Solidi e Fluidi - Sommario

Tutto sui solidi e fluidi.

SEZIONE A. SOLIDI

A1. Forze sui Solidi

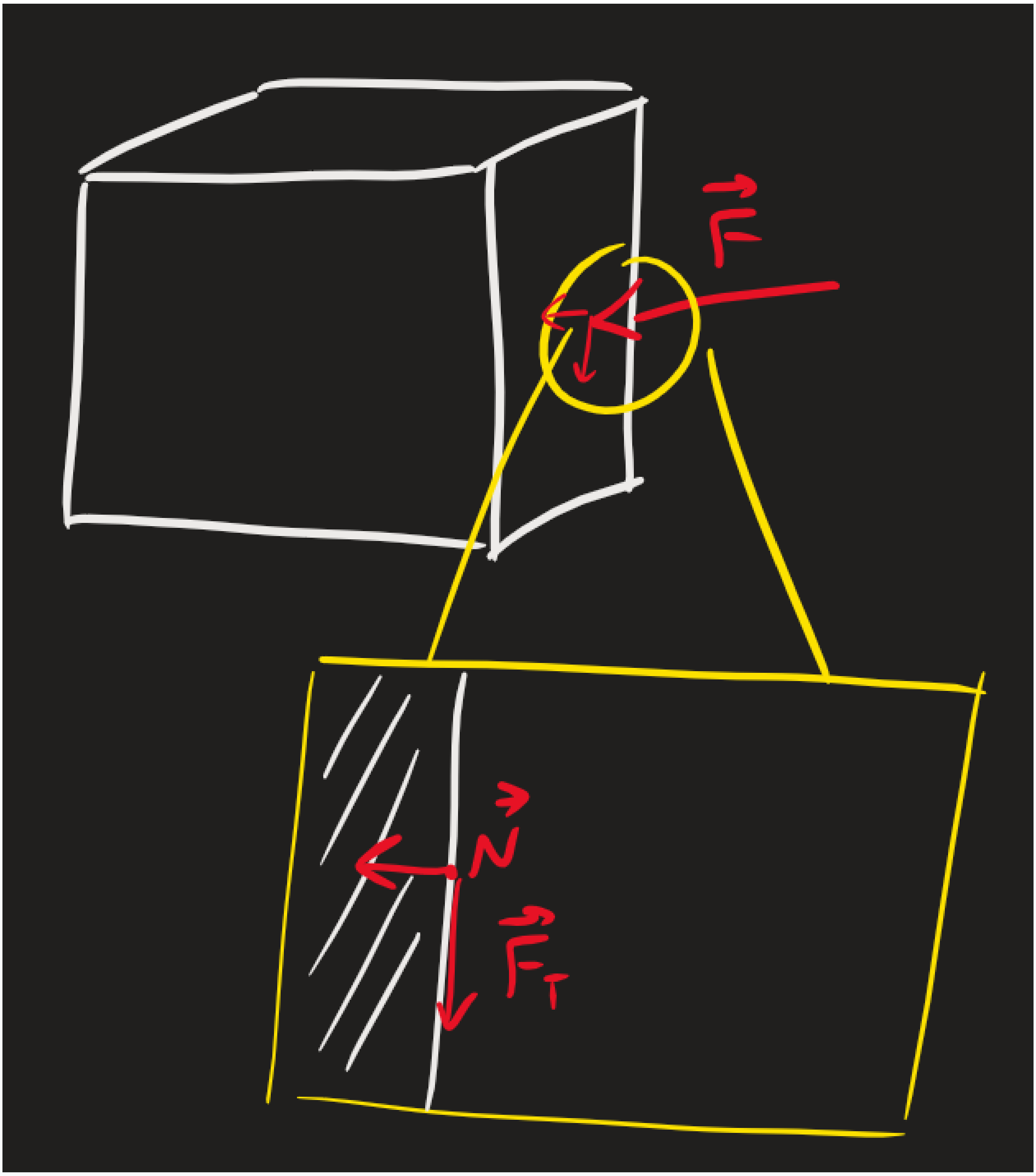
Forze sui Corpi Solidi

Forze sui corpi solidi: forza normale e tangenziale. Tensione, compressione e forza di taglio. Definizione di sforzo.

---

1. Forze sui Solidi

FORZE SUI SOLIDI. Prendiamo un *solido* (ad esempio un *cubo*) e ci applichiamo una forza. Cosa succede? Se facciamo un *"zoom"* nel punto di applicazione, succede che la forza si scompone in due parti: forza *normale* $\vec{N}$ e *forza tangenziale* $\vec{F}_T$.



Da qui definisco le nozioni di *tensione, compressione e forza di taglio*.

#Definizione

Definizione 1 (tensione, compressione e forza di taglio).

Sia $\vec{F} \sim (\vec{N}, \vec{F}_T)$ la forza applicata su un *solido*. Si definiscono le seguenti:

i. $\vec{F}_T$ si dice *forza di taglio* (*"shear force"*)

ii. $\vec{N}$ si dice *"tensione"* se è rivolta verso *"fuori"*, altrimenti si dice *"compressione"*.

2. Definizione di Sforzo

Tuttavia è da considerare che ho *forze estese sui corpi*; quindi non è più come nel *caso unidimensionale*, dove *non ho superfici*. Infatti, se fosse così la situazione avrei comportamenti molto strani. Da qui nasce la *nozione di sforzo*.

#Definizione

> Definizione 2 (sforzo).
>
> Definisco lo *sforzo* (*"stress"*) come la quantità
>
> $$\sigma := \frac{F}{A}$$
>
> In particolare si ha che *tutte le forze normali applicati su tutte le facce* sono
>
> $$\rho = \frac{\sum F_n}{\sum A}$$

Questo vale sia per i *fluidi* (vedremo che definiremo questa nozione con *"pressione"*) che per i *corpi deformabili*.

A2. Deformazioni dei Solidi

Deformazione dei Corpi

Deformazione dei corpi. Classificazione delle deformazioni: deformazione di trazione, deformazione da taglio. Deformazione in regime elastico e plastico. Modulo di Young e "Sheer modulus". Coefficiente di Poisson. Bulle modulus.

---

0. Voci correlate

- Forze sui Corpi SolidiForze sui Corpi SolidiForze sui Corpi SolidiForze sui Corpi SolidiForze sui Corpi SolidiForze sui Corpi SolidiForze sui Corpi Solidi

1. Deformazione di trazione e da taglio

#Definizione

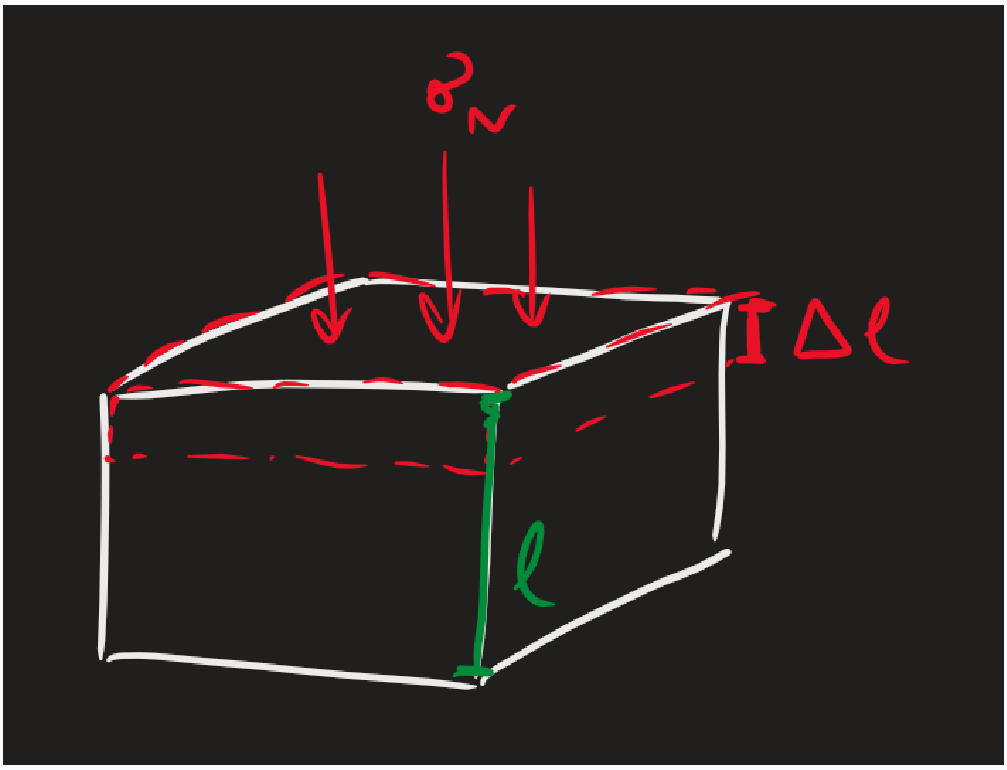
> Definizione 3 (deformazione di trazione).

Supponiamo di avere un cubo di *altezza* (o lunghezza) l. Esercitando uno *sforzo di tensione* σ_N causo un cambiamento di questa *altezza* con una differenza di Δl (quindi viene schiacciato da una direzione).

Si definisce la *deformazione di trazione* (*"normal strain"*) come la quantità

$$\varepsilon_t = \frac{\Delta l}{l}$$

FIGURA 1.1. (*Deformazione di trazione*)



#Definizione

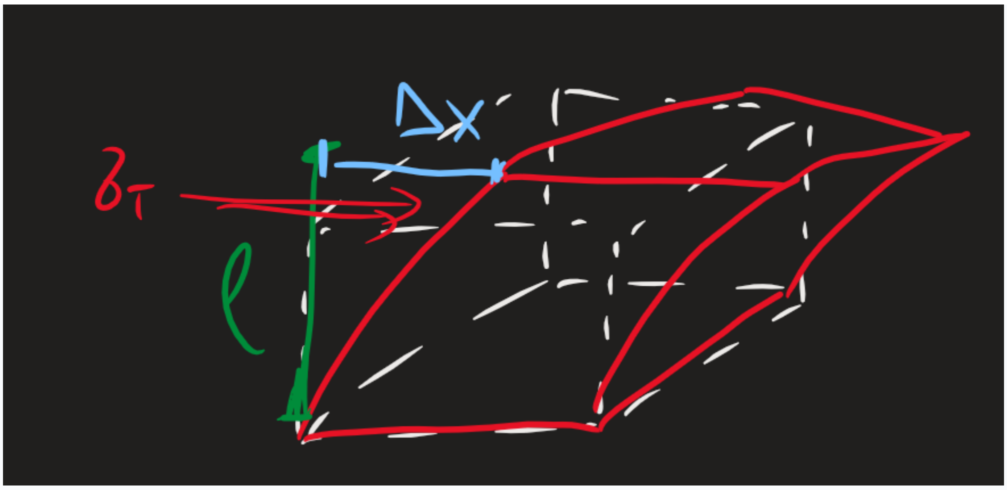
Definizione 4 (sforzo da taglio).

Supponiamo di avere un cubo di *altezza* (o lunghezza) l. Esercitando uno *sforzo di taglio* σ_T causo uno spostamento Δx nella direzione spinta.

Si definisce la *deformazione di taglio* (*"sheer strain"*) come la quantità

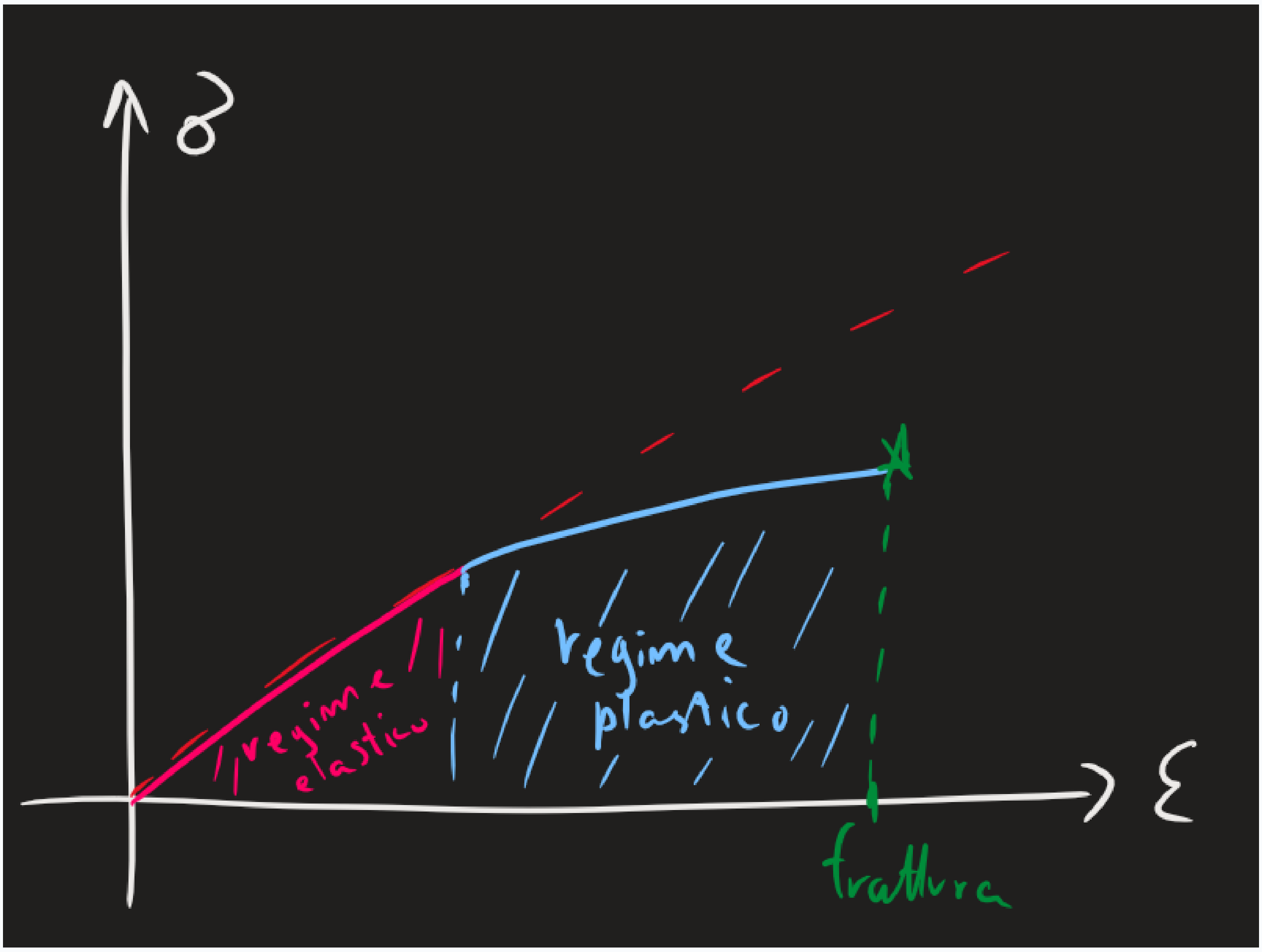
$$\varepsilon_s = \frac{\Delta x}{l}$$

FIGURA 1.2. (*Deformazione da taglio*)



2. Regime elastico e plastico

Quando deformiamo un oggetto, abbiamo *due comportamenti*. Un caso è quando il *corpo torna alla sua forma originaria*, una volta che lo sforzo non si è più applicato. Oppure quello che succede è che ho causato così tanta *deformazione* che il corpo non torna più alla sua forma originale.
Come prima cosa deduciamo che lo *sforzo* σ è proporzionale alla deformazione ε; infatti avrei una specie di *"legge di Hooke"*.



#Definizione

> Definizione 5 (regime plastico ed elastico di una deformazione).

Sia $\varepsilon(\sigma)$ la deformazione causata da uno sforzo. Si dice che è in *regime elastico* se è una retta (quindi il corpo poi torna alla forma originaria), se no si dice che è in *regime plastico* (il corpo conserva la sua forma deformata), fino quando non si ha la *frattura*.

#Definizione

Definizione 6 (modulo di Young e Sheer modulus).

Ho dei valori per cui posso dire *fino a quanto posso comprimere* un corpo. Abbiamo:

$$\frac{\sigma_t}{\varepsilon_t} = Y$$

la *"costante di Young"* e poi

$$\frac{\sigma_s}{\varepsilon_s} = S$$

il *modulo di taglio* (*"Sheer modulus"*). Poi il *coefficiente di Poisson* descrive il rapporto tra la *deformazione di taglio* e di *trazione*.

$$\frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_t} = \nu$$

Infine se voglio considerare pure il volume ho il *"Bulle modulus"*, definito come

$$B = \frac{\Delta \rho}{\Delta V}$$

Per vedere questi valori ho le tavole.

#Definizione

Definizione 7 (densità).

Si definisce la densità come

$$\rho := \frac{m}{V}$$

SEZIONE B. FLUIDI

B1. Archimede

Principio di Archimede

Principio di Archimede.

---

1. Principio di Archimede

#Teorema

Teorema 8 (principio di Archimede).

Supponiamo che un cubo avente volume ΔV e massa m. Sia ρ la densità del fluido.

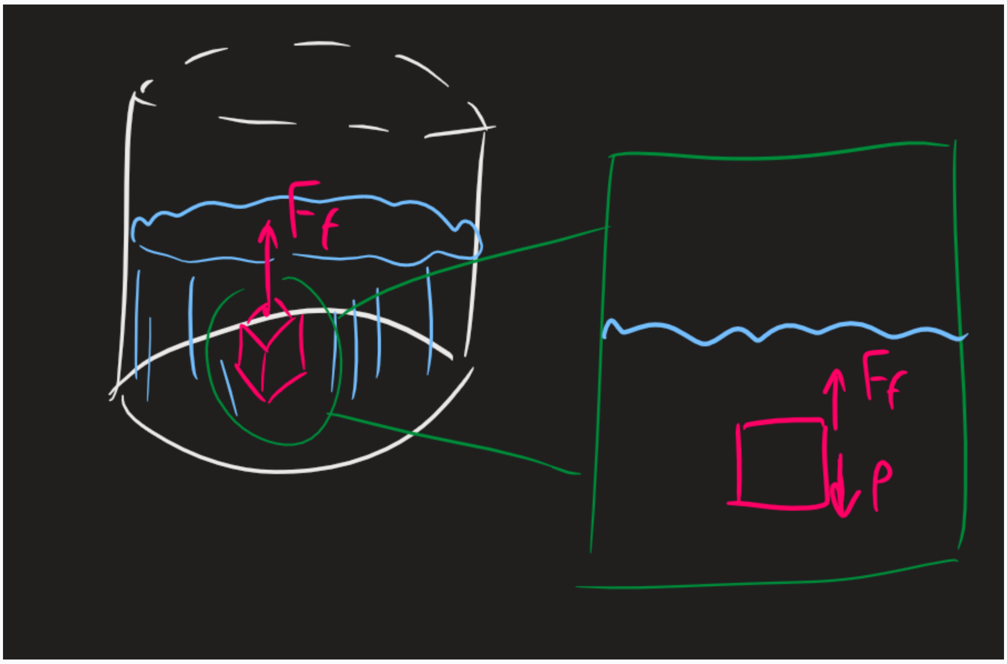
Allora sul corpo si esercita una *forza esterna*, detta la *"spinta di Archimede"* che è calcolata come segue

$$F_f = -\Delta V \cdot \rho g$$

Più generalmente, se non ho un cubo ho

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m_{\text{cubo}} \vec{g} - \Delta V \cdot \rho \vec{g}$$

FIGURA 1.1. (*Principio di Archimede*)



#Dimostrazione

DIMOSTRAZIONE del

Supponiamo di avere l'*equilibrio meccanico*, ovvero la *risultante delle forze esterne* è nulla. Da cui ho

$$\sum \vec{F} = \vec{P} = 0$$

Per far *"sparire"* la forza peso, suppongo una nuova forza $\vec{F}_f$ e la pongo uguale a $-\vec{P}$. Così soddisfo l'equilibrio meccanico. In particolare ho

$$\vec{F}_f = -mg = -\Delta V \rho g$$

A questo punto posso decidere che $\vec{F}_f$ è *sempre uguale*, indipendentemente da cosa è contenuto nel cubo (in altre parole posso far variare ρ). Posso pure generalizzare per il *caso non ho l'equilibrio meccanico*.

#Corollario

> Corollario 9 (determinare se un corpo galleggia o meno).
>
> Per determinare se un corpo galleggia o meno, è sufficiente *confrontare* la *densità del fluido* con la *densità del corpo*. Chiamiamo la densità del fluido $\rho_\sim$ e la densità del corpo ρ.
>
> i. *Galleggia* solo se $\rho_\sim > \rho$
> ii. *Affonda* solo se $\rho > \rho_\sim$
> iii. *Non succede niente* solo se $\rho = \rho_\sim$

B2. Pressione Macroscopica

Definizione di Pressione Macroscopica

Definizione di pressione per fluidi.

---

1. Definizione di Pressione

#Definizione

> Definizione 10 (pressione).
>
> Si definisce pressione come

$$P = \frac{F}{A}$$

Viene misurata nelle seguente misure:

- *Pascal* $\frac{N}{m^2}$.
- *Bar* $10^5 k\ [\mathrm{Pa}]$
- *Atmosfera* $101.325 k\ [\mathrm{Pa}]$

Notiamo che ho una *quantità scalare*, dato che in un senso sto facendo *"divisione tra vettori"*: consideriamo A come una specie di vettore (in particolare prendiamo la sua *normale*).

B3. Pascal

Principio di Pascal

Principio di Pascal. Esempio: torchio idraulico.

---

0. Voci correlate

-

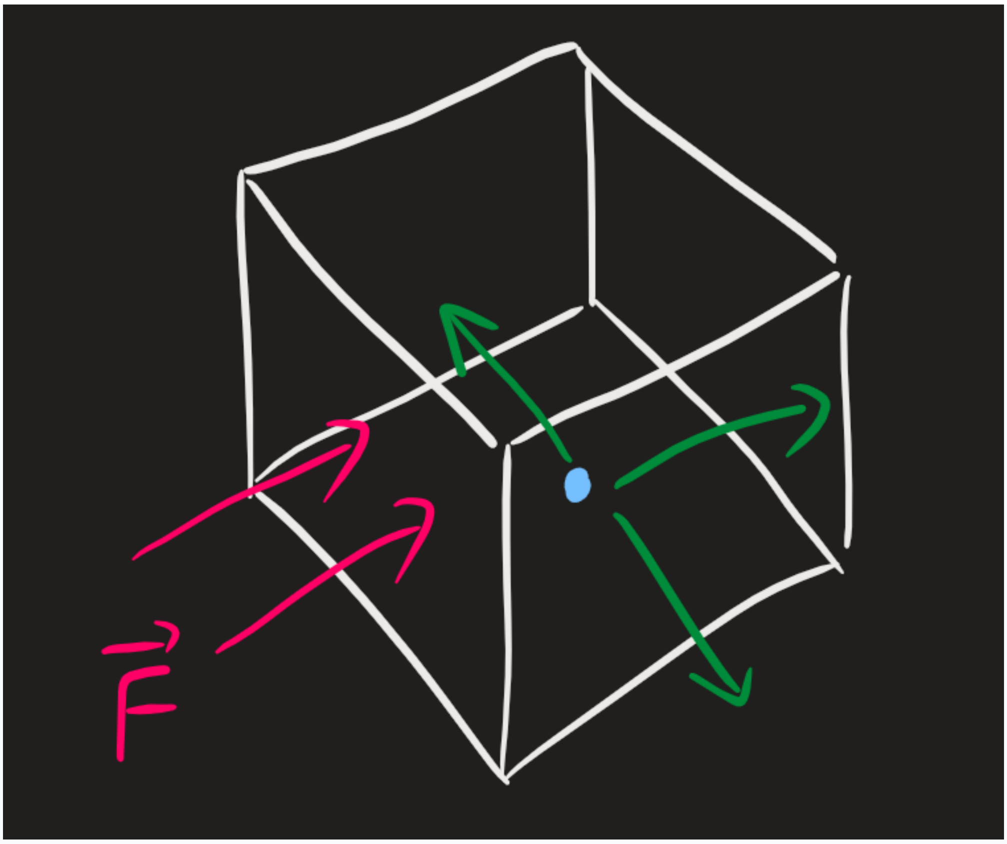
1. Principio di Pascal

#Teorema

Teorema 11 (principio di Pascal).

La pressione esercitata su fluidi si trasmette *inalterata* in ogni punto del fludo e alla *superficie* del contenitore.

FIGURA 1.1. (*Il principio di Pascal*)



#Esempio

Esempio 12 (il torchio idraulico).

Illustriamo questo principio con un noto esempio: il *torchio idraulico*.

Abbiamo due *piattaforme* collegate da un fluido, con aree diverse A_1, A_2. Applicando una forza F_1 sulla superficie A_1, si ha la pressione

$$P = \frac{F_1}{A_1}$$

Per il *principio di Pascal*, questa pressione si trasmette in ogni *superficie* del contenitore: ovvero la seconda piattaforma. Dunque si ha

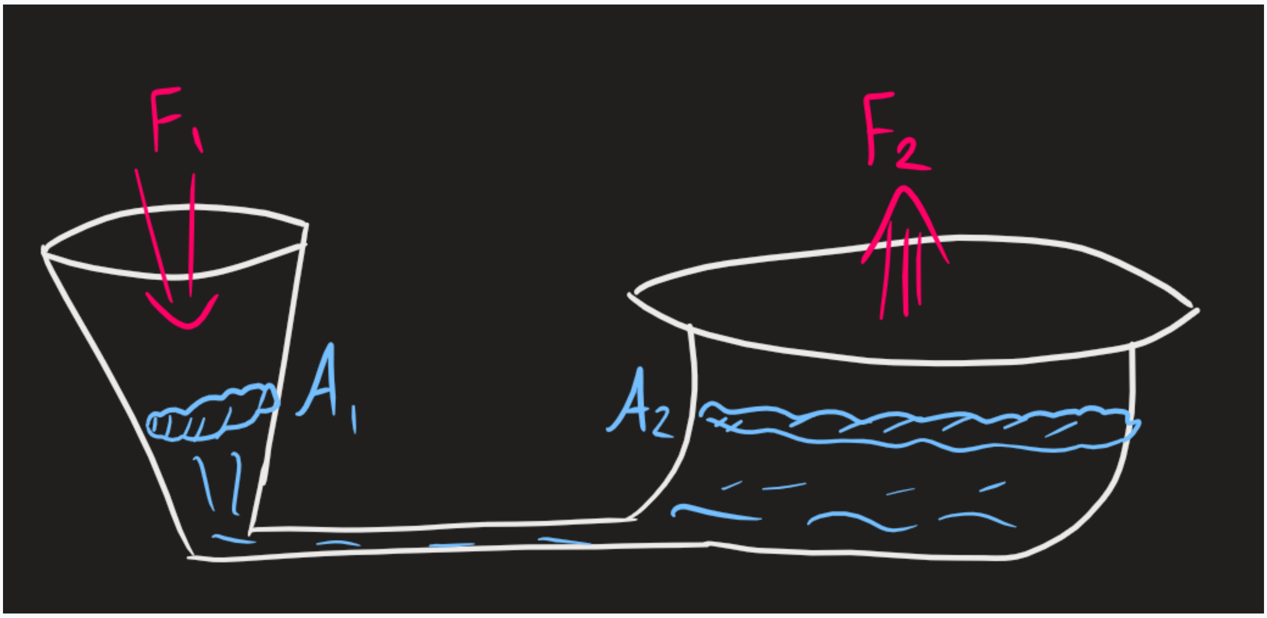
$$P = \frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$$

Adesso per calcolare la *forza* esercitata sulla seconda piattaforma si fa i calcoli e si ottiene

$$F_2 = F_1 \frac{A_2}{A_1} \implies \boxed{F_2 = F_1 \lambda}$$

con λ un numero che rappresenta il rapporto tra le due superfici. Per $\lambda \to +\infty$ ho che la forza esercitata sulla seconda piattaforma diventa infinitamente più grande: o rimpicciolendo A_1 o ingrandendo A_2 si ha questo effetto.

FIGURA 1.2. (*Torchio idraulico*)



B4. Equilibrio Idrostatico

Equilibrio Idrostatico

Equilibrio idrostatico di un oggetto immerso in un fluido. L'equazione dell'equilibrio idrostatico. Corollario: legge di Stevino. Addendum sul vuoto: l'esperimento di Magdeburg.

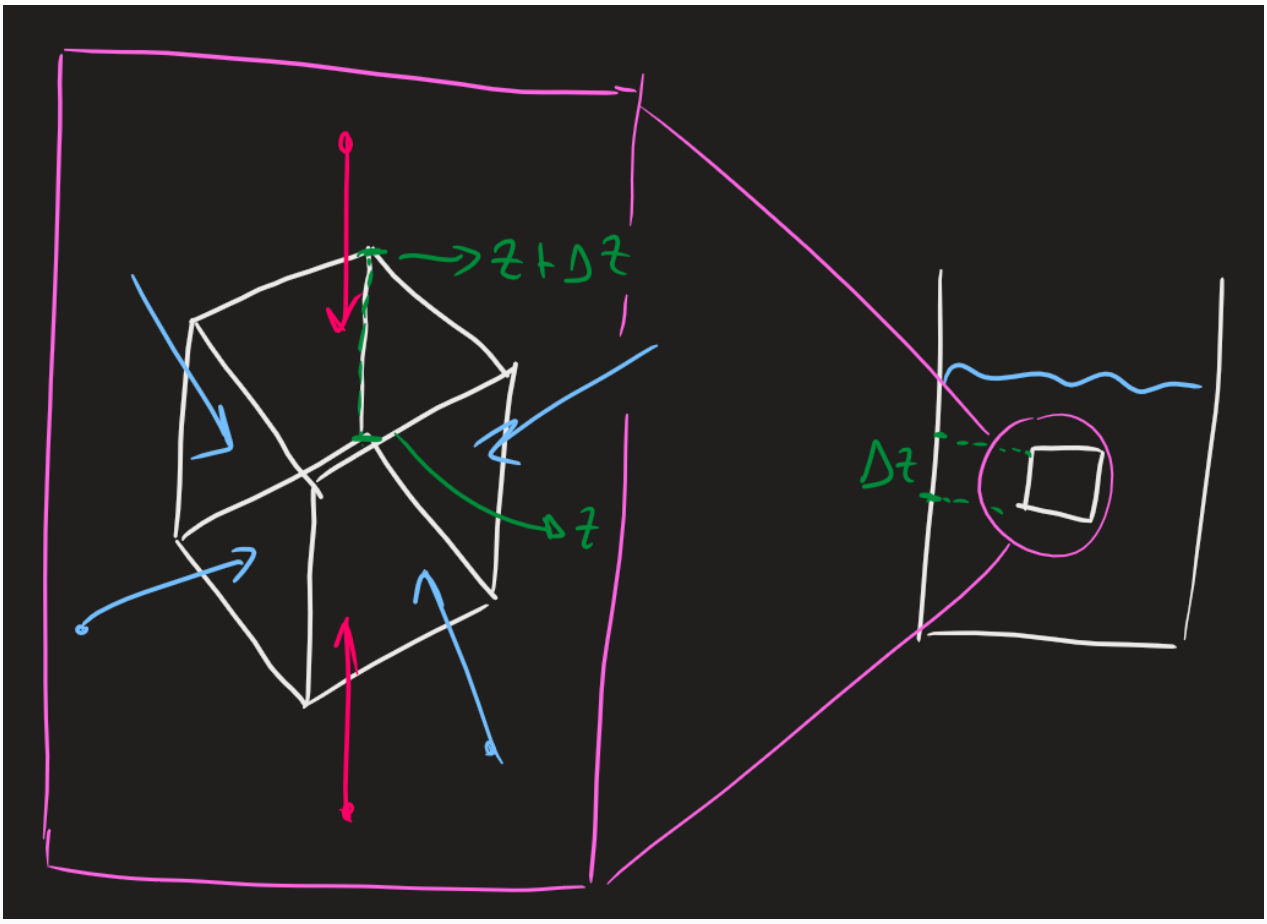
---

0. Voci correlate

-

1. Equilibrio Idrostatico

PROBLEMA. Considero un *cubo* immerso in un fluido. Cosa succede? Quali sono le forze? Qual è la pressione agente sul cubo?
Facendo uno zoom *"tridimensionale"* sul cubo, vediamo che abbiamo due *"set"* di forze: ci sono delle forze che vanno *verso dentro il cubo*, lungo *l'orizzontale* (o una qualsiasi direzione che non sia verticale). Vedremo che queste si annulleranno, dato che sono simmetriche.
D'altro canto abbiamo le *forze lungo la verticale*, che invece non si annullano.



Disegnando il *diagramma delle forze*, abbiamo che la forza $\vec{F}(z)$ va *in alto*, invece $\vec{F}(z+\Delta z)$ in *basso*. La sua risultante coincide con la *spinta di Archimede* (), di cui ricordiamo è

$$F_s = \Delta V \rho g$$

In particolare posso considerare ΔV una quantità al variare in z: $\Delta V = A\Delta z$.
Allora ponendo l'uguaglianza $\vec{F}_s = \vec{F}(z) + \vec{F}(z+\Delta z)$ e passando alla sua forma vettoriale si ha

$$F_s = A\Delta z \rho g = F(z) - F(z+\Delta z)$$

Ricordandomi della *definizione di pressione* () posso dividere a destra per $A\Delta z$ e ottenere

$$\rho g = \frac{P(z) - P(z+\Delta z)}{\Delta z}$$

Cos'è questa, facendo tendere $\Delta z \sim \mathrm{d}z \to 0$? Questa è proprio la *definizione di derivata*, che ci dà

$$\rho g = -\frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}z}$$

che ci dà l'equazione differenziale

$$\boxed{\frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}z} = -\rho g}$$

che è detta *l'equazione differenziale dell'equilibrio idrostatico*. Questo risultato vale per un *fluido qualsiasi*: sia fluidi comprimibili che non comprimibili. ■

2. Legge di Stevino

Assumendo *fluidi incomprimibili* (quindi a *densità costante*) abbiamo la *legge di Stevino*.

#Corollario

Corollario 13 (legge di Stevino).

La pressione esercitata su un *oggetto* in un *fluido incomprimibile* ad altezza h è

$$P(z) = P_0 - \rho g z$$

#Dimostrazione

DIMOSTRAZIONE del

Si tratta banalmente di integrare l'equazione dell'*equilibrio idrostatico*, da cui si ha la tesi. ■

Adesso vediamo qualche esempio.

#Esempio

Esempio 14 (fluido in acqua).

Un'oggetto *sommerso* in acqua (con la superficie non coperta, quindi subisce la pressione atmosferica) subisce la pressione di *due atmosfere* ad altezza L (in realtà $-L$ ma sono dettagli). Allora si ha che

$$P(-L) = 2P_{\text{atm.}} = P_{\text{atm.}} + \rho g L$$

da cui si ricava

$$\boxed{L = \frac{P_{\text{atm.}}}{\rho g} \simeq 10.3 \text{ m}}$$

Sostanzialmente abbiamo un *andamento lineare*. Notiamo che vale anche la *direzione contraria*? Ovvero ad altezze positive abbiamo una *"pressione negativa"*, che spinge l'oggetto in sù.

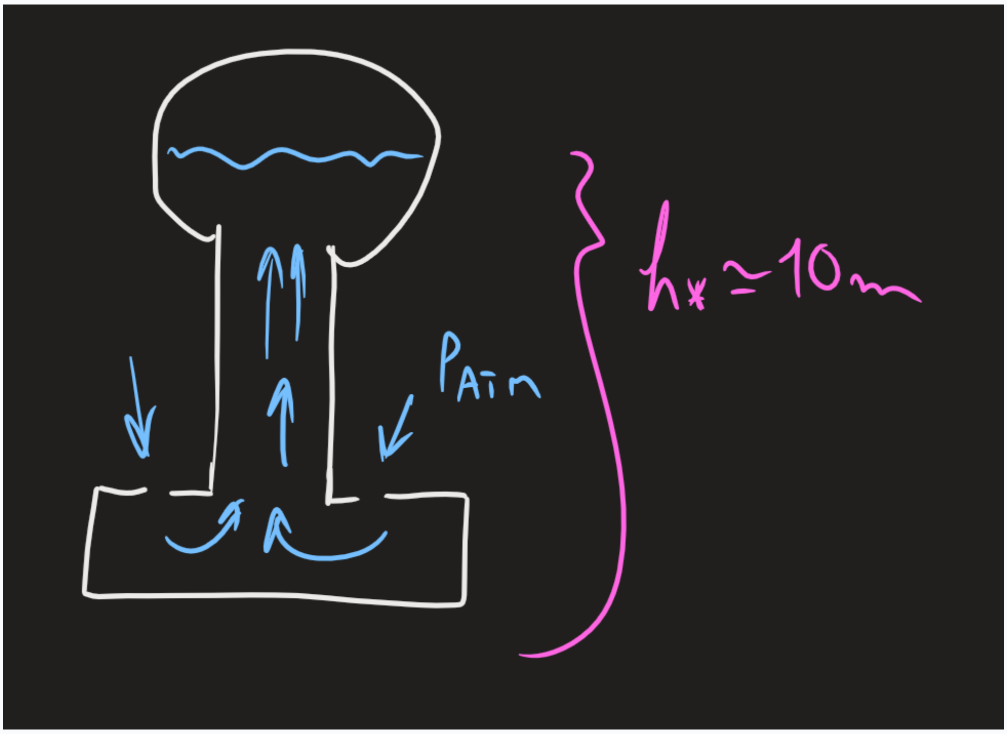
#Esempio

Esempio 15 (colonna d'acqua).

Una colonna d'acqua è dotato di *fori* in basso e di un *contenitore vuoto* in alto. Assumendo che sui fori si eserciti la *pressione atmosferica*, notiamo che l'acqua tende a *salire* fino a circa 10 m.

Questo è dovuto al fatto che nel *vuoto* non c'è nessuna forza, se non quella esercitata dalla *pressione atmosferica* (che poi si trasmette verso il vuoto, per Pascal).

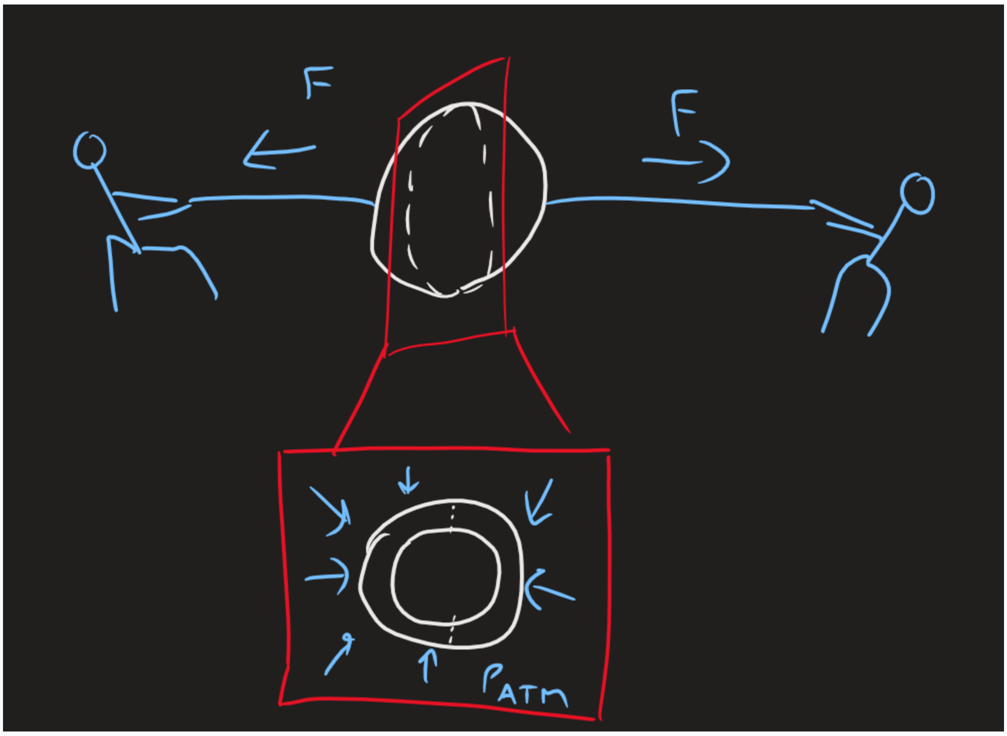
FIGURA 2.1. (*Colonna d'acqua*)



3. Nota sul Vuoto

Facciamo un breve addendum sul vuoto, che può portare a *conseguenze controintuitive*. Vediamo ad esempio l'*esperimento di Magdeburg*

Esperimento di Magdeburg. Supponiamo di avere *due emisferi* che compongono una *sfera*. In questa sfera c'è il *vuoto* (ovvero non ci sono forze esterne). Adesso tentiamo di *aprire* questa sfera, esercitando delle *forze*. Tuttavia, applicando anche *tantissima forza* (usando tipo degli *elefanti*), non si riesce a separare questi emisferi! Accipicchia, ma cosa c'è? Il fatto è che la *pressione atmosferica* spinge i due *emisferi* ad unirsi il quanto possibile, dal momento che non c'è nessuna *forza che si oppone*.



SEZIONE C. ESERCIZI

Esercizi sui Solidi e Fluidi

Esercizi sui solidi e fluidi (in realtà solo fluidi).

---

1. Fluidi

#Esercizio

Esercizio 16.

Sia $\rho = 1.24 \text{ kg}/\text{L}$ la densità dell'acqua del mar morto. Supponiamo che una persona di altezza h sia in una posizione distesa-inclinata sull'acqua. Qual è la frazione del suo volume?

#Esercizio

Esercizio 17.

Un palloncino pieno d'elio (almeno tale che la sua densità sia maggiore dell'aria) si trova in un treno in moto. Ad un certo si frena, causando una forza apparente.

Come si muove il palloncino?

#Esercizio

Esercizio 18.

Un oggetto pesa $20\ \mathrm{N}$ nell'aria e $15\ \mathrm{N}$ quando immerso in acqua. Qual è il suo volume?