

§ 7.6 正交频分复用调制 (OFDM)

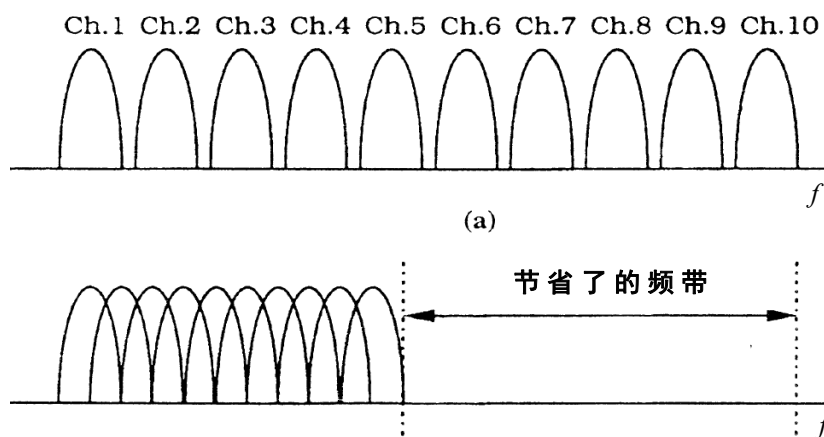
单载波调制：把数据流所构成的基带信号去调制一个载波。

多载波调制：先把高速数据流经串并变换转换成一组低速数据流，然后各自去调制相应载波，并行传输。

多载波调制，也称为多音调调制。通常的频分复用 (FDM) 就是多载波调制。**正交频分复用调制 (OFDM)** 是一种特殊的多载波调制方式。

正交频分复用调制与传统的频分复用的区别：

1、OFDM方式允许各子信道频谱重叠；



2. 为了防止各子信道之间的串扰，OFDM要求各子载波相互正交；

3. OFDM可以利用离散Fourier变换 (DFT) 来实现其调制和解调；

OFDM的优点：

1. OFDM把数据流分成多个低码率的子数据流，用这些低码率子数据流去调制相应的子载波。这样使被传输的符号的持续时间展宽，有利于减少码间干扰（ISI）；
2. 由于整个信道频带被分成一系列子频带，所以窄带干扰只影响其中一个或少数几个子信道，对于大多数子信道没有影响，因而OFDM减轻了窄带干扰和频率选择性干扰的影响；
3. 通过自适应技术可使受干扰轻的子信道传输较高的码率，受干扰严重的子信道传输低的码率、或者干脆不传输任何信息，这样可以充分利用信道容量，实现信息论中的灌水原则。

OFDM有许多优良性能，使得它在通信中，特别在宽带传输中，如DVB、DAB、ADSL、无线局域网和无线广域网中获得广泛应用。

3/19

OFDM的某些缺点：

1. 对于同步有更高要求；
载波频偏会影响子载波间正交性
相位噪声会导致码源星座点的旋转、扩散
2. OFDM是多路载波的合并传输，故有时多路子载波同相合并，增强了信号幅度，有时反相合并会抵消了信号幅度，所以OFDM信号的幅度起伏较大，造成信号峰均比较大，使得OFDM对于功率线性放大提出了严格要求。

4/19

7.6.1 OFDM的基本模型与DFT实现

一般OFDM的每个子载波采用PSK调制或QAM调制。令 N 表示子载波数目， T 表示OFDM符号的有效持续时间， d_i 表示第 i 个子信道上传输的复数数据符号， $f_i = f_c + \frac{i}{T}$ 是第 i 个子载波的频率， $p(t)$ 为矩形脉冲波形，即

$$p(t) = \begin{cases} 1 & 0 \leq t \leq T \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$$

从时刻 t_s 开始的一个OFDM符号为

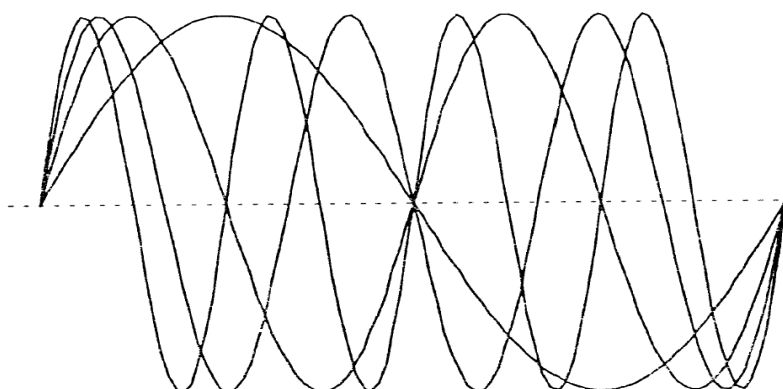
$$s(t) = \operatorname{Re} \left\{ \sum_{i=0}^{N-1} d_i p(t-t_s) \exp \{ j 2 \pi f_i (t-t_s) \} \right\}, \quad t_s \leq t \leq t_s + T$$

相应的复数等效基带信号可表示为：

$$s_{eq}(t) = \sum_{i=0}^{N-1} d_i p(t-t_s) \exp \left\{ j 2 \pi \frac{i}{T} (t-t_s) \right\}, \quad t_s \leq t \leq t_s + T$$

5/19

图中表示组成OFDM信号的4个子载波。在实际系统中各子载波的幅度和相位往往是不相同的。但在一个OFDM的有效符号时间 T 中都包含了每个子载波的整数个周期，而且相邻子载波在一个OFDM有效符号时间中相差一个周期。



6/19

子载波的正交性，及解调：

由于OFDM子载波之间的正交性，即

$$\frac{1}{T} \int_0^T \exp \left\{ j \left(\frac{2\pi n t}{T} + \varphi_n \right) \right\} \cdot \exp \left\{ -j \left(\frac{2\pi m t}{T} + \varphi_m \right) \right\} dt = \begin{cases} 1 & m = n \\ 0 & m \neq n \end{cases}$$

所以OFDM接收机对第 k 个子载波解调为，

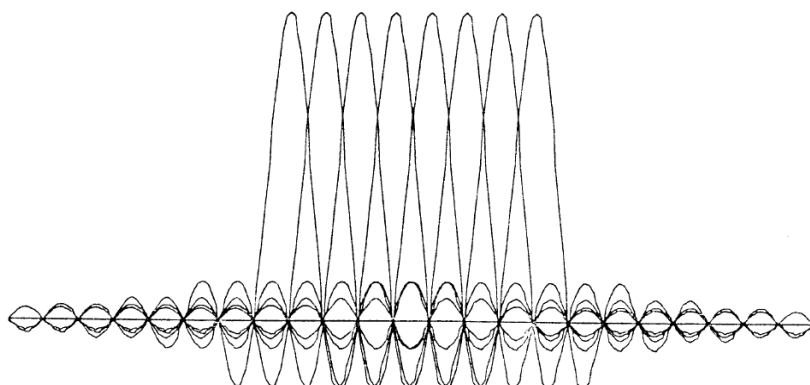
$$\hat{d}_k = \frac{1}{T} \int_{t_s}^{t_s+T} \exp \left\{ -j \frac{2\pi k}{T} (t - t_s) \right\} \cdot \sum_{i=0}^{N-1} d_i \exp \left\{ j \frac{2\pi i}{T} (t - t_s) \right\} dt = d_k$$

于是其它的子载波对于解调子载波不造成干扰。

7/19

OFDM信号的频谱：

OFDM信号的频谱可看成是周期为 T 的矩形脉冲波形的频谱与各子载波频率上的 δ 函数 $\left(\sum_{i=0}^{N-1} \delta(f - f_i) \right)$ 的卷积。



8/19

用离散Fourier逆变换（IDFT）构成 OFDM基带信号：

采样点

对复数等效基带信号(7.6.3)以时间间隔 $\varepsilon = T/N$ 采样，得到

$$s_k = s_{eq}(k\varepsilon) = s_{eq}\left(\frac{kT}{N}\right) = \sum_{i=0}^{N-1} d_i \exp\left\{j \frac{2\pi i k}{N}\right\}, \quad 0 \leq k \leq N-1$$

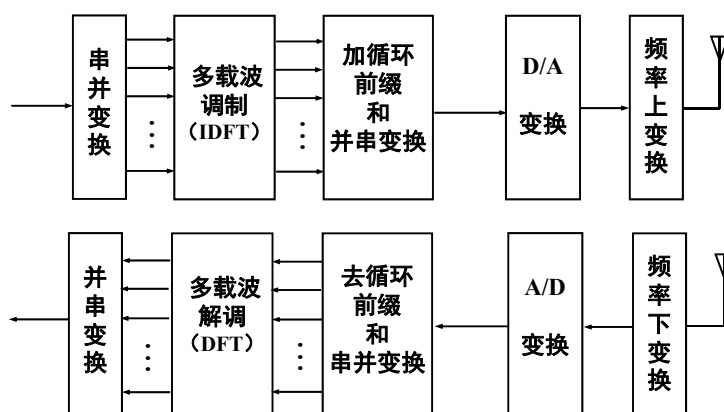
表示 $\{s_k\}$ 是对 $\{d_i\}$ 进行IDFT运算的结果。反过来在接收端为了恢复出数据 $\{d_i\}$ ，可以对 $\{s_k\}$ 进行反变换，即DFT变换：

$$d_i = \sum_{k=0}^{N-1} s_k \exp\left\{-j \frac{2\pi i k}{N}\right\}, \quad 0 \leq i \leq N-1$$

OFDM的调制和解调可以由IDFT和DFT来完成。通过N点IDFT运算把频域数据符号 d_i 变换成时域数据符号 s_k ，然后经过加循环前缀、并串变换和数模变换转换成时域波形，再经过频率上搬移到射频，发送出去。在接收端进行相应的逆变换。

9/19

OFDM的调制，解调系统方框图



在OFDM系统的实际运用中，可采用更方便、更快捷的IFFT/FFT。

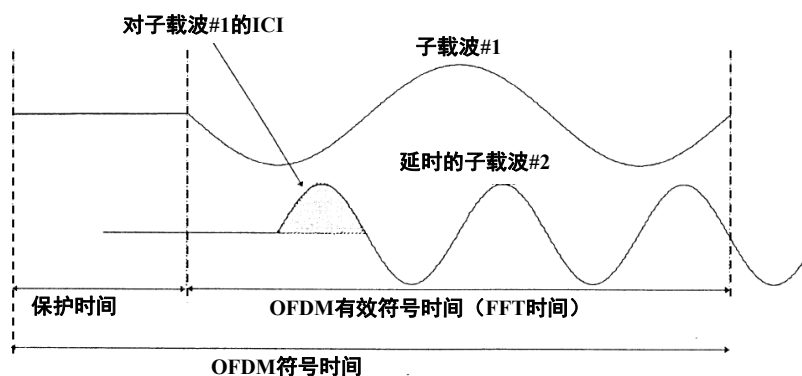
10/19

7.6.2 保护时间与循环前缀

为了最大限度地消除码间干扰（ISI），可以在OFDM符号之间加入保护时间 Δ 。保护时间的长度要大于预期的多径信道最大时延扩展。在保护时间中，OFDM系统完全不传输数据，它是一段空白。这样使得一个符号的多径时延分量不会干扰后继符号。加上保护时间后的OFDM符号时间长度为 $T_s = T + \Delta$ ，其中OFDM的积分时间（即IDFT/DFT时间）仍为 T （有效符号时间），相邻子载波频率间隔仍为 $1/T$ 。

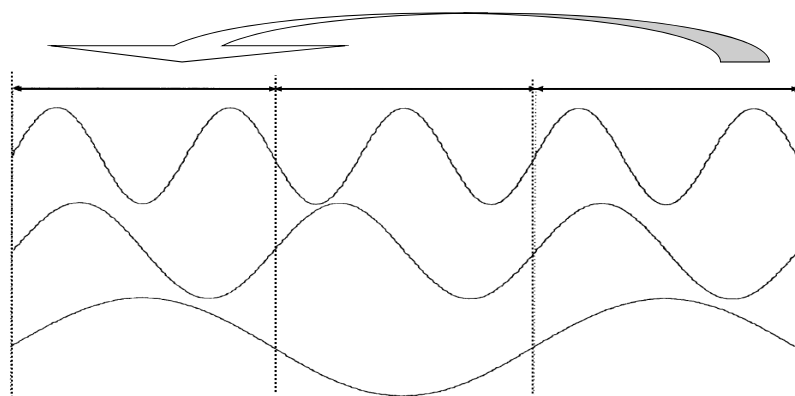
11/19

空白的保护时间虽然能够消除多径展宽引起的码间干扰，但使子载波之间的正交性被破坏，产生子载波之间的串扰，即产生信道间干扰（ICI）。



12/19

为了消除子信道之间的串扰，OFDM采用在**原来空白保护时间中加循环前缀**的方法。如图7.6.6所示，把OFDM符号的后面一段波形复制到原来空白保护时间中。由于OFDM有效时间 T 中包含了子载波的整数周期，所以这样加循环前缀不会在拼接处造成相位的突变。



13/19

设经过IDFT的OFDM时域数据为：

$$s_k = IDFT\{d_i\} = \sum_{i=0}^{N-1} d_i \exp\left\{j \frac{2\pi i k}{N}\right\}, \quad 0 \leq k \leq N-1$$

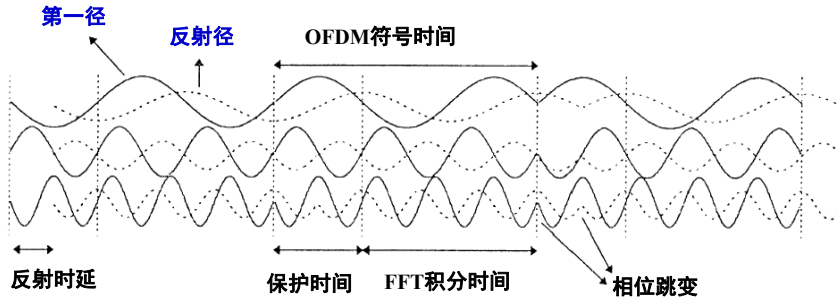
则加循环前缀后的OFDM符号为：

$$x_k = \begin{cases} s_{k+N} & k = -m, -m+1, \dots, -1 \\ s_k & k = 0, 1, 2, \dots, N-1 \end{cases}$$

其中 $m = \frac{\Delta}{T} \cdot N$ 为循环前缀的长度。

14/19

多径传播对OFDM符号的影响



虚线是实线信号的时延复制品。OFDM的各子载波经过BPSK调制，在符号边界处可能发生相位跳变，对于虚线来说，这种相位跳变只能发生在实线信号的相位跳变之后。由于多径延时小于保护时间，所以可以保证在DFT的运算时间长度 T 中，不会发生信号相位的跳变。这不影响子载波之间的正交性。

15/19

7.6.3 OFDM的符号检测与功率谱

假定多径传输信道的最大时延不超过保护时间长度 Δ ，OFDM信号有 N 个子载波，时间分辨率为 $\varepsilon = T/N$ ，所以可以分辨的多径数目为 $m+1$ ，其中 $m = \frac{\Delta}{\varepsilon} = \frac{\Delta}{T} \cdot N$ 。于是多径传输信道的脉冲响应可写成：

$$h(t) = \sum_{i=0}^m h_i \delta(t - i\varepsilon) \longleftrightarrow H(f) = \sum_{i=0}^m h_i e^{-j2\pi i\varepsilon \cdot f}$$

在子载波频率 $f_k = k/T$ 上的信道衰落的频率响应为：

$$H_k = H\left(\frac{k}{T}\right) = \sum_{i=0}^m h_i e^{-j2\pi i k / N}$$

OFDM接收机接收到的等效基带信号为：

$$r_{eq}(t) = s_{eq}(t) \otimes h(t) + n(t)$$

接收到信号经A/D变换及去除循环前缀后，得到受扰的时域数据 $\{y_k\}$ ，

进行DFT变换得到频域数据

$$\hat{d}_k = DFT\{y_k\} = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} y_k \cdot e^{-j2\pi k \cdot n / N}, \quad k = 0, 1, \dots, N-1$$

16/19

循环前缀长度大于最大时延，**不考虑OFDM的码间干扰和信道间干扰**，

$$\hat{d}_k = d_k \cdot H_k + w_k \quad (7.6.15)$$

w_k 是高斯噪声的Fourier变换，仍然是高斯噪声。必须对信道频率响应 H_k 进行估计和补偿。一般通过在每个子载波信道上周期地传递已知调制序列（即训练序列）或无调制导频序列来完成对信道的估计。

第 k 个子载波信道的信噪比：

$$SNR_k = \frac{TP_k |H_k|^2}{\sigma_{nk}^2}$$

由式(7.6.15)，接收机对第 k 个子信道仅需要乘常数

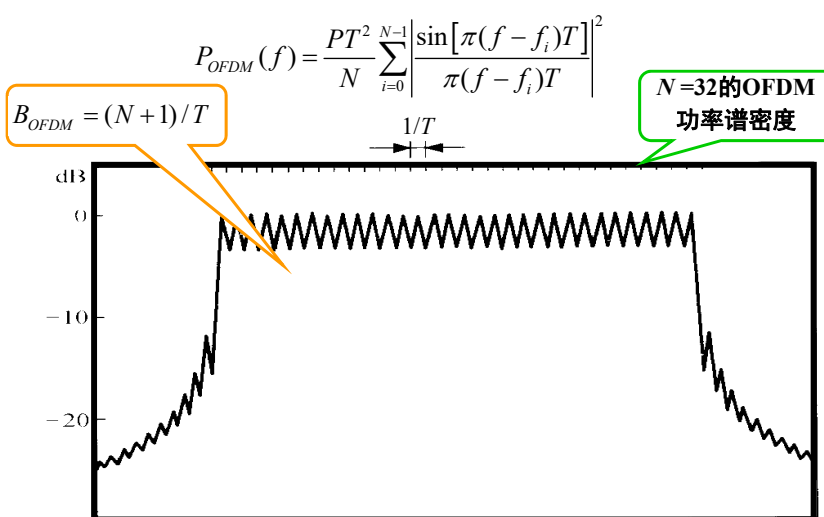
$$C_k = 1/H_k$$

对于**采用最小均方误差准则的接收机**，对第 k 个子信道需要乘上

$$C_k = \frac{H_k^*}{|H_k|^2 + \sigma_n^2 / \sigma_s^2}$$

17/19

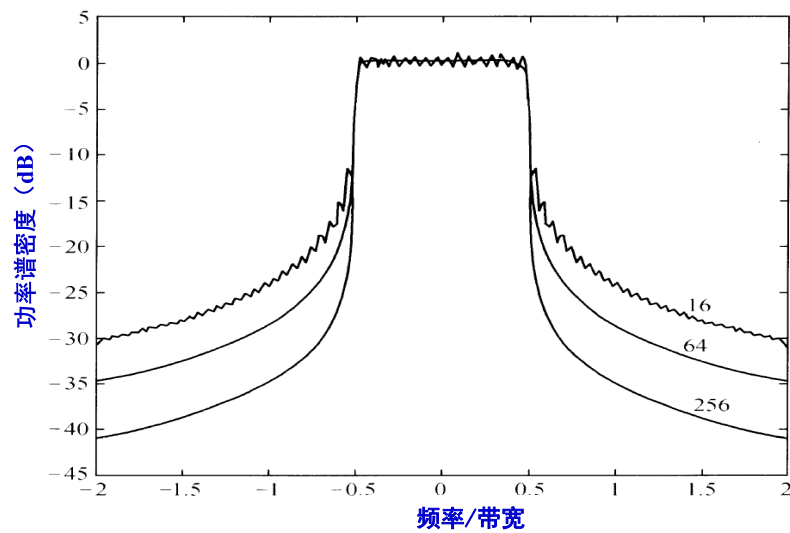
OFDM信号的功率谱（当各子载波分配到相同功率时）



$$\text{频带利用率: } \eta_{OFDM} = \frac{N \cdot \log_2 M}{T} / B_{OFDM} = \frac{N}{N+1} \log_2 M, \text{ bit/Hz/s}$$

18/19

对OFDM信号采用“加窗”技术可使带外功率谱密度下降得更快，“加窗”意味着不采用矩形脉冲加权，采用其它形状的脉冲加权，使得OFDM符号的幅度在边界处平滑地下降到零。常用的“窗”类型有升余弦窗等。



19/19