



ESERCIZIO OBBLIGATORIO, DA DISCUTERE ALL'ESAME ORALE

1. L'algoritmo del metodo di eliminazione di Gauss si può schematizzare come segue

```
for k = 1, ..., n - 1 do
  for i = k + 1, ..., n do
     $l_{ik} = \frac{a_{ik}^{(k)}}{a_{kk}^{(k)}}$ 
    for j = k, ..., n do
       $a_{ij}^{(k)} = a_{ij}^{(k)} - l_{ik}a_{kj}^{(k)}$ 
    end for
  end for
end for
```

A partire dallo pseudocodice dell'algoritmo precedente si scriva una **function** Matlab/Octave che calcoli e restituisca i due fattori triangolari  $L$  ed  $U$ . La sintassi della function deve essere la seguente:

**function** [L,U]= lugauss(A)

2. Si scriva uno script Matlab che:

- Definisca la matrice  $A$  come la matrice di Hilbert di ordine  $n = 8$  e poi cambi i primi due elementi della seconda riga nel modo seguente:  $A(2,1) = 2 * A(1,1)$  e  $A(2,2) = 2 * A(1,2) - \epsilon$ , fissato  $\epsilon = 10^{-12}$ .
- Definisca il termine noto  $b$  in modo che la soluzione esatta del sistema sia il vettore con tutte le componenti pari a 1.
- Calcoli la soluzione del sistema lineare  $Ax = b$  a partire dalla fattorizzazione LU della matrice  $A$  calcolata mediante la function **lugauss**, e quindi risolvendo i due sistemi triangolari mediante il comando `\` di Matlab.
- Visualizzi a video il vettore soluzione ottenuto. Si usi **format long** per vedere tutte le cifre significative.
- Calcoli il residuo relativo  $r_{rel} = \frac{\|b - A\bar{x}\|}{\|b\|}$  e l'errore relativo  $e_{rel} = \frac{\|x - \bar{x}\|}{\|\bar{x}\|}$ , dove  $\bar{x}$  indica la soluzione esatta del sistema. Si usi la norma euclidea.
- Ripeta i punti (b)-(e) ma risolvendo il sistema questa volta con la fattorizzazione LU **con pivoting** fornita dalla function Matlab **[L,U,P] = lu(A)**.

3. Dopo aver analizzato i valori ottenuti del residuo e dell'errore relativi in ogni caso si risponda alle seguenti domande:

- Perché il residuo relativo nel primo caso (LU calcolata senza pivoting) non è dell'ordine della precisione di macchina?

- Com'è il residuo nel secondo caso (LU calcolata con pivoting per righe)? Perché l'errore non è dell'ordine della precisione di macchina ma molto più grande?