

# 第六章 数字信号处理中的有限字长效应

---

## 数的表示及其对量化的影响

---

### 定点表示

源码、反码、补码的表示及其范围

### 浮点表示

浮点表示及其范围

### 定点制数的量化

截尾：直接截断

H5 对于正负数源码、反码、补码的误差

舍入：取舍

# A/D变换的字长效应

## 量化误差的统计分析

$$\hat{x} = x(n) + e(n)$$

其中 $x(n)$ 是精确取样,  $e(n)$ 是误差。

### $e(n)$ 的性质:

- 平稳随机
- 与  $x(n)$  无关
- 为白噪声过程
- $\Delta = 2^{-b}$ ,  $b$ 为字长
- 舍入时: 均值  $m_e = 0$ , 方差  $\sigma_e^2 = \frac{\Delta^2}{12}$ 。
- 截尾时: 均值  $m_e = -\frac{\Delta}{2}$ , 方差  $\sigma_e^2 = \frac{\Delta^2}{12}$ 。可以看到截尾存在直流噪声分量, 所以一般不采用。
- 噪声信号的功率:

$$E[e^2(n)] = E^2[e(n)] + E[e(n) - m_e]^2 = m_e^2 + \sigma_e^2 = \sigma_e^2 = \text{直流功率} + \text{交流功率}$$

### 信噪比: 信号功率与噪声功率之比

$$\frac{\sigma_x^2}{\sigma_e^2} = 12 \times 2^{2b} \sigma_x^2$$

$$SNR = 10lg(\frac{\sigma_x^2}{\sigma_e^2}) = 6.02b + 10.79 + 10lg(\sigma_x^2)$$

字长每增加一位, 信噪比提高约6dB。

提高信噪比的途径: 增大输入信号功率; 增加字长。

## 量化噪声通过线性系统

$$\text{输入 } \hat{x}(n) = x(n) + e(n), \text{ 输出 } \hat{y}(n) = y(n) + f(n)$$

其中:

$$y(n) = x(n) * h(n)$$

$$f(n) = e(n) * h(n) = \sum_{m=0}^{\infty} h(m)e(n-m)$$

### 定点舍入时 $f(n)$ 的性质

均值:  $m_f = 0$

方差:

$$\sigma_f^2 = \sigma_e^2 \sum_{m=0}^{\infty} h(m) = \sigma_f^2 = \frac{\sigma_e^2}{2\pi j} \oint_c H(z)H(z^{-1}) \frac{dz}{z} == \frac{\sigma_e^2}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} H(e^{j\omega})H(e^{-j\omega})d\omega$$

### 定点截尾时 $f(n)$ 的性质

均值:  $m_f = m_e \sum_{m=0}^{\infty} h(m)$

方差: