GCE2 - GE2 12/04/21

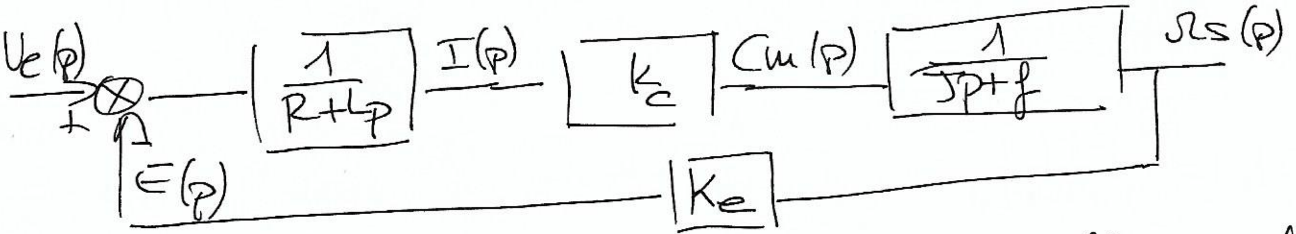
Devoir n° 1.

1°) (1) $U_e(p) = E(p) + (R+Lp)\,I(p) \rightarrow I(p) = \dfrac{U_e(p) - E(p)}{R+Lp}$

(2) $C_m(p) = k_c\,I(p)$

(4) $C_m(p) = (Jp+f)\,\Omega_s(p) \rightarrow \Omega_s(p) = \dfrac{C_m(p)}{Jp+f}$

(3) $E(p) = K_e\,\Omega_s(p)$



2°) $H(p) = \dfrac{\Omega_s(p)}{U_e(p)} = \dfrac{\dfrac{k_c}{(R+Lp)(Jp+f)}}{1 + \dfrac{k_e k_c}{(R+Lp)(Jp+f)}}$ (formule de Black).

$$H(p) = \frac{k_c}{(R+Lp)(Jp+f) + k_e k_c}$$

On donne $H(p) = \dfrac{10}{(1+0{,}001p)(1+0{,}1p)}$

3°) 0,001 et 0,1 sont des constantes de temps exprimées en secondes

4°) $H(p) = \dfrac{\Omega_s(p)}{U_e(p)} = \dfrac{10}{1 + 0{,}101p + 10^{-4}p^2} = \dfrac{A}{1 + 2z\frac{p}{\omega_0} + \frac{p^2}{\omega_0^2}}$

$\boxed{A = 10\ \text{rad.s}^{-1}\text{V}^{-1}}$, $\omega_0^2 = 10^4 \rightarrow \boxed{\omega_0 = 100\ \text{rad/s}}$, $\dfrac{2z}{\omega_0} = 0{,}101 \rightarrow \boxed{z = 5{,}05}$

Réponse à un échelon $U_e(t) = 10\,u(t)$

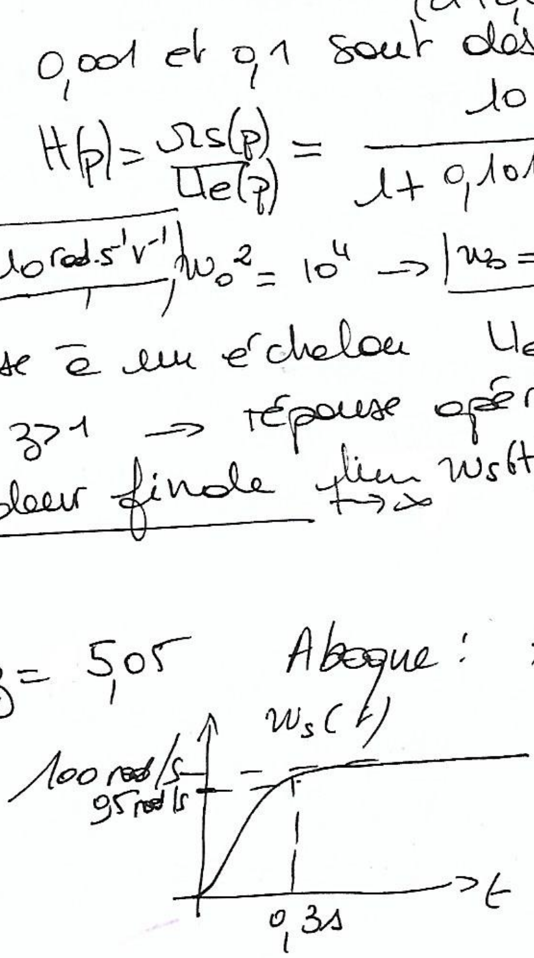
$\rightarrow z > 1 \rightarrow$ réponse apériodique, pas de dépassement.

$\rightarrow$ Valeur finale $\lim_{t\to\infty} \omega_s(t) = \lim_{p\to 0} p\,\Omega_s(p) = \lim_{p\to 0} p\,H(p) \times U_e(p)$

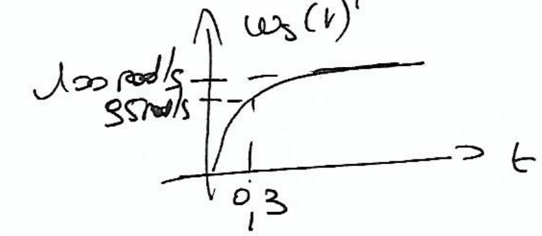
$= \lim_{p\to 0} \cancel{p}\,H(p) \times \dfrac{10}{\cancel{p}} = A \times 10 = 100\ \text{rad/s}$

$\rightarrow z = 5{,}05$ Abaque : tps de réponse réduit $t_{r5\%} \times \omega_0 = 30$

$\boxed{t_{r5\%} = 0{,}3\ \text{s}}$



5°). $H(p) = \dfrac{10}{1+0{,}1p} = \dfrac{\Omega_s(p)}{U_e(p)}$ Réponse indicielle apériodique amortie (1^{er} ordre) → pas de dépassement



$t_{r5\%} = 3\tau = 0{,}3\,s$

Valeur finale : $\lim\limits_{t \to \infty} \omega_s(t) = \lim\limits_{p \to 0} \cancel{p}\, H(p) \times \dfrac{10}{\cancel{p}}$

$= \boxed{100\ \text{rad/s}}$

On retrouve la même allure de réponse, avec la même valeur finale (bien sûr !) et avec le même temps de réponse t_{5}
→ l'approximation est justifiée.

6°)

$F(p) = \dfrac{30}{10+p} = \dfrac{3}{1+0{,}1p}$.

6.1. $T(p) = \dfrac{KF(p)}{1+KF(p)} = \dfrac{3K}{1+0{,}1p+3K} = \dfrac{\dfrac{3K}{1+3K}}{1+\dfrac{0{,}1}{1+3K}p}$ $\begin{cases} K_{BF} = \dfrac{3K}{1+3K} \\ \tau_{BF} = \dfrac{0{,}1}{1+3K} \end{cases}$

6.2. On veut $\varepsilon_S = 10\%$, entrée échelon $e(t) = E_0\, u(t)$

$\varepsilon_S = \lim\limits_{t\to\infty} \varepsilon(t) = \lim\limits_{p \to 0} p\, \varepsilon(p) = \lim\limits_{p\to 0} p \dfrac{E(p)}{1+KF(p)} = \lim\limits_{p\to 0} \cancel{p} \dfrac{\frac{E_0}{\cancel{p}}}{1+KF(p)}$

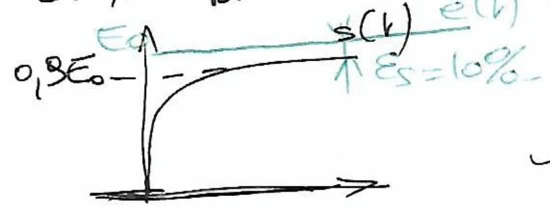
$\varepsilon_S = \dfrac{\cancel{E_0}}{1+3K} = 0{,}1\cancel{E_0} \iff 1+3K = 10 \iff \boxed{K=3}$

6.3. $\underline{K=3}$ FTBF $T(p) = \dfrac{K_{BF}}{1+\tau_{BF}p} = \dfrac{0{,}9}{1+0{,}01p}$

$K_{BF} = \dfrac{3K}{1+3K} = 0{,}9$

$\tau_{BF} = \dfrac{0{,}1}{1+3K} = 0{,}01\,s$.

$s(t) = K_{BF} E_0 \left(1 - e^{-t/\tau_{BF}}\right) u(t)$



$\lim\limits_{t\to\infty} s(t) = K_{BF} E_0 = 0{,}9E_0$ → la consigne est égale à E_0

$\varepsilon_S = E_0 - 0{,}9E_0 = 0{,}1E_0$
↓
on retrouve bien une erreur de 10%

$t_{r5\%} = 3\tau_{B} = 0{,}03\,s$

6.4. Erreur de traînage : entrée rampe $e(t) = a\,t\,u(t)$
$E(p) = \dfrac{a}{p^2}$

On reprend le calcul de la question 6.2 avec une entrée rampe

$\varepsilon_T = \lim\limits_{p\to 0} \cancel{p} \dfrac{\frac{a}{p^2}}{1+KF(p)} = \boxed{\infty.}$

6.5. $e(t) = a\,t\,u(t)$ $E(p) = \dfrac{a}{p^2}$, $s(t) = ?$

$S(p) = T(p) \times E(p) = \dfrac{0{,}9}{1+0{,}01p} \times \dfrac{a}{p^2} = a\left(\dfrac{-0{,}9.10^{-2}}{p} + \dfrac{0{,}9}{p^2} + \dfrac{0{,}9\times 10^{-4}}{1+0{,}01p}\right)$

$= 0{,}9a\left(\dfrac{-0{,}01}{p} + \dfrac{1}{p^2} + \dfrac{0{,}01}{100+p}\right)$

$s(t) = 0{,}9a\left(-0{,}01 + t + 0{,}01e^{-100t}\right) u(t)$

$$\varepsilon(t) = e(t) - s(t) = \left[at - 0{,}9a\left(-0{,}01 + t + \underbrace{0{,}01e^{-100t}}_{\substack{\to 0 \\ t \to \infty}}\right)\right]u(t)$$

$$\lim_{t \to \infty} \varepsilon(t) = \infty.$$

On retrouve bien une erreur de traînage infinie.
(la sortie en régime permanent est une droite de pente $\neq$ de celle de l'entrée.)

pente entrée $= a$ pente sortie $= 0{,}9\,a$

6.6. C'est le capteur qui traduit l'information vitesse en une information compréhensible par le régulateur.

Capteur $G = 0{,}1\,V.rad^{-1}.s$.

Une vitesse de 100 rad/s correspond à une tension de 10V

La consigne à appliquer est donc $E_0 = 10V$.

Avec le correcteur de la question 6.2, l'erreur statique est de 10%, donc la valeur finale de la vitesse est de 90 rad/s. $\left(\lim_{t \to \infty} s(t) = K_{BF} E_0 = 9V\right.$

$\left. w_S = \frac{S}{G} = 90 \text{ rad/s}\right)$