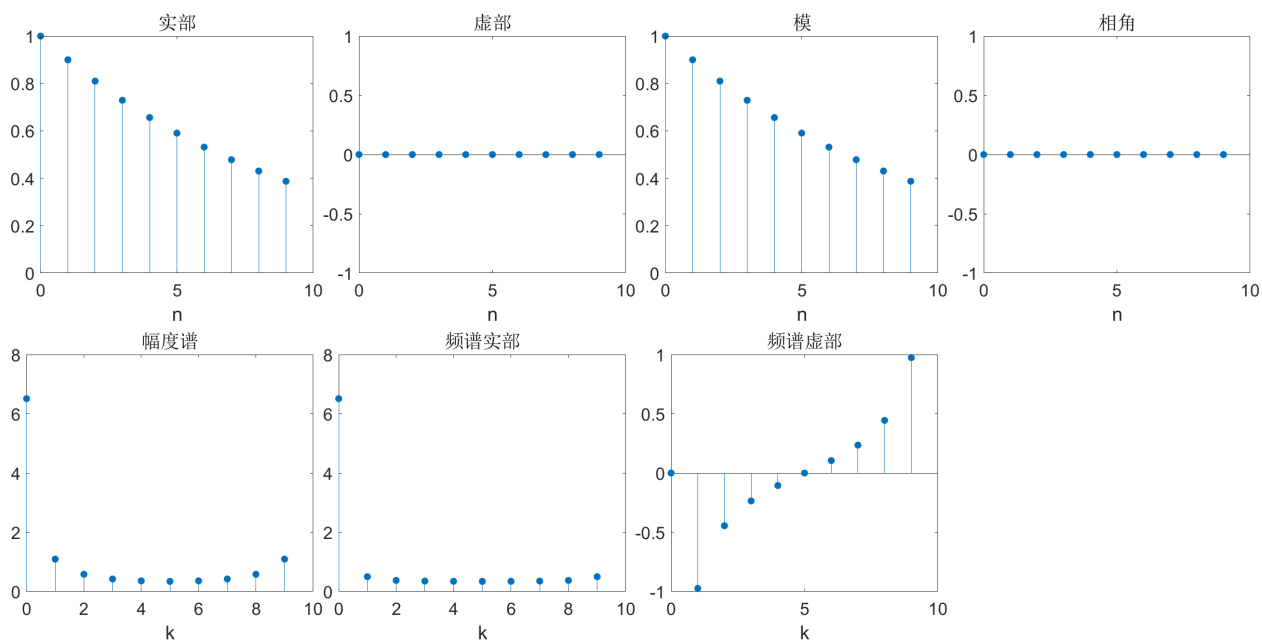
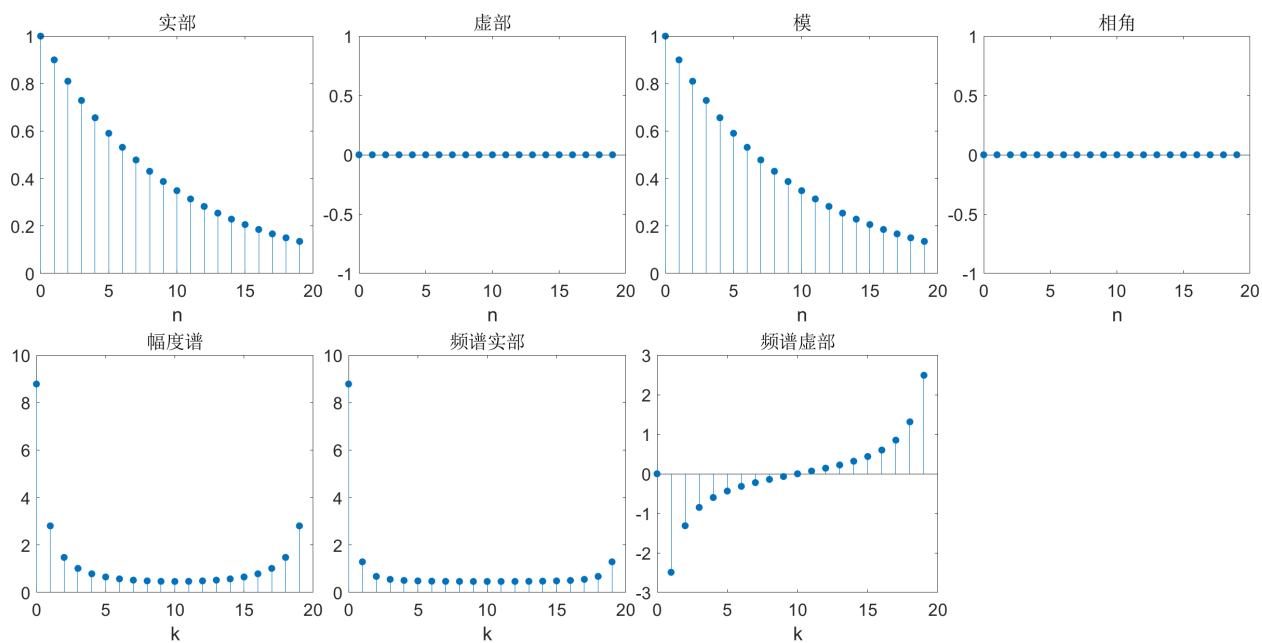


图 1: $a = 0.5$, $\text{length} = 10$

图 2: $a = 0.9$, length = 10图 3: $a = 0.9$, length = 20

由时域图像可知，由于是实指数序列，其序列和相位为零，并且 a 增大时，模减小越慢。由频域图像可知，其实部具有偶对称性，虚部具有奇对称性。这符合了我们所学的实数序列的性质。且分析不同参数图像可知，length 越大，频谱越能反映出真实图像，其原因采样率提高了。

$$1.2 \quad 2-1-2: x(n) = \begin{cases} (a + jb)^n & 0 \leq n \leq \text{length} - 1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

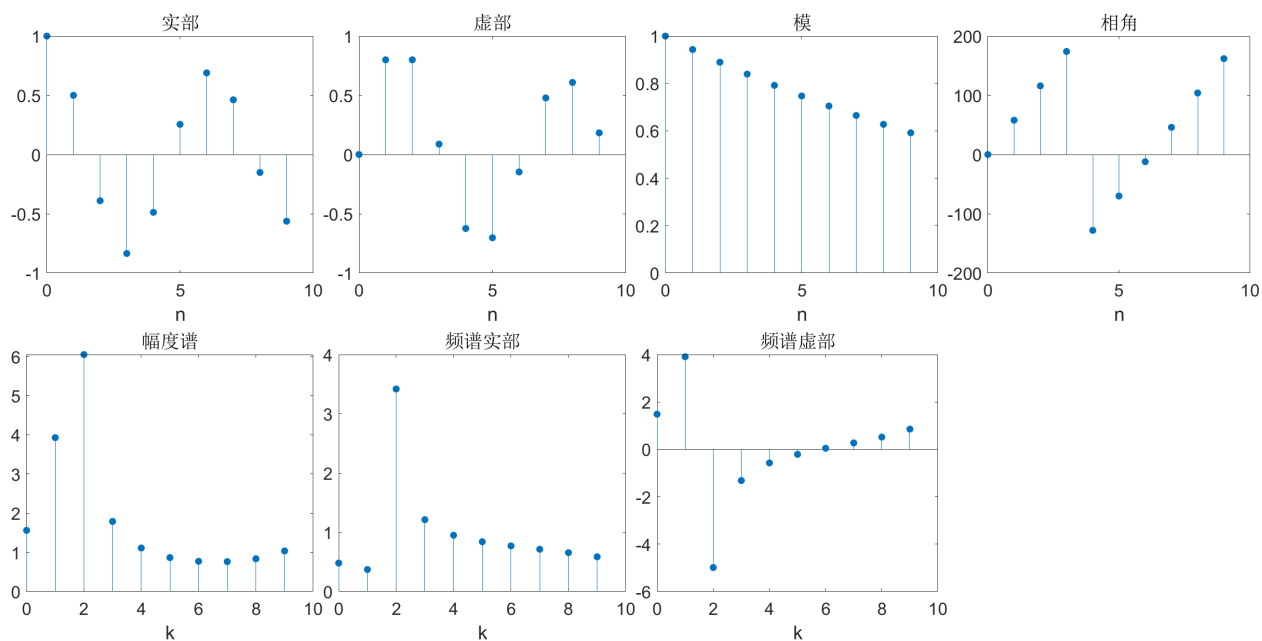


图 4: 复指数序列

由时域图像可知，由于是复指数序列，其实部和虚部呈现出正弦函数的特性。分析频域图像，并未发现明显特点。

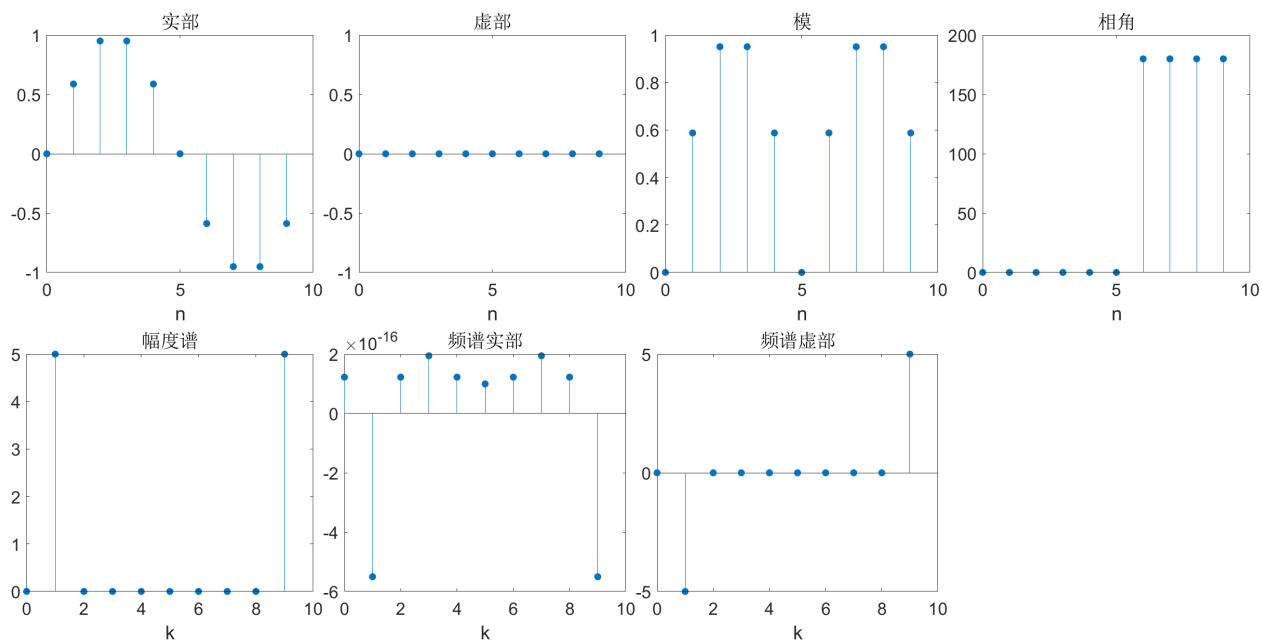
1.3 从正弦信号 $x(t) = \sin(2\pi ft + \text{delta})$ 抽样得到的正弦序列 $x(n) = \sin(2\pi fnT + \text{delta})$ 。

图 5: 正弦函数抽样序列

由时域图可知，此序列为奇对称序列。模为偶对称，且其相位在 $x(n)$ 小于零时为 0，在大于零时为 180° 。由频域图可知，由于此序列为奇对称序列，所以其频谱实部趋于零，虚部奇对称。

1.4 从余弦信号 $x(t) = \cos(2\pi ft + \delta)$ 抽样得到的余弦序列 $x(n) = \cos(2\pi fnT + \delta)$ 。

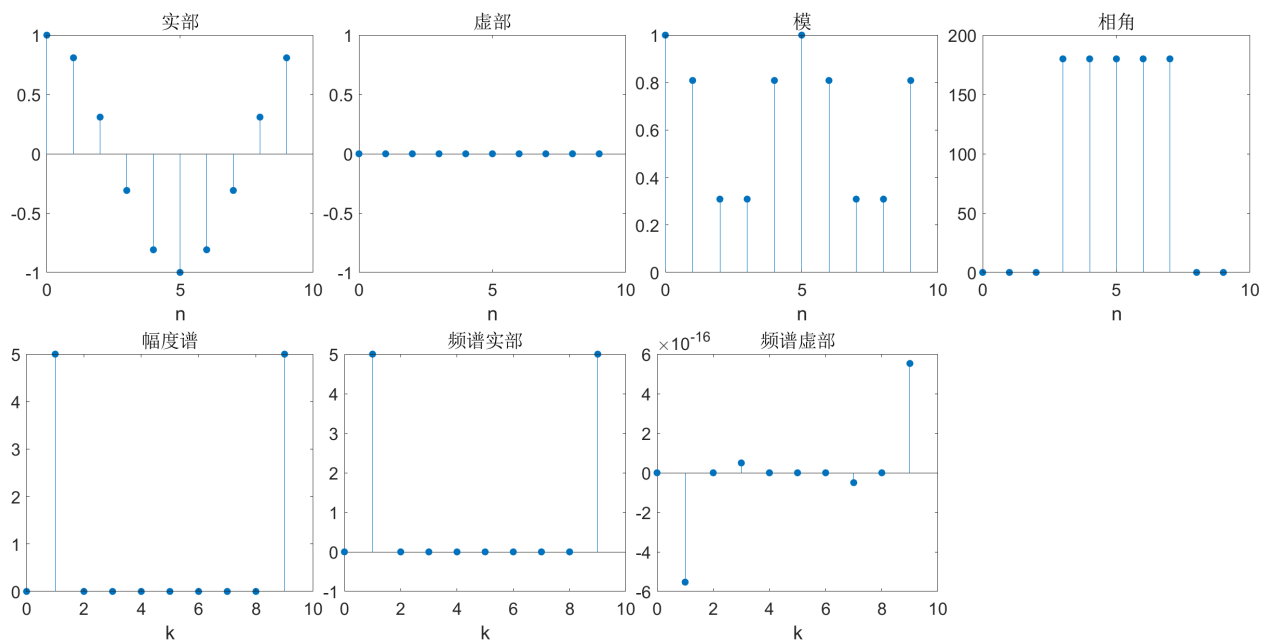
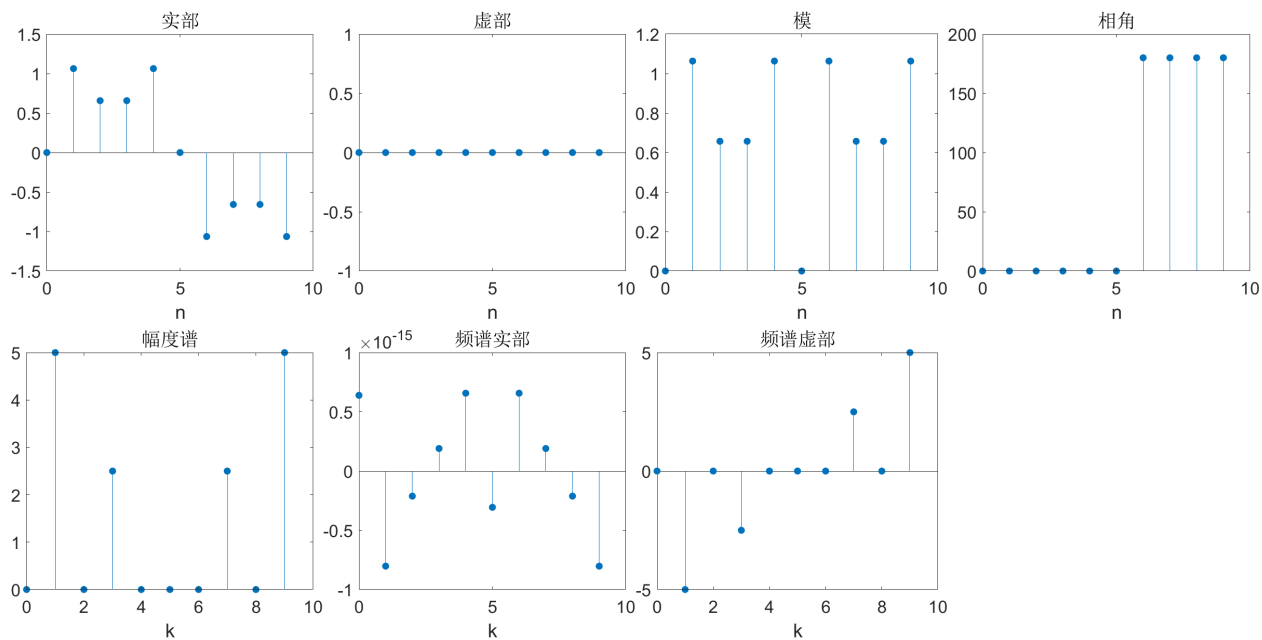
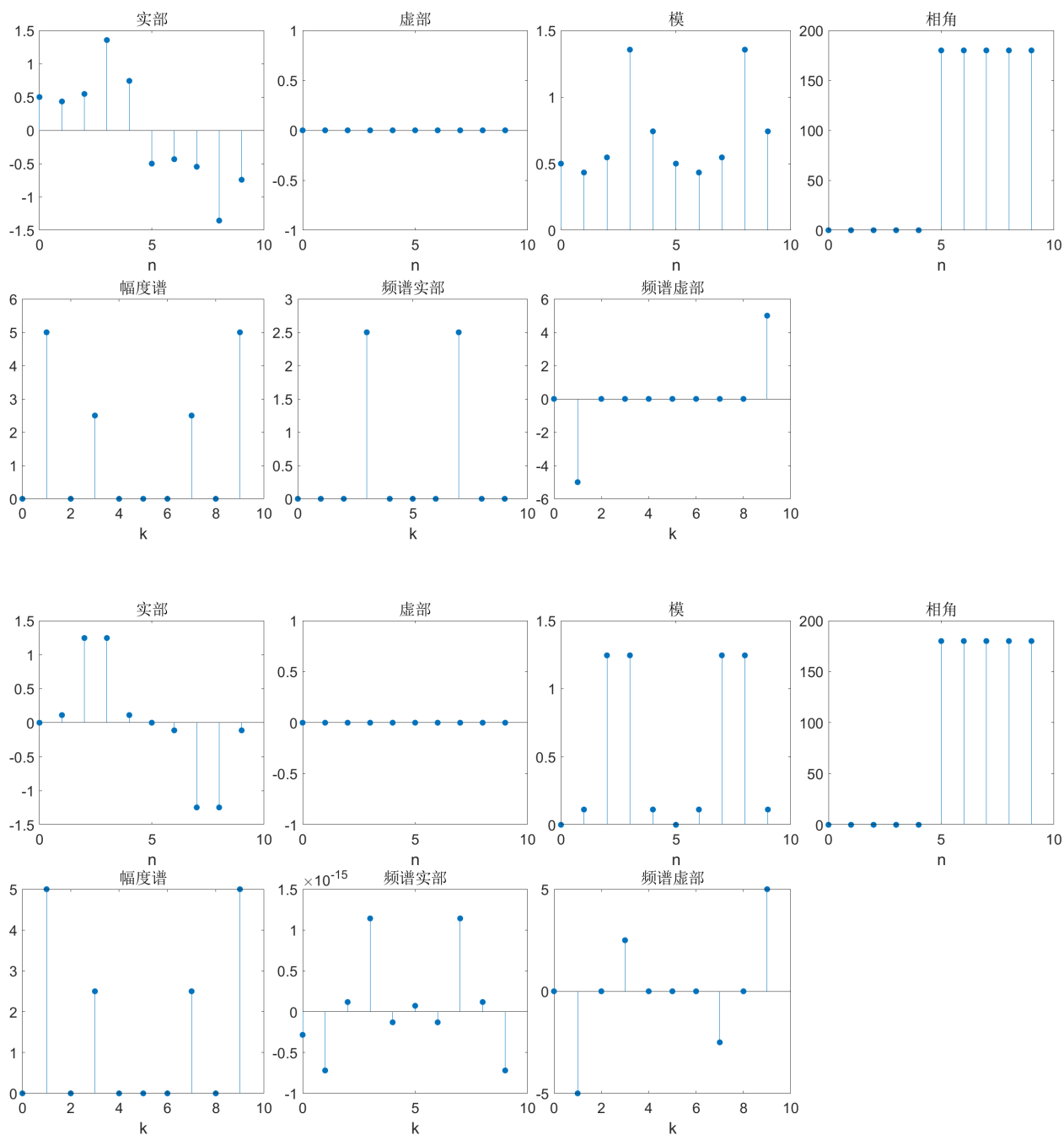


图 6: 余弦函数抽样序列

由时域图可知，此序列为偶对称序列。模为偶对称，且其相位在 $x(n)$ 小于零时为 0，在大于零时为 180° 。由频域图可知，因为该序列的对称性，所以频谱的虚部趋于 0。

1.5 含两个频率分量的复合函数序列 $x(n) = \sin(2\pi f_1 nT) + \delta \times \sin(2\pi f_2 nT + \phi)$ 。





此序列为是序列，是一个由频率为 1Hz 和频率为 3Hz 的两个序列复合而成。当 ϕ 为 90 时，该序列无对称性。当 ϕ 为 0 和 180 时，该序列为奇序列，虚部奇对称。

2. DFT 物理意义。X(0)、X(1) 和 X(N-1) 的物理意义。

DFT 为一个序列傅里叶变换在 $0 \sim 2\pi$ 上的等距离采样。

X(0): 为信号直流分量频谱值。

X(1): 为信号基频处的幅度和相位。

X(N-1): 为信号于 N-1 次谐波处的幅度和相位。

3. DFT 的主要性质。

3.1 线性

若 $x(n)$ 和 $y(n)$ 的 DFT 为 $X(k)$ 与 $Y(k)$ ，则 $ax(n) + bx(n)$ 的 DFT 为 $aX(k)$ 与 $bY(k)$ 。

3.2 反转定理

若 $x(n)$ 的 DFT 结果为 $X(k)$ ，则 $x((-n))_N$ 的 DFT 为 $X((-k))_N$

3.3 序列的循环位移

若 $x(n)$ 的 DFT 结果为 $X(k)$ ， $x((n+m))_N$ 的 DFT 为 $W_N^{-km}X(k)$

3.4 对称性

若 $x(n)$ 的 DFT 结果为 $X(k)$ ，

$$(1) x^*(n) \xrightleftharpoons[\text{IDFT}]{\text{DFT}} X^*((-k))_N$$

$$(2) x^*((-n))_N \xrightleftharpoons[\text{IDFT}]{\text{DFT}} X^*(k)$$

$$(3) \text{Re}[x(n)] \xrightleftharpoons[\text{IDFT}]{\text{DFT}} X_e(k)$$

$$(4) \text{jIm}[x(n)] \xrightleftharpoons[\text{IDFT}]{\text{DFT}} X_o(k)$$

$$(5) x_e(n) \xrightleftharpoons[\text{IDFT}]{\text{DFT}} \text{Re}[X(k)]$$

$$(6) x_o(n) \xrightleftharpoons[\text{IDFT}]{\text{DFT}} \text{Im}[X(k)]$$

如果 $x(n)$ 为实序列，那么 (7) $X(k) = X^*((-k))_N$

$$(8) \text{Re}[X(k)] = \text{Re}[X((-k))_N]$$

$$(9) \text{Im}[X(k)] = -\text{Im}[X((-k))_N]$$

$$(10) \arg[X(k)] = -\arg[X((-k))_N]$$

3.5 卷积性

两个序列圆卷积的 DFT 为其 DFT 的乘积。

3.6 帕斯瓦尔定理

$$\sum_{n=0}^{N-1} |x(n)|^2 = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} |X(k)|^2$$