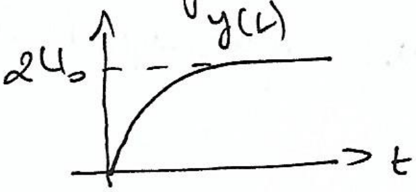
GE2 - GCE2

Correction du devoir n°1 du 28/03/19.

Ex. 1.

PARTIE A : BO $\xrightarrow{U(s)} \boxed{T(s)} \xrightarrow{Y(s)}$ $\quad T(s) = \dfrac{2}{1+0{,}1s} = \dfrac{Y(s)}{U(s)} = \dfrac{A}{1+\tau s}$

1er ordre : $y(t) = 2U_0\left(1 - e^{-t/0{,}1}\right)u(t)$ $\quad A = 2$, $\tau = 0{,}1\,s$.



1er ordre : pas de dépassement $D_1 = 0$

Valeur finale $AU_0 = 2U_0$

$t_{r5\%} = 3\tau = 0{,}3\,s$.

PARTIE B

2.1. On calcule la FTBF $H(s) = \dfrac{Y(s)}{E(s)} = \dfrac{C(s)T(s)}{1+C(s)T(s)} = \dfrac{2K}{1+0{,}1s+2K} = \dfrac{\frac{2K}{1+2K}}{1+\frac{0{,}1s}{1+2K}}$

$H(s) = \dfrac{K_{BF}}{1+\tau_{BF}s}$ $\quad K_{BF} = \dfrac{2K}{1+2K}$, $\tau_{BF} = \dfrac{0{,}1}{1+2K}$

On veut $t_{r5\%BF} = 3\tau_{BF} = \dfrac{3\tau}{10}$ soit $\tau_{BF} = \dfrac{\tau}{10}$

$\dfrac{0{,}1}{1+2K} = \dfrac{0{,}1}{10}$

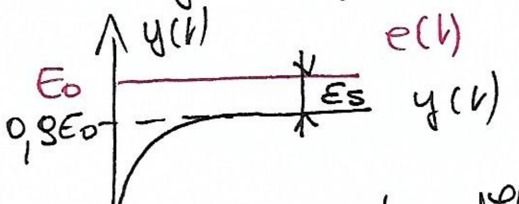
$1+2K = 10 \Rightarrow \boxed{K = 4{,}5}$

2.2. $\varepsilon_s = \lim\limits_{t\to\infty} \varepsilon(t) = \lim\limits_{s\to 0} s\,\varepsilon(s) = \lim\limits_{s\to 0} s\,\dfrac{E(s)}{1+C(s)T(s)} = \lim\limits_{s\to 0} \cancel{s}\,\dfrac{E_0/\cancel{s}}{1+\frac{2K}{1+0{,}1s}}$

$\boxed{\varepsilon_s = \dfrac{E_0}{1+2K}}$ $\quad$ A.N : $K = 4{,}5$ $\quad \varepsilon_s = \dfrac{E_0}{10} = \boxed{10\%}$

2.3. $K = 4{,}5$ $\quad K_{BF} = 0{,}9$ $\quad \tau_{BF} = 0{,}01\,s$

$y(t) = 0{,}9E_0\left(1 - e^{-t/0{,}01}\right)u(t)$



$\lim\limits_{t\to\infty} y(t) = 0{,}9E_0 \Rightarrow \varepsilon_s = E_0 - 0{,}9E_0 = 0{,}1E_0 = 10\%$

$t_{r5\%} = 3\tau_{BF} \Rightarrow t_{r5\%} = 0{,}03\,s = \dfrac{0{,}3}{10}$

1er : pas de dépassement

On retrouve bien un syst. 10 x plus rapide avec une erreur statique de 10%.
(2.1 et 2.2.)

2.4. entrée rampe $E(s) = \frac{a}{s^2}$

$$Y(s) = H(s)E(s) = \frac{0,9}{1+0,01s} \times \frac{a}{s^2} = \frac{-0,009a}{s} + \frac{0,9a}{s^2} + \frac{9.10^{-5}a}{1+0,01s}$$

$$Y(s) = \frac{-0,009a}{s} + \frac{0,9a}{s^2} + \frac{0,009a}{100+s}.$$

$$y(t) = 0,9a\left(-0,01 + t + 0,01e^{-100t}\right)u(t).$$

Erreur de traînage : $\varepsilon_T = \lim_{t\to\infty} \varepsilon(t) = \lim_{t\to\infty}\left(e(t) - y(t)\right)$

$$\varepsilon_T = \lim_{t\to\infty}\left(at - 0,9a(-0,01 + t + \underbrace{0,01e^{-100t}}_{\xrightarrow[t\to\infty]{} 0})\right)$$

$$\boxed{\varepsilon_T = \infty}$$

(système de classe 0)

3°) 3.1 FTBF $H(s) = \frac{Y(s)}{E(s)} = \frac{C(s)T(s)}{1+C(s)T(s)} = \frac{2}{T_i s(1+0,1s)+2} = \frac{1}{1+\frac{T_i s}{2}+\frac{0,1T_i}{2}s^2}$

$H(s) = \frac{K_{BF}}{1+2z\frac{s}{\omega_0}+\left(\frac{s}{\omega_0}\right)^2}$ $\quad K_{BF} = 1.$ $\quad \omega_0 = \sqrt{\frac{20}{T_i}}$ $\quad z = \frac{T_i}{4}\sqrt{\frac{20}{T_i}} = \sqrt{\frac{5T_i}{4}}$

3.2. on veut $z = 1 \Rightarrow T_i = \frac{4}{5} = 0,8\text{ s}. \Rightarrow \omega_0 = 5\text{ rad/s}.$

$z \geq 1 \Rightarrow$ pas de dépassements. Abaque : $z = 1 \Rightarrow tr_{5\%} \times \omega_0 = 5$

$\boxed{tr_{5\%} = 1\text{ s}}$

Valeur finale $= K_{BF}E_0 = E_0 \Rightarrow \varepsilon_S = 0$ (syst. classe 1)

3.3. $\varepsilon_T = \lim_{s\to 0} \cancel{s} \frac{\frac{a}{s^{\cancel{2}}}}{1+C(s)T(s)} = \lim_{s\to 0} \frac{a}{s+\frac{2}{T_i(1+0,1s)}} = \boxed{\frac{aT_i}{2} = 0,4T_i}$

Avec le correcteur proportionnel, $\varepsilon_T\ \infty$. Avec le correcteur intégral (correcteur I) ε_T devient cste (le syst est de classe 1 avec le correcteur I)

4°) Le capteur donne la correspondance entre l'unité Volts et exploitable par l'unité rad/s. l'électronique de commande

gain du capteur $G = 20\text{ mV/rad/s}$.. Consigne 100 rad/s $\Rightarrow$ consigne $\boxed{E_0 = 2V}$

Avec le correcteur P de la question 2°), $\varepsilon_S = 10\%$ donc la vitesse réelle en régime permanent sera de 90 rad/s

Avec le correcteur I de la question 3°), $\varepsilon_S = 0\%$ donc la vitesse réelle en régime permanent sera de 90 rad/s.

5°) Correcteur P : + rapide mais − précis que le correcteur I