# Ripasso di Fisica del Liceo - Sommario

Un breve di ripasso delle nozioni di fisica del liceo.

# 1. Teoria

# Richiami di Fisica del Liceo

Richiami a caso di fisica del liceo.

NOTA BENISSIMO: L'esposizione dei contenuti di fisica sarà ad un livello molto superficiale a quello che si farà in università, dato che stiamo parlando di fisica a livello liceale (in particolare un liceo non-scientifico).

# 1. Cinematica

ARGOMENTI: Definizioni di velocità, accelerazione; moto uniformemente accelerato, legge oraria; energia potenziale, cinetica.

#Definizione

Definizione 1 (velocità, accelerazione).

Si definisce la *velocità media* come quella misura ottenuta quando dividiamo lo *spazio* per il *tempo*, ovvero

$$v := rac{s}{t} [ ext{m/s}]$$

Si definisce l'accelerazione media in una maniera simile, ovvero come

$$a:=rac{v}{t}[\mathrm{m/s^2}]$$

#Osservazione

Osservazione 2 (collegamento con l'analisi matematica).

Notare che è possibile creare un *parallelismo* con l'*analisi matematica*, in particolare con il concetto delle *derivate*.

Infatti, possiamo definire la *velocità istantanea* e l'*accelerazione istantanea* come le derivate dello *spazio*.

$$v:=rac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}=\dot{s}; a=rac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=\dot{v}=\ddot{s}$$

#### #Teorema

# Teorema 3 (moto uniformemente accelerato, legge oraria).

Supponiamo che un *oggetto* si sta muovendo con un'*accelerazione costante*.

Allora possiamo dedurre le seguenti formule per calcolare la sua *velocità* e la sua *posizione* in un'istante del tempo.

$$egin{aligned} v(t)&=v_0+at\ s(t)&=s_0+v_0t+rac{1}{2}at^2 \end{aligned}$$

dove  $v_0$ ,  $s_0$  rappresentano la *velocità | posizione* iniziale.

#### #Definizione

## Definizione 4 (energia potenziale, cinetica).

Supponiamo di avere un oggetto con una certa massa m, che dista dalla terreno per un quantitativo h di spazio.

Allora definiamo l'energia potenziale e cinetica come le quantità

$$E_p = mgh \ E_c = rac{1}{2} mv^2$$

l'energia viene in ogni caso misurata in Joule ([J]).

#### #Teorema

# Teorema 5 (conservazione dell'energia).

Supponiamo di avere un oggetto con una certa energia potenziale  $E_p$  ed energia cinetica  $E_c$ .

Allora la sua *energia totale* definita come la somma dell'*energia potenziale* e dell'*energia cinetica* è una quantità costante.

Ovvero,

$$E_t = E_p + E_c = c$$

#Corollario

# Corollario 6 (oggetto in caduta libera).

Supponiamo invece che un oggetto fermo si trova in aria, e dista dal terreno per un quantitativo  $s_0$  di spazio.

Allora ricaviamo le seguenti formule per calcolare il tempo necessario affinché l'oggetto raggiunga la terra e la sua velocità dato un instante del tempo:

$$t_f = \sqrt{rac{2h}{g}} \ v(t) = egin{cases} -gt, t < t_f \ 0, t \geq t_f \end{cases}$$

# 2. Dinamica

ARGOMENTI: Forza, leggi di Newton; lavoro.

#Definizione

# Definizione 7 (forza).

Supponiamo di avere un oggetto che si muove con un'accelerazione costante a.

Allora si definisce la forza come

$$F := ma [N]$$

Viene misurata in Newton ([N]).

## Teorema 8 (i principi della dinamica / le leggi di Newton).

Enunciamo le famose leggi di Newton.

#### 1. Principio di inerzia

"Se la somma delle forze  $\sum F$  agenti su un corpo è nullo, allora il corpo rimarrà in quiete o si muoverà con moto uniformemente accelerato."

# 2. "Principio di proporzionalità

Vedere definizione della forza (<u>^8fb64a^8fb64a</u>); la forza agente su un corpo è proporzionale alla velocità con cui si muove il corpo.

# 3. "Principio di azione e di reazione"

Supponiamo che un corpo A esercita una forza F sul corpo B. Allora il corpo B esercita una forza contraria -F sul corpo A.

#### #Osservazione

#### Osservazione 9 (e l'attrito?).

Notiamo che le leggi di Newton non sono chiaramente sufficienti per *modellizzare* il nostro mondo.

Consideriamo, ad esempio una macchina che si muove a  $120~{
m km/h}$  in autostrada; se ad un certo punto il conducente decide di lasciare l'acceleratore, allora la macchina inizierà a rallentare, anche se non ci sono delle forze agenti sull'auto!

In realtà ci sono *sempre* delle forze che agiscono sull'auto; parliamo infatti dell'*attrito*, ovvero quella *forza* che tende a *"rallentare"* un qualsiasi oggetto in moto.

Ad esempio, consideriamo che dal *contatto* tra la *strada* e le *ruote* si crea l'attrito.

Questo argomento è collegabile con i *principi della termodinamica*, da una delle quali conseguirebbe che è *impossibile* vivere in un mondo senza attrito, dato che dal *contatto* tra due superfici qualsiasi deve aumentare *sempre* l'entropia.

#### #Definizione

## Definizione 10 (lavoro).

Supponiamo di esercitare su un'oggetto un quantitativo (scalare) di forza F([N]), e che quest'ultimo oggetto di sposti di un quantitativo s([m]) spazio.

Allora si definisce il lavoro come la grandezza

$$L := Fs$$

Il lavoro si misura in *Joule* ([J]).

# 3. Fluidostatica

ARGOMENTI: Pressione, il principio di Pascal, legge di Stevino, legge di Archimede.

#Definizione

# Definizione 11 (pressione).

Supponiamo di avere un corpo di superficie A (o S), su cui si sta esercitando una forza F. Si assume che la direzione della forza esercitata è ortogonale (o perpendicolare, o componente normale della forza stessa, in tal caso si scrive  $F_{\perp}$ ) rispetto alla superficie. Allora si definisce la pressione come la grandezza scalare

$$P := \frac{F}{S}$$

La pressione si misura o in Pascal ( $[Pa] = [N/m^2]$ ) nella misurazione S.I.; alternativamente ci sono altre misure più popolari per la pressione, tra cui l'atmosfera [atm] = 10k[Pa]; il bar  $[bar] = 10^5[Pa]$ ; il millimetro di mercurio, 760[mmHg] = 1[atm].

(#Teorema

# Teorema 12 (il principio di Pascal).

In un contenitore di un fluido qualsiasi (gas o liquido), una variazione di pressione  $\Delta P$  si trasmette a tutto il fluido e le superfici di contatto.

#Esempio

## Esempio 13 (esempi del princpio di Pascal).

Come esempi delle applicazioni del principio di Pascal si possono trovare il torchio idraulico, o un semplice palloncino da gonfiare.

#Teorema

## Teorema 14 (legge di Stevino).

In un recipiente fluido con una certa altezza h, la pressione P all'interno di questo fluido cambia al variare della misura h, con la seguente formula;

$$P(h) = d_{ ext{liq}} \cdot g \cdot h + P_0$$

dove  $P_0$  è la pressione esercitata sulla superficie del fluido,  $d_{\rm liq}$  la densità del liquido e g la costante dell'accelerazione gravitazionale.

#Teorema

# Teorema 15 (principio di Archimede).

Supponiamo che un corpo di volume  $V_S$  entri in un contenitore di un fluido, quindi per la gravità il corpo inizia ad "affondare" nel fluido; allora essa subisce una forza che la spinge nella direzione contraria, che chiameremo la "spinta di Archimede", ed è la grandezza scalare espressa come

$$F_A := P_{\mathrm{fs}}$$

dove  $P_{
m fs}$  è il peso del fluido spostato, calcolata come

$$P_{ ext{fs}} = d_{ ext{liq}} \cdot V_S \cdot g$$

#Corollario

# Corollario 16 (determinare se un corpo galleggia o affonda).

Grazio al principio di Archimede, è possibile determinare se un corpo galleggerà o affonderà quando viene immerso in un fluido.

Basta infatti calcolare la forza peso del corpo e la densità del corpo, definite come

$$F_g := mg \ ; \ d_S = rac{m}{V_s} \implies m = d_S V_S \implies F_g = d_S V_S \cdot g$$

Ma allora se confrontiamo la spinta di Archimede con la forza peso del corpo, abbiamo

$$d_{ ext{liq}} \cdot V_s \cdot g \sim d_S \cdot V_s \cdot g \implies d_{ ext{liq}} \sim d_S$$

Quindi basterà confrontare la densità del liquido con la densità del corpo: se la densità del corpo è maggiore di quella del liquido, allora il corpo affonda; al contrario se la densità del corpo è minore, allora il corpo galleggia; altrimenti se sono uguali la forza esercitata sul corpo è nulla.

# 4. Termodinamica

ARGOMENTI: Calore, Temperatura, Calorimetria. Leggi della termodinamica. Gas perfetti (PV=nRT) come riassunto delle leggi di Boyle; Macchine termiche: Trasformazioni isobare, isocore, isoterme, adiabatiche. Calcolo del lavoro di una trasformazione termodinamica.

#Definizione

### Definizione 17 (calore).

Si definisce il calore come una grandezza scalare che rappresenta il trasferimento di una certa quantità di energia E tra due o più corpi.

Nel sistema internazionale questa grandezza viene misurata in Joule ([J]); alternativamente si può usare una misura più antiquata, ovvero la caloria (cal).

Si riporta che 1cal = 4.186 J.

#Definizione

Definizione 18 (temperatura di un corpo).

La temperatura è quella grandezza scalare che rappresenta l'energia cinetica di un corpo.

Ufficialmente si misura la temperatura in Kelvin ([K]), partendo dall'"assoluto zero"; tuttavia nella vita quotidiana si usano altre misure, tra cui i gradi centigradi ( $[^{\circ}C]$ ) o i Fahrenheit ([F]).

Si riporta la seguente uguaglianza di conversione: -273.15 °C = 0 K.

#### #Osservazione

Osservazione 19 (interpretazione microscopica della temperatura).

Si può definire la temperatura di un corpo mediante un'interpretazione microscopica, ovvero concentrandoci sulle singole particelle che costituiscono il corpo; la temperatura, secondo quest'ultima interpretazione, non è altro che la misura dell'agitazione delle particelle, quindi l'energia cinetica.

Infatti, ricordiamoci la seguente equazione per l'energia cinetica media per una particella di un gas perfetto;

$$ar{E}_{
m C} = rac{3}{2} K T$$

dove K è la c.d. costante di Boltzmann, T la temperatura.

#### #Definizione

Definizione 20 (capacità termica, calore specifico).

Si definisce la capacità termica di un corpo  ${\cal C}$  come

$$C := \frac{Q}{\Delta T}$$

Si definisce il calore specifico per un corpo con massa m come

$$c:=rac{C}{m}$$

#### #Definizione

Definizione 21 (calore latente).

Si definisce il calore latente  $Q_L$  come quella quantità di calore Q necessaria per il cambiamento di stato per un corpo; ovvero

$$Q_L := \lambda \cdot m$$

dove  $\lambda$  è una costante che varia per corpo in corpo, ed essa viene misurata in [J/kg].

#Teorema

# Teorema 22 (la legge fondamentale della calorimetria).

Per calcolare la quantità di calore Q da trasferire ad un corpo e per influire la sua temperatura per un incremento  $\Delta T$ , si può usare la seguente formula:

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta T$$

#Corollario

# Corollario 23 (determinare l'equilibrio termico tra due corpi).

Possiamo usare il per determinare l'equilibrio termico tra due corpi.

Infatti basterà considerare che abbiamo un trasferimento di energia, quindi da un lato abbiamo un corpo che cede del calore, d'altra parte l'altro corpo assorbe quest'ultimo calore. Questi due quantitativi sono legati dall'uguaglianza

$$Q_{ass} = -Q_{ced}$$

Dopodiché basterà esplicitare le formule considerare l'incremento di temperatura come la differenza tra la temperatura finale ed iniziale  $T_f - T_i$ , e infine isolare l'incognita  $T_f$ .

#Definizione

## Definizione 24 (macchina termica).

Definiamo una macchina termica come un qualsiasi corpo che accetta una quantità di calore "entrante", dopodiché "converte" una parte di questo calore in lavoro meccanico e infine cede il calore restante.

#Esempio

## Esempio 25 (esempi di macchine termiche).

Come esempi di macchine termiche possiamo elencare dei buoni casi: il caso più evidente è quello di un'automobile; un altro caso abbastanza chiaro è quello del nostro corpo.

#Teorema

## Teorema 26 (le leggi della termodinamica).

Enunciamo le tre leggi della termodinamica.

 "La variazione dell'energia interna di un sistema termodinamico chiuso è uguale alla differenza tra il calore fornito al sistema e il lavoro compiuto dal sistema sull'ambiente": ovvero per ogni macchina termica, la quantità di energia è sempre conservata. Con un linguaggio matematico, la si esprime come

$$\Delta U = Q - L$$

- 2. "è impossibile realizzare una trasformazione il cui risultato sia solamente quello di convertire in lavoro meccanico il calore prelevato da un'unica sorgente": in parole nostre, l'entropia totale di un sistema (ovvero la quantità che misura il "disordine" di un corpo) può solo aumentare.
- 3. "è impossibile raggiungere lo [zero assoluto] con un numero finito di trasformazioni".

#### #Teorema

# Teorema 27 (l'equazione dei gas perfetti).

Supponendo che in un recipiente abbiamo un c.d. "gas perfetto", allora la sua pressione, il suo volume, la sua quantità di mole e la sua temperatura è legata dalla seguente equazione:

#### (#Definizione)

# Definizione 28 (trasformazioni termodinamiche).

Definiamo le seguenti trasformazioni termodinamiche, compiute dalle macchine termiche.

- 1. *Trasformazione isobara*: questa è una trasformazione dove non avviene nessun cambiamento di pressione, ed essa rimane quindi costante.
- 2. *Trasformazione isocora*: similmente alle trasformazioni isobare, con le trasformazioni isocore non vi è nessun cambiamento di volume.
- 3. *Trasformazione isoterma*: analogamente nelle trasformazioni isoterme non vi è nessun cambiamento di temperatura.
- 4. *Trasformazioni adiabatiche*: con le trasformazioni adiabatiche non vi è invece nessun scambio di calore con l'ambiente esterno.

#### #Proposizione

#### Proposizione 29 (calcolo del lavoro).

Per calcolare il lavoro compiuta da una certa trasformazione termodinamica, è sufficiente considerare il grafico "p-V", ovvero il piano cartesiano  $\pi$  dove l'asse delle ascisse rappresenta il volume, e l'asse delle ordinate rappresenta la pressione.

Dopodiché, rappresentando le trasformazioni come dei vettori (o delle curve) orientati, per calcolare il lavoro di una trasformazione basta considerare l'area sotto la curva (oppure l'integrale, nei casi più specifici).

Se abbiamo in particolare una trasformazione adiabatica, basta considerare che il scambio del calore è nullo, ovvero Q=0 J, ovvero  $L=\Delta U.$ 

#### #Proposizione

Proposizione 30 (l'equazione per una trasformazione adiabatica).

Dato che in una  $trasformazione \ adiabatica$  nessuna delle variabili dell'equazione PV=nRT rimangono costanti, allora ci servirà trovare un'equazione che lo descriva la trasformazione adiabatica di un gas da un punto A ad un punto B.

Tuttavia, per poter ricavare un'equazione bisognerà risolvere le equazioni differenziali, un argomento piuttosto complicato; pertanto ci limiteremo solo ad enunciare le seguenti equazioni

$$P_A V_A^{\gamma} = P_B V_B^{\gamma} \ T_A^{\gamma} P_A^{1-\gamma} = T_B^{\gamma} P_B^{1-\gamma}$$

dove  $\gamma$  è il rapporto tra il calore specifico a pressione costante e quello a volume costante ( $\gamma = \frac{c_P}{c_V}$ ), un valore che dipende dalla struttura atomica del gas (calcolabile mediante i strumenti della meccanica quantistica).

# 5. Le forze nella fisica

ARGOMENTI: Forza gravitazionale, forza elettrica. Campo gravitazionale, campo elettrico. Definizione di potenziale gravitazionale.

#Teorema

Teorema 31 (la legge di gravitazione universale di Newton).

Due corpi con massa m esercitano sempre tra di loro una forza attrattiva, detta forza gravitazionale, e la quantità di questa forza viene data dalla formula

$$F_G=Grac{m_1m_2}{r^2}$$

dove G è la costante della gravitazione universale,  $m_1$  e  $m_2$  le masse dei corpi, r la distanza tra i corpi.

#Teorema

Teorema 32 (la forza di Coulomb).

Due particelle con carica q esercitano tra di loro una forza o attrattiva o repulsiva, detta forza elettrica (o di Coulomb), e viene calcolata come

$$F_E=Krac{q_1q_2}{r^2}$$

dove K è la costante  $(4\pi\varepsilon_0)^{-1}$ .

#### #Definizione

#### Definizione 33 (campo gravitazionale (o elettrico)).

Supponiamo di avere un solo corpo con una massa m (o carica q). Ora supponiamo di avere un altro corpo, con una massa (o carica) così piccola che è trascurabile, generando quindi nessun tipo di forza: chiameremo questo corpo (o carica) "di prova".

D'altronde il corpo con la massa m (o carica q) genera una forza attrattiva (o anche repulsiva) sul corpo (carica) di prova. Infatti, piazzando questo corpo in un qualsiasi punto dello spazio, possiamo ottenere un *vettore forza*.

Definiamo dunque il campo gravitazionale (o campo elettrico) generato da una massa m (o carica q) come una funzione che associa una distanza r dal corpo (o dalla carica) ad un quantitativo scalare di forza:

$$\mathcal{G}(r) = Grac{m}{r^2} ext{ analogamente } E(r) = Krac{q}{r^2}$$

#### #Osservazione

Osservazione 34 (ricavare la costante dell'accelerazione di gravità).

Considerando i principi della dinamica, possiamo ricavare la costante dell'accelerazione di gravità g.

Basterà infatti misurare la forza gravitazionale tra il *nostro corpo* e la *terra*, poi considerare la prima legge di Newton, per cui

$$F=m_1a=Grac{m_1m_2}{r^2}$$

e infine isolare l'incognita  $a_i$  che diventerà la costante g.

Si nota bene che l'accelerazione della gravità diventa una funzione al variare di r; infatti, in realtà la costante dell'accelerazione della gravità varia a seconda dell'altezza (anche se in una maniera trascurabile!)

$$g(h)=Grac{m}{h^2}$$

dove m è la massa del corpo (attenzione! qui si assume che la massa venga mantenuta costante) e h la distanza dal centro del corpo.

Link per il grafico di g(h) con le costanti in riferimento al pianeta terra e prendendo in considerazione il raggio medio della terra: <a href="https://www.desmos.com/calculator/o1gbg2qktt">https://www.desmos.com/calculator/o1gbg2qktt</a>

#### #Definizione

**Definizione 35** (potenziale gravitazionale).

Si definisce il *potenziale gravitazionale* come quella grandezza scalare, per cui moltiplicandola con la *massa* si ottiene l'energia potenziale per il corpo.

$$E_P = mV \implies V := rac{E_P}{m}$$

Notare bene che in questo contesto l'energia potenziale non si calcola più come il prodotto della massa per l'altezza e l'accelerazione di gravità, dato che non si assume più l'accelerazione come costante.

# 6. Elettricità e circuiti elettrici

ARGOMENTI: Definizione di flusso elettrico. Teorema di Gauß per le superfici in un campo elettrico. Definizione analogica di potenziale elettrico (tensione), definizione di intensità di corrente. Definizione di circuito elettrico. Leggi di Ohm per le resistenze. Composizione di resistenze in parallelo e in serie. Definizione di condensatore, composizione di condensatori in serie e in parallelo. Circuito RC, carica-scarica di un circuito elettrico. Partitore di tensione e di corrente, condensatore partitivi (SALTATO)

#Definizione

#### Definizione 36 (flusso elettrico).

Supponiamo di avere una carica q non-nulla, da cui si ha un campo elettrico E. Supponiamo di prendere una superficie chiusa S, collocata in un qualunque parte.

Allora si definisce il flusso elettrico come "quella quantità del campo elettrico che passa attraverso la superficie"; ovvero il prodotto scalare tra  $E \in S$ .

Assumendo che questi siano ortogonali,

$$\Phi = E \cdot S$$

#### #Teorema

# Teorema 37 (Teorema di Gauß).

Supponiamo che una superficie S racchiuda una quantità di cariche Q. Allora il suo flusso totale è calcolabile come

$$\Phi = rac{Q}{arepsilon_0}$$

(dove  $\varepsilon_0$  è una costante; la permanenza dielettrica nel vuoto)

#### #Definizione

# Definizione 38 (potenziale elettrico).

Definiamo il *potenziale elettrico* in una maniera analoga alla definizione del potenziale gravitazionale; ovvero una *grandezza scalare* per cui si ottiene l'energia necessaria per spostare una carica q da un certo punto.

$$V:=rac{E_P}{q}$$

#### #Definizione

# Definizione 39 (tensione, differenza di potenziale).

Supponendo che una carica q passi da un punto A ad un punto B, si dice la *tensione* o *differenza di potenziale* (d.d.p.) come la differenza del potenziale elettrico tra il punto B e A;

$$\Delta V = V_B - V_A$$

#### #Definizione

## Definizione 40 (intensità di corrente).

Supponiamo di sapere che in un certo punto dello spazio passi un quantitativo q di cariche sotto un certo arco di tempo t; si chiama l'intensità di corrente come il rapporto

$$i:=rac{q}{t}$$

#### #Osservazione

## Osservazione 41 (collegamento con l'analisi matematica).

Analogamente al concetto della *velocità media*, possiamo considerare l'incremento della carica dq e del tempo dt e calcolare la *derivata* della corrente, ottenendo così l'intensità.

#### #Definizione

# **Teorema 42** (calcolare la potenza conoscendo la tensione e l'intensità di corrente).

Per calcolare la *potenza* (ovvero il quantitativo di energia speso per un periodo di tempo) conoscendo solo la tensione e l'intensità di corrente, è sufficiente fare il seguente calcolo

$$P = V \cdot i$$

Si può giustificare questo risultato sotto un punto di vista dimensionale.

#### #Definizione

### Definizione 43 (circuito elettrico).

Per circuito elettrico si intende un qualsiasi schema con dei componenti elettrici connessi tra di loro, di cui sono dotati di alcuni dati: tra cui la

tensione, l'intensità di corrente e altre misure specifiche per ogni componente.

#### #Definizione

### Definizione 44 (resistore, resistenza).

Per *resistore* si intende un componente del circuito elettrico che "fa muovere le cariche" secondo le leggi di Ohm, ovvero imponendo una certa "*resistenza*" (una grandezza scalare). La resistenza si misura in Ohm ( $[\Omega]$ )

#### #Teorema

## Teorema 45 (le leggi di Ohm).

1. Rapporto tra intensità, resistenza e tensione

$$V = Ri$$

2. "Si calcola la resistenza di un filo elettrico secondo la seguente formula"

$$R = \rho \frac{l}{A}$$

dove  $\rho$  è un parametro che dipende dal materiale (e in particolare dalla temperatura! infatti  $\rho=\rho_0(1+\alpha\Delta T)$ ), l la lunghezza del filo e A la superficie dell'area della base.

#### #Teorema

# Teorema 46 (le resistenze in serie e in parallelo).

Per calcolare la *resistenza equivalente* per più *resistenze* poste in *serie* (ovvero una dopo l'altra) o in *parallelo* (ovvero una sopra/sotto l'altra), si usano rispettivamente le seguenti formule:

$$R_T = R_1 + \ldots + R_n$$

$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_1} + \ldots + \frac{1}{R_n}$$

#### #Definizione

# Definizione 47 (condensatore a facce piane, capacità).

Definiamo un condensatore a facce piane come un componente del circuito elettrico formato da due piastre conduttive (armature), separate da un dielettrico (sostanza non conduttiva): il senso di questo componente elettrico è quello di "accumulare cariche positive da un lato, negative dall'altro e mantenerle separate per generare un campo elettrico o immagazzinare dell'energia elettrica".

Definiamo la *capacità* come quella misura per cui un condensatore è in grado di "accumulare" una certa quantità di carica, proporzionale alla tensione.

$$C = rac{Q}{V}$$

Da un punto di vista macroscopico, si calcola la capacità con

$$C = arepsilon_0 rac{S}{d}$$

dove S è la superficie delle piastre, d la distanza tra queste.

#### #Teorema

# Teorema 48 (calcolare l'energia immagazzinata in un condensatore).

Per calcolare l'energia immagazzinata in un condensatore si usa la seguente formula:

$$E = rac{1}{2}CV^2$$

#### #Teorema

# Teorema 49 (composizione dei condensatori in serie e in parallelo).

Per calcolare la *capacità equivalente* di più condensatori, disposti in *serie* o in *parallelo* si usano le seguenti formule:

$$ext{In serie}: rac{1}{C_T} = \sum_{i=\min \mathbb{N}}^n rac{1}{C_i}$$

$$ext{In parallelo}: C_T = \sum^n C$$

#Definizione

Definizione 50 (circuito RC).

Si dice un *circuito RC* un qualsiasi circuito che contiene un *resistore* e un *condensatore*.

#Proposizione

Osservazione 51 (la carica e scarica di un circuito RC).

Supponiamo di porre una leva in un circuito RC, in particolare *prima della resistenza*.

Ora immaginiamo che la batteria si carica, con un certo quantitativo di V. Adesso chiudiamo il circuito, permettendo alle cariche di muoversi: pertanto si carica il condensatore C finché questa non viene caricata completamente.

Per studiare il *comportamento* (o l'andamento) della corrente o della tensione in funzione del tempo, sarebbe necessario risolvere un'*equazione differenziale*: si limita dunque a riportare la seguente formula che descrive la tensione di un condensatore inizialmente vuoto:

$$V_C(t) = V(1-e^{-rac{t}{ au}})$$

dove au è la costante del tempo au=RC [s]. Tradizionalmente si considera il condensatore carico quando t=3 au.

# 7. Elettromagnetismo

ARGOMENTI: Definizione di campo magnetico. Convenzione di rappresentazione dei vettori 3D sul piano 2D. Forza di Lorentz sulle cariche nel campo magnetico, regola della mano destra per determinare il verso di un

prodotto vettoriale. Legge di Biot-Savart per determinare il campo magnetico determinato dalla corrente di elettricità. Interazione magnetica tra due fili di corrente. Cenni alle equazioni di Maxwell, onde elettromagnetiche.

#### #Definizione

## Definizione 52 (il campo magnetico).

Si definisce il *campo magnetico* come un campo vettoriale su  $\mathbb{R}^3$ , in particolare un *campo vettoriale*, per cui le cariche q subiscono un certo quantitativo di forza.

Si denota un campo magnetico con B o  $\vec{B}$ , per delineare la sua natura vettoriale.

#### #Osservazione

## Osservazione 53 (convenzione di rappresentazione dei 3D campi vettoriali).

Per rappresentare una freccia a tre dimensioni su un piano a due dimensioni, usiamo la seguente convenzione: supponendo di poter "vedere" solo le direzioni di "sopra" e "sotto", rappresentiamo la "profondità" come il seguente.

Se va verso "fuori", ovvero dal nostro punto di vista al piano, rappresentiamo questo verso come una croce.

Se invece va "dentro", ovvero dal piano al nostro punto di vista, allora la rappresentiamo come un semplice punto.

Da notare che, questa convenzione vuole "imitare" le frecce dei vettori in  $\mathbb{R}^3$ .

#### #Teorema

#### Teorema 54 (forza di Lorentz).

Per calcolare la forza subita dal campo magnetico B su una qualsiasi carica q che viaggia secondo una direzione v, si usa la seguente formula:

$$F_B = q(v imes B)$$

dove × denota il *prodotto vettoriale*.

#### #Osservazione

Osservazione 55 (formula per la forza di una carica completata).

Ora possiamo "completare" la formula per calcolare la forza subita su una carica, che è come segue.

$$F = q(E + v \times B)$$

#### #Proposizione

### Proposizione 56 (la regola della mano destra).

Per calcolare il *verso* di un vettore risultante da un prodotto scalare, si usa la c.d. "regola della mano destra": ovvero si prende la mano destra, e si estende l'indice, che rappresenta il vettore  $v_1$ . Dopodiché si estende il dito medio, che rappresenta il vettore  $v_2$ .

Infine si estende il *pollice*, che è il verso del prodotto vettoriale  $v_1 \times v_2$ .

Nota bene: la regola vale lo stesso sostituendo l'*indice* col *pollice*, il *dito medio* con l'*indice* e il *pollice* col *dito medio*. Questo è dovuto alle proprietà del *prodotto vettoriale*.

#### #Teorema

### Teorema 57 (legge di Biot-Savart).

Un filo di corrente i genera un campo magnetico  $\mathcal{B}$ , quantificabile come il seguente.

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}$$

Questo risultato è verificabile sperimentalmente, misurando la forza di una carica subita in prossimità di un filo percorso da corrente. Infatti, si tiene conto anche del fatto che in questo caso *le cariche elettriche* si allunano, allunando così la forza elettrica.

Il verso del campo magnetico si determina con la regola del pollice destro, ovvero prendendo il pollice come la direzione della corrente i e "chiudendo" la mano con un gesto di rotazione: questa rotazione è proprio il verso di B.

Osservazione 58 (interazione magnetica tra due fili di corrente).

Ora prendiamo due fili attraversati dalla corrente  $i_1$ ,  $i_2$ . Troviamo che a seconda dei *versi* delle correnti, questi fili subiscono un'*interazione magnetica*.

Per dimostrare bene questa cosa, bisogna considerare una carica all'interno di uno dei fili, poi calcolare la sua *forza di Lorentz* subita da entrambi campi magnetici.

Supponendo che le direzioni delle correnti siano *concorde*, si avrebbe una forza di *attrazione*.

Altrimenti, nel caso che le direzioni delle correnti siano *discorse*, si avrebbe una forza di *repulsione*.

Ora prendiamo più fili di corrente (con lo stesso verso) e li arrotoliamo. Dopodiché li mettiamo assieme, formando così un *solenoide*. Supponiamo di avere due *solenoidi*: si osserva che se questi due solenoidi hanno la stessa direzione (come ad esempio da "sinistra a destra"), questi si attraggono. Altrimenti, si respingono.

Questo vi sembra familiare? Ebbene sì, questo funziona esattamente come una *calamita*, con un *polo nord* "N" da cui si ha la "sorgente" del campo vettoriale B e il *polo sud* "S" da cui si ha il "pozzo" di B.

#### #Teorema

## Teorema 59 (le Equazioni di Maxwell, cenni).

Le equazioni di Maxwell sono le quattro equazioni riassuntive dell'elettromagnetismo.

Queste equazioni sono le seguenti: il teorema di Gauß per il campo elettrico e magnetico, la legge di Faraday-Neumann-Lenz, la legge di Ampère-Maxwell.

In un linguaggio matematico, sono le seguenti

$$egin{aligned} \Phi(ec{E}) &= rac{\sum q}{arepsilon_0} \ \Phi(ec{B}) &= 0 \ \Gamma(ec{E}) &= -rac{d\Phi(ec{B})}{dt} \ \Gamma(ec{B}) &= \mu_0 i + \mu_0 arepsilon_0 rac{d\Phi(ec{E})}{dt} \end{aligned}$$

Dove  $\Phi(x)$ ,  $\Gamma(x)$  rappresentano il *flusso* e la *circuitazione* per un campo vettoriale x.

Introducendo un formalismo matematico ancora più articolato (circa da livello di *Analisi Matematica II*), possiamo esprimere le medesime equazioni in *forma integrale* e *differenziale*.

$$egin{aligned} \oint_{A} ec{E} \cdot dec{A} &= rac{q}{arepsilon_{0}}; 
abla \cdot ec{E} &= rac{
ho}{arepsilon_{0}} \ &\oint_{A} ec{B} \cdot dec{A} &= 0; 
abla \cdot ec{B} &= 0 \end{aligned} \ \oint_{\gamma} ec{E} \cdot dec{l} &= -rac{d\Phi(ec{B})}{dt}; 
abla imes ec{E} &= -rac{\partial ec{B}}{\partial t} \ \oint_{\gamma} ec{B} \cdot dec{l} &= \mu_{0}(i_{c} + i_{s}); 
abla imes ec{B} &= \mu_{0}(ec{j} + rac{\partial ec{E}}{\partial t}) \end{aligned}$$

In parole, queste equazioni esprimono i seguenti concetti.

Teorema di Gauß. Prendendo un campo elettrico, possiamo prendere il suo flusso per una superficie gaussiana ed è può essere un flusso del tipo entrante o uscente (pozzo o sorgente). Prendendo invece un campo elettrico ed una superficie chiusa, allora il flusso è nullo: in parole povere, il campo magnetico ha sempre una forma solenoidale, e non esistono i monopoli magnetici (scientificamente ancora una questiona aperta).

Teorema di Faraday-Neumann-Lenz. Con un cambiamento del campo magnetico su un intervallo del tempo, si genera un campo elettrico a forma solenoidale. Ovvero, dal campo magnetico si induce una forza elettrica, di conseguenza della tensione per una carica (detta in termini tecnici "f.e.m. indotta").

Teorema di Maxwell-Ampere. Con la corrente o con una variazione del campo elettrico sul tempo, si genera in ogni caso un campo magnetico di forma solenoidale.

#### #Corollario

Osservazione 60 (le onde elettromagnetiche).

Da notare che da queste quattro equazioni (in particolare le ultime due) possiamo spiegare l'origine delle *onde elettromagnetiche*.

Prendiamo un qualsiasi filo di corrente: da qui nasce un campo magnetico, per *la legge di Ampère-Maxwell*. Quindi c'è una variazione del campo magnetico. Ma allora, per la legge di *Faraday-Neumann-Lenz*, si ha una forza elettromotrice indotta. Ovvero un'ulteriore variazione del campo elettrico.

Ripetendo così l'iterazione, si ha un'effetto di *propagazione* di questi campi di forze sul vuoto, comportando come un'*onda*. Infatti, quest'onda è proprio la c.d. "onda elettromagnetica" che viaggia nel vuoto, alla velocità della luce c.

# 8. Relatività

ARGOMENTI: Velocità della luce come invariante, composizione relativistica delle velocità (trasformazioni di Lorentz), conseguenze della relatività (contrazione dello spazio e dilatazione del tempo).

#### #Definizione

Definizione 61 (la velocità della luce).

Definiamo la *velocità della luce* come quella velocità che viaggia la luce, un'onda elettromagnetica particolare.

In particolare si vedrà che la velocità della luce nel vuoto è una costante.

$$c = 299 \ 792 \ 458 \ \mathrm{m/s} \approx 3 \cdot 10^8 \ \mathrm{m/s}$$

#Teorema

#### Teorema 62 (i postulati della relatività ristretta).

Riportiamo i *postulati della relatività ristretta* (o della relatività speciale), direttamente dalle parole del fisico noto *Albert Einstein*.

- 1. Il principio di relatività "Tutte le leggi della fisica sono le stesse in tutti i sistemi di riferimento inerziali"
  Qui Einstein vuole estendere la validità delle leggi in un riferimento inerziale (ovvero senza considerare l'accelerazione) in tutti gli ambiti, dalla dinamica all'elettromagnetismo; l'intenzione di questo postulato è proprio quello di voler trovare delle leggi universalmente valide, come voleva il scienziato Galileo Galilei.
- 2. La costanza della velocità della luce "La velocità della luce nel vuoto ha lo stesso valore,  $c=3.00\times10^8~\mathrm{m/s}$ , in tutti i sistemi di riferimento inerziali, indipendentemente dalla velocità dell'osservatore o dalla velocità sorgente che emette la luce" Notare che sebbene questo postulato sembri un'assurdo, in realtà questa non è altro che una conseguenza del principio di relatività: Einstein vuole estendere la veridicità universalmente valida della velocità della luce.

#### #Osservazione

Osservazione 63 (la relatività speciale è un perfezionamento alla dinamica newtoniana).

Citando ulteriori parole del fisico A. Einstein $^{(1)}$ , si trova che la *teoria della relatività* è una semplice estensione della meccanica newtoniana: oppure, in un'altra ottica, la meccanica newtoniana è una *approssimazione* della teoria di Einstein, dato che in quest'ultimo modello non vengono considerati le velocità vicine alla luce c.

Come vedremo, con la teoria della relatività speciale avverranno dei fenomeni piuttosto bizzarri e apparentemente controintuitivi.

(1): "La teoria della relatività sorse dalla necessità di sanare serie e profonde contraddizioni nella vecchia teoria da cui sembrava non ci fosse via d'uscita. La forza della nuova teoria sta nella consistenza interna e nella semplicità con cui risolve tutte queste difficoltà, usando solo alcune ipotesi molte convincenti [...]" (A. Einstein e L. Infeld, The

Evolution of Physics, New York, Simon and Schuster, 1961, trad. it: L'evoluzione della fisica, B. Boringhieri)

#### #Corollario

# Corollario 64 (la composizione relativistica della velocità).

Supponiamo che un corpo A si sta muovendo ad una velocità  $v_1$ , in *riferimento* al corpo B.

Adesso supponiamo che il corpo B si sta muovendo ad una velocità  $v_2$ , in *riferimento* all'osservatore esterno.

Allora per calcolare la velocità del corpo A in riferimento all'osservatore esterno si usa la seguente formula:

$$v_1 \oplus v_2 := rac{v_1 + v_2}{1 + rac{v_1 v_2}{c^2}}$$

Si può considerare il numero

$$rac{v_1v_2}{c^2}$$

come un coefficiente al variare in [-1, 1].

#### #Definizione

# **Definizione 65** (coefficiente gamma).

Si definisce il coefficiente gamma come la seguente funzione al variare in [0,c].

$$\gamma := \sqrt{1 - rac{v^2}{c^2}}$$

Notare che il coefficiente gamma è sempre un numero al variare in [0,1]. Grafico: <a href="https://www.desmos.com/calculator/qrjx6k0vmg">https://www.desmos.com/calculator/qrjx6k0vmg</a>

#### #Corollario

Corollario 66 (la dilatazione del tempo).

Un oggetto si sta muovendo alla velocità v per l'osservatore esterno. Supponendo un incremento del tempo per l'osservatore esterno  $\Delta t$ , l'incremento del tempo per l'oggetto in moto (relativo all'osservatore esterno!) è maggiore o uguale a  $\Delta t$  ed si calcola come il seguente:

$$\Delta t' = rac{\Delta t}{\gamma}$$

#Corollario

Corollario 67 (la contrazione delle lunghezze).

Un oggetto di lunghezza s (misurata in quiete) si muove ad una velocità v rispetto all'osservatore esterno.

Allora la lunghezza di quest'oggetto misurata dall'osservatore esterno è minore o uguale ad s e si calcola come il seguente:

$$s'=\gamma s$$

# 2. Alcuni esercizi

# Temi di Fisica del Liceo

Raccolta di alcuni dei temi di Fisica svolti durante il V° anno del liceo.

# **Tema 1. Fisica Matematica**

Si definisca la legge oraria per un corpo  $s(t)=v_0t-5t^2$ , con la velocità iniziale  $v_0=10~\mathrm{m/s}.$ 

- 1. Calcolare l'istanza del tempo per cui la velocità del corpo è nulla; ovvero, sapendo che  $v(t_0)=0~{
  m m/s}$ , trovare  $t_0$ .
- 2. Trovare  $v(t_1)$  con  $s(t_1) = 0$  m.
- 3. Supponendo che s(0)=0 calcolare  $v(t_1)$  dove  $t_1=10\mathrm{s}.$
- 4. Trovare l'accelerazione a(t) del corpo.

# Tema 2. Elettrostatica, circuiti elettrici

- 1. Supponiamo di avere due cariche, una di cui negativa e l'altra positiva, allineate su un asse e che distano tra di loro per un certo quantitativo di spazio L non nullo; dire se esistano o meno dei punti di equilibrio sull'asse; se esiste, dire se è un punto di equilibrio stabile o instabile. (Figura 2.1.)
- 2. Supponiamo di avere una disposizione delle cariche raffigurata come nella *figura 2.2.*; calcolare la forza di Coulomb esercitata sulla carica *Q*.
- 3. Supponiamo di avere una situazione simile alla consegna 1., dove la carica positiva ha la carica q e la carica negativa ha -3q. Dire se c'è un punto sull'asse dove il campo elettrico è nullo.
- 4. Supponiamo di avere una carica di  $2~\mathrm{C}$  nel centro di un cubo di lato  $l=0,5~\mathrm{m}$ . Calcolare il flusso elettrico attraverso il cubo.
- 5. Calcolare la superficie che deve avere un condensatore a facce piane, affinché la sua capacità sia  $C=1~{
  m F}$ , con  $\varepsilon_0=8.85\cdot 10^{-12}~{
  m F/m}$ ,  $d=1~{
  m mm}$ ?
- 6. Supponiamo di avere un circuito elettrico con condensatori in serie e in parallelo del tipo raffigurato nella *figura 2.6.*. Calcolare la capacità equivalente  $C_{\rm eq}$ , il campo elettrico totale  $E_{\rm T}$  generato dal circuito, e il campo elettrico generato da ogni condensatore ciascuno.
- 7. Supponiamo di avere un circuito con due condensatori in serie, e con un interruttore aperto posizionato nel mezzo dei condensatori (figura 2.7.). Supponiamo di caricare il condensatore a sinistra  $C_1$  con 4 C e di lasciare "scaricato" l'altro condensatore (a destra)  $C_2 = 0$  C. Adesso supponiamo di chiudere l'interruttore, e vediamo che in  $C_1$  rimane la carica 1 Q e la capacità del secondo condensatore è  $C_2 = 2$  F. Calcolare la capacità del condensatore  $C_1$ .
- 8. Supponiamo di avere un circuito con dei resistori sia in serie che in parallelo, posizionati come nella *figura 2.8.*, con  $R_1=20~\Omega$ ,  $R_2=20~\Omega$ ,  $R_3=30~\Omega$ ,  $R_4=8~\Omega$ . Calcolare il quantitativo di energia speso per un intervallo del tempo  $\Delta t=1~h$ ; supponendo che il nostro fornitore dell'energia elettrica ha la seguente tariffa  $1~\mathrm{MJ}=0.10~\mathrm{C}$ , calcolare quanto costa mantenere il circuito attivo per un'ora.

#### FIGURA 2.1.

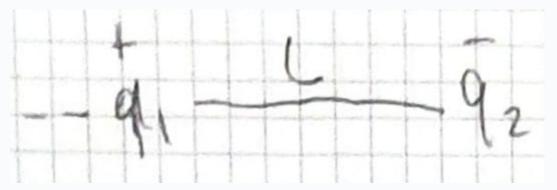


FIGURA 2.2.

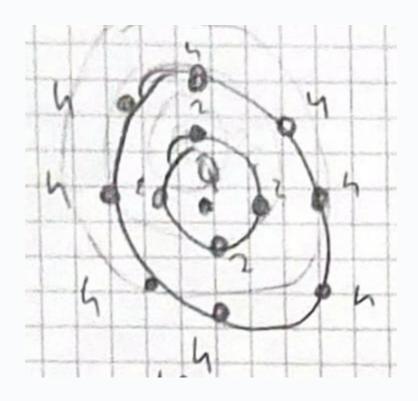


FIGURA 2.6.

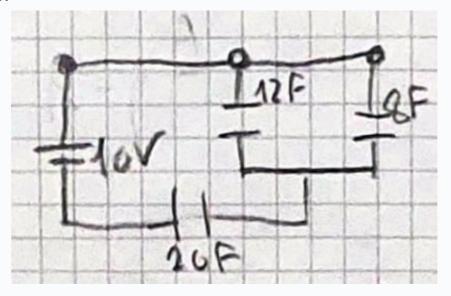


FIGURA 2.7.

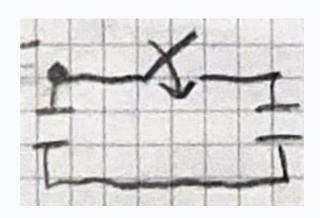
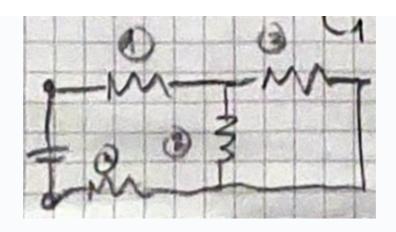


FIGURA 2.8.



# Tema 3. Relatività speciale, forza gravitazionale, elettrostatica

N.B. In questa verifica è stata data la facoltà di scegliere tre soli problemi da risolvere durante la verifica, il restante è stato dato come compiti da risolvere a casa.

#### **SEZIONE 1. RELATIVITA' SPECIALE**

- 1. Una navicella spaziale si muove alla velocità  $v=\frac{c}{2}$ . Ora supponiamo che noi, come osservatori esterni dalla navicella, vediamo un corpo di lunghezza  $L=1000~\mathrm{km}$ . Cosa vede invece l'astronauta, all'interno della navicella spaziale? Vede questo corpo con la stessa lunghezza, o è diversa? Se è diversa, calcolare la lunghezza osservata da lui L'.
- 2. Immaginiamo di essere degli astronauti, che viaggiano all'interno di una navicella spaziale alla velocità di  $v=\frac{3}{4}c$ . Supponiamo sul pianeta terra (esterno dalla navicella) trascorra un intervallo del tempo  $\Delta t=2~h$ . Dire se per noi trascorre la stessa quantità del tempo; se no, calcolare l'intervallo del tempo trascorso per noi  $\Delta t'$ .
- 3. Supponiamo di avere tre vagoni che viaggiano internamente tra di loro; ovvero il primo vagone A viaggia dentro il secondo vagone B, che a sua volta viaggia dentro il vagone C e che a sua volta viaggia nel nostro spazio D. Supponiamo che all'interno del vagone B si vede che il vagone A viaggia a  $v_{B/A} = \frac{3}{4}c$ ; analogamente il vagone B viaggia alla velocità  $v_{C/B} = \frac{3}{4}c$  e il vagone C viaggia, dal punto di vista esterno, alla velocità  $v_{D/C} = \frac{3}{4}c$ . Calcolare la velocità del vagone A osservato dal punto di vista esterno, ovvero  $v_{D/A}$ .
- 4. Supponiamo di avere un bastone fermo di lunghezza *l*. Dire se è possibile che questo bastone viaggi ad una certa velocità, affinché da un punto di vista esterno si osserva che la sua lunghezza si diventi la metà della sua lunghezza *l*. Se sì, calcolare la velocità.

5. Un astronave passa vicino alla terra alla velocità v=0.8c e viaggia verso la luna. Supponendo che la distanza tra la terra e la luna sia  $d=360~000~\mathrm{km}$ , dire la durata del viaggio dell'astronave impiegata per partire dalla terra e raggiungere la luna, relativamente all'osservatore sulla terra. Dire invece la distanza tra la terra e la luna  $\Delta s$  per il passeggero dell'astronave. Analogamente dire l'intervallo di tempo  $\Delta t$  impiegato per raggiungere la luna, per il passeggero.

#### **SEZIONE 2. FORZA GRAVITAZIONALE**

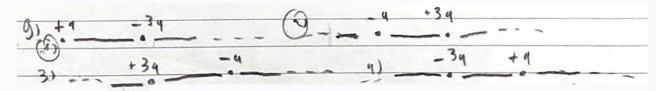
- 1. Supponiamo che un uomo abbia la massa (non peso!)  $M=70~{
  m kg}$ . Adesso immaginiamo che all'improvviso il raggio della terra  $r_{
  m T}$  si raddoppi. Supponendo che la massa della terra rimanga costante, calcolare la variazione del peso dell'uomo. Analogamente calcolare la variazione del peso dell'uomo nel caso in cui la densità della terra rimanga costante. N.B. Per il secondo scenario, approssimare la terra come una sfera.
  - N.B. Per il secondo scenario, approssimare la terra come una siera.
- 2. Supponiamo di avere la massa  $M=100~{\rm kg}$ . Abbiamo i seguenti dati: il raggio del sole è  $r_{\rm S}=100\cdot r_{\rm T}$ , che la massa del sole è  $m_{\rm S}=330~000\cdot m_{\rm T}$ , che l'accelerazione della gravità della luna è  $g_{\rm L}=\frac{1}{6}\cdot g_{\rm T}$ . Calcolare il nostro peso sul sole e sulla luna.
- 3. A quale altezza h dalla superficie terrena bisogna trovarsi, affinché l'accelerazione della gravità terrestre si riduca del 10%?

  N.B. Usare l'approssimazione  $q \approx 9.8 \, \mathrm{m/s}^2$ .

#### **SEZIONE 3. ELETTROSTATICA**

- 1. Abbiamo le seguenti disposizioni delle cariche elettriche, raffigurate nella *figura 3.1.*. Dire, se esistono, quali sono (o qual è) i casi (o il caso) in cui un elettrone (con carica negativa!) potrebbe stare in equilibrio in un certo punto dell'asse a sinistra delle cariche.
- Supponiamo di avere la disposizione delle cariche elettriche come in figura 3.2.. Trovare, se esiste, il punto di equilibrio della carica centrale.
   N.B. Per questi ultimi due esercizi è necessaria solo una semplice spiegazione grafica ed intuitiva.

#### FIGURA 3.1.



#### FIGURA 3.2.

