

浙江大学

本科实验报告

离散预校正系统的设计和仿真验证

课程名称： 信号与系统

姓 名： 姚桂涛

学 院： 信息与工程学院

专 业： 信息工程

学 号： 3190105597

指导老师： 胡浩基

2021 年 6 月 26 日

一、问题的提出

数模转换器，又称 D/A 转换器，是把数字量转变成模拟量。在转换过程中，会产生较严重的频谱失真。

而 D/A 转换器可以等效为一零阶保持电路，如果在其后面级联一个重建滤波器，在理想状态下，可以进行模拟信号的恢复。但是，该重建滤波器实际上很难实现。通过 FIR 滤波器，我们可以设计一个 FIR 滤波器与等效的零阶保持电路进行级联，从而实现预校正，解决数模转换是频谱失真的问题。

二、解决问题的原理、技术方案或算法

1. 数学模型

假设输入采样离散信号为 $x[n]$ ，若直接通过一个零阶保持系统 $H_o(j\omega)$ 进行恢复，

$$H_o(j\omega) = T \frac{\sin(\omega T/2)}{\omega T/2}$$

由于 $H_o(j\omega)$ 并非一个理想的滤波器，其频谱图如下图所示，会产生信号频谱失真，而且 $X(e^{j\omega})$ 越远离纵坐标轴时，失真越明显。

为了解决其失真问题，可以在其零阶保持系统 $H_o(j\omega)$ 加一个 $H_r(j\omega)$ ，

$$H_r(j\omega) = \frac{1}{T} \frac{\omega T/2}{\sin(\omega T/2)}, |\omega| < \omega_c$$

使 $H_o(j\omega)$ 与 $H_r(j\omega)$ 级联后等效为一个理想滤波器，因此信号可得到精确恢复，转换过程如下图所示。

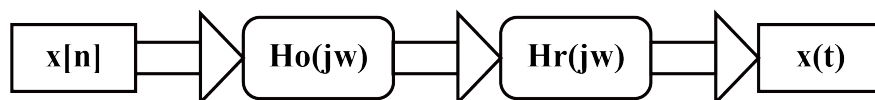


图 1: 连续预校正系统

但是由于连续时间系统 $H_r(j\omega)$ 是非因果系统，并且频率响应两边有上翘，在实际设计中几乎无法实现。所以可以将 $H_r(j\omega)$ 提前作离散化处理，让信号先通过离散数字系统 $H_r(e^{j\omega})$ 然后再通过零阶保持系统 $H_o(j\omega)$ ，这样级联后的系统仍然等效为一个理想滤波器，转换过程如下图所示。

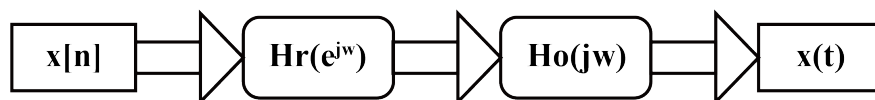


图 2: 离散预校正系统

2. 离散数字滤波器 $H_r(e^{j\omega})$ 的设计

此实验中我们基于 FIR 滤波器的频率采样设计方法，设计离散系统数字滤波器 $H_r(e^{j\omega})$ 。系统的连续系统频率响应的模为（以下分析中暂时忽略 $1/T$ 的增益）：

$$H_r(j\omega) = \frac{\omega T/2}{\sin(\omega T/2)}, |\omega| < \omega_c$$

根据采样序列与原信号的关系有：

$$H_r(e^{j\omega}) = H_r\left(j\frac{\omega}{T}\right) = \frac{\omega/2}{\sin(\omega/2)}$$

对 $H_r(e^{j\omega})$ 进行等间隔采样，得：

$$H_r(m) = H_r(e^{j\omega})|_{\omega=\frac{2\pi m}{N}} = \frac{\pi m/N}{\sin(\pi m/N)}$$

假设是对 $H_r(e^{j\omega})$ 在一个周期内采样 $(2M+1)$ 个点，可得：

$$h_r[n] = \frac{1}{2M+1} \sum_{m=0}^{2M} H_r(m) e^{jmn\frac{2\pi}{2M+1}}$$

若假设采样点很多，即 $2M \gg 1$ ，利用 $H_r(e^{j\omega})$ 的周期性，可得：

$$h_r[n] = \frac{1}{2M} \sum_{m=-M}^M \frac{m\pi/2M}{\sin(m\pi/2M)} e^{jmn/M}$$

当 $m=0$ 时， $h_r[n]$ 化简为：

$$h_r[n] = \frac{1}{M} \left[\frac{1}{2} + \sum_{m=1}^M \frac{m\pi/2M}{\sin(m\pi/2M)} \cos(mn\pi/M) \right]$$

将 $h_r[n]$ 进行离散信号傅立叶变换，并利用 $H(e^{j\omega}) = H(j\frac{\omega}{T})$ 当关系，可得连续频率变量的滤波器频响函数如下：

$$H_r'(j\omega) = H_r'(e^{j\omega T}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} h_r[n] e^{-jn\omega T} \approx \sum_{n=-N}^N h_r[n] e^{-jn\omega T}$$

当 N 足够大时， $H_r'(j\omega)$ 可简化为：

$$H_r'(j\omega) = h[0] + 2 \sum_{n=1}^N h_r[n] \cos n\omega T$$

是非因果系统，但是根据 FIR 滤波器的特点，由于 $h_r[n]$ 两边都趋向于零，只需将 $h_r[n]$ 信号截取一段然后作适当的平移即可将系统改为因果系统，这样处理后对冲激信号的频谱幅值是无影响的，仅是在相位上有一个线性叠加。延时后得到的是一个有恒定群延时的因果滤波器。

三、 实验/仿真验证

利用 Matlab 软件对设计出的滤波器和系统进行仿真，并且进行信号重建实验。

仿真中输入测试信号如图 3 所示，其频谱 $\omega_m = 5$ ，采样周期 $T = 0.5$ ， $\omega_s = 4\pi > 2\omega_m$ ，满足采样定理。

图 4 是利用公式 $H_r(j\omega) = \frac{\omega T/2}{\sin(\omega T/2)}$ 画出的理想的连续时间系统的频率响应图。

图 5 是利用公式 $H_r'(j\omega) = h[0] + 2 \sum_{n=1}^N h_r[n] \cos n\omega T$ 画出的离散数字系统的频率响应图。

比较两个图，可以看到，在 $-\frac{\omega_s}{2} \sim \frac{\omega_s}{2}$ 范围内发现两条曲线比较吻合。

将 $H_o(j\omega)$ 和 $H_r'(j\omega)$ 级联（相乘），得到重建后的理想滤波器 $H(j\omega)$ 如图 6 所示，可以看到在 $-\frac{\omega_s}{2} \sim \frac{\omega_s}{2}$ 范围内滤波器的增益非常接近 1，效果很好。

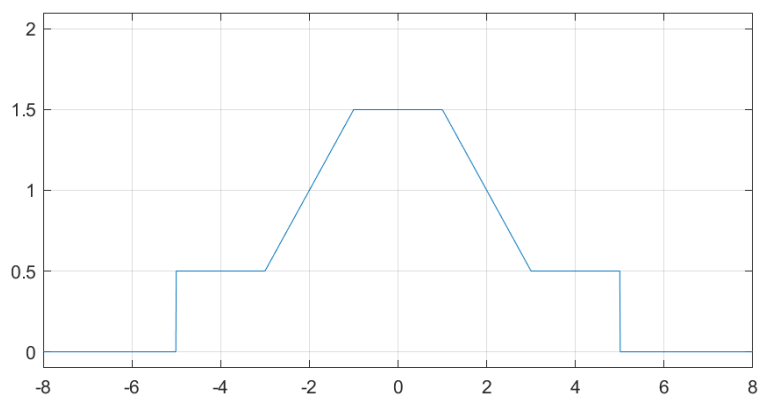


图 3: 输入测试信号

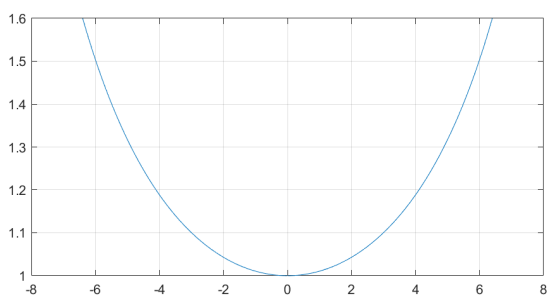
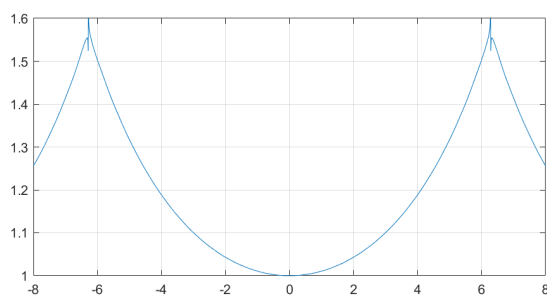
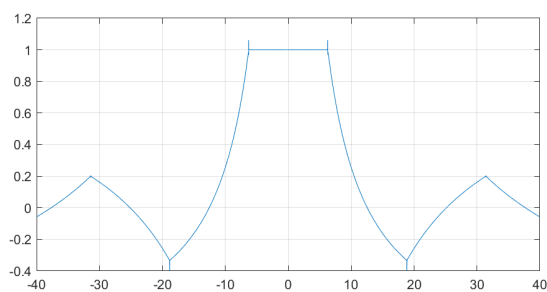
图 4: 理想的矫正滤波器 $H(jw)$ 图 5: 重建后的 $H_r'(jw)$ 

图 6: 重建后的联合滤波

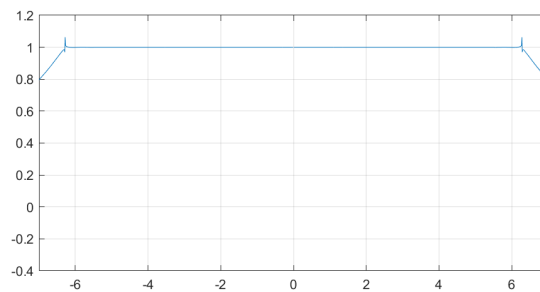


图 7: 重建后的联合滤波局部放大

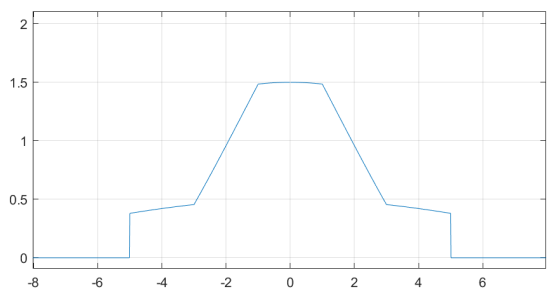


图 8: 未矫正重建输入信号

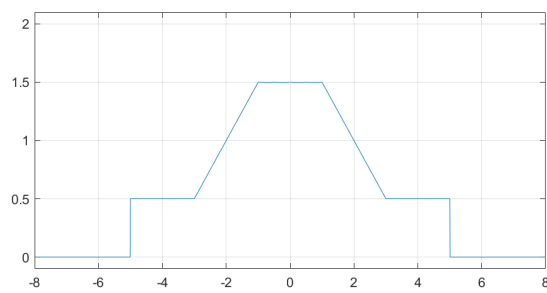


图 9: 矫正后重建输入信号

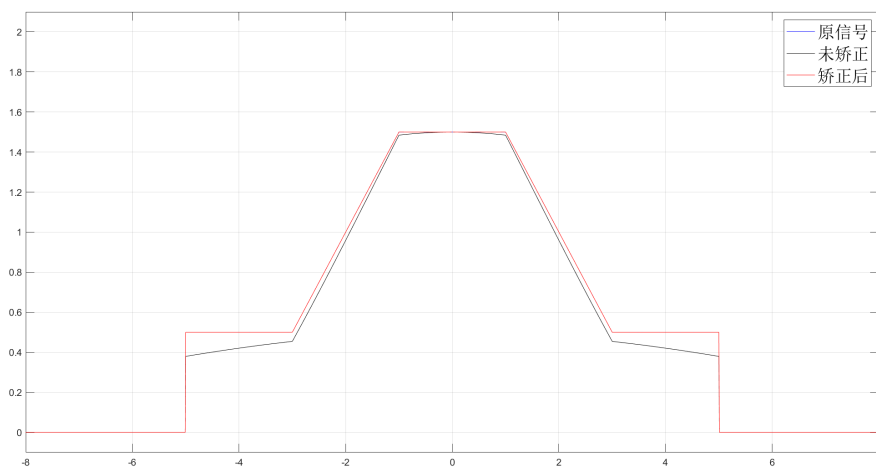


图 10: 对比图

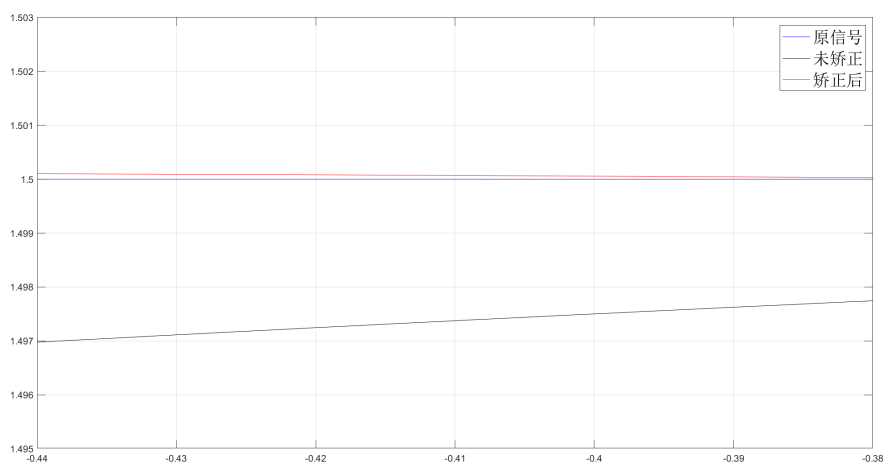


图 11: 对比图-局部放大

而对比直接用零阶保持系统 $H_o(j\omega)$ 恢复的信号（图 8：未校正的重建输入信号）和通过将 $H_o(j\omega)$ 和 $H_r'(j\omega)$ 级联（相乘），得到重建后的理想滤波器恢复的信号（图 9：校正后重建输入信号），如图 10，可以看到校正后重建输入信号和输入信号非常吻合，从局部放大图（图 11）来看差距也非常小。说明设计成功。

四、 结论和心得

从仿真结果可以看出，设计的基于 FIR 滤波器的预校正系统，很好地重建了信号，解决了数模转换中频谱失真问题。

通过本次大作业，我对 FIR 滤波器的认识更加深入了。同时对 Matlab 软件的使用也更加熟练。

五、 实验设计代码

主程序

```
1 close all;
2
3 w = -90:0.01:90;          % w
4 T = 0.5;                  % 采样周期
5
6 % 测试信号
7
8 y = 0.5.*(w>=-5 & w<-3)+(0.5*w + 2).*(w>=-3 & w<-1)+1.5.*(w>=-1 & w<1)+(-0.5*
    w + 2).*(w>=1 & w<3)+0.5.*(w>=3 & w<=5);
9 y = abs(y);
10 %
11
12 How = Hw(w,T);           % 零阶保持频谱
13 H1w = Hw2(w,T);          % 理想的矫正滤波器Hr(jw)
14 H1w_new = Hrw(w,T);      % 重建后的矫正滤波器频谱Hr'(jw)
15 Hjw = How .* H1w_new ./ T; % 联合H(jw), 重建后的联合滤波
16 x1w = y .* How ./T;      % 未矫正频域直接D/A输出
17 x2w=y.*Hjw;              % xw重建矫正滤波器后的频域波形
18
19 figure(1);
20 % 输入测试信号
21 subplot(2,2,1);plot(w,y); axis([-8 8 -0.1 2.1]);grid on;
22 % 理想的矫正滤波器H(jw)
23 subplot(2,2,2);plot(w,H1w); axis([-8 8 1 1.6]);grid on;
24 % 重建后的Hr'(jw)
25 subplot(2,2,3);plot(w,H1w_new); axis([-8 8 1 1.6]);grid on;
26 % 重建后的联合滤波
27 subplot(2,2,4);plot(w,Hjw); axis([-7 7 -0.4 1.2]);grid on;
28
29 figure(2);
30 % 未矫正重建输入信号
31 subplot(2,2,1);plot(w,x1w);axis([-8 8 -0.1 2.1]);grid on;
32 % 矫正后重建输入信号
33 subplot(2,2,2);plot(w,x2w);axis([-8 8 -0.1 2.1]);grid on;
34
35 figure(3);
36 % 对比图
37 plot(w,y,'b','linewidth',0.5);axis([-8 8 -0.1 2.1]);grid on;hold on;
38 plot(w,x1w,'k','linewidth',0.5);axis([-8 8 -0.1 2.1]);grid on;hold on;
39 plot(w,x2w,'r','linewidth',0.5);axis([-8 8 -0.1 2.1]);grid on;hold on;
40 l1 = legend('原信号','未矫正','矫正后');
41 set(l1,'FontSize',18);
42
43 figure(4);
44 % 局部放大图
45 plot(w,y,'b','linewidth',0.5); axis([-0.44 -0.38 1.495 1.503]);grid on;hold on;
46 plot(w,x1w,'k','linewidth',0.5);axis([-0.44 -0.38 1.495 1.503]);grid on;hold on;
47 plot(w,x2w,'r','linewidth',0.5);axis([-0.44 -0.38 1.495 1.503]);grid on;hold on;
48 l2 = legend('原信号','未矫正','矫正后');
```

```
49 set(l2,'FontSize',18);
```

零阶保持系统 $H_o(jw)$

```
1 % 零阶保持系统Ho(jw)
2 function H = Hw(w,T)
3     H = T .* sin(w .* T ./ 2) ./ (w .* T ./ 2);
4 end
```

理想的矫正滤波器 $H_r(jw)$

```
1 % 理想的矫正滤波器Hr(jw)
2 function H = Hw2(w,T)
3     H = (w.*T./2)./(sin(w.*T./2));
4 end
```

$h_r[n]$

```
1 % hr[n]
2 function h = hrn(n)
3     sum = 0;
4     M = 10000;
5     for m = 1:1:M
6         sum = sum + ((m.*pi./(2.*M))./(sin(m.*pi./(2.*M)))).*cos(m.*n.*pi./M));
7     end
8     h = (1./M).*(1/2 + sum);
9 end
```

重建后的 $H'_r(j\omega)$

```
1 % 重建后的 Hr'(jw)
2 function H = Hrw(w,T)
3     sum = 0;
4     N = 5000;
5     for n = 1:1:N
6         sum = sum + hrn(n).*cos(n.*w.*T);
7     end
8     H = hrn(0) + 2.*sum;
9 end
```