第七章 数字通带传输

数字调制是把数字符号转换成适合于信道特征的波形。在第六章数字基带传输中，数字波形采用成型脉冲形式传输，而在通带传输中，还需要*用这些成型脉冲序列去调制载波*。

与模拟调制一样，在数字通带传输中成型脉冲序列可以被用来调制载波幅度、频率和相位，分别称为数字调幅、数字调频和数字调相。

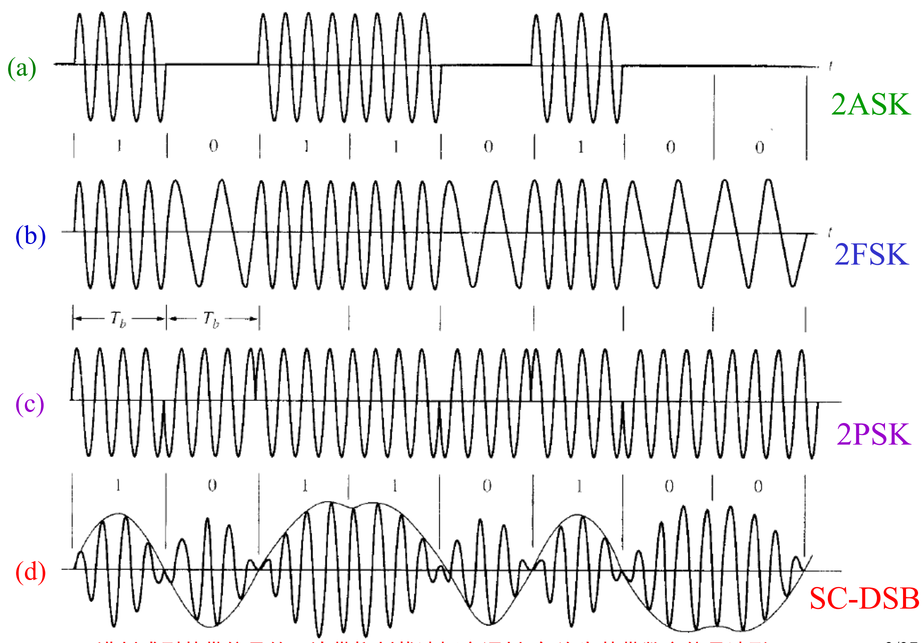
在本章中我们对各种数字通带传输系统，研究相应已调信号的时域表示和功率谱，调制和解调实现方式，以及误码率计算。

§ 7.1 连续波数字调制

数字基带波形可用来调制正弦波的幅度、频率和相位。如果*基带波形的基本脉冲是不归零（NRZ）方波脉冲*，则这些被调制参数，如幅度、频率和相位是*按数据值进行切换*，或称为*键控*。

如图所示的二进制幅度偏移键控（2*ASK*），二进制频率偏移键控（2*FSK*）和二进制相位偏移键控（2*PSK*）。图中（d）也示出二进制成型基带信号的双边带抑制载波幅度调制。

在本节我们介绍基本数字连续波调制的*数学模型*（发送机方框图），介绍它们的功率谱和带宽要求。



二进制成型基带信号的双边带抑制载波幅度调制: 包络为基带数字信号波形

7.1.1 正弦波数字调制信号的谱分析

正弦数字连续波调制信号的基本表示式为：

$$s(t) = A(t)\cos\left[2\pi f_c t + \Phi(t) + \theta\right]$$

$$= x(t)\cos(2\pi f_c t + \theta) - y(t)\sin(2\pi f_c t + \theta)$$

其中 $x(t) = A(t)\cos\Phi(t)$

$$y(t) = A(t)\sin\Phi(t)$$

其中*x*(*t*)和*y*(*t*)分别称为是同相和正交基带信号分量，θ是一个均匀分布的随机变量。*s*(*t*)的相关函数为

$$R_S(t_1,t_2) = \frac{1}{2}\left\{R_X(t_1,t_2) + R_Y(t_1,t_2)\right\}\cos\left[2\pi f_c(t_1 - t_2)\right] -$$

$$\frac{1}{2}\left\{R_{XY}(t_1,t_2) + R_{YX}(t_1,t_2)\right\}\sin\left[2\pi f_c(t_1 - t_2)\right]$$

- 平稳随机过程指它的任何 *n* 维分布函数与时间起点无关——严平稳过程
- 均值、方差为常数，自相关函数只和时间差τ有关——广义平稳过程
- 一个时间连续的二阶矩随机过程被称为是周期为T的广义循环平稳过程是指它的均值过程和自相关函数均是t的周期为T的周期函数——广义循环平稳过程

如果 $x(t)$ 和 $y(t)$ 是平稳（或循环平稳），$x(t)$ 和 $y(t)$不相关，而且 $E[x(t)]\times E[y(t)]=0$，则相关函数中交叉相关项等于零，

$$R_S(\tau)=\frac{1}{2}\{R_X(\tau)+R_Y(\tau)\}\cos 2\pi f_c\tau \qquad \tau=t_1-t_2$$

功率谱：$P_S(f)=\frac{1}{4}\{P_X(f-f_c)+P_X(f+f_c)+P_Y(f-f_c)+P_Y(f+f_c)\}$

如果记 $P_{lp}(f)=P_X(f)+P_Y(f)$

则 $P_S(f)=\frac{1}{4}\{P_{lp}(f-f_c)+P_{lp}(f+f_c)\}$

7.1.2 连续波数字幅度调制方式（*ASK*）

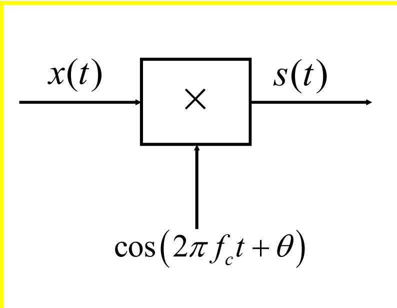
两电平的*ASK*如图7.1.1（*a*）所示。2*ASK*波形可以通过让载波通、断来产生，这种二进制通断调制方式也称为*OOK*（*on-off Keying*）。一般 *M* 进制*ASK*信号包含了“*M*-1”种不同的“通”幅度电平和一种“断”电平。在这*M*进制*ASK*调制中，信号波形序列表示为：

$$s(t)=x(t)\cos(2\pi f_c t+\theta)$$

$$x(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}a_n g_T(t-nT)$$

$$a_n\in\{0,1,\ldots,M\text{-}1\}$$

$$g_T(t)=\begin{cases}A & 0\le t\le T\\ 0 & \text{其它}\end{cases}$$



若a_n是等概分布的，则　（6.1.13）由自相关函数的傅里叶变换而来

$$m_a = E[a_n] = \frac{M-1}{2}, \qquad \sigma_a^2 = E[a_n^2] - m_a^2 = \frac{M^2-1}{12}$$

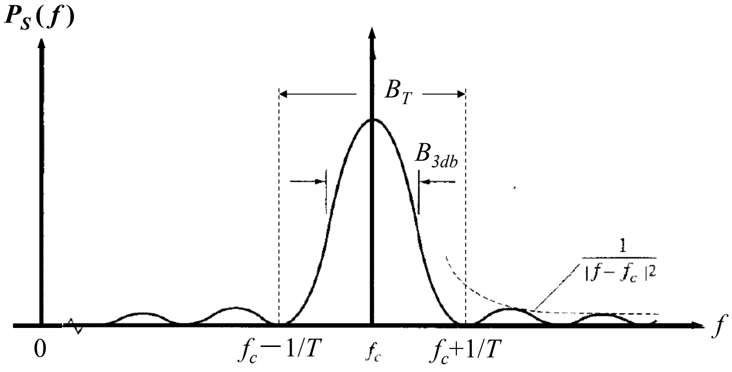
$$P_{lp}(f) = P_X(f) = \frac{\sigma_a^2}{T}|G_T(f)|^2 + \frac{m_a^2}{T^2}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\left|G_T\left(\frac{n}{T}\right)\right|^2 \delta(f-\frac{n}{T})$$

其中　$G_T(f) = AT\dfrac{\sin(\pi Tf)}{\pi Tf}$

所以　$P_{lp}(f) = \dfrac{M^2-1}{12}A^2T\left|\dfrac{\sin(\pi Tf)}{\pi Tf}\right|^2 + \left(\dfrac{M-1}{2}\right)^2 \cdot A^2\delta(f)$

$$P_S(f) = \frac{M^2-1}{48}A^2T\left\{\left|\frac{\sin \pi T(f-f_c)}{\pi T(f-f_c)}\right|^2 + \left|\frac{\sin \pi T(f+f_c)}{\pi T(f+f_c)}\right|^2\right\}$$

$$+\left(\frac{M-1}{4}\right)^2 A^2 \cdot \{\delta(f-f_c) + \delta(f+f_c)\}$$



所以*ASK*信号的3dB带宽约为 $B_{3dB} = 1/T$，主瓣带宽约为 $B_T = 2/T$

带外功率按 $|f-f_c|^{-2}$衰减。

在*M*进制*ASK*传输中，符号率 $R_B = 1/T$，比特率为

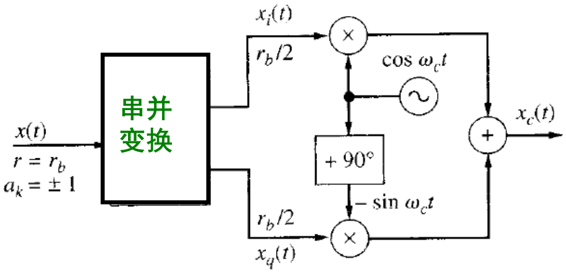
$$R_b = R_B \cdot \log_2 M = \frac{\log_2 M}{T} \quad \text{(bps)}$$

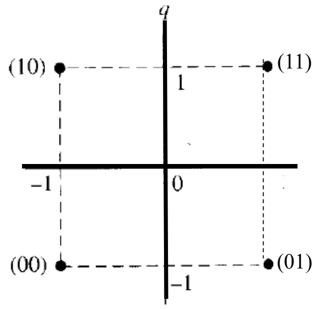
频谱利用效率为 $\eta = \dfrac{R_b}{B_T} = 0.5\log_2 M$（bps/Hz）　（按主瓣带宽算）

7.1.3 正交载波幅度调制（*QAM*）

$\cos(2\pi f_c t)$ 和 $\sin(2\pi f_c t)$ 是二个相互正交的载波，可以用二路独立的基带数字波形分别去调制这二个正交载波的幅度，然后把它们复合起来一起传输。在接收端可以用正交载波把两路基带数字波形分离开来(见图2.1.6），这就是正交复用的概念。利用正交复用可以提高频谱利用效率。这种调制方式称为正交载波幅度调制。

(信号空间中有M个信号点，称MQAM)





数据在串并变换后，得到二路数据$\{I_k\}$和 $\{Q_k\}$ ，这时上、下二个支路中的一对数字(I_k, Q_k)组成一个符号，数据假定是双极性，即

$$I_k, Q_k = \left(m - \frac{N+1}{2}\right), \quad m = 1,2,3,\cdots,N; \quad M = N^2$$

MQAM

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} I_k g_T(t-kt)$$

$$y(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} Q_k g_T(t-kt)$$

由于$x(t)$和$y(t)$是相互独立的、零均值基带信号分量

$$P_{lp}(f) = P_X(f) + P_Y(f)$$

显然$x(t)$和$y(t)$的功率谱相同，所以

$$P_{lp}(f) = 2P_X(f)$$

2维
MASK

m_a=0

$$E[I_k]=E[Q_k]=0\ ,\qquad \sigma_I^2=\sigma_Q^2=\left(\frac{N^2-1}{12}\right)$$

所以 $$P_{lp}(f)=\frac{2\sigma_I^2}{T}\left|G_T(f)\right|^2=2\sigma_I^2A^2T\left|\frac{\sin\pi Tf}{\pi Tf}\right|^2$$

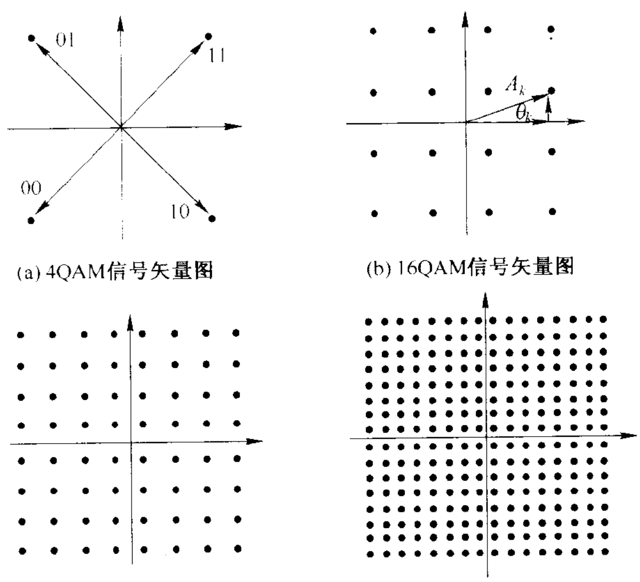
$$p_S(f)=\frac{N^2-1}{24}A^2T\left\{\left|\frac{\sin\pi T(f-f_c)}{\pi T(f-f_c)}\right|^2+\left|\frac{\sin\pi T(f+f_c)}{\pi T(f+f_c)}\right|^2\right\}$$

与*ASK*相比，少了载频上的离散谱线。对于正交两个支路上都是*N*进制的*QAM*传输，$M=N^2$，符号率为 $R_B=1/T$，比特率为

$$R_b=R_B\cdot\log_2 M=\frac{2\log_2 N}{T}\quad\text{（bps）},$$

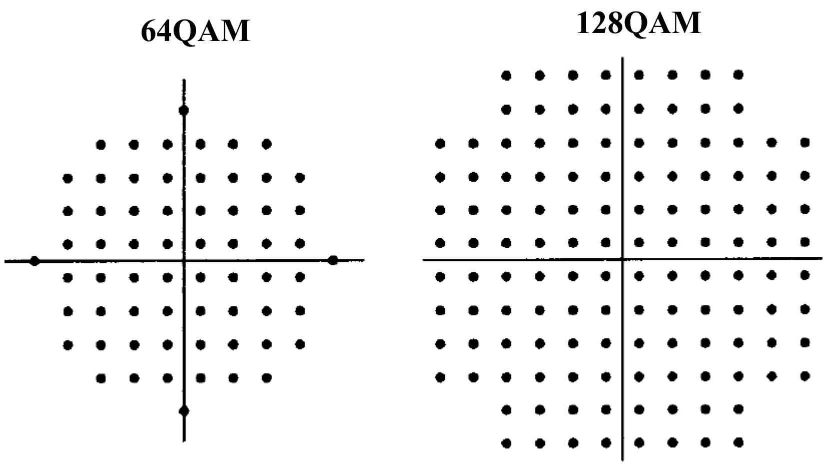
信号的主瓣带宽仍为 $B_T=2/T$，带外功率按 $\left|f-f_c\right|^{-2}$ 衰减。

频谱利用效率为，$\eta=\dfrac{R_b}{B_T}=0.5\log_2 M=\log_2 N$ （bps/Hz）



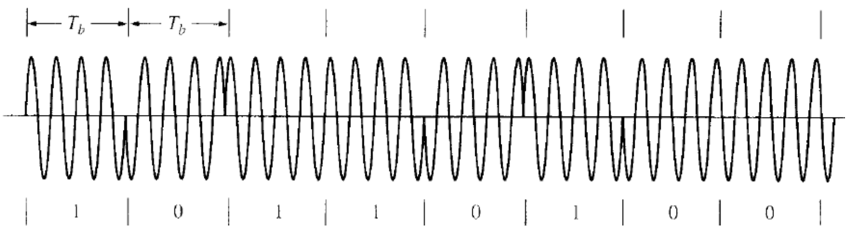
(a) 4QAM信号矢量图　(b) 16QAM信号矢量图

(c) 64QAM信号矢量图　(d) 256QAM信号矢量图



7.1.4 正弦波数字相位调制（*PSK*）

二进制*PSK*波形示意图



*M*进制*PSK*在时间间隔$kT \le t \le (k+1)T$中相位为φ_k，它可以取*M*个不同值，所以

$$s(t)=\sum_{k=-\infty}^{\infty}\cos\left(2\pi f_c t+\theta+\varphi_k\right)g_T(t-kT)$$

$$=x(t)\cos\left(2\pi f_c t+\theta\right)-y(t)\sin\left(2\pi f_c t+\theta\right)$$

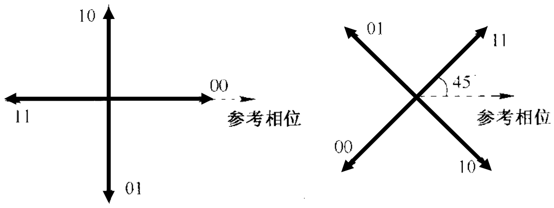
其中 $x(t)=\sum_{k=-\infty}^{\infty} I_k g_T(t-kT)$， $y(t)=\sum_{k=-\infty}^{\infty} Q_k g_T(t-kT)$

$I_k=\cos\varphi_k$ ， $Q_k=\sin\varphi_k$

$$g_T(t)=\begin{cases} A & 0\le t<T \\ 0 & 其它 \end{cases}$$

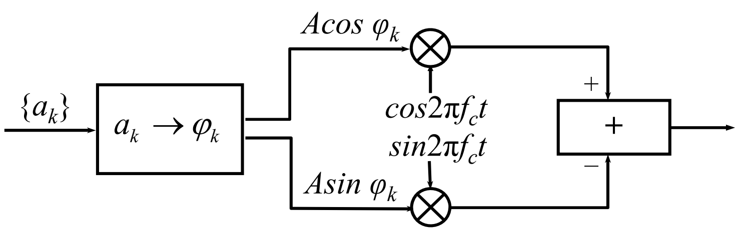
$$\varphi_k=\pi(2a_k+N)/M, \qquad a_k=0,1,\cdots,M-1$$

其中$N=0$或1。当$N=0$时，这M个相位角从0开始均匀分布在单位圆上，当$N=1$时相位角从π/M开始均匀分布在单位圆上。

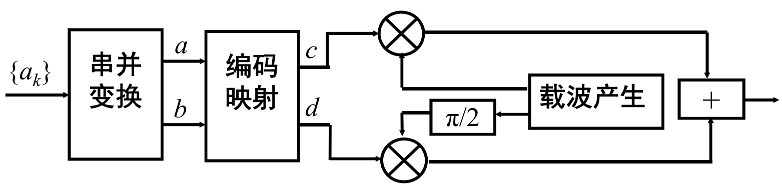


(a) A方式(N=0)　　(b) B方式(N=1)

MPSK信号产生的原理方框图



对于M=4的$QPSK$调制器的原理方框图



对两路正交载波进行对称幅度调制

编码映射如下表：

表 7.1.1 *QPSK* 编码映射

a	*b*	*N*=0		*N*=1	
		(*c*, *d*)	φ_k	(*c*, *d*)	φ_k
0	0	(1, 0)	0°	$(1,1)/\sqrt{2}$	45°
1	0	(0, 1)	90°	$(-1,1)/\sqrt{2}$	135°
1	1	(-1, 0)	180°	$(-1,-1)/\sqrt{2}$	225°
0	1	(0, -1)	270°	$(1,-1)/\sqrt{2}$	315°

采用了*Gray*编码，即相邻的信号点仅差一个比特。

***PSK*信号功率谱分析与*QAM*情况一样：**

$$E[I_k]=E[Q_k]=0, \qquad E\left[I_k^2\right]=E\left[Q_k^2\right]=\frac{1}{2}$$

$$P_{lp}(f)=2P_X(f)=A^2T\left|\frac{\sin \pi Tf}{\pi Tf}\right|^2$$

$$P_S(f)=\frac{A^2T}{4}\left\{\left|\frac{\sin \pi T(f-f_c)}{\pi T(f-f_c)}\right|^2+\left|\frac{\sin \pi T(f+f_c)}{\pi T(f+f_c)}\right|^2\right\}$$

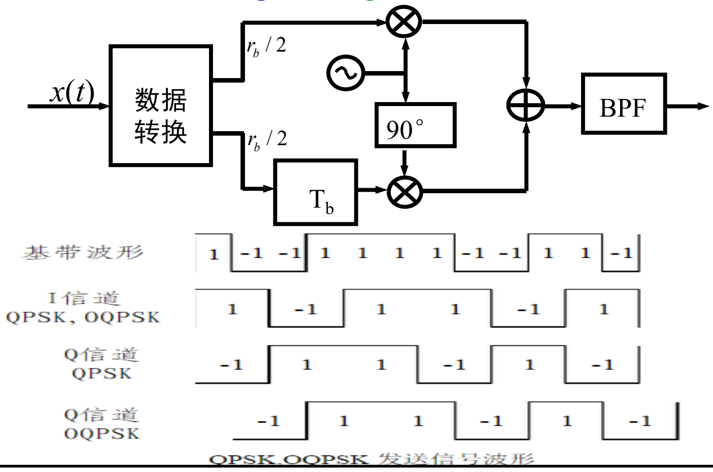
***M*进制*PSK*的带宽要求 $B_T=2/T$，频谱利用率为**

$$\eta=0.5\log_2 M \quad \text{bps/Hz}$$

功率谱只有连续谱部分
频谱利用率与ASK相同
带外衰减与ASK也相同

*PSK*信号是*恒包络信号*，因此发射机功率放大器的非线性对它影响不大，有利于提高功放的效率，但是我们也看到*PSK*信号功率谱的带外漏泄还是比较大的，所以需要用带通滤波器加以控制，带通滤波器会破坏*PSK*信号的恒包络特性。

还有许多其它的数字相位调制方式，例如对$M=4$的*QPSK*调制加以改进，可以得到参差移相键控调制*OQPSK*。*OQPSK*调制器如图



正交支路延迟一个bit，保证两个乘法器上的信息不会同时产生跳变，减少高频分量，减少带外辐射

7.1.5 正弦波差分相位偏移键控调制（*DPSK*）

在*PSK*调制中，数据信息包含在载波相位中，需要采用***相干解调***方式恢复数据。因此要求接收机提供与收到信号载波同频、同相的本地正弦信号。由于*PSK*频谱中不含有载波频率分量，所以在接收端恢复载波相位时，一般先通过非线性变换，产生载频的倍频分量，用锁相环路跟踪这个倍频分量，再分频获得相干载频。这个过程会产生 $2\pi/M$ 的整数倍相位不确定。两个方法可以消除***相位模糊***:

（1）通过前导字训练序列来消除这种不确定性；

（2）采用差分移相键控调制 *DPSK* 。在*DPSK*中利用前后符号的相位差来传输数据信息。

M 进制$DPSK$中发送信号为

$$s(t)=\sum_{k=-\infty}^{\infty}\cos\left[2\pi f_c t+\theta_{k-1}+\Delta\varphi_k\right]g_T(t-kT)$$

其中 $\theta_k=\theta_{k-1}+\Delta\varphi_k$ 是第k个码源的相位

其中前后时刻码源相位差

$$\Delta\varphi_k=\frac{\pi}{M}(2a_k+N),\quad a_k=0,1,2,\cdots,M-1,\quad N=0,1$$

从波形上看PSK和$DPSK$是不可区分的，它们的功率谱也是相同的。

例如对$M=2$，$N=0$，则

$\Delta\varphi_k=0$ 发送“0”

$\Delta\varphi_k=\pi$ 发送“1”

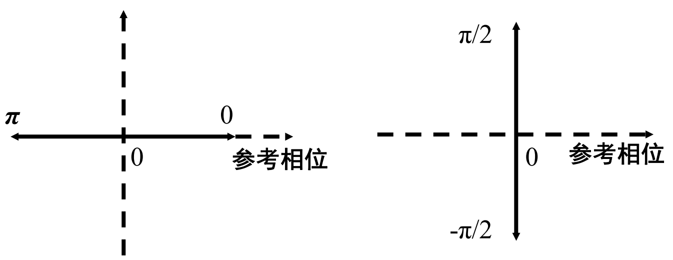
例如对$M=2$，$N=1$，则

$\Delta\varphi_k=\pi/2$ 发送“0”

$\Delta\varphi_k=-\pi/2$ 发送“1”

这种方式可以避免同一个相位连续不变化

21/37



(a) A方式(N=0)　　(b) B方式(N=1)

M=2，A方式举例：

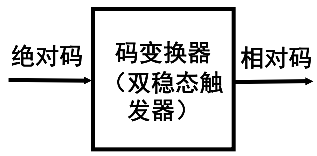
发送序列	0 0 1 1 1 0 0 1 0 1 … 0 0 1 1 1 0 0 1 0 1 …
Δφ	0 0 π π π 0 0 π 0 π … 0 0 π π π 0 0 π 0 π …
初相	0　　π
绝对相位 $(\theta_n=\theta_{n-1}+\Delta\varphi)$	0 0 π 0 π π π 0 0 π … π π 0 π 0 0 0 π π 0 …

22/37

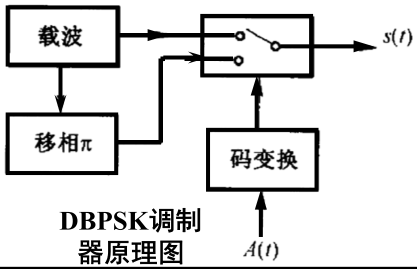
在2*DPSK*信号产生过程中，我们先对原来待传输的数据序列进行差分编码，再把差分编码的序列去进行2*PSK*调制。设$\{a_n\}$为原始数据序列，$\{b_n\}$是差分编码后序列，

差分编码器： $b_n = b_{n-1} \oplus a_n$ 差分译码器： $b_{n-1} \oplus b_n = a_n$

a_n（绝对码）	1	1	0	1	0	1	1	0	0	0	…
b_n (相对码) (0)	1	0	0	1	1	0	1	1	1	1	…
2*PSK* 调制 (0)	π	0	0	π	π	0	π	π	π	π	…

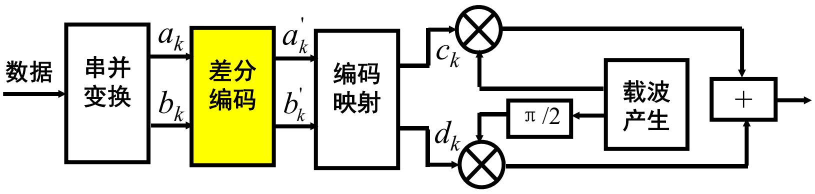


码变换器



DBPSK调制器原理图

多进制*DPSK*，例如对*DQPSK*调制，也可以先经过差分编码器，把绝对码变换成相对码，再用相对码进行*QPSK*调制。

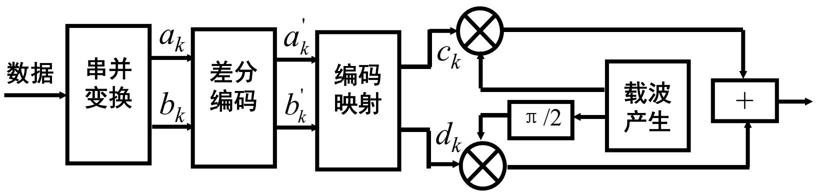


差分编码真值表 $(a_k, b_k) \to (a'_k, b'_k)$

绝对码及相对相位		前一时刻相对码及相位		当前时刻相对码及相位	
(a_k, b_k)	$\Delta\varphi_k$	(a'_{k-1}, b'_{k-1})	φ_{k-1}	(a'_k, b'_k)	φ_k
(0, 0)	0°	(0, 0)	0°	(0, 0)	0°
		(1, 0)	90°	(1, 0)	90°
		(1, 1)	180°	(1, 1)	180°
		(0, 1)	270°	(0, 1)	270°

(1, 0)	90°	(0, 0) (1, 0) (1, 1) (0, 1)	0° 90° 180° 270°	(1, 0) (1, 1) (0, 1) (0, 0)	90° 180° 270° 0°
(1, 1)	180°	(0, 0) (1, 0) (1, 1) (0, 1)	0° 90° 180° 270°	(1, 1) (0, 1) (0, 0) (1, 0)	180° 270° 0° 90°
(0, 1)	270°	(0, 0) (1, 0) (1, 1) (0, 1)	0° 90° 180° 270°	(0, 1) (0, 0) (1, 0) (1, 1)	270° 0° 90° 180°

表的进化



差分编码逻辑：

$(a_k, b_k) \to (a'_k, b'_k)$

当 $a'_{k-1} \oplus b'_{k-1} = 0$

$$a'_k = a'_{k-1} \oplus a_k$$
$$b'_k = b'_{k-1} \oplus b_k$$

当 $a'_{k-1} \oplus b'_{k-1} = 1$

$$a'_k = a'_{k-1} \oplus b_k$$
$$b'_k = b'_{k-1} \oplus a_k$$

差分译码逻辑：

$(a'_k, b'_k) \to (a_k, b_k)$

当 $a'_{k-1} \oplus b'_{k-1} = 0$

$$a_k = a'_{k-1} \oplus a'_k$$
$$b_k = b'_{k-1} \oplus b'_k$$

当 $a'_{k-1} \oplus b'_{k-1} = 1$

$$a_k = b'_k \oplus b'_{k-1}$$
$$b_k = a'_{k-1} \oplus a'_{k-1}$$

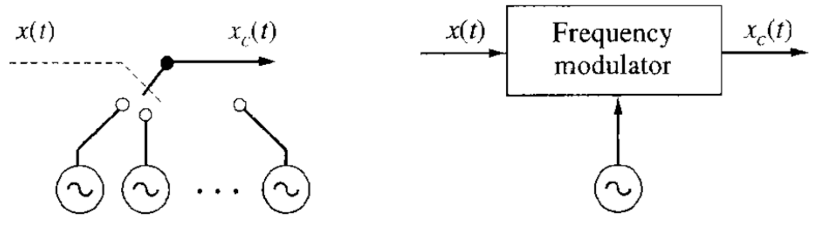
7.1.6 正弦波数字频率调制

有两种数字频率调制产生方式，

(a) 不同频率源在 $t = kT$ 时刻，由选择开关切换，相位一般不连续的；

(b) 采用频率调制电路产生的是相位连续的*FSK* (称为*CPFSK*)；

两种情况的功率谱都不好求，只能对一些特殊情况计算它们的功率谱。



(a) (b)

考虑2*FSK*信号

$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \cos\left[2\pi f_c t + \theta + 2\pi a_n \cdot \Delta f t\right] g_T(t - nT)$$

其中 $a_n \in \{0,1\}$，Δf 表示数据“0”和数据“1”对应信号的频率差；

$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \bar{a}_n g_T(t-nT)\cos(2\pi f_c t + \theta)$$

$$+\sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n g_T(t-nT)\cos\left[2\pi(f_c + \Delta f)t + \theta\right]$$

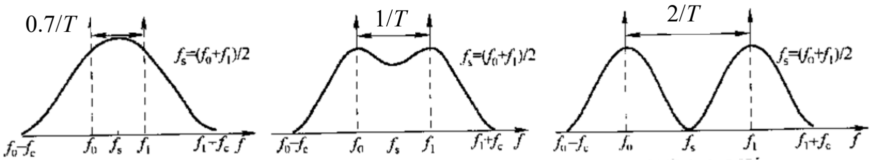
2个ASK之和

如果 $P\{a_n = 0\} = P\{a_n = 1\} = 0.5$

$$P_S(f) = \frac{1}{16}A^2 T\left\{\left|\frac{\sin \pi T(f - f_c)}{\pi T(f - f_c)}\right|^2 + \left|\frac{\sin \pi T(f + f_c)}{\pi T(f + f_c)}\right|^2\right.$$

$$\left. + \left|\frac{\sin \pi T(f - f_c - \Delta f)}{\pi T(f - f_c - \Delta f)}\right|^2 + \left|\frac{\sin \pi T(f + f_c + \Delta f)}{\pi T(f + f_c + \Delta f)}\right|^2\right\}$$

$$+\frac{A^2}{16}\left\{\delta(f - f_c) + \delta(f + f_c) + \delta(f - f_c - \Delta f) + \delta(f + f_c + \Delta f)\right\}$$



(a) $\Delta f = f_1 - f_0 = 0.7/T$ (b) $\Delta f = f_1 - f_0 = 1/T$ (c) $\Delta f = f_1 - f_0 = 2/T$

对于M进制等频率间隔Δf的$MFSK$可以认为是M个2ASK信号的组合，它们要求的带宽等于 $B_T = (M-1)\Delta f + \frac{2}{T}$

因此$MFSK$信号的频谱利用效率为：

$$\eta = R_b / B_T = \frac{\log_2 M}{T} \bigg/ \left[(M-1)\Delta f + \frac{2}{T}\right]$$

如果取 $\Delta f = 1/2T$， $\eta = 2\log_2 M / (M+3)$ **相干正交FSK**

当M>2时，$MFSK$频谱效率就低于$MPSK$和$MASK$。

如果取 $\Delta f = 1/T$， $\eta = \log_2 M / (M+1)$ **非相干正交FSK**

29/37

从上面功率谱可见，FSK的功率谱在带外按$|f - f_c|^{-2}$**衰减。**

下面分析可见，如果相位连续变化，可以使带外按 $|f - f_c|^{-4}$ **衰减。**

当 $2\pi\Delta f T = 2\pi$ **时，2FSK信号则在 t=kT 处信号相位连续，**

$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \cos\left[2\pi f_c t + \theta + 2\pi a_n \cdot \Delta f t\right] g_T(t - nT)$$

连续相位FSK（CPFSK）

$$= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \cos\left[2\pi\left(f_c + \frac{\Delta f}{2}\right)t + 2\pi\frac{2a_n - 1}{2}\Delta f t\right] g_T(t - nT)$$

记 $b_n = (2a_n - 1)$， $b_n = \pm 1$

$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \cos\left[2\pi\left(f_c + \frac{\Delta f}{2}\right)t + 2\pi b_n \cdot \frac{\Delta f}{2} t\right] g_T(t - nT)$$

$$= x(t)\cos\left[2\pi\left(f_c + \frac{\Delta f}{2}\right)t\right] - y(t)\sin\left[2\pi\left(f_c + \frac{\Delta f}{2}\right)t\right]$$

30/37

其中 $x(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}\cos\left(2\pi b_n\cdot\frac{\Delta f}{2}t\right)\cdot g_T(t-nT)$

$$=\sum_{n=-\infty}^{\infty}\cos(\pi\Delta ft)\cdot g_T(t-nT)$$

$$=\cos(\pi\Delta ft)$$

$$y(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}\sin\left(2\pi b_n\cdot\frac{\Delta f}{2}t\right)\cdot g_T(t-nT)$$

$$=\sum_{n=-\infty}^{\infty}b_n\sin(\pi\Delta ft)\cdot g_T(t-nT)$$

$$=\sum_{n=-\infty}^{\infty}Q_n\sin\left[\pi\Delta f(t-nT)\right]\cdot g_T(t-nT)$$

$$=\sum_{n=-\infty}^{\infty}Q_n h(t-nT)$$

$Q_n=(-1)^n b_n$， $h(t)=\sin(\pi\Delta ft)\cdot g_T(t)$

31/37

由于 $E[Q_n]=0,\quad E\left[Q_n^2\right]=1,$

$$P_X(f)=\frac{1}{4}\left[\delta\left(f-\frac{\Delta f}{2}\right)+\delta\left(f+\frac{\Delta f}{2}\right)\right]$$

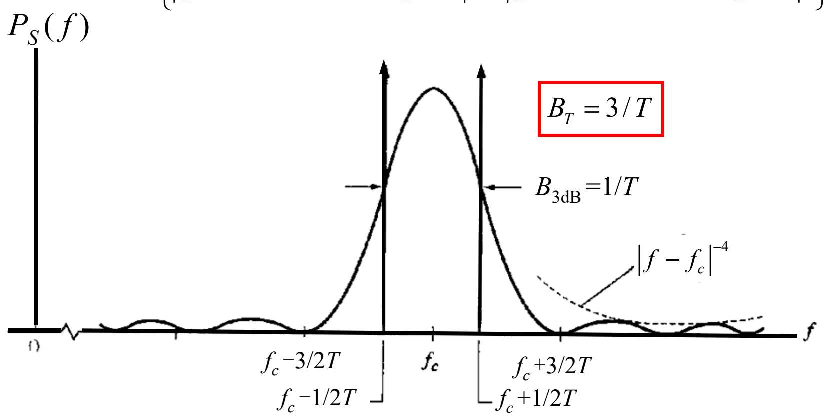
$$P_Y(f)=\frac{1}{T}\left|G_h(f)\right|^2$$

$$G_h(f)=\frac{2TA}{\pi}\left|\frac{\cos(\pi fT)}{(2Tf)^2-1}\right|$$

所以 $P_{lp}(f)=\frac{1}{4}\left[\delta\left(f-\frac{\Delta f}{2}\right)+\delta\left(f+\frac{\Delta f}{2}\right)\right]+\frac{4TA^2}{\pi^2}\left|\frac{\cos(\pi fT)}{(2Tf)^2-1}\right|^2$

32/37

$$P_S(f)=\frac{1}{16}\left[\delta(f-f_c-\Delta f)+\delta(f-f_c)+\delta(f+f_c)+\delta(f+f_c+\Delta f)\right]$$
$$+\frac{4TA^2}{\pi^2}\left\{\left|\frac{\cos\pi\left(f-f_c-\frac{\Delta f}{2}\right)T}{\left[2T\left(f-f_c-\frac{\Delta f}{2}\right)\right]^2-1}\right|^2+\left|\frac{\cos\pi\left(f+f_c+\frac{\Delta f}{2}\right)T}{\left[2T\left(f+f_c+\frac{\Delta f}{2}\right)\right]^2-1}\right|^2\right\}$$



7.1.7 正交*FSK*信号及其频率间隔

二个频率分别为f_1和f_2的正弦信号码元，

$$u_i(t)=\cos(2\pi f_i t+\varphi_i) \qquad 0\le t\le T,\ i=1,2$$

相关系数定义为 $\rho=\frac{2}{T}\int_0^T u_1(t)u_2(t)dt$

其中被积项为

$$\cos(2\pi f_1 t+\varphi_1)\cdot\cos(2\pi f_2 t+\varphi_2)$$
$$=\frac{1}{2}\cos\left[2\pi(f_1-f_2)t+\varphi_1-\varphi_2\right]-\frac{1}{2}\cos\left[2\pi(f_1+f_2)t+\varphi_1+\varphi_2\right]$$

和频项在（0，*T*）上积分近似为零，差频项积分为，

$$\frac{1}{T}\int_0^T\cos\left[2\pi(f_1-f_2)t+\varphi_1-\varphi_2\right]dt$$
$$=\frac{1}{T}\left[\frac{\sin\left[2\pi(f_1-f_2)T+\varphi_1-\varphi_2\right]}{2\pi(f_1-f_2)}-\frac{\sin(\varphi_1-\varphi_2)}{2\pi(f_1-f_2)}\right]$$

$$=\frac{1}{2\pi T\left(f_1-f_2\right)}\left\{\cos\left(\varphi_1-\varphi_2\right)\sin\left[2\pi\left(f_1-f_2\right)T\right]\right.$$
$$\left.+\sin\left(\varphi_1-\varphi_2\right)\left[\cos\left(2\pi\left(f_1-f_2\right)T\right)-1\right]\right\}$$

非相干正交FSK的信号条件

当 $\varphi_1 \neq \varphi_2$， 若 $\begin{cases} \sin\left[2\pi\left(f_1-f_2\right)T\right]/2\pi T\left(f_1-f_2\right)=0 \\ \left\{\cos\left[2\pi\left(f_1-f_2\right)T\right]-1\right\}/2\pi\left(f_1-f_2\right)T=0 \end{cases}$

即 $\left|f_1-f_2\right|=\frac{k}{T}$ $\quad k=\pm1,2,\cdots \Longrightarrow$ $u_1(t)$ 和 $u_2(t)$ 正交

$u_1(t)$和$u_2(t)$正交的最小频率间隔为$1/T$

相干正交FSK的信号条件

当 $\varphi_1=\varphi_2$， 若 $\frac{\sin 2\pi\left(f_1-f_2\right)T}{2\pi\left(f_1-f_2\right)T}=0$

即 $\left|f_1-f_2\right|=\frac{k}{2T}$ $\quad k=\pm1,\pm2,\cdots \Longrightarrow$ $u_1(t)$ 和 $u_2(t)$ 正交

$u_1(t)$和$u_2(t)$正交的最小频率间隔为$1/2T$

35/37

各种调制方式的频谱利用率比较

调制方式	频谱利用效率（bps/Hz）
M 进制 ASK，PSK，DPSK，QAM	$0.5\log_2 M$
MFSK（相干）	$\frac{2\log_2 M}{(M+3)}$
MFSK（非相干）	$\frac{\log_2 M}{(M+1)}$

36/37

习 题

- 7-1
- 7-2
- 7-4

37/37