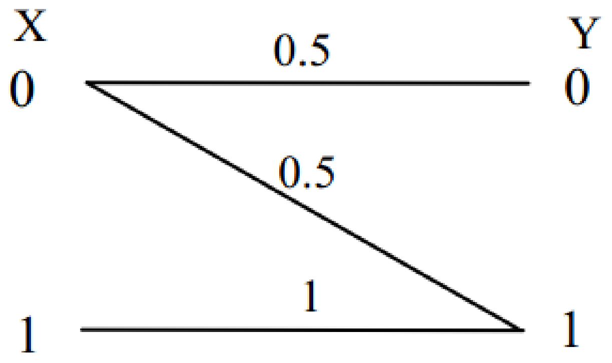
通信原理习题Ch1-5

& 随堂测试1-2

- 1-1 某个信源输出取A、B、C 和D 等4 个值，设每个符号独立取值，相应概率分别为1/2, 1/4, 1/8,1/8。求每个输出符号的平均信息量。

$$H(X) = -\sum_{x_i} p(x_i)\log_2 p(x_i) = -\frac{1}{2}\log_2\frac{1}{2} - \frac{1}{4}\log_2\frac{1}{4} - 2\times\frac{1}{8}\log_2\frac{1}{8} = \frac{7}{4}\ \text{bit}$$

- 1-3 信源以相等概率输出二进制数字“0”和“1”，在信道传输过程中“0”错成“1”的概率为1/2，而“1”不会错成“0”，求从信道收到1 位二进制数字对发送数字提供多少信息。



$$P(Y=0) = P(X=0)P(Y=0\,|\,X=0) + P(X=1)P(Y=0\,|\,X=1) = \frac{1}{4}$$

$$P(Y=1) = 1 - P(Y=0) = \frac{3}{4}$$

$$I(X;Y) = I(Y;X) = H(Y) - H(Y\,|\,X)$$

P7

$$= -\frac{1}{4}\log_2\frac{1}{4} - \frac{3}{4}\log_2\frac{3}{4} + \frac{1}{2}\left(2\times\frac{1}{2}\log_2\frac{1}{2}\right)$$

$$= 0.3113\ \text{bit}$$

- 1-5 设一个信源输出四进制等概率符号，其码元宽度为125us，求其码元速率和信息速率。

$$R_{\mathrm{B}} = 1/125\times10^{-6} = 8000\ \text{Baud}$$

P11

$$R_b = R_B \log_2 4 = 16000\ \text{bit/s}$$

- 2-3 一个带宽为50 Hz 的低通信号$x(t)$以奈奎斯特速率抽样，抽样值$x(nT_s)=\begin{cases}-1, & -4\le n<0\\ 1, & 0<n\le 4\\ 0, & 其他\end{cases}$
  (1) 确定$x(0.005)$;
  (2) 此信号是功率型信号还是能量型信号？确定其功率或能量值。

(1) $T_s = 1/(2\times50) = 0.01$

根据采样定理：

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(kT_s)\,\mathrm{sinc}\left[\frac{1}{T_s}(t-kT_s)\right]$$

$$x(0.005) = \sum_{k=0}^{4}[\mathrm{sinc}(0.5-k) - \mathrm{sinc}(0.5+k)]$$

$$= \mathrm{sinc}(-0.5) - \mathrm{sinc}(4.5) = 0.5659$$

(2) 是能量有限型信号，由于$\{\mathrm{sinc}(t-kT_s), k=0,\pm1,\cdots\}$是正交规范基，所以我们只考虑 k=1 时的信号能量 E_1，则 E=8 E_1

根据巴赛瓦尔公式，

$$E_1 = \int_{-\infty}^{\infty} \left|\mathrm{sinc}[2W(t-T_s)]\right|^2 dt = \int_{-\infty}^{\infty} |X(f)|^2 df\ ,$$

其中 $X(f)$ 是 $\mathrm{sinc}[2W(t-T_s)]$的傅里叶变换，则

P22

$$X(f) = \begin{cases}\dfrac{1}{2W}\exp\{j2\pi T_s f\} & |f|<W\ ,\\ 0 & 其他\end{cases}$$

于是，$E_1 = \int_{-\infty}^{\infty} |X(f)|^2 df = \int_{-W}^{W}\left(\frac{1}{2W}\right)^2 df = \frac{1}{2W} = \frac{1}{100}$，所以 E=8/100

- 2-7 证明：信号$x(t)$及其Hilbert变换是正交的，即下列关系式成立：

$$\int_{-\infty}^{\infty} x(t)\hat{x}(t)\mathrm{d}t = 0$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty}[x(t)+\hat{x}(t)]^2 dt = \int_{-\infty}^{+\infty}\left[X(f)+\hat{X}(f)\right]^2 df$$ Parseval′s theorem

$$\Rightarrow \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)^2 dt + \int_{-\infty}^{+\infty}\hat{x}(t)^2 dt + 2\int_{-\infty}^{+\infty} x(t)\hat{x}(t)dt = \int_{-\infty}^{+\infty} X(f)^2 df + \int_{-\infty}^{+\infty}\hat{X}(f)^2 df + 2\int_{-\infty}^{+\infty} X(f)\hat{X}(f)df$$

$$\Rightarrow \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)\hat{x}(t)dt = \int_{-\infty}^{+\infty} X(f)\hat{X}(f)df$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} X(f)\hat{X}(f)df = \int_{-\infty}^{+\infty} X(f)^2 j\mathrm{sgn}(f)df = 0 \ (\text{奇函数})$$

- 2-10-(4) 求信号 $s(t)=(1+A\cos 2\pi ft)\cos(2\pi f_0 t) \quad f << f_0$ 的Hilbert 变换、解析信号和复包络：

$$s(t)=(1+A\cos 2\pi ft)\cos(2\pi f_0 t)=\cos(2\pi f_0 t)+A\cos 2\pi ft\cos(2\pi f_0 t)$$

$$\hat{s}(t)=\sin(2\pi f_0 t)+A\cos 2\pi ft\sin(2\pi f_0 t)$$

$$z(t)=s(t)+j\hat{s}(t)=e^{j2\pi f_0 t}+A\cos 2\pi fte^{j2\pi f_0 t}$$ 例 2.1.8

$$s_l(t)=z(t)e^{-j2\pi f_0 t}=1+A\cos 2\pi ft$$

- 2-11带通信号$x(t)$ = sinc(t) cos(2πf_0t)通过具有脉冲响应$h(t)$ = sinc^2(t)sin(2 π f_0t)的带通滤波器。利用输入信号和脉冲响应的低通等效表示式，找出输出信号的低通等效表示式，并由此确定输出信号$y(t)$。

$$x(t)=\mathrm{sinc}(t)\cdot\cos 2\pi f_0 t \Rightarrow \hat{x}(t)=\mathrm{sinc}(t)\cdot\sin 2\pi f_0 t$$

$$\boxed{x_l(t)=\mathrm{sinc}(t)}$$

$$h(t)=\mathrm{sinc}^2(t)\cdot\sin 2\pi f_0 t \Rightarrow \hat{h}(t)=-\mathrm{sinc}^2(t)\cdot\cos 2\pi f_0 t$$

$$\boxed{h_l(t)=\mathrm{sinc}^2(t)e^{-j\frac{\pi}{2}}}$$

$$y(t)=\mathrm{Re}\left[y_l(t)e^{j2\pi f_0 t}\right]$$

其中 $\boxed{y_l(t)=\frac{1}{2}x_l(t)\otimes h_l(t))}$

P29

$$Y_l(f)=\frac{1}{2}X_l(f)H_l(f)$$

$$X_l(f)=\begin{cases}1 & |f|<\frac{1}{2}\\ 0 & |f|>\frac{1}{2}\end{cases}$$

$$H_l(f)=\begin{cases}(1-f)/j & 0\le f\le 1\\ (1+f)/j & -1\le f\le 0\end{cases}$$

所以 $$Y_l(f)=\begin{cases}(1-f)/2j & 0\le f<\frac{1}{2}\\ (1+f)/2j & -\frac{1}{2}\le f\le 0\end{cases}$$

$$y_l(t)=\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}}Y_l(f)e^{j2\pi ft}df$$

$$=\frac{1}{2j}\int_0^{\frac{1}{2}}(1-f)e^{j2\pi ft}df+\frac{1}{2j}\int_{-\frac{1}{2}}^{0}(1+f)e^{j2\pi ft}df$$

$$=\frac{\sin\pi t}{\pi t}-\frac{1}{2\pi t}\sin\pi t+\frac{1}{2\pi^2t^2}-\frac{1}{2\pi^2t^2}(\cos\pi t)$$

$$=\frac{-j}{4\pi t}\sin\pi t-\frac{j}{4\pi^2t^2}(1-\cos\pi t)=j\left\{-\frac{1}{4\pi t}\sin\pi t+\frac{1}{4\pi^2t^2}(\cos\pi t-1)\right\}$$

$$y(t)=\left\{\frac{1}{4\pi^2t^2}(1-\cos\pi t)+\frac{1}{4\pi t}\sin\pi t\right\}\sin(2\pi f_0 t)$$

- 2-19设随机过程$\xi(t)$可表示成$\xi(t) = 2\cos(2\pi t+\theta)$,式中$\theta$ 是一个随机变量，且$P(\theta = 0) = P(\theta=\pi/2) =1/2$，试求$E[\xi(1)]$以及$R_\xi(0,1)$ 。

$$E[\xi(t)] = P(\theta=0)\cdot 2\cos(2\pi t) + P(\theta=\frac{\pi}{2})\cdot 2\cos(2\pi t+\frac{\pi}{2})$$
$$= \cos(2\pi t) - \sin(2\pi t)$$

$$E[\xi(1)] = 1$$

例 2.3.1

$$R_\xi(0,1) = E[2\cos\theta\cdot 2\cos(2\pi+\theta)]$$
$$= P(\theta=0)\cdot 4 + P(\theta=\frac{\pi}{2})\cdot 4\cos\frac{\pi}{2}\cos\frac{5\pi}{2}$$
$$= 2$$

- 2-22 若随机过程$z(t) = m(t)\cos(2\pi f_0 t+\theta)$，其中$m(t)$是宽平稳随机过程，且自相关函数$R_m(\tau)$为 $R_m(\tau) = \begin{cases} 1+\tau, & -1<\tau<0 \\ 1-\tau, & 0\le \tau<1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$ ，θ是服从$[0,2\pi]$上均匀分布的随机变量，它与$m(t)$统计独立。

（1）证明$z(t)$是宽平稳的；

（2）给出自相关函数$R_z(\tau)$的波形；

（3）求功率谱密度$P_z(f)$和功率P。

(1) $$E\left(z(t)\right)=E\left(m(t)\cos(2\pi f_0 t+\theta)\right)=E\left(m(t)\right)E\left(\cos(2\pi f_0 t+\theta)\right)=0$$

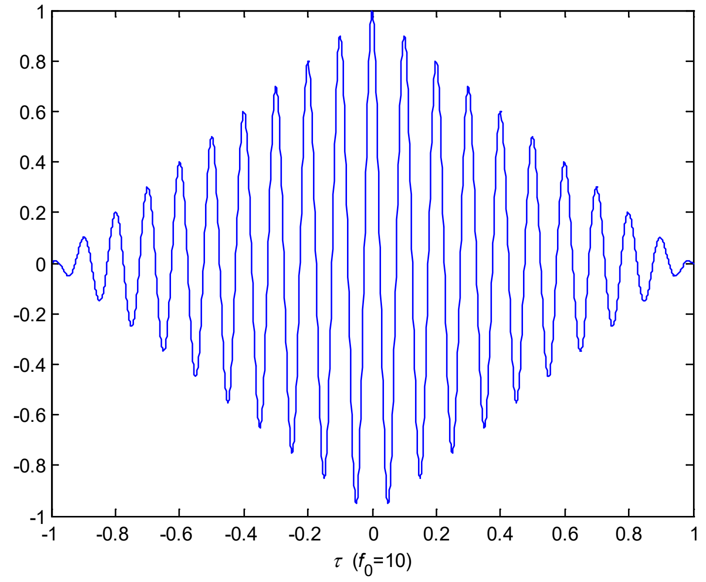
$$R_z(t_1,t_2)=E\left(m(t_1)\cos(2\pi f_0 t_1+\theta)m(t_2)\cos(2\pi f_0 t_2+\theta)\right)$$

$$=E\left(m(t_1)m(t_2)\right)E\left(\cos(2\pi f_0 t_1+\theta)\cos(2\pi f_0 t_2+\theta)\right)$$

$$=R_m(\tau)E\left(\frac{\cos\left[2\pi f_0(t_1+t_2)+2\theta\right]+\cos\left[2\pi f_0(t_1-t_2)\right]}{2}\right)$$

$$=\frac{1}{2}R_m(\tau)\cos(2\pi f_0\tau)$$

所以$z(t)$是一个宽平稳过程



(3) $$P_z(f)=\int_{-\infty}^{+\infty}R_z(\tau)e^{-j2\pi f\tau}d\tau=\int_0^1(1-\tau)\cos(2\pi f_0\tau)e^{-j2\pi f\tau}d\tau$$

$$=\int_0^1(1-\tau)(e^{j2\pi f_0\tau}+e^{-j2\pi f_0\tau})e^{-j2\pi f\tau}d\tau$$

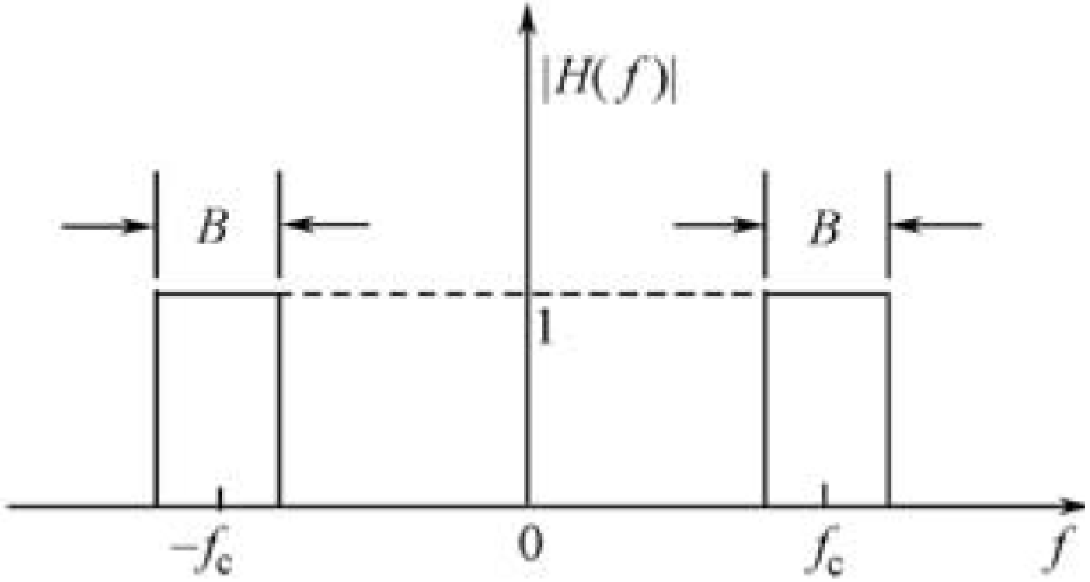
$$=\int_0^1(e^{j2\pi(f_0-f)\tau}+e^{-j2\pi(f_0+f)\tau})d\tau+\int_0^1\tau(e^{j2\pi(f_0-f)\tau}+e^{-j2\pi(f_0+f)\tau})d\tau$$

$$=\frac{1}{j\pi(f_0-f)}\left(\frac{e^{j2\pi(f_0-f)}}{j2\pi(f_0-f)}-1\right)+\frac{1}{-j\pi(f_0+f)}\left(\frac{e^{-j2\pi(f_0+f)}}{-j2\pi(f_0+f)}-1\right)$$

$$P=R_z(0)=1/2$$

- 2-25 将一个均值为零、功率谱密度为$N_0/2$的高斯白噪声加到一个中心频率为f_c、带宽为B的理想滤波器上，如图P2-1 所示。求滤波器输出噪声的自相关函数和输出噪声的一维概率密度函数。

平稳随机过程通过线性系统 P50



输出噪声功率谱为

$$P_N(f)=\frac{N_0}{2}|H(f)|^2=\begin{cases}N_0/2 & |f\pm f_c|<B/2\\ 0 & |f\pm f_c|\ge B/2\end{cases}$$

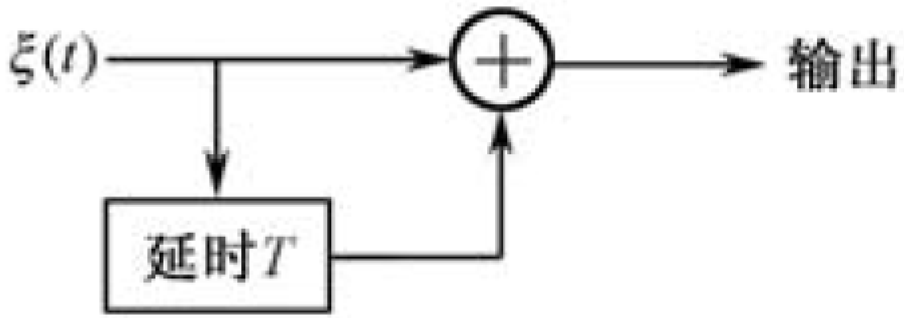
$$R(\tau)=\int_{-\infty}^{\infty}P_N(f)e^{j2\pi f\tau}df$$

$$=N_0B\cdot\mathrm{sinc}(B\tau)\cdot\cos(2\pi f_c\tau)$$

输出为高斯噪声，均值为 0，方差为$\sigma^2=N_0B$，一维概率密度为

$$f_N(n)=\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}\exp\left\{-\frac{n^2}{2\sigma^2}\right\}$$

- 2-30 若$\xi(t)$是平稳随机过程，自相关函数为$R_\xi(\tau)$，试求它通过图P2-5 所示系统后的自相关函数及功率谱密度。



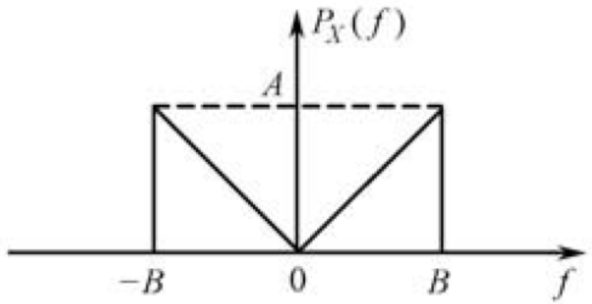
$$Y(t)=\xi(t)+\xi(t-T),$$

$$\begin{aligned}E[Y(t_1)Y(t_2)]&=E[(\xi(t_1)+\xi(t_1-T))(\xi(t_2)+\xi(t_2-T))]\\&=E[\xi(t_1)\xi(t_2)]+E[\xi(t_1-T)\xi(t_2)]\\&\quad+E[\xi(t_1)\xi(t_2-T)]+E[\xi(t_1-T)\xi(t_2-T)]\\&=2R_\xi(\tau)+R_\xi(\tau-T)+R_\xi(\tau+T)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}P_Y(f)&=\mathcal{F}[2R_\xi(\tau)+R_\xi(\tau-T)+R_\xi(\tau+T)]\\&=P_\xi(f)(2+e^{-j2\pi fT}+e^{j2\pi fT})\\&=2P_\xi(f)(1+\cos 2\pi fT)\end{aligned}$$

- 2-35 设两个平稳过程$X(t)$和$Y(t)$之间有关系：$Y(t)=X(t)\cos(2\pi ft+\Theta)-\hat{X}(t)\sin(2\pi ft+\Theta)$

其中 f_0为常数，Θ是[0,2π]上均匀分布随机变量，Θ与$X(t)$统计独立。若已知$X(t)$的功率谱密度如图P2-35 所示，试求$Y(t)$的功率谱密度，并画出其图形。



$$Y(t)=\left[X(t)\cos\theta-\hat{X}(t)\sin\theta\right]\cos 2\pi f_0 t$$

$$-\left[X(t)\sin\theta+\hat{X}(t)\cos\theta\right]\sin 2\pi f_0 t$$

记 $$Z(t)=X(t)\cos\theta-\hat{X}(t)\sin\theta$$

$$\hat{Z}(t)=\hat{X}(t)\cos\theta-\hat{\hat{X}}(t)\sin\theta=X(t)\sin\theta+\hat{X}(t)\cos\theta$$

所以 $$Y(t)=Z(t)\cos 2\pi f_0 t-\hat{Z}(t)\sin 2\pi f_0 t$$

$$R_Y(\tau)=E\left[Y(t)Y(t+\tau)\right]$$

$$=R_Z(\tau)\cos 2\pi f_0\tau-\hat{R}_Z(\tau)\sin 2\pi f_0\tau$$

$$R_Z(\tau)=R_X(\tau)\cos^2\theta+R_X(\tau)\sin^2\theta$$

$$-E\left[X(t)\hat{X}(t+\tau)\right]\cdot\overline{\cos\theta\cdot\sin\theta}-E\left[\hat{X}(t)X(t+\tau)\right]\cdot\overline{\cos\theta\cdot\sin\theta}$$

$$=R_X(\tau)$$

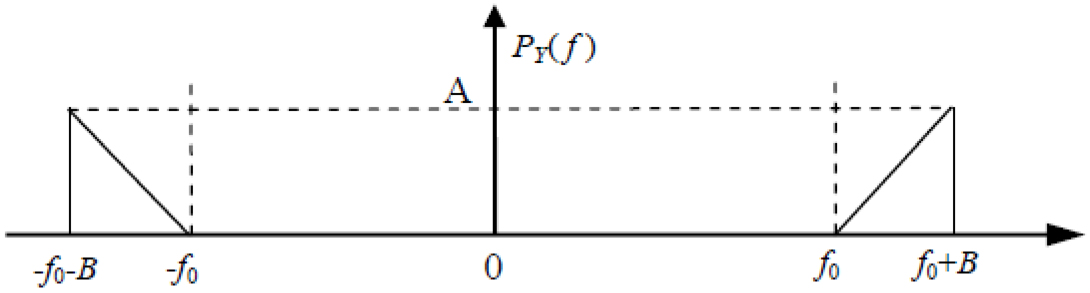
所以 $$P_Z(f)=P_X(f)$$

$$P_Y(f)=F\left[R_Y(\tau)\right]$$

$$=\frac{P_Z(f-f_0)+P_Z(f+f_0)}{2}-\left[-j\,\mathrm{sgn}(f)P_Z(f)\right]\otimes\frac{\delta(f-f_0)-\delta(f+f_0)}{2j}$$

$$=\frac{P_Z(f-f_0)}{2}\left[1+\mathrm{sgn}(f-f_0)\right]+\frac{P_Z(f+f_0)}{2}\left[1-\mathrm{sgn}(f+f_0)\right]$$

$$=\begin{cases}P_Z(f-f_0) & f_0\le f\le f+B\\ P_Z(f+f_0) & -B-f_0\le f\le -f_0\\ 0 & -f_0\le f\le f_0\end{cases}$$



- 2-37 定义随机过程$X(t)=A+Bt$，其中A, B是互相独立的随机变量，并且在[－1, 1]上服从均匀分布。求$m_X(t)$ 与$R_X(t_1, t_2)$。

$$X(t)=A+Bt$$

$$E\left[X(t)\right]=E\left[A\right]+E\left[Bt\right]=0$$

$$R_X(t_1,t_2)=E\left[(A+Bt_1)(A+Bt_2)\right]$$

$$=E\left[A^2\right]+E\left[B^2\right]t_1t_2$$

$$=\frac{1}{3}(1+t_1t_2)$$

均匀分布均值和方差

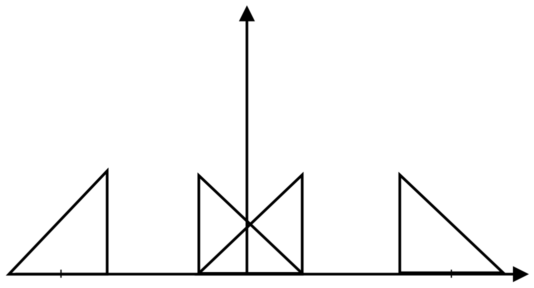
$$[a \quad b]$$

$$E=\frac{1}{2}(b+a)$$

$$Var=\frac{1}{12}(b-a)^2$$

2-44 噪声过程的功率谱密度为

$$P_n(f)=\begin{cases}10^{-8}\left(1-\dfrac{|f|}{10^8}\right), & |f|<10^8\\ 0, & |f|>10^8\end{cases}$$



该噪声通过带宽为2 MHz、中心频率为50 MHz 的理想带通滤波器。

（1）求输出过程的功率谱密度;

（2）假定f_0 = 50 MHz，使用同相分量与正交分量来表示输出过程，并求出各分量的功率;

（3）求同相分量与正交分量的功率谱密度。

（1）

$$P_Y(f)=\begin{cases}10^{-8}\left(1-\dfrac{|f|}{10^8}\right), & |f\pm f_0|<B/2\\ 0, & |f\pm f_0|>B/2\end{cases}$$

$$f_0=50\text{MHz}\quad B=2\text{MHz}$$

（2）

P54-55

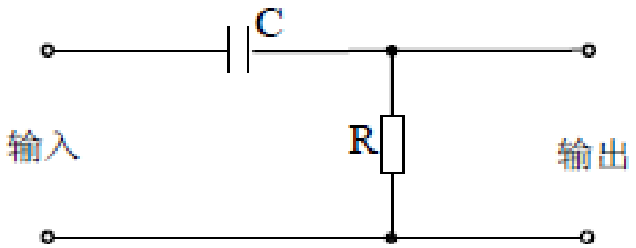
$$y_c(t)=y(t)\cos(2\pi f_0 t)+\hat{y}(t)\sin(2\pi f_0 t)$$

$$y_s(t)=\hat{y}(t)\cos(2\pi f_0 t)-y(t)\sin(2\pi f_0 t)$$

$$P_{Y_c}(f)=P_{Y_s}(f)=\begin{cases}P_Y(f-f_0)+P_Y(f+f_0), & |f|<f_0\\ 0, & |f|\ge f_0\end{cases}$$

$$P_{Y_c}=P_{Y_s}=\int P_{Y_c}(f)\,\mathrm{d}f=0.02$$

3-3 设某恒参信道可用右图所示的线性二端网络来等效。试求它的传输函数 $H(f)$，并说明信号通过该信道时会产生哪些失真？



[解] $H(f)=\dfrac{R}{\dfrac{1}{j2\pi fC}+R}=\dfrac{1}{1-j\dfrac{1}{2\pi fRC}}$

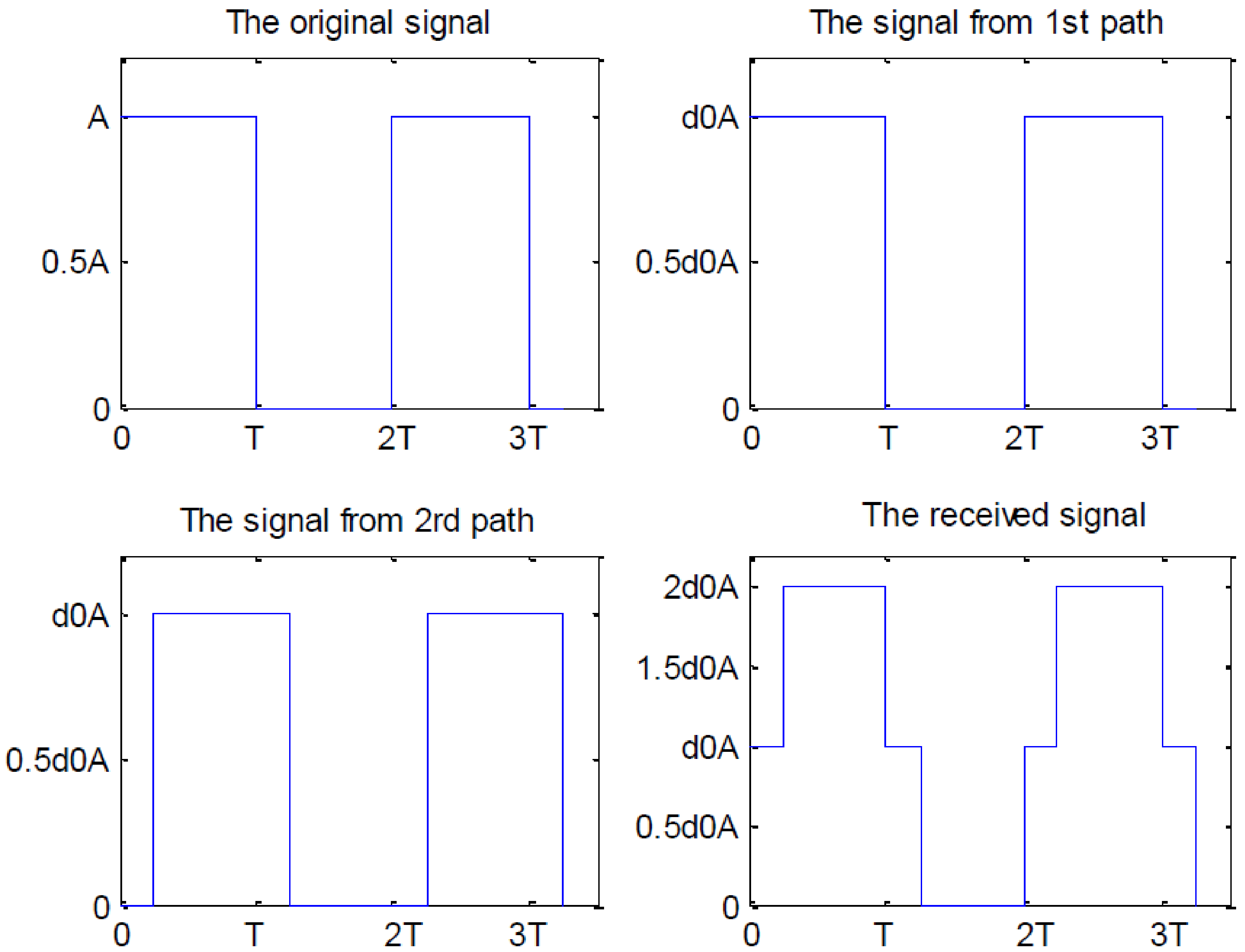
$$\left|H(f)\right|=\frac{1}{\sqrt{1+\left(\dfrac{1}{2\pi fRC}\right)^2}}$$

随 频 率 变 化 而 变 化 ， 因 此 会 产 生 幅 频 畸 变 （ 频 率 失 真 ） $f\to 0,\left|H(f)\right|\to 0; f\to\infty,\left|H(f)\right|\to 1$，这是一个高通滤波器。

$$\arg H(f)=\arctan\frac{1}{2\pi fRC}$$

为非线性关系，因此会产生相频畸变（群延迟畸变），事实上这也是一个导前移相网络。

3-9 如图所示的传号和空号相间的数字信号通过某随参信道。已知接收信号是通过该信道两条路径的信号之和。设两径的传输衰减相等（均为 d_0），且时延差 τ =T/4。试画出接收信号的波形示意图。



3-10 设某随参信道的最大多径时延差等于 3ms，为了避免发生频率选择性衰落，试估算在该信道上传输的数字信号的码元脉冲宽度。

[解] 在多径衰落信道上，一般认为当相干带宽是信号带宽的 3-5 倍时，可以避免发生频率选择性衰落，即

$$\Delta f = \frac{1}{\tau_m} = (3-5)B$$

一般认为信号带宽等于码元符号宽度的倒数，即 $B = \frac{1}{T_s}$，其中 T_s 是码元符号宽度。所以 $T_s \approx (3-5)\cdot\tau_m = 9 \sim 15\ \text{ms}$

3-13 具有 6.5MHz 带宽的某高斯信道，若信道中信号功率与噪声功率谱密度之比为 45.5MHz，试求其信道容量。

解:

$$C = B\log_2\left(1+\frac{P}{N_0 B}\right) = 6.5\times\log_2\left(1+\frac{45.5}{6.5}\right) = 19.5\text{Mbit/s}$$

3-15 某一待传输的图片约含 2.25×10⁶ 个象元。为了很好地重现图片需要 12 个亮度电平。假若所有这些亮度电平等概率出现，试计算用 3 分钟传送一张图片所需的信道带宽（设信道中信噪功率比为 30dB）。

解:

每个象元需要比特数 $\log_2 12=3.5850$bit

每张图片需要比特数 $2.25\times10^6 \times 3.5850=8.0662$ Mbit

需要的传输速率 $8.0662\times10^6/3/60=44.812$ Kbit/s

$B = 44.812\times10^3/\log2(1+1000) = 4.4959$ KHz

4-3 已知调制信号 $m(t)=\cos(2000\pi t)+\cos(4000\pi t)$，载波为 $\cos 10^4\pi t$，进行单边带调制，试确定该单边带信号的表示式，并画出频谱图。

[解] 首先计算 $m(t)$ 的希尔伯特变换，

$$\hat{m}(t)=\sin(2000\pi t)+\sin(4000\pi t),$$

然后分别计算上边带与下边带的单边带调制信号。

P100

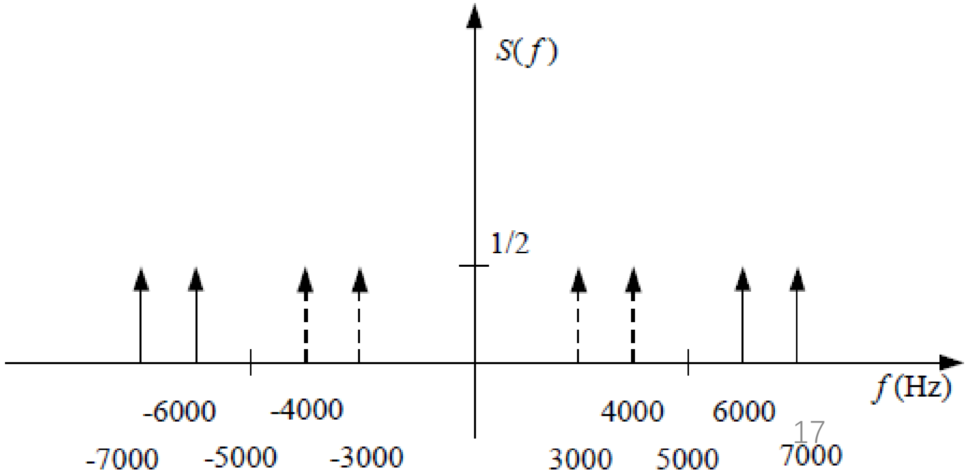
上边带信号：

$$\begin{aligned}s_U(t)&=\frac{1}{2}m(t)\cos(10^4\pi t)-\frac{1}{2}\hat{m}(t)\sin(10^4\pi t)\\&=\frac{1}{2}\{[\cos(2000\pi t)\cos(10^4\pi t)-\sin(2000\pi t)\sin(10^4\pi t)]\\&\quad+[\cos(4000\pi t)\cos(10^4\pi t)-\sin(4000\pi t)\sin(10^4\pi t)]\}\\&=\frac{1}{2}[\cos(12000\pi t)+\cos(14000\pi t)]\end{aligned}$$

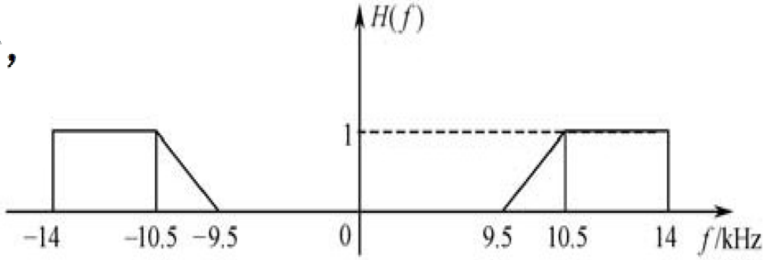
类似地，下边带信号为：

$$s_D(t)=\frac{1}{2}[\cos(8000\pi t)+\cos(6000\pi t)]。$$

频谱图：实线为上边带信号，虚线为下边带信号。



4-4 将调幅波通过残留边带滤波器产生残留边带信号，若此滤波器的传输函数 $H(f)$如图所示，当调制信号 $m(t)=A[\sin(100\pi t)+\sin(6000\pi t)]$时，试确定所得残留边带的表达式。



4-4 $f_c = 10\ \text{kHz}$ $\quad c(t) = \cos(2\pi f_c t) = \cancel{200}\cos(20000\pi t)$

$u(t) = [A_0 + m(t)]\cos 20000\pi t = \cancel{A_0\cos 20000\pi t + \frac{A}{2}[\sin 20100\pi t - \sin 19900\pi t}$

$= A_0\cos 20000\pi t + \frac{A}{2}(\sin 20100\pi t - \sin 19900\pi t + \sin 26000\pi t - \sin 14000\pi t)$

$U(\omega) = \pi A_0[\delta(\omega+20000\pi) + \delta(\omega-20000\pi)]$

$+\frac{j\pi A}{2}[\delta(\omega+20100\pi) - \delta(\omega-20100\pi) - \delta(\omega+19900\pi) + \delta(\omega-19900\pi)$

$+\delta(\omega+26000\pi) - \delta(\omega-26000\pi) - \delta(\omega+14000\pi) + \delta(\omega-14000\pi)]$

设残留边带信号为$f(t)$，则 $F(\omega) = U(\omega)H(\omega)$.

$\therefore F(\omega) = \frac{\pi A_0}{2}[\delta(\omega+20000\pi) + \delta(\omega-20000\pi)] + \frac{j\pi A}{2}[0.55\delta(\omega+20100\pi)$

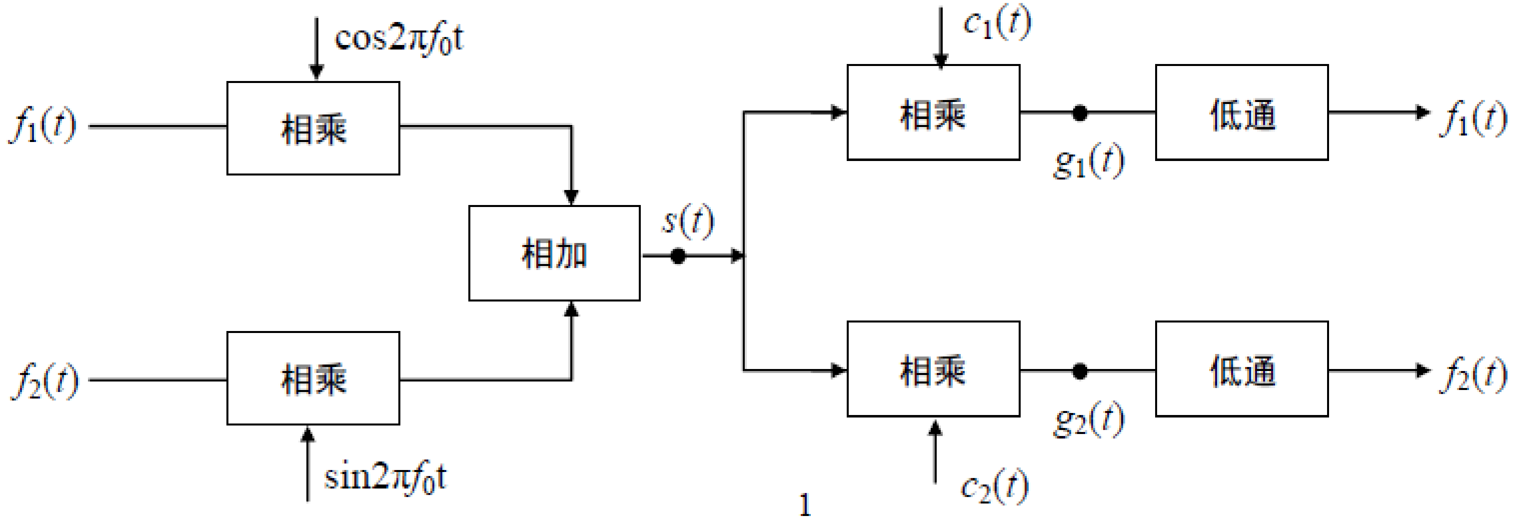
$-0.55\delta(\omega-20100\pi) - 0.45\delta(\omega+19900\pi) + 0.45\delta(\omega-19900\pi)$

$+\delta(\omega+26000\pi) - \delta(\omega-26000\pi)]$

$\therefore f(t) = \frac{1}{2}A_0\cos 20000\pi t + \frac{A}{2}(0.55\sin 20100\pi t - 0.45\sin 19900\pi t + \sin 26000\pi t$

P103

4-6 某调制系统如图 P4-6 所示，为了在输出端同时得到 $f_1(t)$和 $f_2(t)$，试确定接收端的 $c_1(t)$ 和 $c_2(t)$



[解] $$s(t)=f_1(t)\cdot\cos 2\pi f_0 t+f_2(t)\sin 2\pi f_0 t$$

如果 $c_1(t)=\cos 2\pi f_0 t$，$c_2(t)=\sin 2\pi f_0 t$ 则

$$g_1(t)=f_1(t)\left[\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\cos 4\pi f_0 t\right]+f_2(t)\cdot\frac{1}{2}\sin 4\pi f_0 t$$

$$g_2(t)=f_1(t)\cdot\frac{1}{2}\sin 4\pi f_0 t+f_2(t)\left[\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\cos 4\pi f_0 t\right]$$

通过低通滤波器则输出正好是 $\frac{1}{2}f_1(t)$ 和 $\frac{1}{2}f_2(t)$。（相干解调）

4-7 设某信道具有均匀的双边噪声功率谱密度 $P_n(f) = 0.5\times10^{-3}$W/Hz，在该信道中传输抑制载波的双边带信号，并设调制信号 $m(t)$ 的频带限制在 5kHz，而载波为 100kHz，已调信号的功率为 10kW。若接收机的输入信号在加至解调器之前，先经过带宽为 10kHz 的一理想带通滤波器滤波，试问：

P107

(1) 该理想带通滤波器的中心频率为多大？

(2) 解调器输入端的信噪功率比为多少？

(3) 解调器输出端的信噪功率比为多少？

(4) 求出解调器输出端的噪声功率谱密度，并用图形表示出来。

[解] (1) 该理想带通滤波器的中心频率为 100kHz。

(2) $S_i = 10\times10^3$ (W)，$N_i = n_0 B = 2\times0.5\times10^{-3}\times10\times10^3 = 10$ (W)。所以，

$$\frac{S_i}{N_i} = \frac{10000}{10} = 1000\,。$$

(3) 因为抑制载波的双边带调制的信噪比增益 $G=2$，所以

$$\frac{S_o}{N_o} = G\frac{S_i}{N_i} = 2\times1000 = 2000\,。$$

(4) 若设解调器输入端的噪声为

$$n_i(t) = n_c(t)\cos2\pi f_c t - n_s(t)\sin2\pi f_c t\,,$$

$$n_c(t) = n_i(t)\cos2\pi f_c t + \hat{n}_i(t)\sin2\pi f_c t\,,$$

则输出端的噪声为

$$n_o(t) = \frac{1}{2}n_c(t)$$

输出端功率：$N_o = \frac{N_i}{4} = \frac{10}{4} = 2.5W$

$$P_{n_o}(f) = \frac{N_o}{2f_m} = \frac{2.5}{2\times5\times10^3} = 2.5\times10^{-4}W/Hz, -5kHz \le f \le 5kHz$$

4-9 设某信道具有均匀的双边噪声功率谱密度 $P_n(f)=0.5\times10^{-3}$W/Hz，在该信道中传输抑制载波的单边带（上边带）信号，并设调制信号 $m(t)$ 的频带限制在 5kHz，而载波是 100kHz，已调信号功率是 10kW。若接收机的输入信号在加至解调器前，先经过带宽为 5kHz 的一理想带通滤波器滤波，试问：

P108

(1) 该理想带通滤波器中心频率为多大？

(2) 解调器输入端的信噪功率比为多少？

(3) 解调器输出端的信噪功率比为多少？

[解] (1) 该理想带通滤波器中心频率为 102.5kHz。

(2) $S_i=10\times10^3$ (W)，$N_i=n_0B=2\times0.5\times10^{-3}\times5\times10^3=10$ (W)。所以

$$\frac{S_i}{N_i}=2000\text{。}$$

(3) 因为抑制载波的单边带调制的信噪比增益 $G=1$，所以

$$\frac{S_o}{N_o}=G\frac{S_i}{N_i}=1\times2000=2000\text{。}$$

4-12 设某信道具有均匀的双边噪声功率谱密度 $P_n(f)=0.5\times10^{-3}$W/Hz，在该信道中传输振幅调制信号，并设调制信号 m(t)的频带限制于 5kHz，载频是 100kHz，边带功率为 10kW，载波功率为 40kW。若接收机的输入信号先经过一个合适的理想带通滤波器，然后再加至包络检波器进行解调。试求：

(1) 解调器输入端的信噪功率比；

(2) 解调器输出端的信噪功率比；

(3) 信噪比增益 G 。

P109

解：(1) 根据振幅调制信号可知，其已调信号的带宽为2*5k=10kHz

$$S_i=10000+40000=50000$$

$$N_i=2\times0.5\times10^{-3}\times10\times10^3=10(\text{W})$$

$$\frac{S_i}{N_i}=\frac{50000}{10}=5000$$

$$u(t)=[A_0+m(t)]\cos(2\pi f_c t)$$

$$P_u=\frac{A_0^2}{2}+\frac{1}{2}E[m^2(t)]$$

（2）包络检波输出为信号包络 $\text{V}(t)=1+m(t)+n(t)$

$$\frac{S_o}{N_o}=\frac{E\left[m^2(t)\right]}{n_0B}=\frac{2\times10000}{N_i}=2000$$

（3）信噪比增益 $G=\dfrac{S_o/N_o}{S_i/N_i}=\dfrac{2000}{5000}=\dfrac{2}{5}$

4-13 设接收到的调幅信号为$s_m(t) = A[1 + m(t)]cos\omega_c t$，采用包络检波法解调，其中m(t)的功率谱密度与4-8题相同，若一双边功率谱密度为$\frac{n_0}{2}$的噪声叠加到已调信号上，试求解调输出信噪比。

$$P_m(t) = \begin{cases} \frac{n_m}{2} \cdot \frac{|f|}{f_m}, & |f| \le f_m \\ 0, & |f| > f_m \end{cases}$$

知识点：包络检波,P109

解：在大信噪比的条件下，理想包络检波的输出为，

$$P_m(t) = \begin{cases} \frac{n_m}{2} \cdot \frac{|f|}{f_m}, & |f| \le f_m \\ 0, & |f| > f_m \end{cases}$$

$$\boxed{E(t) \approx A[1 + m(t)] + n_c(t)}$$

其中Am(t)为输出信号，$n_c(t)$为输出噪声，则有

$$S_o = \overline{[Am(t)]^2} = 2A^2 \int_0^{f_m} \frac{n_m}{2} \cdot \frac{f}{f_m} df = \frac{A^2 f_m n_m}{2}$$

$$N_o = \overline{[n_c(t)]^2} = n_o B = 2n_o f_m$$

则输出信噪比为

$$\boxed{\frac{S_o}{N_o} = \frac{A^2 n_m}{4n_o}}$$

4-14 设一个宽带调频系统，载波幅度为 100V，频率为 100MHz，调制信号 m(t)的频带限制为 5kHz，$m^2(t)$ = 5000V²，k_f = 500 π (rad/s · v)，最大频偏 Δ f = 75 kHz，并设信道中噪声功率谱密度是均匀的，其中 $P_n(f) = 10^{-3}$W/Hz（单边谱），试求：

1、接收机输入端理想带通滤波器的传输特性 H(f);

2、解调器输入端的信噪功率比;

3、解调器输出端的信噪功率比;

4、若 m(t)以振幅调制方式传输，并以包络检波器检波，试比较输出信噪比和所需带宽方面与调频有何不同?

解：（1）题设条件下频率调制信号带宽为

$$B = 2(\Delta f + f_m) = 2(75+5)\text{kHz}=160\ \text{kHz}$$

所以理想的输入带通滤波器为以载波信号为中心频率，带宽为B

$$H(f) = \begin{cases} 1 & 99.92\text{MHz} \le f \le 100.08\text{MHz} \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$$

（2）输入信噪比：公式（4.5.4）（4.5.5）

$$(SNR)_{in} = \frac{P_{S\text{in}}}{P_{Nin}}$$

$$P_{S\text{in}} = \frac{A^2}{2} = 5000W \qquad P_{Nin} = 10^{-3}\ \text{W/Hz} \cdot 160\times10^3\ \text{Hz=160w}$$

所以 $(SNR)_{in} = 31.25$

（3）FM解调输出信噪比(式4.5.21)

$$(SNR)_{out} = \frac{P_{Sout}}{P_{Nout}} = \frac{3A^2 \cdot K_F^2 \cdot \overline{m^2(t)}}{2 \cdot n_0 \cdot f_m^3} = \frac{3A^2 \cdot k_f^2 \cdot \overline{m^2(t)}}{8\pi^2 \cdot n_0 \cdot f_m^3} = \frac{3 \cdot 10000 \cdot (500\pi)^2 \cdot 5000}{8\pi^2 \cdot 10^{-3} \cdot (5k)^3} = 37.5\times10^3$$

这里 $k_f = 500\pi$ （rad/s · v）为角频率调频指数，K_F= $k_f/2\pi$

4-14 设一个宽带调频系统，载波幅度为 100V，频率为 100MHz，调制信号 m(t)的频带限制为 5kHz，$\overline{m^2(t)} = 5000V^2$，$k_f = 500\pi$ (rad/s · v)，最大频偏 $\Delta f = 75$ kHz，并设信道中噪声功率谱密度是均匀的，其中 $P_n(f) = 10^{-3}$W/Hz（单边谱），试求：

1、接收机输入端理想带通滤波器的传输特性 H(f)；

2、解调器输入端的信噪功率比；

3、解调器输出端的信噪功率比；

4、若 m(t)以振幅调制方式传输，并以包络检波器检波，试比较输出信噪比和所需带宽方面与调频有何不同？

（4）当$m(t)$以调幅方式传输，并采用包络检波解调，所需要的带宽为

$$B_{AM} = 10kHZ$$

输出信噪比 $$(SNR)_{out} = \frac{P_{Sout}}{P_{Nout}}$$

$$P_{Sout} = \overline{m^2(t)} = 5000W$$

$$P_{Nout} = 10^{-3} \cdot 10^4 = 10W$$

$$(SNR)_{out} = 500$$

所以 $$\frac{(SNR)_{FM}}{(SNR)_{AM}} = \frac{37.5\times10^3}{500} = 75$$

所以 $$\frac{B_{FM}}{B_{AM}} = \frac{160}{10} = 16$$

采用普通AM调制解调使用更窄的带宽，输出信噪比降低。

4-17使用信号$m(t)=\cos 2000\pi t+2\sin 2000\pi t$调制一个800KHz的载波，已产生SSB AM信号。载波的振幅为$A_c=100$

（1）试确定信号$\hat{m}(t)$。

（2）试确定SSB AM信号下边带表达式。

（3）试确定SSB信号下边带幅度谱。

解（1）$m(t)=\cos 2000\pi t+2\sin 2000\pi t$ 所以 $\hat{m}(t)=\sin 2000\pi t-2\cos 2000\pi t$

（2）下边带信号的时域表示为：

$$u(t)=A_c m(t)\cos 2\pi f_c t+A_c\hat{m}(t)\sin 2\pi f_c t=100\left(\cos 1598000\pi t-2\sin 1598000\pi t\right)$$

（3）对下边带时域信号进行傅里叶变换

$$U(f)=50\left(\delta(f+799\cdot 10^3)+\delta(f-799\cdot 10^3)\right)-j100\left(\delta(f+799\cdot 10^3)-\delta(f-799\cdot 10^3)\right)$$

求幅值得到幅度谱为

$$|U(f)|=50\sqrt{5}\left(\delta(f+799\cdot 10^3)+\delta(f-799\cdot 10^3)\right)$$

5-1 已知一低通信号 m (t) 的频谱为 $M(f)=\begin{cases}1-\dfrac{|f|}{200}, & |f|<200 \\ 0, & \text{其他}\end{cases}$ ，

（1）假设以 f_s=300Hz 的速率对 m(t)进行理想抽样，试画出已抽样信号 $m_s(t)$的频谱草图；

（2）若用 f_s=400Hz 的速率抽样，重做上题。

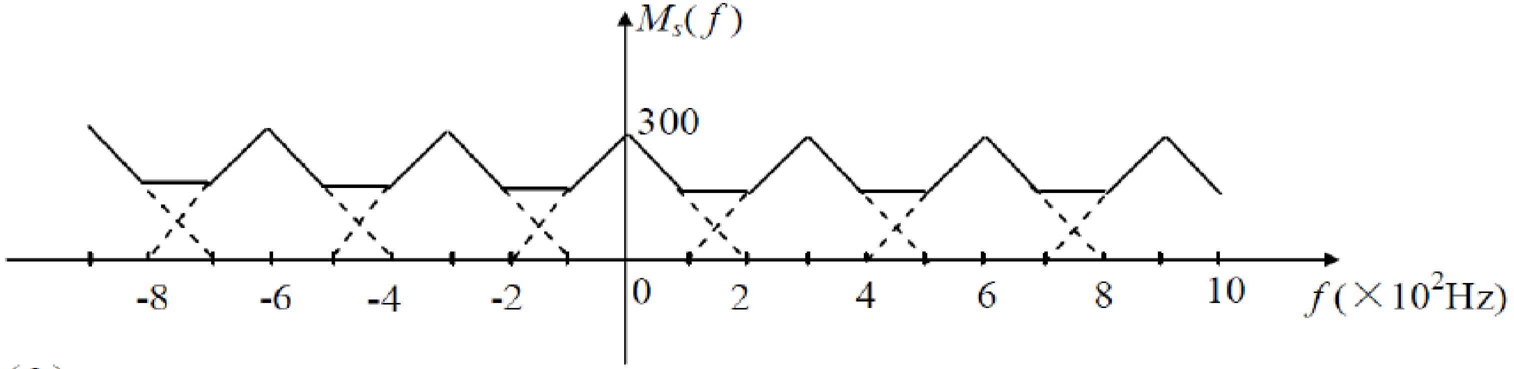
解：

P117

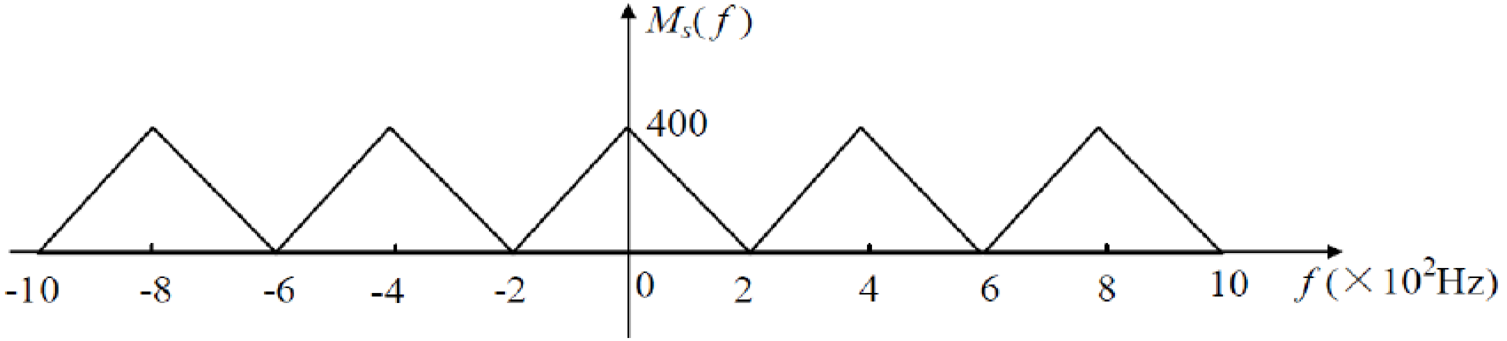
$$M_s(f)=\frac{1}{T_s}\sum_{l=-\infty}^{\infty}M(f-\frac{l}{T_s})$$

$$=\frac{1}{T_s}\sum_{l=-\infty}^{\infty}M(f-lf_s)$$

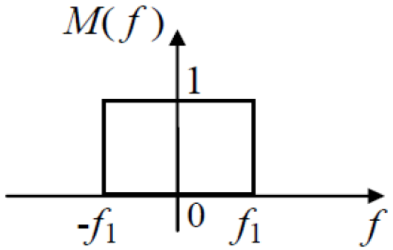
（1）

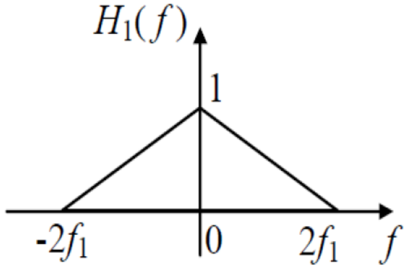


（2）



5-4 已知某信号 $m(t)$的频谱 $M(f)$如图所示。将它通过传输函数为 $H_1(f)$的滤波器后再进行理想抽样。





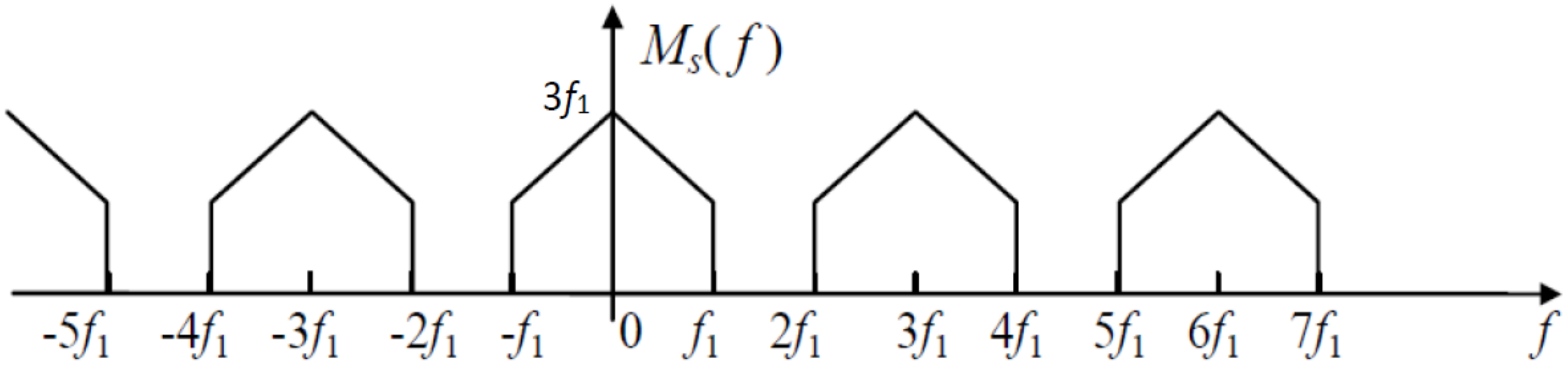
（1）抽样速率应为多少？

（2）若设抽样速率 $f_s=3f_1$，试画出已抽样信号 $m_s(t)$的频谱；

（3）接收端的接收网络应具有怎样的传输函数 $H_2(f)$，才能由 $m_s(t)$不失真地恢复 $m(t)$。

(1) 根据奈奎斯特采样定律，采样频率必须满足 $f_s \ge 2f_1$

(2)



(3) $H_2 f=\begin{cases} \dfrac{1}{3f_1H_1(f)}, & |f|\le f_1 \\ 0, & |f|>f_1 \end{cases}$

5-10 采用 13 折线 A 律编码，设最小量化间隔为 1 个单位，已知抽样脉冲值为+635 单位。

（1）求此时编码器输出码组，并计算量化误差；

（2）写出对应于该 7 位码（不包括极性码）的均匀 11 位码（采用自然二进编码）；

解：

(1) 正电平，所以 C_1 为 1

+635 电平 位于第七段 $C_2C_3C_4$=110

635<512+256，　C_5=0

635<512+128，　C_6=0

635>512+64，　C_7=1

635>512+64+32，　C_8=1

所以 输出码组为 11100011

恢复出的电平为 512 + 64 + 32 + 16 = 624

误差 |624-635|=11

(2) 11 位均匀量化码为 01001110000

5-11 采用 13 折线 A 律编码，设最小量化间隔为 1 个单位，已知抽样为-95 量化单位：

（1）求此时编码器输出码组，并计算量化误差。

（2）写出对应于该 7 位码（不包括极性码）的均匀量化 11 位码。

解：

(1) 电平为负的 $C_1=0$

95 位于第四段 所以 $C_2C_3C_4=011$

$95 < 64 + 32$， $C_5=0$

$95 > 64 + 16$， $C_6=1$

$95 > 64 + 16 + 8$， $C_7=1$

$95 > 64 + 16 + 8 + 4$， $C_8 = 1$

所以 输出码组为 00110111

回复电平为 $-(64 + 16 + 8 + 4 + 2) = -94$

误差为 $|-94+95|=1$

(2) 均匀量化的 11 位码为 00001011110

5-16 单路话音信号的最高频率为 4kHz，抽样速率为 8kHz，以 PCM 方式传输。设传输信号的波形为矩形脉冲，其宽度为τ，且占空比为 1：

（1）抽样后信号按 8 级量化，求 PCM 基带信号第一零点频宽；

（2）若抽样后信号按 128 级量化，PCM 二进制基带信号第一零点频宽又为多少？

解：

(1) 第一零点频宽为 1/T，T 为矩形脉冲的宽度。因为占空比为 1，所以矩形脉冲的宽度和传输信号的周期相等，即传输信号的频率值与第一零点频宽相等。由于采用 8 级量化，所以传输信号的频率应该是抽样频率的 3 倍，那么第一零点频宽为：

$$f_b = kf_s = 24\text{kHz}$$

(2) 同理

$$f_b = kf_s = 56\text{kHz}$$

随堂测试1-2

随堂测试1

1．某个信息源的符号集由A、B、C、D和E五个符号组成，设每个符号出现的概率相互独立，其符号A、符号B和符号C出现的概率分别为1/8，1/16和1/16，则该信息源符号的**最大**平均信息量为__1.936bit__。若信息源每秒发出10000个符号，则该信息源的**最小**平均信息速率为__11860 bit/s__。

$$=-\frac{1}{8}\log\frac{1}{8}-2\frac{1}{16}\log\frac{1}{16}-2\frac{3}{8}\log\frac{3}{8}$$

$$=(-\frac{1}{8}\log\frac{1}{8}-2\frac{1}{16}\log\frac{1}{16}-\frac{3}{4}\log\frac{3}{4}-0)\times 10000$$

随堂测试1

2. 一个零均值、单边功率谱密度为N_0的白高斯噪声通过一个理想带通滤波器，此滤波器的增益为A，中心频率为f_c，带宽为$3B$，求

(1) 滤波器输出端的窄带过程$X(t)$；　　(2) $X(t)$的同相分量和正交分量的自相关函数。

(1) 窄带平稳高斯过程表达式:

$X(t) = V(t)\cos(2\pi f_c t + \theta(t))$ ······ P56-57

$f_V(v) = \frac{v}{\sigma^2}\exp\left(-\frac{v^2}{2\sigma^2}\right), \quad v \geq 0$

$f_\theta(\theta) = \frac{1}{2\pi}, \quad -\pi \leq \theta \leq \pi$

$P_X(f) = P_s(f)|H(f)|^2 = N_0|H(f)|^2 = \begin{cases} N_0A^2, & |f-f_c| < \frac{3}{2}B \\ 0, & \text{else} \end{cases}$　　$\sigma^2 = 3N_0BA^2$

$R_X(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} P_X(f)e^{j2\pi f\tau}df = 3N_0BA^2\,\mathrm{sinc}(3B\tau)\cos(2\pi f_c\tau)$

(2) $\hat{R}_X(\tau) = 3N_0BA^2\,\mathrm{sinc}(3B\tau)\sin(2\pi f_c\tau)$

$R_{Xs}(\tau) = R_{Xc}(\tau) = R_X(\tau)\cos(2\pi f_c\tau) + \hat{R}_X(\tau)\sin(2\pi f_c\tau)$ ······ P54

$= 3N_0BA^2\,\mathrm{sinc}(3B\tau)$

随堂测试2

- 1 随参信道的 信道参数P76 随时间变化；多径传输会引起 时间展宽 、 频率展宽 P80 ；当被传输的信号带宽 大于相干带宽 时，信道属于频率选择性衰落信道；P81

2. 设一个宽带调频系统，载波幅度为100V，频率为100MHz，调制信号 $m(t)$ 的频带限制为 5kHz，$\overline{m^2(t)} = 5000\text{V}^2$，$k_f = 500\pi \text{ rad} \cdot s^{-1}/\text{V}$，最大频偏 $\Delta f = 75\text{kHz}$，并设信道中噪声功率谱密度是均匀的，其中噪声双边功率谱密度为 $5\times10^{-4}\text{ W/Hz}$，求：

同题4-14

（1） 接收机输入端理想带通滤波器的传输特性 $H(f)$；

（2） 解调器输入端的信噪功率比；

（3） 解调器输出端的信噪功率比；

（4） 若 $m(t)$ 以振幅调制方式传输，并以包络检波器检波，试比较输出信噪比和所需带宽方面与调制有何不同？

随堂测试2

解：（1）题设条件下频率调制信号带宽为

$$B = 2(\Delta f + f_m) = 2(75+5)\text{kHz}=160\ \text{kHz}$$

所以理想的输入带通滤波器为以载波信号为中心频率，带宽为B

$$H(f)=\begin{cases}1 & 99.92\text{MHz} \le f \le 100.08\text{MHz} \\ 0 & \text{其它}\end{cases}$$

（2）输入信噪比：公式（4.5.4）（4.5.5）

$$(SNR)_{in} = \frac{P_{S\text{in}}}{P_{N\text{in}}}$$

$$P_{S\text{in}} = \frac{A^2}{2} = 5000W \qquad P_{Nin} = 10^{-3}\ \text{W/Hz} \cdot 160\times 10^3\ \text{Hz=160w}$$

所以 $(SNR)_{in} = 31.25$

（3）FM解调输出信噪比(式4.5.21)

$$(SNR)_{out} = \frac{P_{Sout}}{P_{Nout}} = \frac{3A^2 \cdot K_F^2 \cdot \overline{m^2(t)}}{2\cdot n_0 \cdot f_m^3} = \frac{3A^2 \cdot k_f^2 \cdot \overline{m^2(t)}}{8\pi^2 \cdot n_0 \cdot f_m^3} = \frac{3\cdot 10000\cdot (500\pi)^2 \cdot 5000}{8\pi^2 \cdot 10^{-3} \cdot (5k)^3} = 37.5\times 10^3$$

这里 $k_f = 500\pi$ （rad/s．v）为角频率调频指数，$K_F= k_f/2\pi$

随堂测试2

（4）当$m(t)$以调幅方式传输，并采用包络检波解调，所需要的带宽为

$$B_{AM}=10kHZ$$

输出信噪比

$$(SNR)_{out}=\frac{P_{Sout}}{P_{Nout}}$$

$$P_{Sout}=\overline{m^2(t)}=5000W$$

$$P_{Nout}=10^{-3}\cdot 10^{4}=10W$$

$$(SNR)_{out}=500$$

所以 $$\frac{(SNR)_{FM}}{(SNR)_{AM}}=\frac{37.5\times 10^3}{500}=75$$

所以 $$\frac{B_{FM}}{B_{AM}}=\frac{160}{10}=16$$

采用普通AM调制解调使用更窄的带宽，输出信噪比降低。

Thanks!

作业及小测未交名单

姬汀

王宇航

阚登锋

陈东升

赵洪江

伍江磊