浙江大学实验报告

专业：信息工程
姓名：姚桂涛
学号：3190105597
日期：2021 年 11 月 1 日
地点：——

课程名称：	数字信号处理	指导老师：	徐元欣	成绩：	
实验名称：	有限长序列、频谱、DFT 的性质	实验类型：	演示	同组学生姓名：	——

一、 实验目的和要求

设计通过演示实验，建立对典型信号及其频谱的直观认识，理解 DFT 的物理意义、主要性质。

二、 实验内容和步骤

2-1 用 MATLAB，计算得到五种共 9 个序列：

2-1-1 实指数序列 $x(n)=\begin{cases} a^n & 0 \le n \le length-1 \\ 0 & otherwise \end{cases}$ 例如，a=0.5, length=10

a=0.9, length=10

a=0.9, length=20

2-1-2 复指数序列 $x(n)=\begin{cases} (a+jb)^n & 0 \le n \le length-1 \\ 0 & otherwise \end{cases}$ 例如，a=0.5, b=0.8, length=10

2-1-3 从正弦信号 $x(t)=\sin(2\pi ft+\text{delta})$抽样得到的正弦序列 $x(n)=\sin(2\pi fnT+\text{delta})$。如，信号频率 f=1Hz，初始相位 delta=0，抽样间隔 T=0.1 秒，序列长 length=10。

2-1-4 从余弦信号 $x(t)=\cos(2\pi ft + \text{delta})$抽样得到的余弦序列 $x(n)=\cos(2\pi fnT + \text{delta})$。如，信号频率 f=1Hz，初相位 delta=0，抽样间隔 T=0.1 秒，序列长 length=10。

2-1-5 含两个频率分量的复合函数序列 $x(n)=\sin(2\pi f_1 nT)+\text{delta}\times\sin(2\pi f_2 nT+\text{phi})$。如，

频率 f_1 (Hz)	频率 f_2 (Hz)	相对振幅 delta	初相位 phi (度)	抽样间隔 T (秒)	序列长 length
1	3	0.5	0	0.1	10
1	3	0.5	90	0.1	10
1	3	0.5	180	0.1	10

2-2　用 MATLAB，对上述各个序列，重复下列过程。

2-2-1 画出一个序列的实部、虚部、模、相角；观察并记录实部、虚部、模、相角的特征。

2-2-2 计算该序列的幅度谱、频谱实部、频谱虚部；观察和并记录它们的特征，给予解释。

备注：这里的频谱是指序列的 DFT。

2-2-3 观察同种序列取不同参数时的频谱，发现它们的差异，给予解释。

三、 主要仪器设备

MATLAB 编程。

四、 操作方法和实验步骤

（参见“二、实验内容和步骤”）

五、 实验数据记录和处理

MATLAB 程序清单

1. 各序列主函数

1.1 2-1-1：$x(n) = \begin{cases} a^n & 0 \le n \le \text{ length } -1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$

2-1-1a

```
% 构造函数 其a = 0.5, length = 10
a = 0.5;
length = 10;
n = 0:1:length - 1;
xn = ((a).^n).*(0 <= n & n <= (length - 1));
% 绘图
myPlot(xn, length, '2_1_1a');
```

2-1-1b

```
% 构造函数 其a = 0.9, length = 10
a = 0.9;
length = 10;
n = 0:1:length - 1;
xn = ((a).^n).*(0 <= n & n <= (length - 1));
% 绘图
myPlot(xn, length, '2_1_1b');
```

2-1-1c

```
% 构造函数 其a = 0.9, length = 20
a = 0.9;
length = 20;
n = 0:1:length - 1;
xn = ((a).^n).*(0 <= n & n <= (length - 1));
% 绘图
myPlot(xn, length, '2_1_1c');
```

1.2 2-1-2：$x(n) = \begin{cases} (a+jb)^n & 0 \le n \le \text{ length } -1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$

2-1-2

```
% 构造函数 其a = 0.5, b = 0.8, length = 10
a = 0.5;
b = 0.8;
length = 10;
n = 0:1:length-1;
xn = ((a + j*b).^n).*(0 <= n & n <= (length-1));
% 绘图
myPlot(xn, length, '2_1_2');
```

1.3 从正弦信号 $x(t) = sin(2\pi ft + delta)$ 抽样得到的正弦序列 $x(n) = sin(2\pi fnT + delta)$。

2-1-3

```
% 构造函数 其f = 1Hz, T = 0.1s, delta = 0, length = 10
f = 1;
T = 0.1;
length = 10;
delta = 0;
n = 0:1:length-1;
xn = sin(2*pi*f.*n*T+delta);
% 绘图
myPlot(xn, length, '2_1_3');
```

1.4 从余弦信号 $x(t) = cos(2\pi ft + delta)$ 抽样得到的余弦序列 $x(n) = cos(2\pi fnT + delta)$。

2-1-4

```
% 构造函数 其f = 1Hz, T = 0.1s, delta = 0, length = 10
f = 1;
T = 0.1;
length = 10;
delta = 0;
n = 0:1:length-1;
xn = cos(2*pi*f.*n*T+delta);
% 绘图
myPlot(xn, length, '2_1_4');
```

1.5 含两个频率分量的复合函数序列 $x(n) = sin(2\pi f_1 nT) + delta \times sin(2\pi f_2 nT + phi)$。

	频率 f_1 (Hz)	频率 f_2 (Hz)	相对振幅 *delta*	初相位 *phi* (度)	抽样间隔 T (秒)	序列长 *length*
a	1	3	0.5	0	0.1	10
b	1	3	0.5	90	0.1	10
c	1	3	0.5	180	0.1	10

2-1-5a

```
% 构造函数 其f1 = 1Hz, f2 = 3Hz, T = 0.1s, delta = 0.5, phi = 0, length = 10
f1 = 1;
f2 = 3;
T = 0.1;
delta = 0.5;
phi = 0;
length = 10;
n = 0:1:length-1;
xn = sin(2*pi*f1.*n*T) + delta * sin(2*pi*f2.*n*T + phi/180*pi);
% 绘图
myPlot(xn,length, '2_1_5a');
```

2-1-5b

```
% 构造函数 其f1 = 1Hz, f2 = 3Hz, T = 0.1s, delta = 0.5, phi = 90, length = 10
f1 = 1;
f2 = 3;
T = 0.1;
delta = 0.5;
phi = 90;
length = 10;
n = 0:1:length-1;
xn = sin(2*pi*f1.*n*T) + delta * sin(2*pi*f2.*n*T + phi/180*pi);
% 绘图
myPlot(xn,length, '2_1_5b');
```

2-1-5c

```
% 构造函数 其f1 = 1Hz, f2 = 3Hz, T = 0.1s, delta = 0.5, phi = 180, length = 10
f1 = 1;
f2 = 3;
T = 0.1;
delta = 0.5;
phi = 180;
length = 10;
n = 0:1:length-1;
xn = sin(2*pi*f1*n*T) + delta * sin(2*pi*f2*n*T + phi/180*pi);
% 绘图
myPlot(xn,length, '2_1_5c');
```

2. DFT 函数：求出序列的 DFT

DFT 函数

```
function Xk = myDFT(xn , N)
    n = [0:1:N-1];
    k = [0:1:N-1];
    WN = exp(-j*2*pi/N);
    Wnk = WN.^(n'*k);
    Xk = xn*Wnk;
end
```

3. 绘图函数：绘制序列的实部、虚部、模、相角图以及幅度谱、频谱实部、频谱虚部图

绘图函数

```
function y = myPlot(x, N, Name)
    n = 0:1:N-1;
    k = 0:1:N-1;
    % 绘制实部、虚部、模、相角图
    h1 = figure(1);
    set(gcf,'outerposition',get(0,'screensize'));
    % 实部
    subplot(2, 4, 1);
    stem(n, real(x), 'filled');
    title('实部','FontSize',20);
    xlabel('n');
    set(gca,'FontSize',16);
    RemoveSubplotWhiteArea(gca, 2, 4, 1, 1);
    % 虚部
    subplot(2, 4, 2);
    stem(n, imag(x), 'filled');
    title('虚部','FontSize',20);
    xlabel('n');
    set(gca,'FontSize',16);
    RemoveSubplotWhiteArea(gca, 2, 4, 1, 2);
    % 模
    subplot(2, 4, 3);
    stem(n, abs(x), 'filled');
    title('模','FontSize',20);
    xlabel('n');
    set(gca,'FontSize',16);
    RemoveSubplotWhiteArea(gca, 2, 4, 1, 3);
    % 相角
    subplot(2, 4, 4);
    stem(n, (180/pi)*angle(x), 'filled');
    title('相角','FontSize',20);
    xlabel('n');
    set(gca,'FontSize',16);
    RemoveSubplotWhiteArea(gca, 2, 4, 1, 4);
```

```
    % 绘制幅度谱、频谱实部、频谱虚部图
    % 求DFT
    % Xk = myDFT(x, N);
    Xk = fft(x);
    % 幅度谱
    subplot(2, 4, 5);
    stem(k, abs(Xk), 'filled');
    title('幅度谱','FontSize',20);
    xlabel('k');
    set(gca,'FontSize',16);
    RemoveSubplotWhiteArea(gca, 2, 4, 2, 1);
    % 频谱实部
    subplot(2, 4, 6);
    stem(k, real(Xk), 'filled');
    title('频谱实部','FontSize',20);
    xlabel('k');
    set(gca,'FontSize',16);
    RemoveSubplotWhiteArea(gca, 2, 4, 2, 2);
    % 频谱虚部
    subplot(2, 4, 7);
    stem(k, imag(Xk), 'filled');
    title('频谱虚部','FontSize',20);
    xlabel('k');
    set(gca,'FontSize',16);
    RemoveSubplotWhiteArea(gca, 2, 4, 2, 3);
    saveas(h1, Name,'png');
end
```

六、 实验结果与分析

1. 序列各图像特征与解释

1.1 2-1-1：$x(n)=\begin{cases} a^n & 0\le n\le \text{ length }-1 \\ 0 & \text{otherwise}\end{cases}$

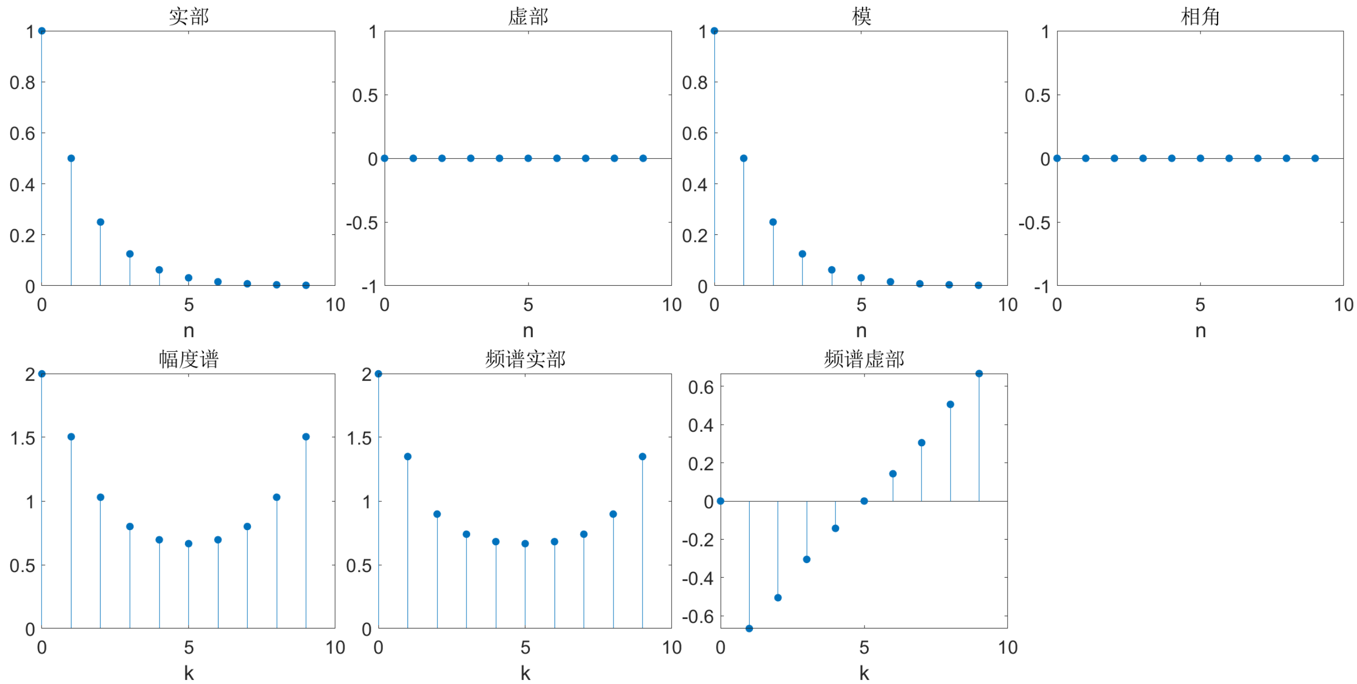


图 1: a = 0.5, length = 10

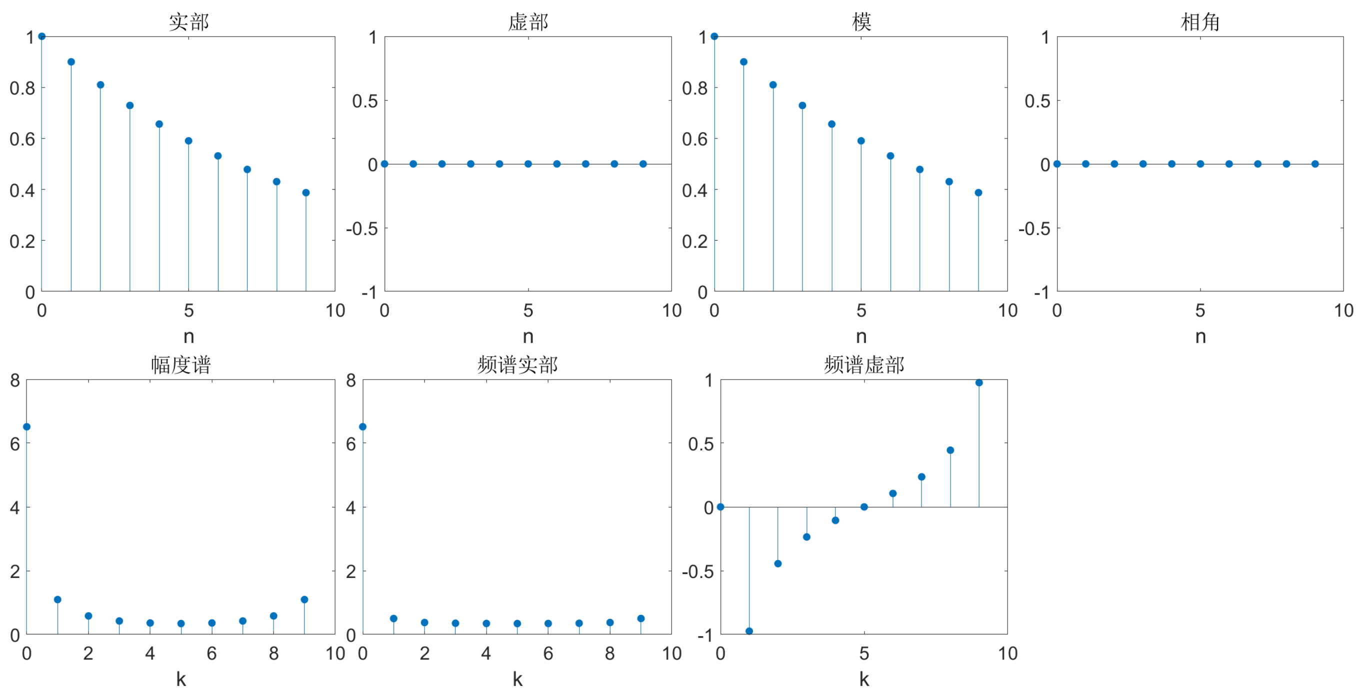


图 2: a = 0.9, length = 10

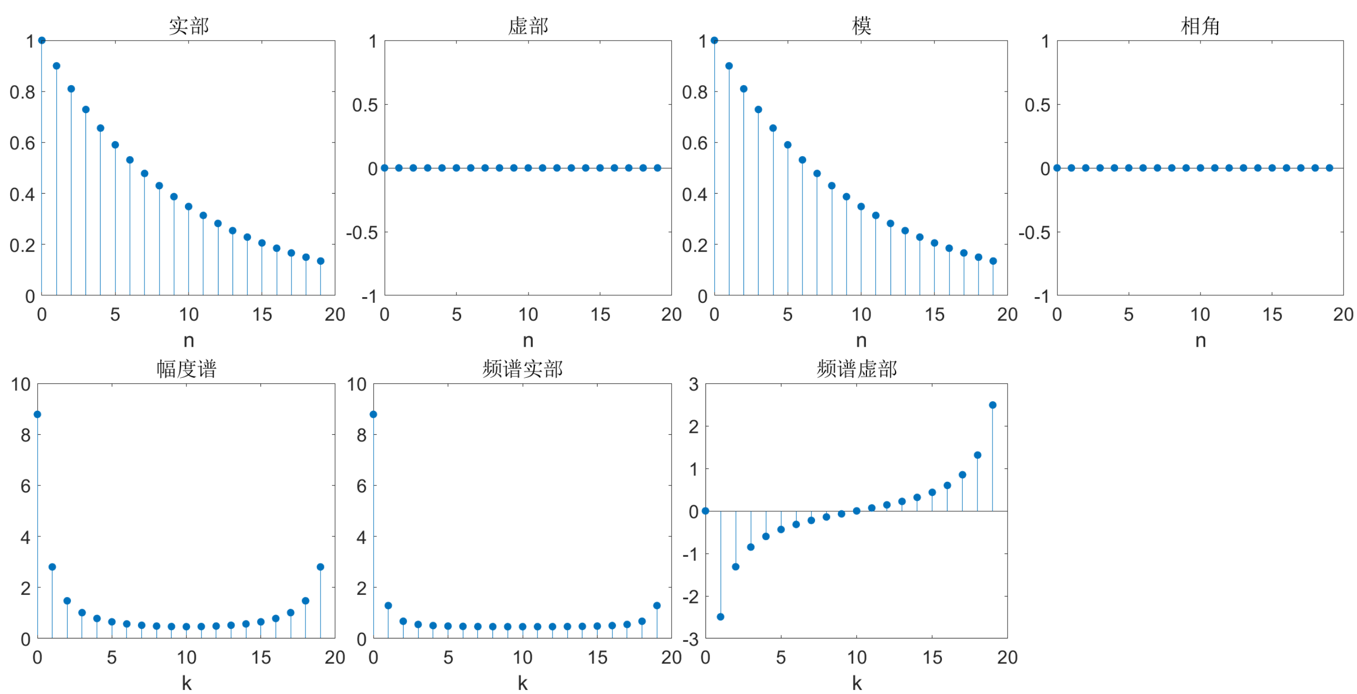


图 3: a = 0.9, length = 20

由时域图像可知，由于是实指数序列，其序列和相位为零，并且 a 增大时，模减小越慢。由频域图像可知，其实部具有偶对称性，虚部具有奇对称性。这符合了我们所学的实数序列的性质。且分析不同参数图像可知，length 越大，频谱越能反映出真实图像，其原因采样率提高了。

1.2　2-1-2：$x(n)=\begin{cases}(a+jb)^n & 0\le n\le \text{ length } -1\\ 0 & \text{otherwise}\end{cases}$

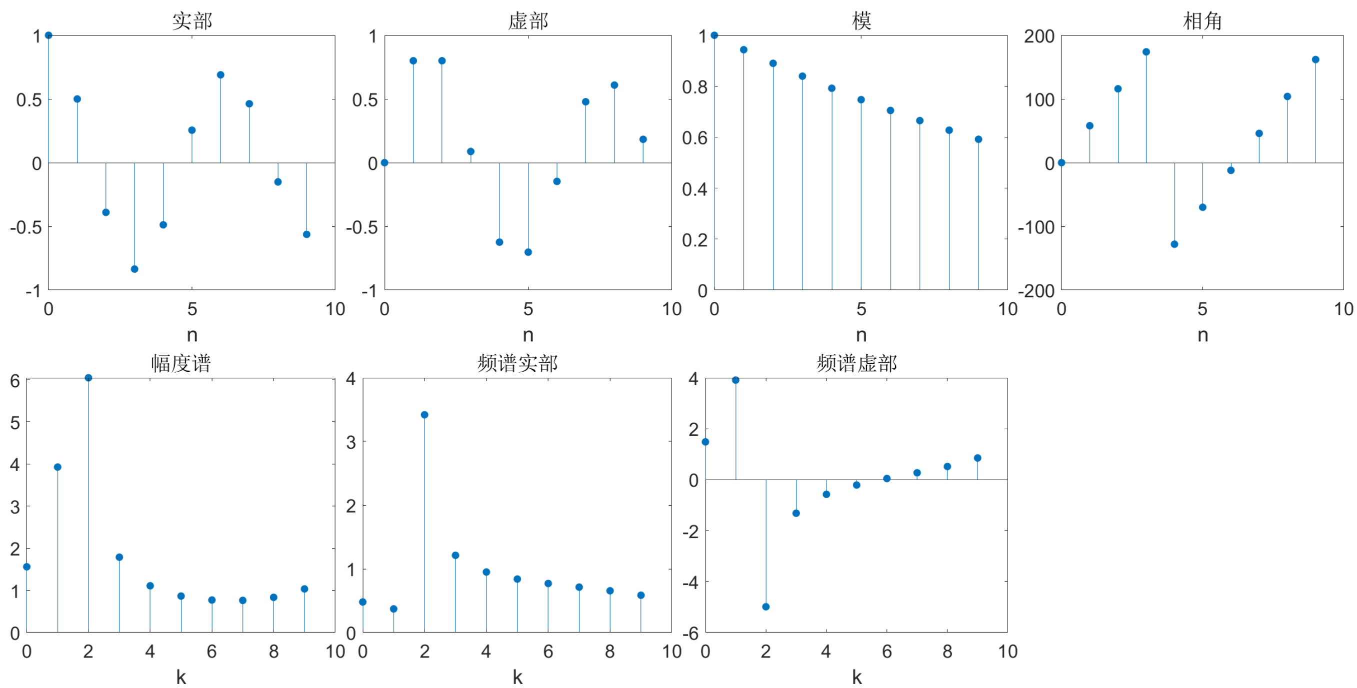


图 4: 复指数序列

由时域图像可知，由于是复指数序列，其实部和虚部呈现出正弦函数的特性。分析频域图像，并未发现明显特点。

1.3　从正弦信号 $x(t) = sin(2\pi ft + delta)$ 抽样得到的正弦序列 $x(n) = sin(2\pi fnT + delta)$。

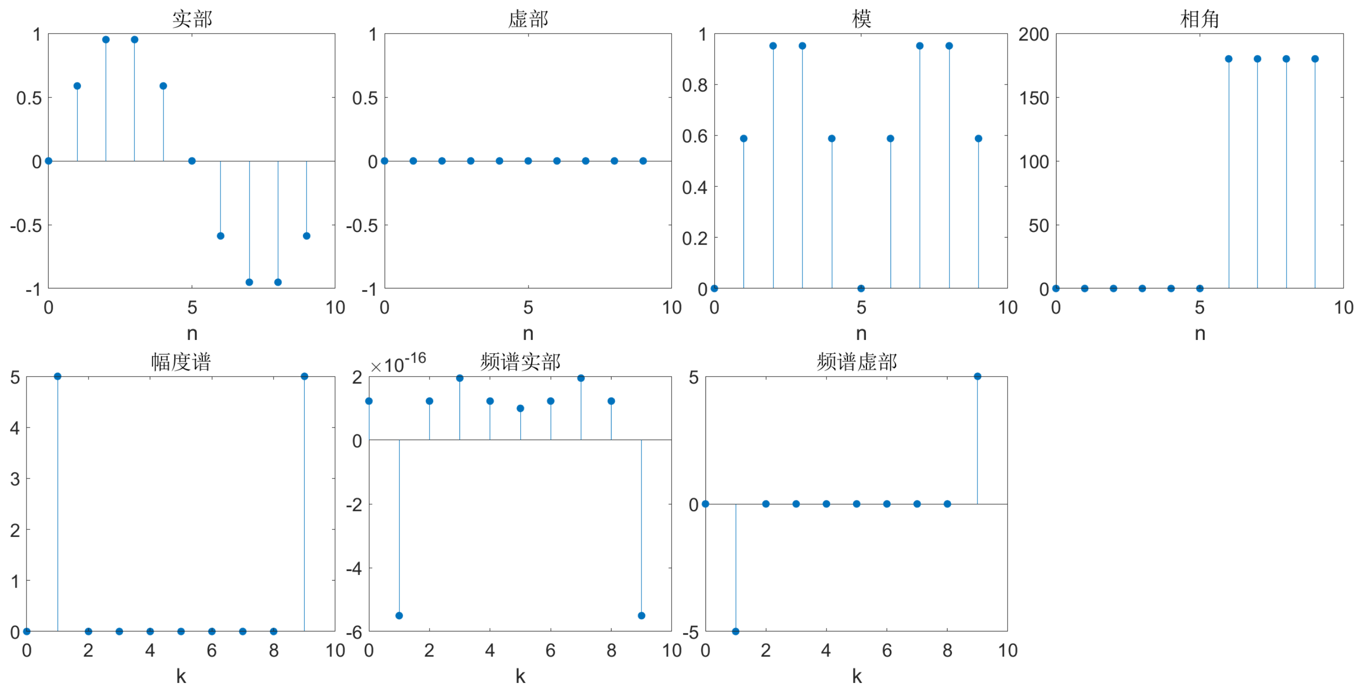


图 5: 正弦函数抽样序列

由时域图可知，此序列为奇对称序列。模为偶对称，且其相位在 x(n) 小于零时为 0，在大于零时为 180°
由频域图可知，由于此序列为奇对称序列，所以其频谱实部趋于零，虚部奇对称。

1.4 从余弦信号 $x(t) = cos(2\pi ft + delta)$ 抽样得到的余弦序列 $x(n) = cos(2\pi fnT + delta)$。

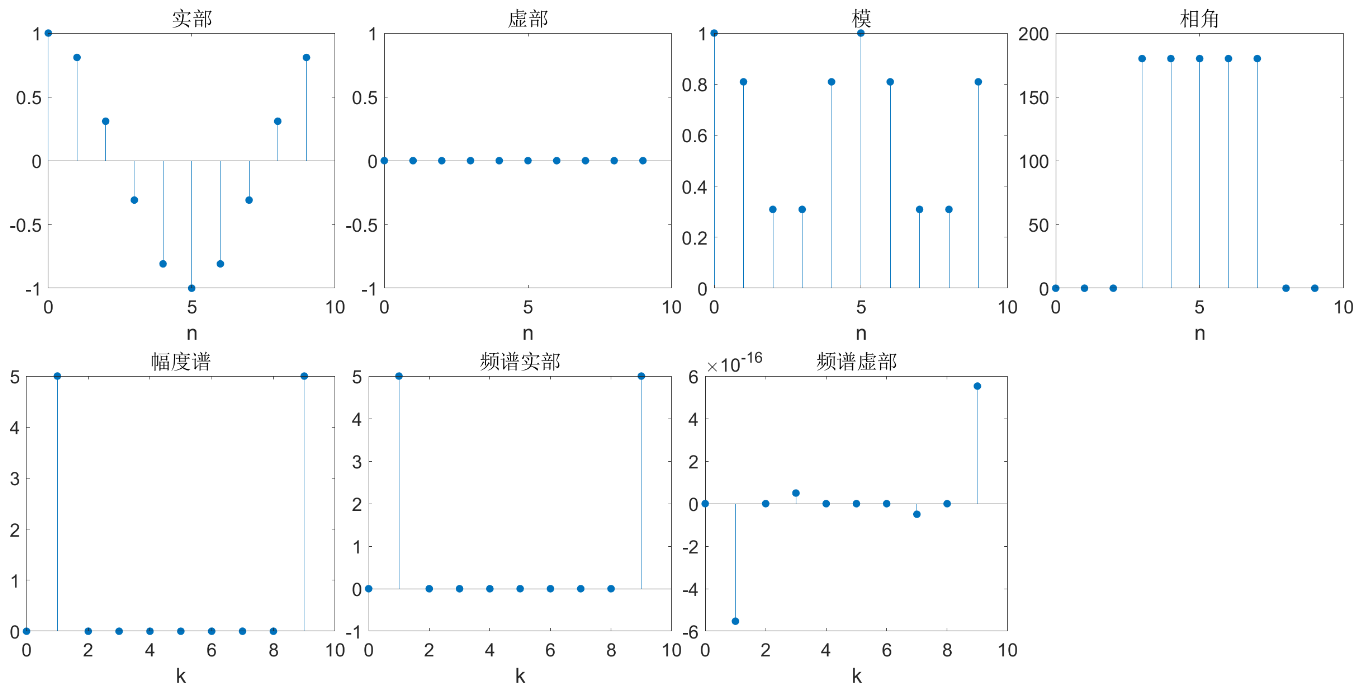
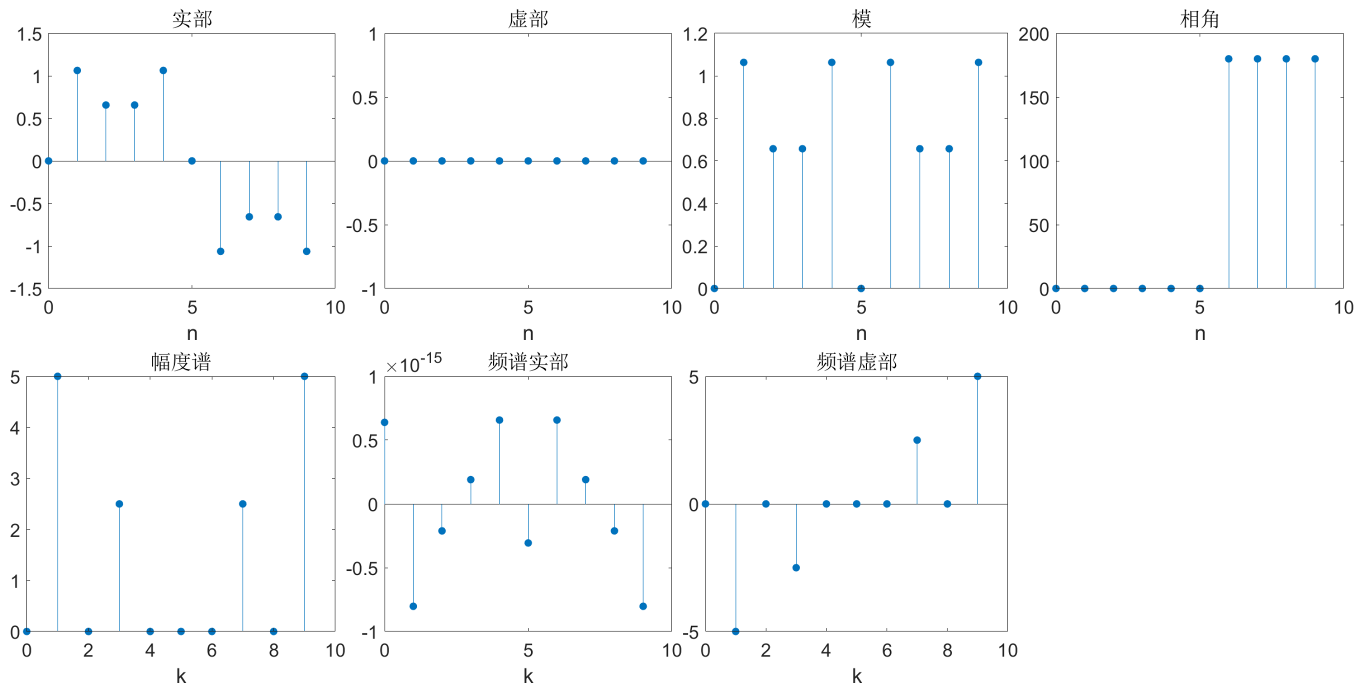
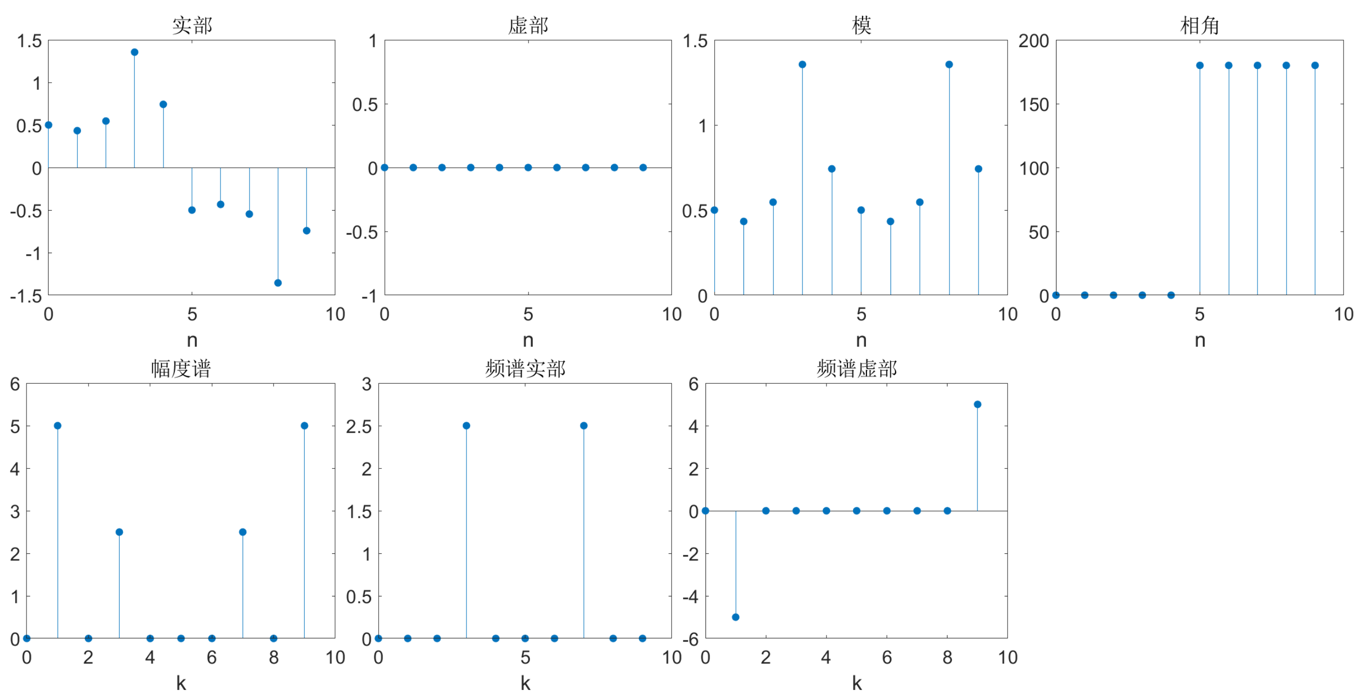


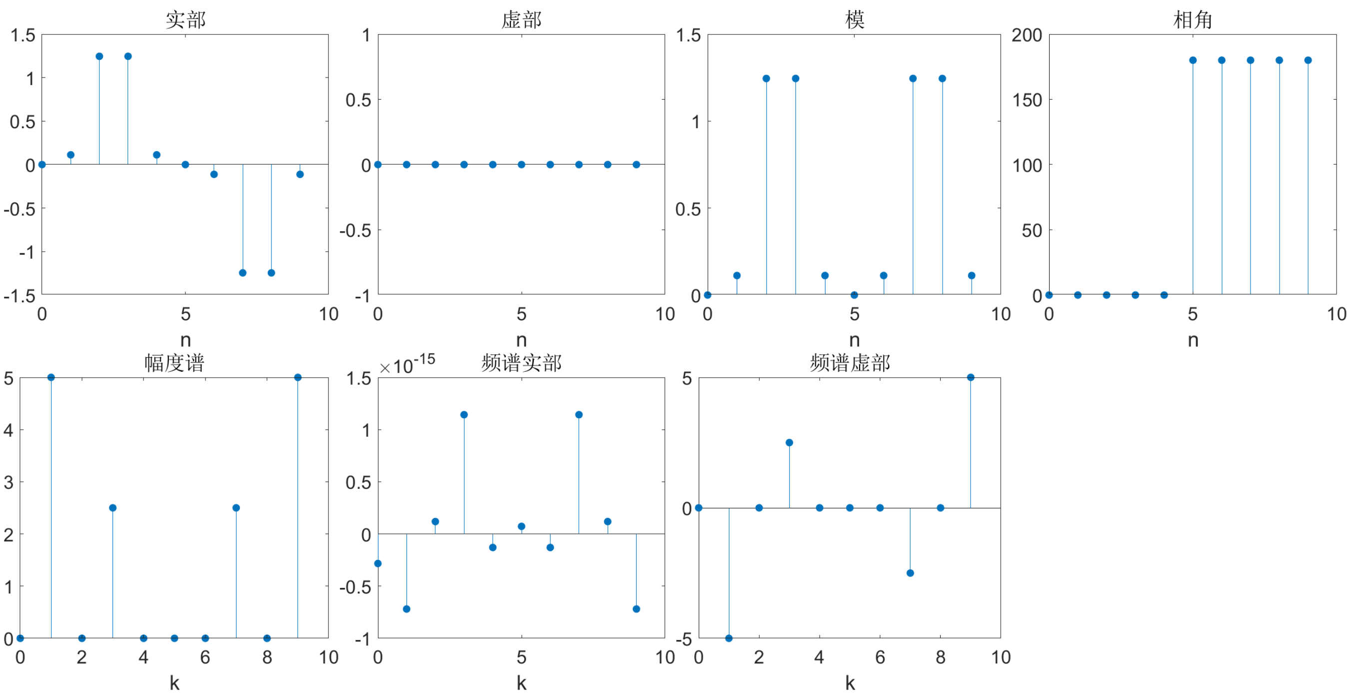
图 6: 余弦函数抽样序列

由时域图可知，此序列为偶对称序列。模为偶对称，且其相位在 x(n) 小于零时为 0，在大于零时为 180° 由频域图可知，因为该序列的对称性，所以频谱的虚部趋于 0。

1.5　含两个频率分量的复合函数序列 $x(n) = sin(2\pi f_1 nT) + delta \times sin(2\pi f_2 nT + phi)$。







此序列为是序列，是一个由频率为 1Hz 和频率为 3Hz 的两个序列复合而成。当 phi 为 90 时，该序列无对称性。当 phi 为 0 和 180 时，该序列为奇序列，虚部奇对称。

2. DFT 物理意义。X(0)、X(1) 和 X(N-1) 的物理意义。

DFT 为一个序列傅里叶变换在 $0 \sim 2\pi$ 上的等距离采样。

X(0)：为信号直流分量频谱值。

X(1)：为信号基频处的幅度和相位。

X(N-1)：为信号于 N-1 次谐波处的幅度和相位。

3. DFT 的主要性质。

3.1 线性

若 $x(n)$ 和 $y(n)$ 的 DFT 为 $X(k)$ 与 $Y(k)$，则 $ax(n)+bx(n)$ 的 DFT 为 $aX(k)$ 与 $bY(k)$。

3.2 反转定理

若 $x(n)$ 的 DFT 结果为 $X(k)$，则 $x((-n))_N$ 的 DFT 为 $X((-k))_N$

3.3 序列的循环位移

若 $x(n)$ 的 DFT 结果为 $X(k)$，$x((n+m))_N$ 的 DFT 为 $W_N^{-km}X(k)$

3.4 对称性

若 $x(n)$ 的 DFT 结果为 $X(k)$，

(1) $x^*(n) \underset{\text{IDFT}}{\overset{\text{DFT}}{\rightleftharpoons}} X^*((-k))_N$
(2) $x^*((-n))_N \underset{\text{IDFT}}{\overset{\text{DFT}}{\rightleftharpoons}} X^*(k)$
(3) $\mathrm{Re}[x(n)] \underset{\text{IDFT}}{\overset{\text{DFT}}{\longrightarrow}} X_{\mathrm{e}}(k)$
(4) $\mathrm{jIm}[x(n)] \underset{\text{IDFT}}{\overset{\text{DFT}}{\rightleftharpoons}} X_{\circ}(k)$
(5) $x_{\mathrm{e}}(n) \underset{\text{IDFT}}{\overset{\text{DFT}}{\rightleftharpoons}} \mathrm{Re}[X(k)]$
(6) $x_{\circ}(n) \underset{\text{IDFT}}{\overset{\text{DFT}}{\longrightarrow}} \mathrm{Im}[X(k)]$
如果 $x(n)$ 为实序列, 那么 (7) $X(k) = X^*((-k))_N$
(8) $\mathrm{Re}[X(k)] = \mathrm{Re}\left[X((-k))_N\right]$
(9) $\mathrm{Im}[X(k)] = -\mathrm{Im}\left[X((-k))_N\right]$
(10) $\arg[X(k)] = -\arg\left[X((-k))_N\right]$

3.5 卷积性

两个序列圆卷积的 DFT 为其 DFT 的乘积。

3.6 帕斯瓦尔定理

$\sum_{n=0}^{N-1} |x(n)|^2 = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} |X(k)|^2$