IPS Instituto Politécnico de Setúbal
Escola Superior de Tecnologia de Setúbal

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
Elementos de Matemática II

2º Semestre 2016/17
Exercícios de cálculo integral

Matéria:

- Teorema Fundamental do Cálculo Integral e Fórmula de Barrow.
- Teorema da Média.
- Integral indefinido.

---

1. Calcule os seguintes integrais:

   (a) $\displaystyle\int_0^1 x^2 dx;$

   (b) $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \operatorname{sen}(2x)\, dx;$

   (c) $\displaystyle\int_0^2 |2x-3|\, dx;$

   (d) $\displaystyle\int_{-\ln 3}^{\ln 3} \frac{e^x}{e^x+4} dx.$

2. Considere a função real de variável real definida por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{1+x^2} & , x < 1 \\ \\ x & , x \geq 1 \end{cases}.$$

   Determine o valor médio de f no intervalo $[0, 2]$.

3. Considere a função g definida por:

$$g(x) = \frac{1}{\sqrt{4-x^2}}.$$

   (a) Calcule o valor médio de g no intervalo $[-1, 0]$. Justifique que existe um ponto nesse intervalo onde a função g atinge o valor médio;

   (b) Determine a expressão de $G(x) = \displaystyle\int_{-1}^{x} g(t)\, dt$.

4. Seja f a função definida por

$$f(x) = \begin{cases} x^3 & , -1 \leq x \leq 0 \\ \\ e^{2x} - 1 & , 0 < x \leq \ln 2 \end{cases} .$$

(a) Determine o valor médio da função f no intervalo $[-1, \ln 2]$. Justifique que existe um ponto nesse intervalo onde a função f atinge o valor médio;

(b) Determine a expressão de $F(x) = \displaystyle\int_{-1}^{x} f(t)dt$. O que pode concluir quanto a continuidade de F?

5. Calcule, justificando, as derivadas das funções definidas por:

(a) $F(x) = \displaystyle\int_{1}^{2x^2} \frac{1}{1+t^4} dt$;

(b) $G(x) = \displaystyle\int_{e^{2x}}^{4x} \cos(t^3) dt$.