

第八章 数字通信中的同步技术

要使数字通信系统能够正常工作、运行，需要各个层次的时间同步加以保证，在这个意义上说数字通信也可以称为是同步通信。

模拟和数字调制系统中，相干解调具有信噪比性能好，误码率低的优点；但它要求接收机的本地振荡与接收到的信号载波保持频率、相位上的一致，也就是要求接收机载波同步。

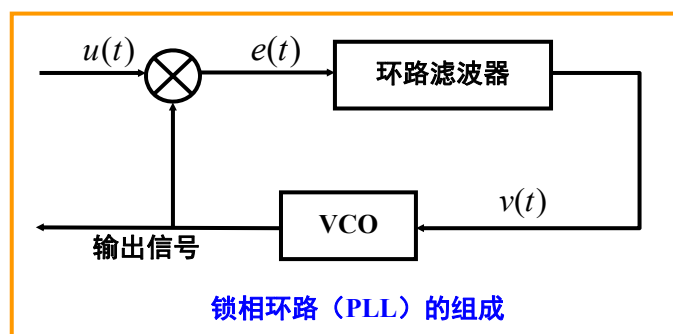
在数字通信中，不管是相干，还是非相干解调都要求按码元间隔采样，判决，所以接收机必须产生一个与接收码元信号起止时间一致的时钟，按这个时钟产生采样时刻。这种时钟同步称之为码元同步或位同步。

在数字通信系统中除了载波同步、位同步之外，还需要更高层的同步——群（帧）同步、网同步。

§ 8.1 锁相环路

8.1.1 锁相环路的组成和工作原理

锁相环路是一种关于时间的伺服系统，**它是最重要的一种同步技术。**
锁相环路实现对周期信号的相位估计。锁相环路（PLL）由乘法器（鉴相器）、环路滤波器和压控振荡器(VCO)组成，



锁相环输入为 $u(t)$ $u(t) = \cos(2\pi f_c t + \varphi)$

压控振荡器输出为: $\sin(2\pi f_c t + \hat{\varphi})$

鉴相器是一个乘法器, 它的输出

$$\begin{aligned} e(t) &= \cos(2\pi f_c t + \varphi) \cdot \sin(2\pi f_c t + \hat{\varphi}) \\ &= \frac{1}{2} \sin(\varphi - \hat{\varphi}) + \frac{1}{2} \sin(4\pi f_c t + \varphi + \hat{\varphi}) \end{aligned}$$

环路滤波器 $G(s)$ 是一个低通滤波器, 例如它可以是简单的比例积分滤波器, 传递函数为

$$G(s) = \frac{1 + \tau_2 s}{1 + \tau_1 s}$$

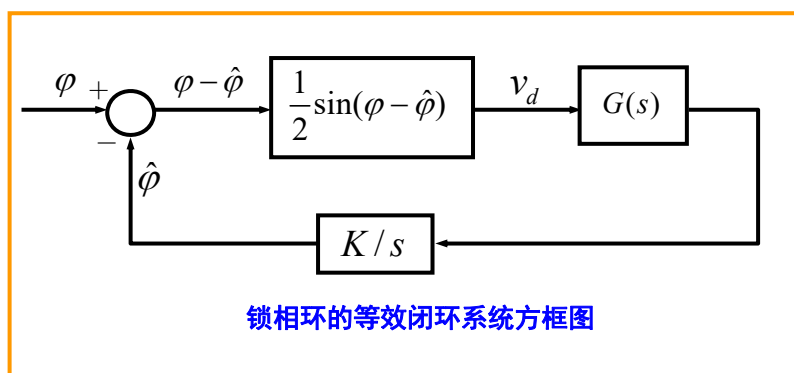
其中二个参数 τ_1, τ_2 ($\tau_1 \gg \tau_2$), 用来控制环路滤波器的带宽。环路滤波器的输出电压控制VCO。VCO产生一个正弦信号, 它的相位为

$$2\pi f_c t + \hat{\varphi}(t) = 2\pi f_c t + K \int_{-\infty}^t v(t) dt$$

3/13

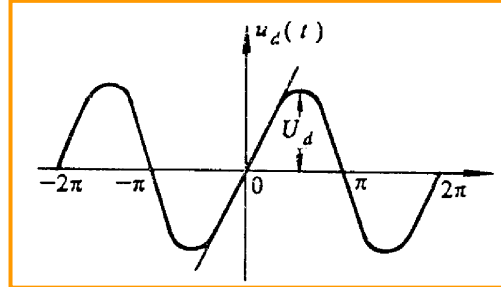
VCO输出相位估计与输入电压之间是积分关系:

$$\hat{\varphi}(t) = K \int_{-\infty}^t v(t) dt$$



4/13

鉴相特性为： $v_d = K_d \sin(\varphi - \hat{\varphi}) = K_d \sin \Delta\varphi$



从鉴相特性可见当相位误差 $\Delta\varphi > 0$ 时，产生正的误差电压 v_d 去控制 VCO，使得 $\hat{\varphi}$ 增加，从而减小相位误差。当 $\Delta\varphi < 0$ 时，产生负的误差电压 v_d 去控制 VCO，使 $\hat{\varphi}$ 减小，从而使相位误差向正的方向增大。平衡点是 $\Delta\varphi = 0$ ，这是一个稳定的平衡点。

5/13

当环路工作在跟踪模式时，这时相位误差很小，可以采用近似

$$\sin(\varphi - \hat{\varphi}) \approx \varphi - \hat{\varphi}$$

得到闭环方程 $\frac{1}{2}[\varphi(s) - \hat{\varphi}(s)] \cdot G(s) \cdot \frac{K}{s} = \hat{\varphi}(s)$

闭环传递函数 $H(s) = \frac{\hat{\varphi}(s)}{\varphi(s)} = \frac{KG(s)/s}{1 + KG(s)/s}$

如果代入比例积分滤波器 $G(s)$ 的表示式，得到闭环传递函数为

$$H(s) = \frac{1 + \tau_2 s}{1 + (\tau_2 + 1/K)s + (\tau_1/K)s^2}$$

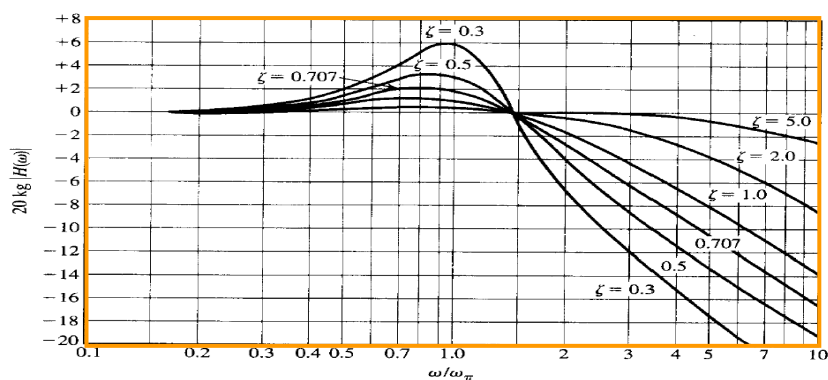
通过一些运算， $H(s) = \frac{(2\zeta\omega_n - \omega_n^2/K)s + \omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$

其中， $\omega_n = \sqrt{K/\tau_1}$, $\zeta = \omega_n(\tau_2 + 1/K)/2$

6/13

闭环传递函数的等效噪声带宽（单边）

$$B_{eq} = \frac{\tau_2^2(1/\tau_2^2 + K/\tau_1)}{4(\tau_2 + 1/K)} = \frac{1 + (\tau_2\omega_n)^2}{8\zeta/\omega_n}$$



不同阻尼系数 ζ 之下，二阶环路的幅频 $20\log|H(\omega)|$ 特性曲线

7/13

当环路工作在捕获模式时，这时相位误差比较大，线性近似不成立，

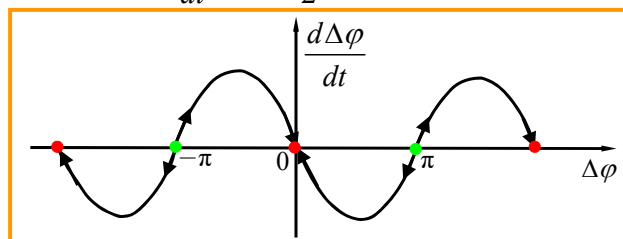
环路方程为 $\frac{K}{2} \cdot \frac{G(s)}{s} \sin[\varphi(t) - \hat{\varphi}(t)] = \hat{\varphi}(t)$

最简单的一阶环路情况，即 $G(s) = 1$ ，考虑到微分算子 s ，

$$\frac{d\Delta\varphi(t)}{dt} = \frac{d\varphi(t)}{dt} - \frac{K}{2} \sin \Delta\varphi(t)$$

对于输入相位阶跃 $\varphi(t) = \theta_0$ ，则方程化简为

$$\frac{d\Delta\varphi(t)}{dt} = -\frac{K}{2} \sin \Delta\varphi(t)$$



在捕获态：

- 误差相位 $2k\pi$ 是稳定工作点
- 误差相位 $(2k+1)\pi$ 是不稳定工作点

8/13

8.1.2 加性噪声对于锁相环相位估计的影响

考虑到加性噪声，锁相环的输入为，

$$r(t) = s(t) + n(t) = A_c \cos[2\pi f_c t + \varphi(t)] + n(t)$$

加性窄带噪声， $n(t) = x(t) \cos 2\pi f_c t - y(t) \sin 2\pi f_c t$

$x(t), y(t)$ 是噪声的同相分量和正交分量，它们是零均值，独立高斯过程，双边功率谱密度为 N_0 (W/Hz)。通过代数运算，可以写成

$$n(t) = n_c(t) \cos[2\pi f_c t + \varphi(t)] - n_s(t) \sin[2\pi f_c t + \varphi(t)]$$

其中 $n_c(t) = x(t) \cos \varphi(t) + y(t) \sin \varphi(t)$

$$n_s(t) = -x(t) \sin \varphi(t) + y(t) \cos \varphi(t)$$

即 $n_c(t) + jn_s(t) = [x(t) + jy(t)]e^{-j\varphi(t)}$

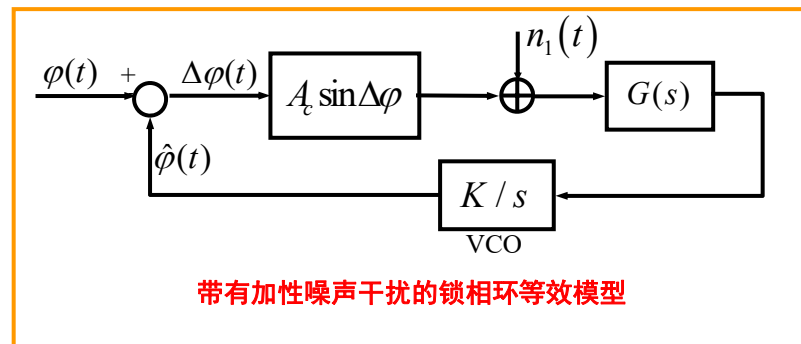
$n_c(t), n_s(t)$ 和 $x(t), y(t)$ 具有相同的统计特性。

9/13

$r(t)$ 和VCO输出相乘，经过低通滤波，除去倍频项，得到受到噪声干扰的误差信号

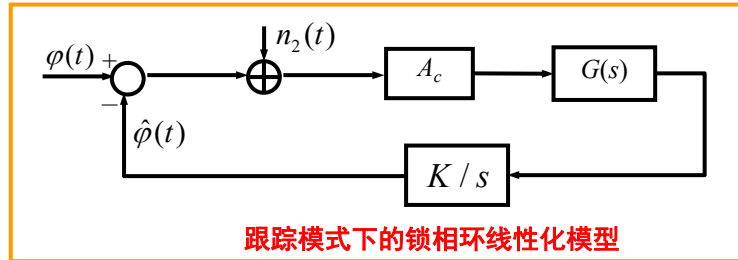
$$\begin{aligned} e(t) &= A_c \sin \Delta\varphi + n_c(t) \sin \Delta\varphi - n_s(t) \cos \Delta\varphi \\ &= A_c \sin \Delta\varphi + n_1(t) \end{aligned}$$

其中 $\Delta\varphi = \varphi - \hat{\varphi}$



10/13

当输入信号功率 $P_c = \frac{A_c^2}{2}$ 远大于噪声功率时，可对跟踪模式下的锁相环进行线性化：



$n_2(t) = n_1(t) / A_c$ 是等效输入相位噪声，它的功率谱密度为 N_0 / A_c^2

输出相位误差的方差为：

$$\sigma_{\hat{\varphi}}^2 = \frac{N_0}{A_c^2} \int_{-\infty}^{\infty} |H(j2\pi f)|^2 df = \frac{N_0 / 2}{P_c} \cdot 2B_{neq} = \frac{N_0 B_{neq}}{P_c} \triangleq \frac{1}{\gamma_L}$$

环路等效噪声带宽（单边）： $B_{neq} = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} |H(j2\pi f)|^2 df$

环路信噪比： $\gamma_L = \frac{P_c}{N_0 B_{eq}} \quad P_c = \frac{1}{2} A_c^2$

11/13

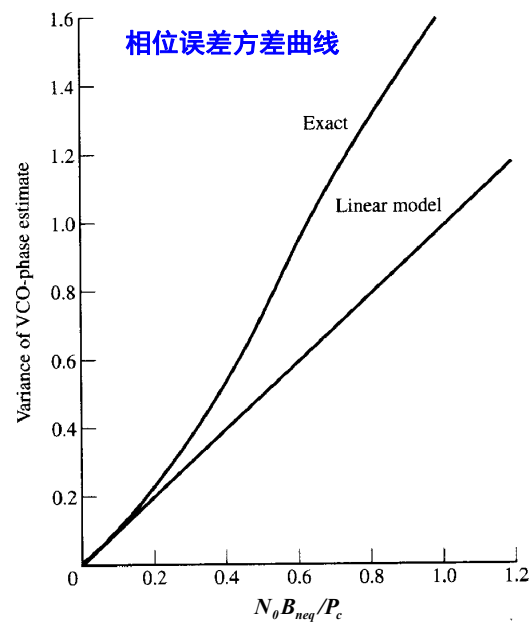
在**线性化近似模型**中，输出相位误差分布被近似为高斯分布，其均值为零，方差为 $\sigma_{\hat{\varphi}}^2$ 。

Viterbi对**一阶锁相环**，**考虑到非线性**，相位误差的概率分布密度：

$$p(\Delta\varphi) = \frac{\exp(\gamma_L \cos \Delta\varphi)}{2\pi I_0(\gamma_L)}$$

$$\sigma_{\hat{\varphi}}^2 = \int_{-\pi}^{\pi} \Delta\varphi^2 p(\Delta\varphi) d\Delta\varphi$$

12/13



13/13