第四章　模拟调制系统

§4.1　概述

基带模拟信号调制载波，使载波的某个参数随基带模拟信号变化而变化。

$$c(t) = \underbrace{A_c}_{\text{振幅}}\cos(2\pi \underbrace{f_c}_{\text{频率}} t + \underbrace{\phi_c}_{\text{相位}})$$

根据消息信号 $m(t)$ 来调制载波的振幅、频率或相位，则分别称它们是调幅、调频和调相。

模拟调制目的在于：

① 通过调制把基带消息信号的频谱搬移到载波频率，即把基带信号变成带通信号，使适应于带通信道的要求；

② 通过调制可以提高信号通过信道传输时的抗干扰能力，特别通过展宽频带可以增加抗干扰能力；

③ 通过频分复用使多个消息信号同时传输；

模拟调制系统分类：

线性调制

已调信号的频谱结构和调制信号的频谱结构相同；已调信号的频谱是调制信号频谱沿频率轴平移的结果。

线性调制种类：

一普通调幅（AM）；

一双边带抑制载波调幅（DSB-SC AM）；

一单边带调制（SSB）；

一残留边带调制（VSB）；

非线性调制（角调制）

已调信号的频谱除了频谱搬移外，还增加了许多新的频率成分，占用的频带远比调制信号频带宽。

非线性调制种类：

一调频(FM)；

一调相(PM);

§4.2　线性调制系统

一、双边带抑制载波调幅（DSB-SC AM）

消息信号　$m(t)$

载波　$c(t) = A_c \cos(2\pi f_c t + \phi_c)$

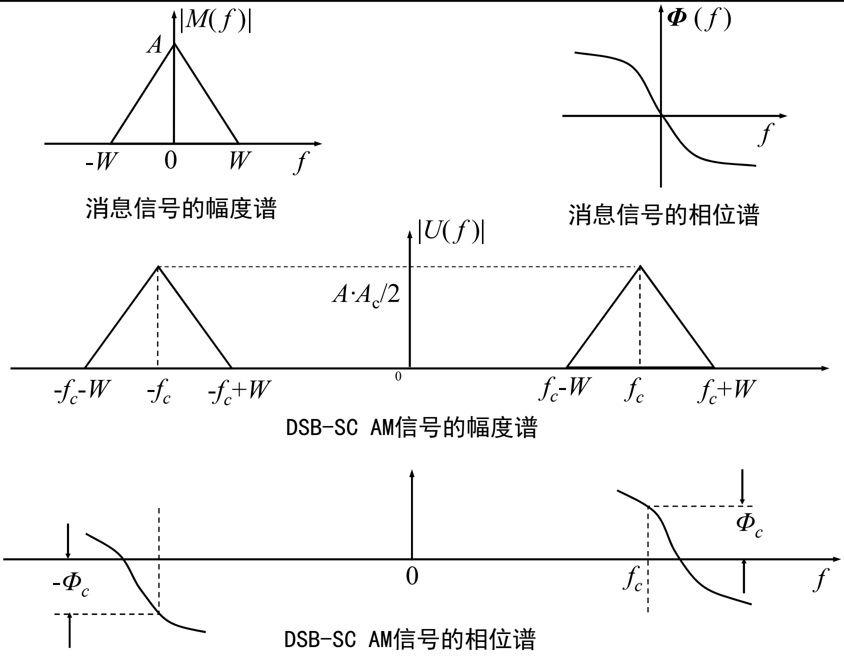
① 已调信号时域表示：

$$u(t) = m(t) \cdot c(t)$$
$$= A_c m(t)\cos(2\pi f_c t + \phi_c)$$

② 已调信号频域表示：

$$U(f) = \mathcal{F}\left[m(t)\right] \otimes \mathcal{F}\left[A_c \cos(2\pi f_c t + \phi_c)\right]$$
$$= \frac{A_c}{2}\left[M(f - f_c)e^{j\phi_c} + M(f + f_c)e^{-j\phi_c}\right]$$

5/43



调制信号 $m(t)$ 的带宽为 W，则已调DSB-SC信号的带宽为 $2W$

6/43

③ DSB-SC AM信号的功率谱

相关函数： $R_u(\tau)=\lim\limits_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}u(t)u(t-\tau)dt$

$$=\frac{A_c^2}{2}R_m(\tau)\cos(2\pi f_c\tau)$$

功率谱： $P_u(f)=\mathrm{F}\left[\frac{A_c^2}{2}R_m(\tau)\cos(2\pi f_c\tau)\right]$

$$=\frac{A_c^2}{4}\left[P_m(f-f_c)+P_m(f+f_c)\right]$$

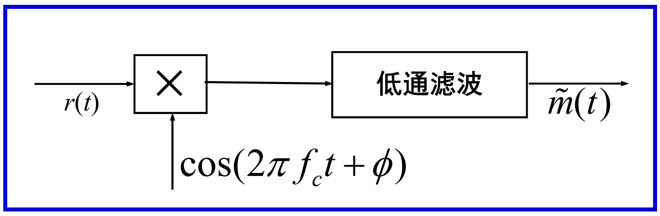
$P_m(f)$ 为消息信号 $m(t)$ 的功率谱。

已调信号总功率：

$$P_u=R_u(0)=\frac{A_c^2}{2}P_m$$

P_m为消息信号$m(t)$ 的总功率。

④ DSB-SC AM信号解调 （相干解调方式）



$$r(t)\cdot\cos(2\pi f_ct+\phi)=\underbrace{A_cm(t)\cos(2\pi f_ct+\phi_c)}_{u(t)}\cos(2\pi f_ct+\phi)$$

$$=\frac{1}{2}A_cm(t)\cdot\cos(\phi_c-\phi)+\cancel{\frac{1}{2}A_cm(t)\cos(4\pi f_ct+\phi_c+\phi)}$$

$$\tilde{m}(t)=\frac{1}{2}A_cm(t)\cos(\phi_c-\phi)$$

当 $\phi=\phi_c$ $\qquad \tilde{m}(t)=\frac{1}{2}A_cm(t)$

二、普通调幅（AM）

消息信号 $m(t)$

载波 $c(t) = A_c \cos(2\pi f_c t + \phi_c)$

① 普通调幅（AM）信号时域表示：

$$u(t) = A_c\left[1 + m(t)\right]\cos(2\pi f_c t + \phi_c)$$

或者 $u(t) = A_c\left[1 + a \cdot m_n(t)\right]\cos(2\pi f_c t + \phi_c)$

其中 $m_n(t) = \dfrac{m(t)}{\max\left|m(t)\right|}$

$a \le 1$ 是调制指数

② 普通调幅（AM）信号频域表示：

$$U(f) = \mathcal{F}\left\{\left[1 + a \cdot m_n(t)\right]\cos(2\pi f_c t + \phi_c)\right\}$$

$$= \frac{A_c}{2}\Big[e^{j\phi_c} aM_n(f - f_c) + e^{-j\phi_c} aM_n(f + f_c)$$

$$+ e^{j\phi_c}\delta(f - f_c) + e^{-j\phi_c}\delta(f + f_c)\Big]$$

载波分量

如果模拟调制信号$m(t)$的带宽为W，普通调幅（AM）要求的带宽和双边带抑制载波（DSB-SC）情况相同，都为 $2W$ 。

③ AM信号的功率谱

看作双边带抑制载波调幅信号

$$(1+a\cdot m_n(t)) \Leftrightarrow \delta(f)+a^2P_{m_n}(f)$$

$$P_u(f)=\frac{A_c^2}{4}\left[\delta(f-f_0)+a^2P_{m_n}(f-f_0)+\delta(f+f_0)+a^2P_{m_n}(f+f_0)\right]$$

普通AM信号的总功率为：

$$P_u=\frac{A_c^2}{2}+\frac{A_c^2}{2}a^2P_{m_n}$$

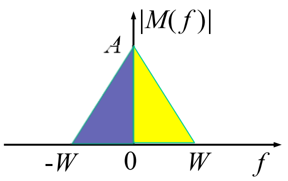
P_{m_n} 为 $m_n(t)$ 的功率

④ 普通调幅信号解调

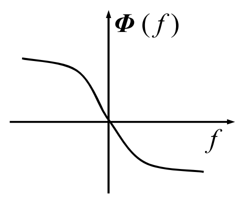
a、包络检波；b、相干解调

包络检波：
√解调设备简单
× 对输入信噪比有要求

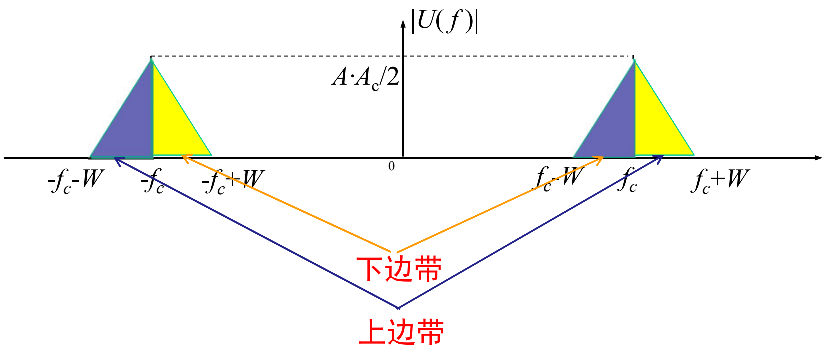
相干解调：
√不存在“门限效应”
× 需要一个同频同相的本地载波



消息信号的幅度谱



消息信号的相位谱

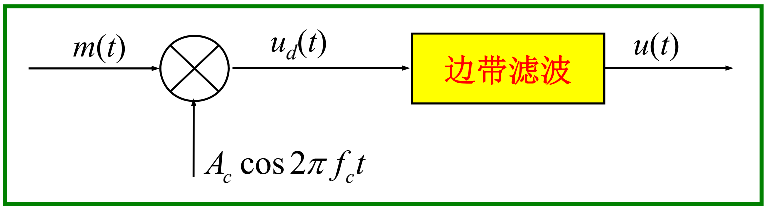


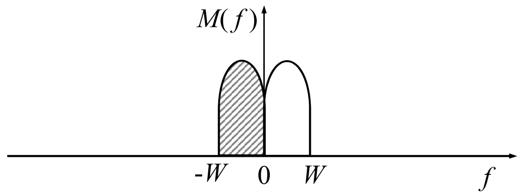
$\boxed{\text{调制信号 } m(t) \text{ 的带宽为 } W\text{，则已调DSB-SC信号的带宽为 } 2W}$

三、单边带调制（SSB）

① 二种产生单边带信号的方法

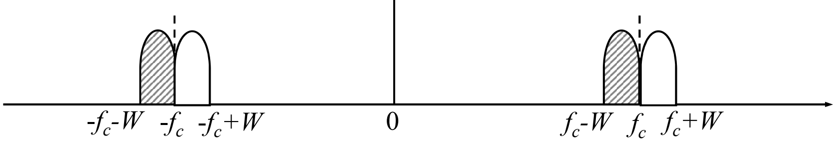
1、滤波法



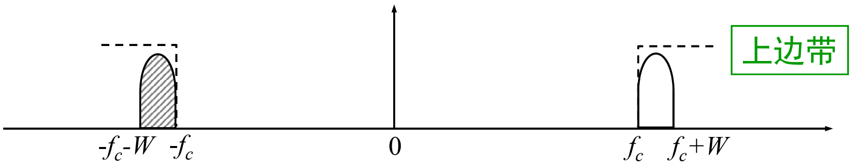


(a) 调制信号$m(t)$的频谱

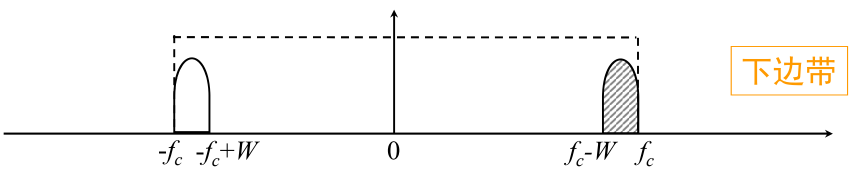
对边带滤波器的要求较高，不易实现



(b) 双边带抑制载波调制后$u_d(t)$的频谱

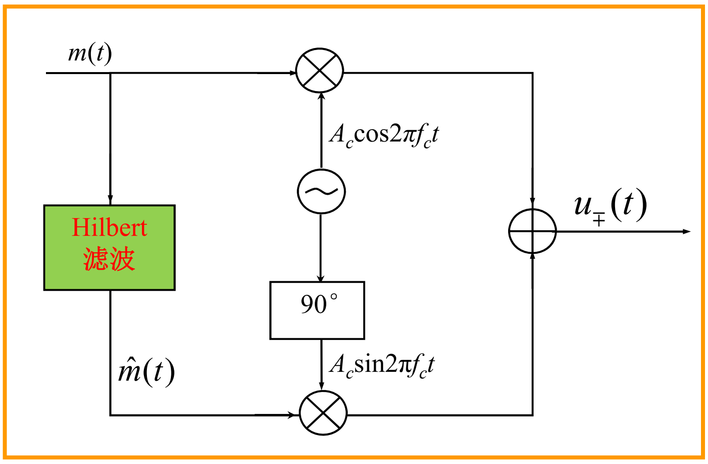


(c) 用边带滤波器滤出上边带信号



(d) 用边带滤波器滤出下边带信号

2、正交法



已调信号的时域表示：

$$u_{\mp}(t) = A_c m(t)\cos(2\pi f_c t) \mp A_c \hat{m}(t)\sin(2\pi f_c t)$$

15/43

$u_{\mp}(t)$的频谱为

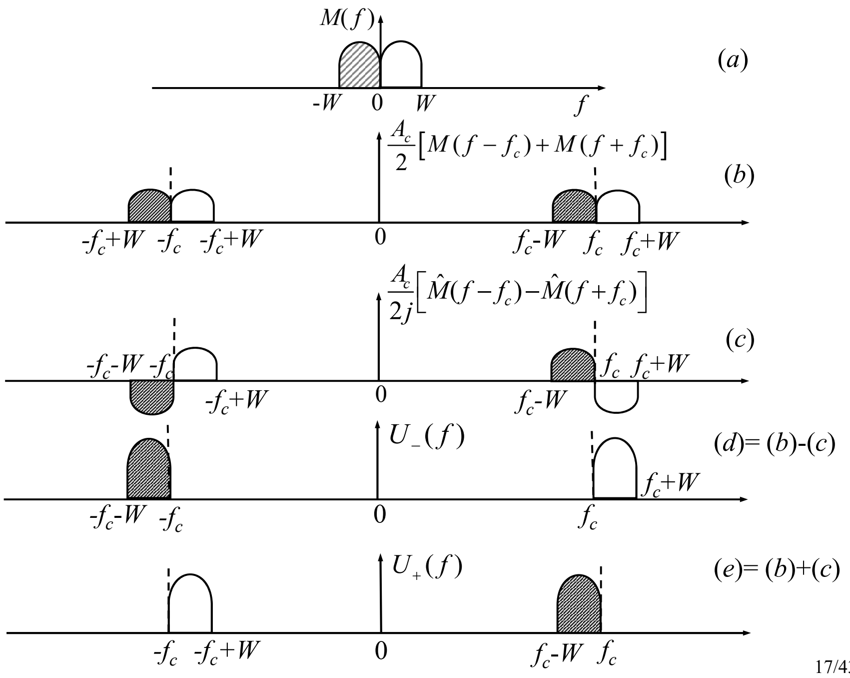
$$\boxed{U_{\mp}(f) = \frac{A_c}{2}\left[M(f-f_c) + M(f+f_c)\right] \mp \frac{A_c}{2j}\left[\hat{M}(f-f_c) - \hat{M}(f+f_c)\right]}$$

$$\hat{M}(f-f_c) = \begin{cases} -jM(f-f_c) & f > f_c \\ jM(f-f_c) & f < f_c \\ 0 & f = f_c \end{cases}$$

$$\hat{M}(f+f_c) = \begin{cases} -jM(f+f_c) & f > -f_c \\ jM(f+f_c) & f < -f_c \\ 0 & f = -f_c \end{cases}$$

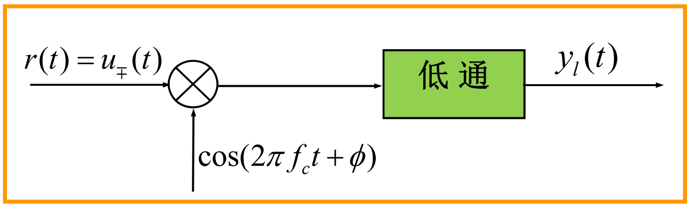
$$\hat{X}(f) = -j\,\mathrm{sgn}(f)X(f) ----\text{Hilbert}$$

16/43



17/43

② SSB信号解调

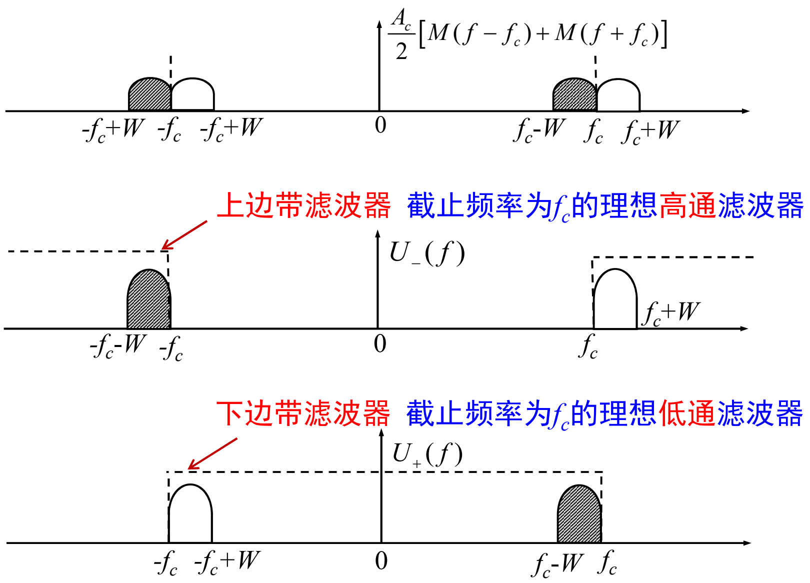


$$r(t)=u_{\mp}(t)=A_c m(t)\cos 2\pi f_c t \mp A_c \hat{m}(t)\sin 2\pi f_c t$$

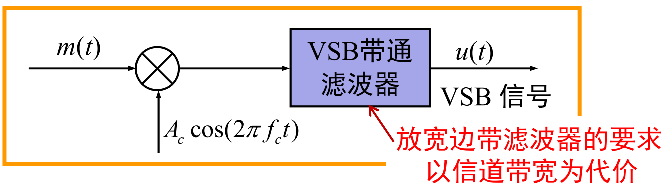
$$y_l(t)=A_c m(t)\cos\phi \mp A\hat{m}(t)\sin\phi$$

如果有相位误差，不仅使有用输出信号减少了$\cos\phi$，而且产生不希望有的信号分量$\hat{m}(t)$，所以希望有较严格的$\phi=0$。

18/43



四、残留边带调幅VSB AM（Vestigial-Sideband AM）



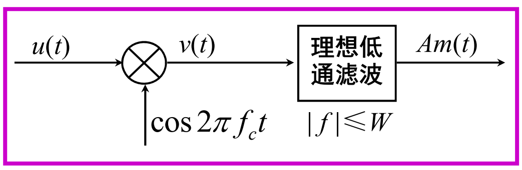
VSB边带滤波的脉冲响应为 $h(t)$，则VSB AM信号 $u(t)$的频谱

$$U(f)=\frac{A_c}{2}[M(f-f_c)+M(f+f_c)]\cdot H(f)$$

其中 $h(t)\Leftrightarrow H(f)$

$H(f)$应满足什么条件才能达到VSB的要求?

首先看解调：



$$v(t)=u(t)\cos(2\pi f_c t) \Leftrightarrow V(f)=\frac{1}{2}[U(f-f_c)+U(f+f_c)]$$

代入 $U(f)$ 的表示式得到

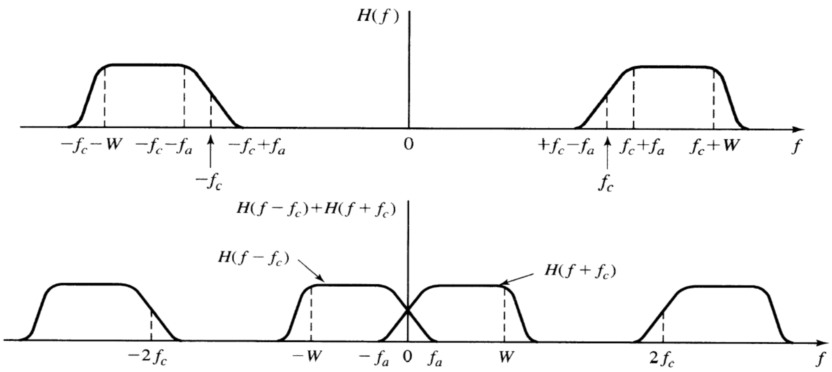
$$V(f)=\frac{A_c}{4}[M(f-2f_c)+M(f)]H(f-f_c)+\frac{A_c}{4}[M(f)+M(f+2f_c)]H(f+f_c)$$

低通输出的频谱为：

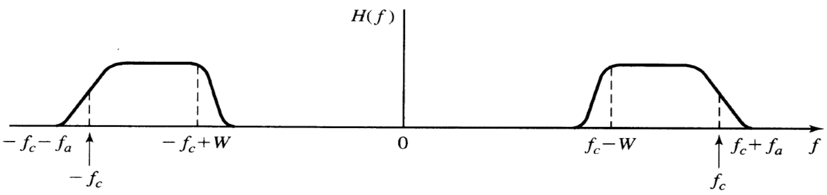
$$V_l(f)=\frac{A_c}{4}M(f)[H(f-f_c)+H(f+f_c)]$$

为了保证输出不失真，就要求：

$$\boxed{H(f-f_c)+H(f+f_c)=\text{常数} \qquad |f|<W}$$



保留上边带、残留下边带的VSB带通滤波器的频率特性



保留下边带、残留上边带的VSB带通滤波器的频率特性

§4.3 非线性调制（角度调制）

一、一般概念

角度已调信号的**一般形式**为：

$$u(t) = A_c \cos\left[2\pi f_c t + \phi(t)\right]$$

瞬时相位： $2\pi f_c t + \phi(t)$

瞬时频率： $f_i(t) = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{d}{dt}\left[2\pi f_c t + \phi(t)\right]$

$$= f_c + \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{d}{dt}\phi(t)$$

调相： $\phi(t) = k_p \cdot m(t)$

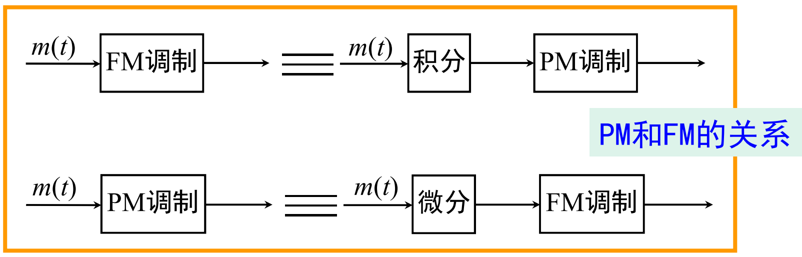
调频： $f_i(t) - f_c = k_f \cdot m(t) = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{d}{dt}\phi(t)$

$$\phi(t) = \begin{cases} k_p \cdot m(t) & \text{PM} \\ 2\pi k_f \boxed{\int_{-\infty}^{t} m(\tau) d\tau} & \text{FM} \end{cases}$$

调制消息信号先经过积分，再去调相，实际上就是调频；

$$\frac{1}{2\pi} \cdot \frac{d}{dt}\phi(t) = \begin{cases} \frac{1}{2\pi} k_p \boxed{\frac{d}{dt}} m(t) & \text{PM} \\ k_f \cdot m(t) & \text{FM} \end{cases}$$

调制消息信号先经过微分，再去调频，实际上就是调相；



调相信号最大相偏为： $\Delta\phi_{\max} = k_{\mathrm{p}} \max\left[|m(t)|\right]$

调频信号最大频偏为： $\Delta f_{\max} = k_{\mathrm{f}} \max\left[|m(t)|\right]$

调相和调频信号的调制指数定义为：

$$\beta_{\mathrm{p}} = k_{\mathrm{p}} \max\left[|m(t)|\right] = \Delta\phi_{\max}$$

$$\beta_{\mathrm{f}} = \frac{k_{\mathrm{f}} \max\left[|m(t)|\right]}{W} = \frac{\Delta f_{\max}}{W}$$

W 为消息调制信号$m(t)$的带宽

注意：如果角调制系统中，在所有时刻均有 $\phi(t) \ll 1$，则角调制系统被称为是窄带角调制。这时，

$$\begin{aligned} u(t) &= A_c \cos(2\pi f_c t + \phi(t)) \\ &= A_c \cos(2\pi f_c t)\cos\phi(t) - A_c \sin(2\pi f_c t)\sin\phi(t) \\ &\approx A_c \cos 2\pi f_c t - A_c \cdot \phi(t) \cdot \sin 2\pi f_c t \end{aligned}$$

这时已调信号实际上相当于普通AM信号。

25/43

二、角调制信号的频谱特点

考虑正弦角度调制 $u(t) = A_c \cos(2\pi f_c t + \beta \sin 2\pi f_m t)$ 调制指数

$$= \mathrm{Re}\left\{A_c e^{j2\pi f_c t} \cdot e^{j\beta\sin(2\pi f_m t)}\right\}$$

$e^{j\beta\sin(2\pi f_m t)}$ 是周期为 $T_m = 1/f_m$ 的周期函数

所以傅里叶级数展开为:

$$e^{j\beta\sin(2\pi f_m t)} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\beta) e^{j2\pi n f_m t}$$

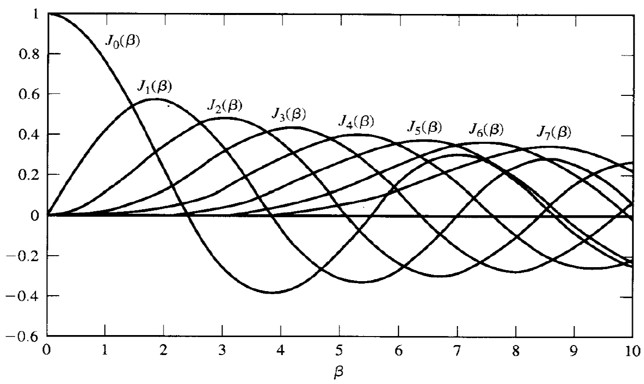
第一类n阶贝塞尔函数

$$u(t) = \mathrm{Re}\left\{A_c \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\beta) e^{j2\pi n f_m t} \cdot e^{j2\pi f_c t}\right\}$$

$$= \boxed{\sum_{n=-\infty}^{\infty} A_c J_n(\beta)\cos\left[2\pi(f_c + n f_m)t\right]}$$

在角调制信号中，包含了无限多个频率分量，各次频率分量大小由 $J_n(\beta)$ 确定；

26/43



卡尔森公式—角调制信号带宽（包含信号总功率的98%）：

$$\boxed{B = 2(\beta + 1)\cdot f_m}$$

β：调制指数

对于正弦调制：$m(t) = a\cos(2\pi f_m t)$

$$\beta = \begin{cases} \beta_p = k_p \cdot a \\ \beta_f = \dfrac{k_f \cdot a}{f_m} \end{cases} \Longrightarrow B = \begin{cases} 2(k_p \cdot a + 1)\cdot f_m & \text{PM} \\ 2(k_f \cdot a + f_m) & \text{FM} \end{cases}$$

§4.4 线性调制系统的抗噪声性能

调制方式有三个主要考虑的指标：

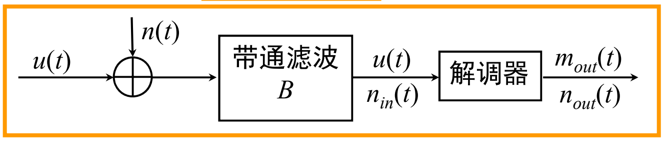
① 已调信号的带宽要求；

② 解调系统的抗噪声能力；

③ 系统实现的复杂性；

解调系统的抗噪声能力是用解调前后的信噪比增益来衡量：

$$\boxed{G = \frac{SNR_{out}}{SNR_{in}}}$$



输入噪声：$n_{in}(t) = n_c(t)\cos 2\pi f_o t - n_s(t)\sin 2\pi f_o t$

输入噪声功率：$E\left[n_{in}^2(t)\right] = \sigma_{in}^2 = \sigma_c^2 = \sigma_s^2 = N_0 \cdot B$

输入信噪比： $(SNR)_{in}=\dfrac{E\left[u^2(t)\right]}{E\left[n_{in}^2(t)\right]}$

输出信噪比： $(SNR)_{out}=\dfrac{E\left[m_{out}^2(t)\right]}{E\left[n_{out}^2(t)\right]}$

信噪比增益： $G=\dfrac{SNR_{out}}{SNR_{in}}$

一、DSB-SC AM

解调器输入信号： $u(t)=m(t)\cdot\cos(2\pi f_c t)$

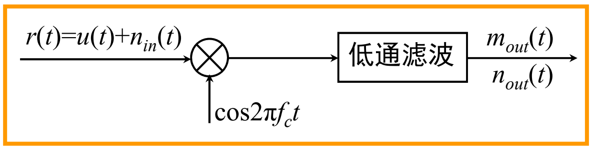
$$P_u=E\left[u^2(t)\right]=E\left\{\left[m(t)\cos(2\pi f_c t)\right]^2\right\}$$
$$=E\left[\frac{1}{2}m^2(t)\right]$$

解调器输入噪声： $n_{in}(t)=n_c(t)\cos 2\pi f_c t-n_s(t)\sin 2\pi f_c t$

$$P_{n_{in}}=B\cdot N_0$$

所以 $(SNR)_{in}=\dfrac{P_u}{P_{n_{in}}}=\dfrac{\frac{1}{2}E\left[m^2(t)\right]}{B\cdot N_0}$

采用相干解调：



$$r(t)=\left[m(t)+n_c(t)\right]\cos 2\pi f_c t-n_s(t)\sin 2\pi f_c t$$

$$r(t)\times\cos 2\pi f_c t=\frac{1}{2}\left[m(t)+n_c(t)\right]+\text{高频项}$$

输出信号功率： $P_{m_{out}}=\frac{1}{4}E\left[m^2(t)\right]$

输出噪声功率： $P_{n_{out}}=\frac{1}{4}E\left[n_c^2(t)\right]=\frac{1}{4}N_0B$

所以 $(SNR)_{out}=\dfrac{E\left[m^2(t)\right]}{N_0\cdot B}$

$$\boxed{G=\frac{(SNR)_{out}}{(SNR)_{in}}=2}$$

二、SSB AM

已调SSB信号： $u(t)=m(t)\cos 2\pi f_o t\mp\hat{m}(t)\sin 2\pi f_o t$

输入信号功率： $P_u=E\left[u^2(t)\right]=\frac{1}{2}\left\{E\left[m^2(t)+\hat{m}^2(t)\right]\right\}$

$$=E\left[m^2(t)\right]$$

输入噪声功率： $P_{n_{in}}=B\cdot N_0$ （***B*** **仅为双边带的一半**）

输入信噪比： $(SNR)_{in}=\dfrac{E\left[m^2(t)\right]}{B\cdot N_0}$

采用相干解调： $r(t)=\left[m(t)+n_c(t)\right]\cos 2\pi f_c t-\left[\hat{m}(t)+n_s(t)\right]\sin 2\pi f_c t$

$$r(t)\cdot\cos 2\pi f_c t=\frac{1}{2}\left[m(t)+n_c(t)\right]+\text{高频项}$$

解调器输出信号功率： $P_{m_{out}}=\frac{1}{4}E\left[m^2(t)\right]$

解调器输出噪声功率： $P_{n_{out}}=\frac{1}{4}E\left[n_c^2(t)\right]=\frac{1}{4}BN_0$

输出信噪比: $(SNR)_{out}=\dfrac{E\left[m^2(t)\right]}{BN_0}$

$$\boxed{G=\frac{(SNR)_{out}}{(SNR)_{in}}=1}$$

因为单边带信号的带宽为双边带信号的一半，所以在输入信号功率相同条件下，单边带和抑制载波双边带的输出信噪比是一样的。

三、普通AM调制

解调输入信号： $u(t)=\left[1+am_n(t)\right]\cos 2\pi f_c t$

$$m_n(t)=\frac{m(t)}{\max\left|m(t)\right|}\ ,\qquad a\le 1$$

输入信号功率： $P_u=\frac{1}{2}+\frac{a^2}{2}E\left[m_n^2(t)\right]$

输入噪声功率： $P_{n_{in}}=N_0\cdot B$

输入信噪比： $(SNR)_{in}=\dfrac{\frac{1}{2}+\frac{a^2}{2}E\left[m_n^2(t)\right]}{N_0B}$

解调前信号加噪声：

$$r(t)=\left[1+a\cdot m_n(t)+n_c(t)\right]\cos 2\pi f_c t-n_s(t)\sin 2\pi f_c t$$

采用相干解调：

$$r(t)\times\cos 2\pi f_c t=\frac{1}{2}\left[1+am_n(t)+n_c(t)\right]+\text{高频项}$$

$$P_{m_{out}}=\frac{a^2}{4}E\left[m_n^2(t)\right]$$

输出的噪声功率： $P_{n_{out}}=\frac{1}{4}BN_0$

输出信噪比： $(SNR)_{out}=\dfrac{a^2E\left[m_n^2(t)\right]}{N_0B}$

所以 $\boxed{G=\dfrac{2a^2E\left[m_n^2(t)\right]}{1+a^2E\left[m_n^2(t)\right]}}$

35/43

采用包络检波：

$$r(t)=\left[1+am_n(t)+n_c(t)\right]\cos 2\pi f_c t-n_s(t)\sin 2\pi f_c t$$
$$=V(t)\cos\left[2\pi f_c t+\varphi(t)\right]$$

包络为 $V(t)=\sqrt{\left[1+am_n(t)+n_c(t)\right]^2+n_s^2(t)}$

当$1+am_n(t)\gg n_c(t)$ 和 $n_s(t)$ 时

$$V(t)\approx 1+am_n(t)+n_c(t)$$

（包络检波输出与相干解调输出一样，仅差一个因子0.5，它不影响输出信噪比，所以这时信噪比增益与相干解调时一样。）

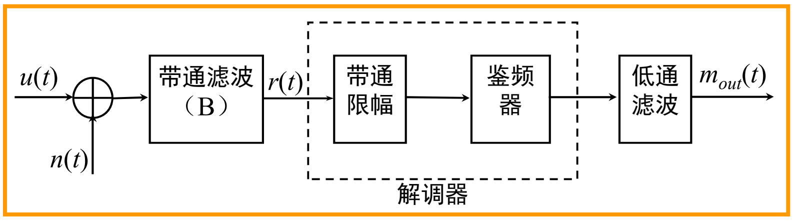
对于100%正弦波调幅 $m_n(t)$=sin(2pi*f_c*t)， a=1，

$E\left[m_n^2(t)\right]=E\left[\sin^2 2\pi f_c t\right]=\frac{1}{2}$ ，所以 $G=\frac{2}{3}$

36/43

§ 4.5 非线性调制（角调制）系统的抗噪声能力

调频解调过程：



$$u(t) = A_c \cos\left[2\pi f_c t + 2\pi k_f \int_{-\infty}^{t} m(t)dt\right]$$
$$= A_c \cos[2\pi f_c t + \varphi(t)]$$

其中 $\varphi(t) = 2\pi k_f \int_{-\infty}^{t} m(t)dt$

$$r(t) = u(t) + n_{in}(t)$$
$$= u(t) + n_c(t)\cos 2\pi f_c t - n_s(t)\sin 2\pi f_c t$$

输入信号功率： $P_u = \dfrac{1}{2}A_c^2$

输入噪声功率： $P_{n_{in}} = N_0 \cdot B$ （B由卡尔森公式给出）

输入信噪比： $(SNR)_{in} = \dfrac{A_c^2}{2N_0 \cdot B}$

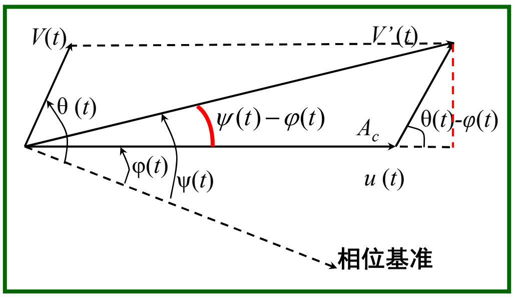
把噪声写成幅、角形式：

$\varphi(t) = 2\pi k_f \int_{-\infty}^{t} m(t)dt$

$$n_{in}(t) = V(t)\cos[2\pi f_c t + \theta(t)]$$

限幅后为常数

$$r(t) = A_c \cos[2\pi f_c t + \varphi(t)] + V(t)\cos[2\pi f_c t + \theta(t)]$$
$$= V'(t)\cos[2\pi f_c t + \psi(t)]$$



$$\boxed{\frac{1}{2\pi}\cdot\frac{d}{dt}(2\pi f_c t + \psi(t))}$$

$$\tan(\psi - \varphi) = \frac{V \cdot \sin(\theta - \varphi)}{A_c + V\cos(\theta - \varphi)}$$

$$\tan(\psi-\varphi)=\frac{V\cdot\sin(\theta-\varphi)}{A_c+V\cos(\theta-\varphi)}$$

所以 $$\psi(t)=\varphi(t)+\arctan\frac{V(t)\cdot\sin(\theta(t)-\varphi(t))}{A_c+V(t)\cdot\cos(\theta(t)-\varphi(t))}$$

当 $A_c \gg V(t)$ 时（高信噪比），

$$\psi(t)=\varphi(t)+\frac{V(t)}{A_c}\cdot\sin\left[\theta(t)-\varphi(t)\right]$$

解调器由**限幅放大和鉴频器**组成，其功能相当于对合成信号的相位进行**微分**，所以解调输出为：

$$\boxed{\underbrace{f_c}_{\text{直流}}+\underbrace{\frac{1}{2\pi}\frac{d\varphi(t)}{dt}}_{\text{信号}}+\underbrace{\frac{1}{2\pi}\frac{d}{dt}\left\{\frac{V(t)}{A_c}\cdot\sin\left[\theta(t)-\varphi(t)\right]\right\}}_{\text{噪声}}}$$

输出信号为： $m_{out}(t)=k_f\cdot m(t)$ （低通滤波带宽正好是$m(t)$的带宽f_m）

$$P_{m_{out}}=k_f^2\cdot E\left[m^2(t)\right]$$

39/43

鉴频后的噪声： $$n_d(t)=\frac{1}{2\pi A_c}\cdot\frac{d}{dt}\left\{V(t)\sin\left[\theta(t)-\varphi(t)\right]\right\}$$

其中$V(t)$是Rayleigh分布，$\theta(t)$均匀分布；$\theta(t)-\varphi(t)$ 仍为均匀分布；

所以可认为 $V(t)\sin\left[\theta(t)-\varphi(t)\right]$ 与 $n_s(t)=V(t)\sin\theta(t)$ 一样。

输出噪声： $$\boxed{n_d(t)=\frac{1}{2\pi A_c}\cdot\frac{d}{dt}\left[n_s(t)\right]}$$

$n_s(t)$是$n_{in}(t)$ 的低频正交分量，是一个带宽为$B/2$，功率谱密度为$2N_0$的低频噪声。

$$n_s(t)\longrightarrow\boxed{\frac{d}{dt}}\longrightarrow\frac{dn_s(t)}{dt}$$

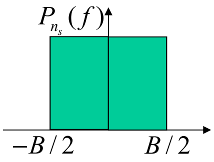
$H(f)=j2\pi f$

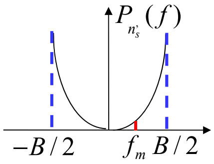
$\frac{dn_s(t)}{dt}$ 和 $n_d(t)$ 的功率谱为：

$$P_{n_s}(f)=\begin{cases}8\pi^2N_0f^2 & 0\le f\le\frac{B}{2}\\ 0 & \text{其它}\end{cases}$$

$$P_{n_d}(f)=\begin{cases}\frac{2}{A_c^2}N_0f^2 & 0\le f\le\frac{B}{2}\\ 0 & \text{其它}\end{cases}$$

40/43





鉴频输出噪声通过带宽为f_m的理想低通滤波器，则输出噪声功率为：

$$P_{n_d} = \int_0^{f_m} P_{n_d}(f)df = \frac{2}{3}\frac{N_0 \cdot f_m^3}{A_c^2}$$

输出信噪比为： $$(SNR)_{out} = \frac{k_f^2 E\left[m^2(t)\right]}{\frac{2}{3}\frac{N_0 \cdot f_m^3}{A_c^2}}$$

$$= \frac{3A_c^2 \cdot k_f^2 \cdot E[m^2(t)]}{2N_0 \cdot f_m^3}$$

信噪比增益 $$\boxed{G = \frac{(SNR)_{out}}{(SNR)_{in}} = \frac{3 \cdot B \cdot k_f^2 E\left[m^2(t)\right]}{f_m^3}}$$

对于正弦调频， $$m(t) = \cos(2\pi f_m t)$$

$$u(t) = A_c \cos\left[2\pi f_c t + 2\pi k_f \int_{-\infty}^{t} \cos(2\pi f_m t)dt\right]$$

调制指数： $$\beta_f = \frac{\Delta f_{\max}}{f_m} = \frac{k_f \cdot \max|m(t)|}{f_m} = \frac{k_f}{f_m}$$

$$E\left[m^2(t)\right] = \frac{1}{2}$$

$$\boxed{(SNR)_{out} = \frac{3A_c^2 \cdot k_f^2 \cdot E\left[m^2(t)\right]}{2N_0 \cdot f_m^3}} \qquad \boxed{G = \frac{(SNR)_{out}}{(SNR)_{in}} = \frac{3 \cdot B \cdot k_f^2 E\left[m^2(t)\right]}{f_m^3}}$$

输出信噪比： $$(SNR)_{out} = \frac{3}{2} \cdot \beta_f^2 \cdot \frac{(A_c^2/2)}{N_0 \cdot f_m}$$

信噪比增益： $$G = \frac{3 \cdot B \cdot \beta_f^2}{2 \cdot f_m}$$

利用卡尔森公式： $$B = 2(\beta_f + 1) \cdot f_m$$

得到 $$\boxed{G = 3(\beta_f + 1) \cdot \beta_f^2}$$

例如当调频指数 $\beta_f = 5$ 为时，得到G=450；而对于100%正弦调幅，其信噪比增益仅为 $2/3$，二者相差数百倍，所以调频信号质量明显好于调幅。但必须注意，这时调频所需带宽为：

$$B = 2 \cdot (\beta_f + 1) f_m = 12 f_m$$

而普通调幅仅需要：$B = 2 f_m$

习 题

- 4.3
- 4.4
- 4.6
- 4.7
- 4.9
- 4.12
- 4.13
- 4.14
- 4.17