

# Ανάλυση και σχεδιασμός σύγχρονων ακολουθιακών κυκλωμάτων

by thcloak

Παρακάτω, παρουσιάζεται η βασική μεθοδολογία ανάλυσης και σχεδιασμού, ενός τυπικού παραδείγματος σύγχρονου ακολουθιακού κυκλώματος. Προαπαιτούμενη είναι η κατανόηση της λογικής συμπεριφοράς των διαφόρων τύπων flip-flop και των λογικών πυλών (OR, AND, NOT κλπ).

Στις εξετάσεις, συχνά μας δίνεται η **λεκτική περιγραφή** του προβλήματος, και απαιτείται από εμάς να ακολουθήσουμε τα βήματα της μεθοδολογίας, για να σχεδιάσουμε τελικά το **λογικό διαγράμμα** του κυκλώματος.

## 1 Λεκτική περιγραφή

Δίνεται η εκφώνηση:

Να σχεδιαστεί σύγχρονο ακολουθιακό κύκλωμα με JK flip-flop, το οποίο για είσοδο 0, να μεταβαίνει διαδοχικά στις καταστάσεις 5, 6, 4, 2, 0, 3, 1, 5, 6... και για είσοδο 1, στις καταστάσεις 4, 1, 3, 6, 5, 0, 2, 4, 1.... Η απλοποίηση των χαρακτηριστικών εξισώσεων να γίνει με 2 μεθόδους (χάρτης Karnaugh, άλγεβρα Boole).

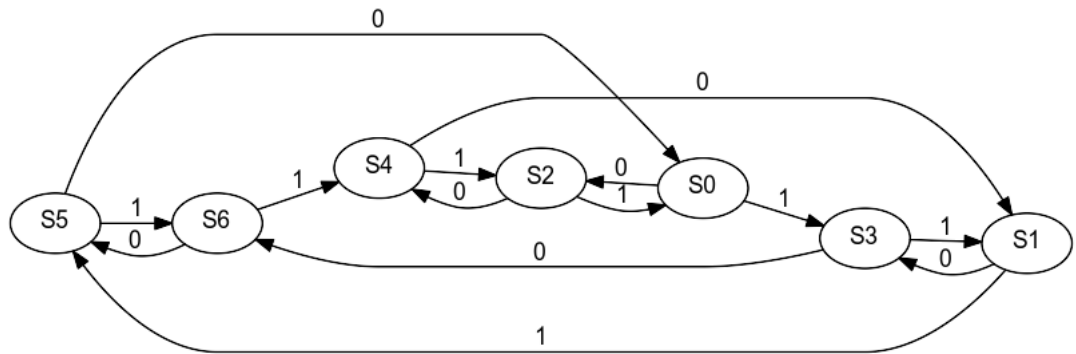
Πρώτο μας βήμα, είναι να δώσουμε όνομα στις εισόδους και στις καταστάσεις του κυκλώματος.

Ονομάζουμε  $x$  την είσοδο, και  $S_0, S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6$  τις καταστάσεις 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 αντίστοιχα.

## 2 Σχεδιασμός διαγράμματος καταστάσεων

Στο διάγραμμα καταστάσεων, οι καταστάσεις  $S$  αναπαρίστανται ως κύκλοι, και οι μεταβάσεις, για  $x=1$  ή  $x=0$ , ως κατευθυνόμενα βέλη που συνδέουν τις διάδοχες καταστάσεις (αφήστε λίγο κενό χώρο εντός των κύκλων, για να συμπληρώσετε αργότερα τις δυαδικές αναπαραστάσεις των καταστάσεων):

Σχεδιάζουμε το διάγραμμα καταστάσεων:



### 3 Κωδικοποίηση καταστάσεων κυκλώματος σε συνδυασμούς καταστάσεων flip-flop

Σε αυτό το σημείο, επιδιώκουμε να αναπαραστήσουμε κάθε κατάσταση  $S$  ως αλληλουχία δυαδικών ψηφίων. Καθώς έχουμε 7 καταστάσεις, χρειαζόμαστε τουλάχιστον 3 bit για να τις αναπαραστήσουμε. Αυτό, προφανώς επειδή  $2^2 = 4$  δεν φτάνουν οι συνδυασμοί, ενώ  $2^3 = 8$  ένας συνδυασμός περισσεύει. Αυτό όμως δε μας πειράζει. Κάθε δυαδικό ψηφίο, στο κύκλωμα μας θα αντιπροσωπεύει ένα flip-flop. Έτσι, λέμε:

Κωδικοποιούμε τις καταστάσεις μας  $S_0$ - $S_6$  ως συνδυασμούς δυαδικών ψηφίων.

Έχουμε 7 καταστάσεις, επομένως θα χρειαστούμε 3 bit για να έχουμε διακριτούς συνδυασμούς για όλες τις καταστάσεις. Αυτό επειδή  $2^3 = 8 \geq 7$ . Αντιστοιχίζουμε:

$S_0$	000
$S_1$	001
$S_2$	010
$S_3$	011
$S_4$	100
$S_5$	101
$S_6$	110
-	111

## 4 Σχεδιασμός πίνακα καταστάσεων

Τώρα που έχουμε κωδικοποιήσει δυαδικά τις καταστάσεις μας, αναθέτουμε την αποθήκευση κάθε δυαδικού ψηφίου (bit) σε ένα flip-flop. Έτσι, για το παράδειγμα μας, θα χρειαστούμε 3 flip-flop, που θα τα ονομάσουμε A, B, C:

*Επιλέγουμε 3 JK flip-flops για την αποθήκευση των bit καταστάσεων μας, και τα ονομάζουμε A, B και C.*

Στη συνέχεια, σχεδιάζουμε τον πίνακα καταστάσεων. Ο πίνακας αυτός αποτελείται από τις πιθανές καταστάσεις σε μια δεδομένη χρονική στιγμή  $t$ , και από τις δυνατές καταστάσεις τους στον επόμενο χτύπο του ρολογιού,  $t+1$ . **Συμβολίζουμε με  $Q$  την έξοδο των flip-flop.**

Προφανώς, κάθε παρούσα κατάσταση μπορεί να μεταβεί μόνο σε 2 διάδοχες, ανάλογα με το αν η είσοδος  $x$  είναι ένα ή μηδέν, όταν το flip-flop ενεργοποιείται στο χτύπο του ρολογιού.

*Σχεδιάζουμε τον πίνακα καταστάσεων του κυκλώματος:*

Παρούσα Κατάσταση ( $t$ )					-	Επόμενη Κατάσταση ( $t+1$ )			
$S_n$	$Q_A$	$Q_B$	$Q_C$	$x$		$S_n$	$Q_A$	$Q_B$	$Q_C$
0	0	0	0	0		3	0	1	1
	0	0	0	1		2	0	1	0
1	0	0	1	0		5	1	0	1
	0	0	1	1		3	0	1	1
2	0	1	0	0		0	0	0	0
	0	1	0	1		4	1	0	0
3	0	1	1	0		1	0	0	1
	0	1	1	1		6	1	1	0
4	1	0	0	0		2	0	1	0
	1	0	0	1		1	0	0	1
5	1	0	1	0		6	1	1	0
	1	0	1	1		0	0	0	0
6	1	1	0	0		4	1	0	0
	1	1	0	1		1	0	0	1

**Σημείωση:** Μπορεί να βρείτε τις εξόδους των flip-flop,  $Q_A$ ,  $Q_B$ ,  $Q_C$  να συμβολίζονται απλούστερα και ως  $A$ ,  $B$ ,  $C$ .

## 5 Εξαγωγή εξισώσεων εισόδων

Επειδή το κύκλωμα μας υλοποιείται με JK flip-flop θα χρειαστεί, προτού φτιάξουμε τις εξισώσεις εισόδων των flip-flop, να εντοπίσουμε τις περιπτώσεις όπου η τιμή κάποιας εκ των  $J$ ,  $K$  ενός flip-flop, δεν έχει αντίκτυπο στον καθορισμό της μελλοντικής εξόδου του. Αυτές οι περιπτώσεις δε θα χρειαστεί να εκφραστούν στις εξισώσεις εισόδων του κάθε flip-flop, και έτσι οι εξισώσεις θα είναι κατά πολύ απλούστερες.

Οι περιπτώσεις αυτές, ονομαζόμενες **συνθήκες αδιαφορίας**, μπορούν να εντοπιστούν εύκολα, εάν σχεδιάσουμε τον **πίνακα διέγερσης** για κάθε flip-flop του κυκλώματος μας. Ο πίνακας διέγερσης για οποιοδήποτε JK flip-flop, έχει την παρακάτω μορφή, η οποία προκύπτει λογικά από τη συμπεριφορά του στοιχείου:

$Q(t)$	$Q(t+1)$	$J$	$K$
0	0	0	X
0	1	1	X
1	0	X	1
1	1	X	0

Οι συνθήκες αδιαφορίας σημειώνονται με X. Παρατηρήστε ότι, για παράδειγμα, στη δεύτερη γραμμή του πίνακα, ανεξαρτήτως της τιμής του  $K$ , η τιμή της εξόδου θα μεταβεί από το 0 στο 1. Αυτό επειδή, για  $K=0$  έχουμε εντολή θέσης (Set:  $J=1$ ,  $K=0$ ), δηλαδή  $Q(t+1)=1$ , ενώ για  $K=1$  έχουμε εντολή συμπλήρωσης του  $Q(t)=0$  ( $Q'$ :  $J=1$ ,  $K=1$ ), δηλαδή  $Q(t+1)=Q'(t)=1$ . Γι'αυτό, η  $K$  μαρκάρεται με X ως συνθήκη αδιαφορίας.

*Επεκτείνουμε τον πίνακα καταστάσεων με τον πίνακα διέγερσης των JK flip-flop  $A$ ,  $B$ ,  $C$ , προς εξεύρεση των συνθηκών αδιαφορίας:*

Παρούσα Κατάσταση (t)					-	Επόμενη Κατάσταση (t+1)									
$S_n$	$Q_A$	$Q_B$	$Q_C$	$x$		$S_n$	$Q_A$	$Q_B$	$Q_C$	$J_A$	$K_A$	$J_B$	$K_B$	$J_C$	$K_C$
0	0	0	0	0		3	0	1	1	0	X	1	X	1	X
	0	0	0	1		2	0	1	0	0	X	1	X	0	X
1	0	0	1	0		5	1	0	1	1	X	0	X	X	0
	0	0	1	1		3	0	1	1	0	X	1	X	X	0
2	0	1	0	0		0	0	0	0	0	X	X	1	0	X
	0	1	0	1		4	1	0	0	1	X	X	1	0	X
3	0	1	1	0		1	0	0	1	0	X	X	1	X	0
	0	1	1	1		6	1	1	0	1	X	X	0	X	1
4	1	0	0	0		2	0	1	0	X	1	1	X	0	X
	1	0	0	1		1	0	0	1	X	1	0	X	1	X
5	1	0	1	0		6	1	1	0	X	0	1	X	X	1
	1	0	1	1		0	0	0	0	X	1	0	X	X	1
6	1	1	0	0		4	1	0	0	X	0	X	1	0	X
	1	1	0	1		1	0	0	1	X	1	X	1	1	X

Σε αυτό το σημείο ήμαστε έτοιμοι να εξάγουμε τις εξισώσεις των εισόδων  $J_A$ ,  $K_A$ ,  $J_B$ ,  $K_B$ ,  $J_C$ ,  $K_C$  των flip-flop του κυκλώματος μας.

## 5.1 Με πίνακα Karnaugh

Ένας πίνακας Karnaugh μας επιτρέπει να εκμεταλλευτούμε την ικανότητα αναγνώρισης μοτίβων που διαθέτει η ανθρώπινη όραση, για να εξάγουμε εύκολα μια όσο το δυνατόν απλούστερη εξίσωση, για μια είσοδο ενός flip-flop. Για το παράδειγμα μας θα χρειαστεί να καταστρώσουμε 6 πίνακες Karnaugh, έναν για κάθε είσοδο flip-flop. Οι εν λόγω πίνακες παρουσιάζονται παρακάτω. Για την κατασκευή τους:

1. Μοιράζουμε διαδοχικά, στον οριζόντιο και τον κατακόρυφο άξονα, τις καταστάσεις εξόδου των flip-flop  $Q(t)$ , και την είσοδο  $x$ . Συνηθίζεται, όταν έχουμε μόνο 2 flip-flops, το  $x$  να μπαίνει μόνο του στον κατακόρυφο άξονα.

Χωρίζουμε τον πίνακα σε κελιά, κάθε ένα εκ των οποίων αντιπροσωπεύει έναν πιθανό συνδυασμό τιμών των παραγόντων που μοιράσαμε στους άξονες. **Προσοχή:** Η αρίθμηση κάθε κελιού είναι αυστηρή και γίνεται, όχι σε δυαδικό σύστημα, αλλά σε **κώδικα Gray**. Ο τρόπος αρίθμησης για μέχρι τέσσερεις παράγοντες, φαίνεται στο παράδειγμα μας (είναι απίθανο να σας ζητηθεί να εφαρμόσετε τη μέθοδο Karnaugh για περισσότερους από 4 παράγοντες).

2. Βάζουμε παύλα (-) μέσα στα κελιά που δεν αντιστοιχούν σε εφικτή κατάσταση του κυκλώματος.
3. Το περιεχόμενο των κελιών του πίνακα αντιπροσωπεύει την τιμή της εισόδου flip-flop, την εξίσωση της οποίας αναζητάμε, για τον συνδυασμό των παραγόντων που αντιστοιχούν στο κελί. Αντιγράφουμε από τον πίνακα καταστάσεων.
4. Πλαισιώνουμε, σε τετράγωνο ή παραλληλόγραμμο σχήμα, όσα κελιά είναι γειτονικά μεταξύ τους και περιέχουν τη μονάδα. Τα κελιά που αγγίζουν κάποια άκρη του πίνακα, θεωρούνται γειτονικά με τα κελιά που αγγίζουν την απέναντι άκρη. Πλαισιώνουμε σε δυάδες, τετράδες και οκτάδες (γενικά,  $2^n$  άδες). Στοχεύουμε στην ένταξη όσο το δυνατόν περισσότερων κελιών σε ένα πλαίσιο. Επιτρέπεται η επικάλυψη κελιών από πολλαπλά πλαίσια.
5. Κάθε πλαίσιο αντιστοιχεί σε ένα μονώνυμο (γινόμενο παραγόντων) της αντίστοιχης εξίσωσης εισόδου. Το μονώνυμο αυτό αποτελείται από τους παράγοντες που δε μεταβάλλονται μεταξύ των κελιών του πλαισίου. Έτσι, αν ένας παράγοντας είναι ίσος με τη μονάδα σε όλα τα κελιά του πλαισίου, ο παράγοντας εισάγεται ως έχει (π.χ.  $Q_A$ ). Εάν ο παράγοντας είναι ίσος με το μηδέν σε όλα τα κελιά του πλαισίου, εισάγουμε το συμπλήρωμα του (π.χ.  $Q'_A$ ). Το άθροισμα των μονονύμων αποτελεί το δεξί μέρος της εξίσωσης εισόδου του flip-flop.

Εμπειρικά, βλέπουμε ότι για έναν πίνακα Karnaugh τεσσάρων παραγόντων, ένα πλαίσιο 2 κελιών θα αντιστοιχεί σε ένα μονώνυμο τριών παραγόντων, ένα πλαίσιο 4 κελιών σε ένα μονώνυμο 2 παραγόντων, ενώ ένα πλαίσιο 8 κελιών θα αντιστοιχεί σε μονώνυμο του ενός παράγοντα.

---

*Καταstrώνουμε πίνακες Karnaugh για εξαγωγή απλοποιημένων εξισώσεων εισόδου των flip-flops A, B, C:*

		$Q_C x$			
		00	01	11	10
$Q_A Q_B$	00	0	0	0	1
	01	0	1	1	0
	11	X	X	-	-
	10	X	X	X	X

		$Q_C x$			
		00	01	11	10
$Q_A Q_B$	00	X	X	X	X
	01	X	X	X	X
	11	0	1	-	-
	10	1	1	1	0

$$J_A = Q'_A Q_B x + Q'_B Q_C x'$$

$$K_A = Q'_B x + Q_A Q'_B Q'_C + Q'_C x$$

		$Q_C x$			
		00	01	11	10
$Q_A Q_B$	00	1	1	1	0
	01	X	X	X	X
	11	X	X	-	-
	10	1	0	0	1

		$Q_C x$			
		00	01	11	10
$Q_A Q_B$	00	X	X	X	X
	01	1	1	0	1
	11	1	1	-	-
	10	X	X	X	X

$$J_B = Q'_C x' + Q'_A x + Q_A Q'_B x'$$

$$K_B = Q'_C + Q'_A Q_B x'$$

		$Q_C x$			
		00	01	11	10
$Q_A Q_B$	00	1	0	X	X
	01	0	0	X	X
	11	0	1	-	-
	10	0	1	X	X

		$Q_C x$			
		00	01	11	10
$Q_A Q_B$	00	X	X	0	0
	01	X	X	1	0
	11	X	X	-	-
	10	X	X	1	1

$$J_C = Q'_A Q'_B x' + Q_A Q'_C x$$

$$K_C = Q'_A Q_B x + Q_A Q'_B$$

## 5.2 Με άλγεβρα Boole

**Σημείωση:** Η ακόλουθη μέθοδος είναι προαιρετική. Εάν δεν έχετε χρόνο, προσπεράστε την.

Οι εξισώσεις εισόδου μπορούν να εξαχθούν απευθείας από τον πίνακα καταστάσεων. Αυτό γίνεται ως εξής:

1. Επιλέγουμε την είσοδο flip-flop, την εξίσωση της οποίας αναζητάμε.
2. Βρίσκουμε τις γραμμές του πίνακα καταστάσεων, στις οποίες η επιλεγμένη είσοδος είναι ίση με 1.
3. Κάθε γραμμή αντιστοιχεί σε ένα μονώνυμο (γινόμενο παραγόντων) της εξίσωσης εισόδου του flip-flop. Εισάγουμε ως έχουν στο αντίστοιχο μονώνυμο, τους παράγοντες που στη γραμμή ισούνται με 1. Οι παράγοντες που στη γραμμή ισούνται με μηδέν, εισάγονται στο μονώνυμο ως το **συμπλήρωμα** τους (π.χ. για  $Q_A = 0$ , γράφουμε  $Q'_A$ ).

Εξάγουμε τις εξισώσεις εισόδου των flip-flop  $J_A, K_A, J_B, K_B, J_C, K_C$  απευθείας από τον πίνακα καταστάσεων:

$$J_A = Q'_A Q'_B Q_C x' + Q'_A Q_B Q'_C x + Q'_A Q_B Q_C x$$

$$K_A = Q_A Q'_B Q'_C x' + Q_A Q'_B Q'_C x + Q_A Q'_B Q_C x + Q_A Q_B Q'_C x$$



---


$$J_B = Q'_A Q'_B Q'_C X' + Q'_A Q'_B Q'_C X + Q'_A Q'_B Q_C X' + Q_A Q'_B Q'_C X' + Q_A Q'_B Q_C X'$$


---

$$K_B = Q'_A Q_B Q'_C X' + Q'_A Q_B Q'_C X + Q'_A Q_B Q_C X' + Q_A Q_B Q'_C X' + Q_A Q_B Q'_C X$$


---

$$J_C = Q'_A Q'_B Q'_C X' + Q_A Q'_B Q'_C X + Q_A Q_B Q'_C X$$


---

$$K_C = Q'_A Q_B Q_C X + Q_A Q'_B Q_C X' + Q_A Q'_B Q_C X$$

Στη συνέχεια, θα χρησιμοποιήσουμε τους κανόνες της άλγεβρας Boole για να απλοποιήσουμε τις παραπάνω εξισώσεις. Έτσι θα μπορέσουμε, στο επόμενο βήμα, να σχεδιάσουμε ένα πολύ απλούστερο κύκλωμα. Η άλγεβρα Boole διέπεται από τους εξής κανόνες:

1. $A + 0 = A$	7. $A * A = A$
2. $A + 1 = 1$	8. $A * A' = 0$
3. $A * 0 = 0$	9. $(A')' = A$
4. $A * 1 = A$	10. $A + AB = A$
5. $A + A = A$	11. $A + A'B = A + B$
6. $A + A' = 1$	12. $(A + B)(A + C) = A + BC$

Θεώρημα DeMorgan

$$(AB)' = (A' + B')$$

$$(A + B)' = (A'B')$$

**Προσοχή:** Είναι συχνό λάθος των φοιτητών, να εφαρμόζουν κανόνες της συμβατικής άλγεβρας στην προσπάθεια απλοποίησης των εξισώσεων. Ένα παράδειγμα: στην άλγεβρα Boole, **δεν** ισχύει  $(A'B)' = AB'$ , αλλά  $(A'B)' = (A')' + B' = A + B'$  (θεώρημα DeMorgan).

**Σημείωση:** Στη συνέχεια, για ευκρίνεια και για περαιτέρω εξοικείωση με το

συμβολισμό, θα γράφουμε  $A$  αντί για  $Q_A$  και  $\bar{A}$  αντί για  $A'$ .

Χρησιμοποιούμε τους κανόνες της άλγεβρας Boole για να απλοποιήσουμε τις εξισώσεις:

$$\begin{aligned}
 J_A &= \bar{A}\bar{B}C\bar{x} + \bar{A}B\bar{C}x + \bar{A}BCx = \\
 &= \bar{A}\bar{B}C\bar{x} + \bar{A}Bx(\bar{C} + C) \stackrel{\{6\}}{=} \\
 &\stackrel{\{6\}}{=} \bar{A}\bar{B}C\bar{x} + \bar{A}Bx * 1 = \\
 &= \bar{A}\bar{B}C\bar{x} + \bar{A}Bx
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 K_A &= A\bar{B}\bar{C}\bar{x} + A\bar{B}\bar{C}x + A\bar{B}C\bar{x} + ABC\bar{x} = \\
 &= A\bar{B}\bar{C}(\bar{x} + x) + A\bar{B}C\bar{x} + ABC\bar{x} \stackrel{\{6\}}{=} \\
 &\stackrel{\{6\}}{=} A\bar{B}\bar{C} * 1 + A\bar{B}C\bar{x} + ABC\bar{x} = \\
 &= A\bar{B}(\bar{C} + Cx) + ABC\bar{x} \stackrel{\{11\}}{=} \\
 &\stackrel{\{11\}}{=} A\bar{B}(x + \bar{C}) + ABC\bar{x} = \\
 &= A\bar{B}x + A\bar{B}\bar{C} + ABC\bar{x} = \\
 &= Ax(\bar{B} + B\bar{C}) + A\bar{B}\bar{C} \stackrel{\{11\}}{=} \\
 &\stackrel{\{11\}}{=} Ax(\bar{C} + \bar{B}) + A\bar{B}\bar{C} = \\
 &= A\bar{C}x + A\bar{B}x + A\bar{B}\bar{C}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 J_B &= \bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{x} + \bar{A}\bar{B}\bar{C}x + \bar{A}\bar{B}C\bar{x} + A\bar{B}\bar{C}\bar{x} + A\bar{B}C\bar{x} = \\
 &= \bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{x} + \bar{A}\bar{B}x(\bar{C} + C) + A\bar{B}\bar{x}(\bar{C} + C) \stackrel{\{6\}}{=} \\
 &\stackrel{\{6\}}{=} \bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{x} + \bar{A}\bar{B}x * 1 + A\bar{B}\bar{x} * 1 = \\
 &= \bar{A}\bar{B}(\bar{C}\bar{x} + x) + A\bar{B}\bar{x} \stackrel{\{11\}}{=} \\
 &\stackrel{\{11\}}{=} \bar{A}\bar{B}(\bar{C} + x) + A\bar{B}\bar{x} = \\
 &= \bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{A}\bar{B}x + A\bar{B}\bar{x}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
K_B &= \bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{x} + \bar{A}\bar{B}\bar{C}x + \bar{A}B\bar{C}\bar{x} + A\bar{B}\bar{C}\bar{x} + A\bar{B}\bar{C}x = \\
&= \bar{A}\bar{B}\bar{C}(\bar{x} + x) + A\bar{B}\bar{C}(\bar{x} + x) + \bar{A}B\bar{C}\bar{x} \stackrel{\{6\}}{=} \\
&\stackrel{\{6\}}{=} \bar{A}\bar{B}\bar{C} * 1 + A\bar{B}\bar{C} * 1 + \bar{A}B\bar{C}\bar{x} = \\
&= B\bar{C}(\bar{A} + A) + \bar{A}B\bar{C}\bar{x} \stackrel{\{6\}}{=} \\
&\stackrel{\{6\}}{=} B\bar{C} * 1 + \bar{A}B\bar{C}\bar{x} = \\
&= B(\bar{C} + \bar{A}C\bar{x}) \stackrel{\{11\}}{=} \\
&\stackrel{\{11\}}{=} B(\bar{C} + \bar{A}\bar{x}) = \\
&= B\bar{C} + \bar{A}B\bar{x}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
J_C &= \bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{x} + \bar{A}\bar{B}\bar{C}x + A\bar{B}\bar{C}x = \\
&= \bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{x} + A\bar{C}x(\bar{B} + B) \stackrel{\{6\}}{=} \\
&\stackrel{\{6\}}{=} \bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{x} + A\bar{C}x * 1 = \\
&= \bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{x} + A\bar{C}x
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
K_C &= \bar{A}B\bar{C}x + A\bar{B}\bar{C}\bar{x} + A\bar{B}\bar{C}x = \\
&= \bar{A}B\bar{C}x + A\bar{B}\bar{C}(\bar{x} + x) \stackrel{\{6\}}{=} \\
&\stackrel{\{6\}}{=} \bar{A}B\bar{C}x + A\bar{B}\bar{C} * 1 = \\
&= \bar{A}B\bar{C}x + A\bar{B}\bar{C}
\end{aligned}$$

Παρατηρήστε ότι οι απλοποιημένες εξισώσεις που προκύπτουν είναι διαφορετικές και πιο σύνθετες από αυτές που λαμβάνουμε από τη μέθοδο με τους χάρτες Karnaugh.

Αυτό συμβαίνει, εν μέρει, επειδή παραλείψαμε να συμπεριλάβουμε στις αρχικές εξισώσεις τα μονώνυμα που αντιπροσωπεύουν τις συνθήκες αδιαφορίας. Αυτή η παράλειψη έγινε σκοπίμως· είναι ο συμβιβασμός που κάνουμε ώστε οι αλγεβρικοί μετασχηματισμοί για την απλοποίηση να είναι ευκολότεροι.

**Σημείωση:** Για τη συνέχεια της παρουσίασης, θα χρησιμοποιήσουμε τις εξισώσεις που εξήχθησαν με τη μέθοδο των χαρτών Karnaugh.

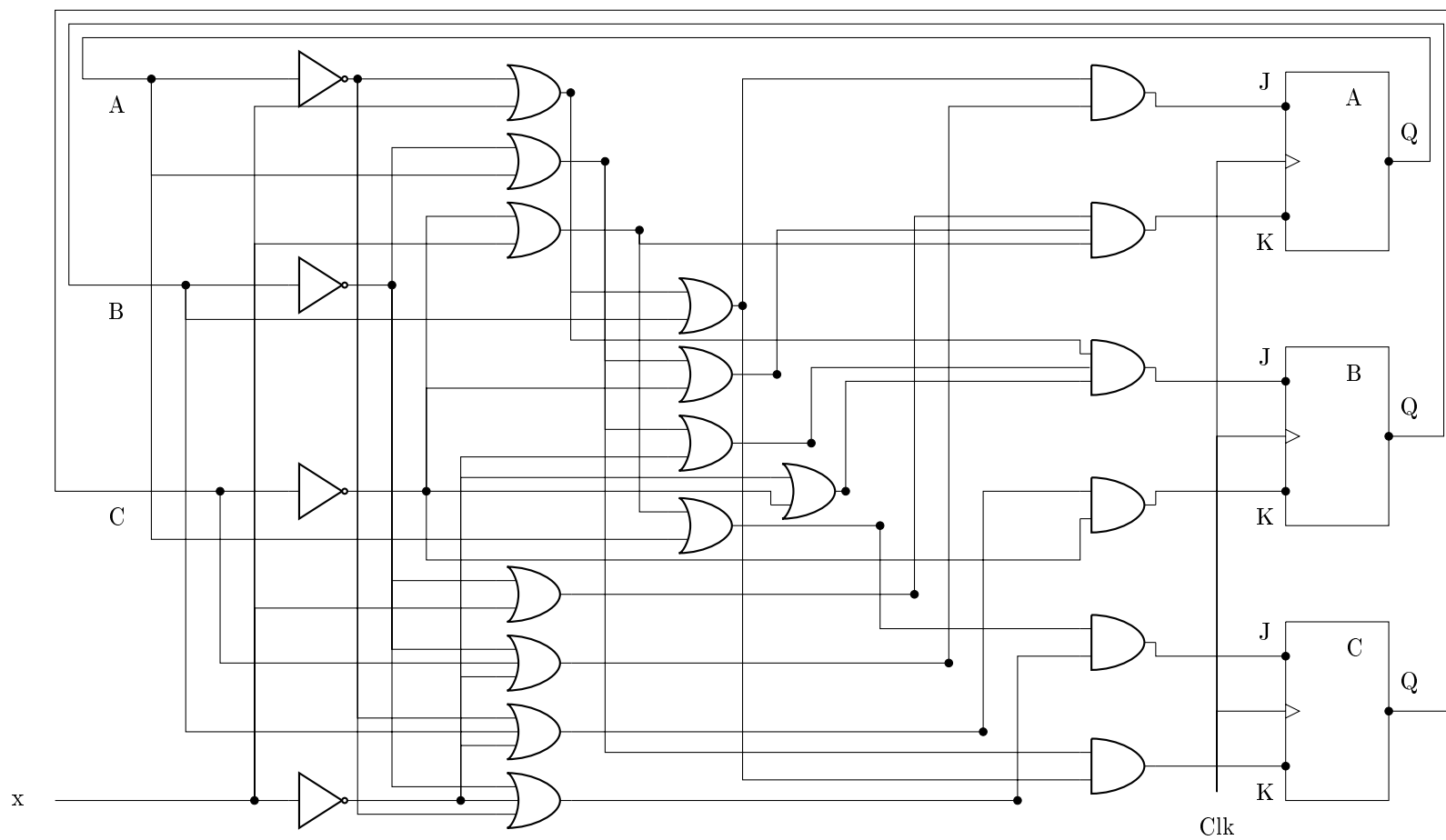
## 6 Σχεδιασμός λογικού διαγράμματος

Σε αυτό το στάδιο, καλούμαστε να σχεδιάσουμε το κύκλωμα που αντιπροσωπεύουν οι απλοποιημένες εξισώσεις εισόδων που δημιουργήσαμε. Για να το πετύχουμε αυτό:

1. Ξεκινώντας από τα αριστερά, τοποθετούμε μια τελεία στον κάθετο άξονα για κάθε flip-flop που συμμετέχει στις εξισώσεις εισόδου (A,B,C), και μια γραμμή από όπου έρχεται η είσοδος x.
2. Σχεδιάζουμε, εντελώς δεξιά, τα flip-flop.
3. Ενώνουμε τις τελείες στα αριστερά με τις αντίστοιχες εξόδους των flip-flop, περιμετρικά του χώρου όπου θα σχεδιάσουμε, στη συνέχεια, το λογικό μέρος του κυκλώματος μας.
4. Ξεκινώντας από τις τελείες στα αριστερά, σχηματίζουμε τις εξισώσεις εισόδου με χρήση λογικών πυλών. Χρησιμοποιούμε πύλες OR για να αναπαραστήσουμε τα γινόμενα μεταξύ παραγόντων (\*), και πύλες AND για να αναπαραστήσουμε τα αθροίσματα μεταξύ των μονωνύμων (+). Το συμπλήρωμα ενός παράγοντα (π.χ.  $\bar{A}$ ) είναι η έξοδος μιας πύλης NOT, που δέχεται ως είσοδο τον αντίστοιχο παράγοντα.
5. Ενώνουμε κάθε σχηματισμένο πολυώνυμο με την αντίστοιχη αντίστοιχη είσοδο flip-flop.

**Προσοχή:** Όταν σχεδιάζουμε το κύκλωμα, είναι σημαντικό να ακολουθούμε τη σειρά των πράξεων. Σχεδιάζουμε πάντοτε πρώτες τις απεικονίσεις των γινομένων!

**Σημείωση:** Για λόγους απλότητας στην απεικόνιση, θα χρησιμοποιηθούν λογικές πύλες τριών εισόδων. Εάν χρειαστεί να μεταχειριστείτε πιο σύνθετα γινόμενα ή αθροίσματα, εφαρμόστε την επιμεριστική ιδιότητα.



### Προτάσεις για επιπλέον μελέτη:

- Κυκλώματα με πολλαπλές εισόδους και/ή με έξοδο.
- Κυκλώματα που επιδέχονται ελαχιστοποίηση καταστάσεων.
- Διαφορές μηχανών Mealy, Moore.
- Πολυπλέκτες
- Κατανόηση τρόπου λειτουργίας καταχωρητών, μετρητών.

### Επίλογος

Το παρόν εγχειρίδιο έχει σκοπό να βοηθήσει το φοιτητή να προετοιμαστεί αποδοτικά για το πρακτικό μέρος της εξέτασης του μαθήματος των ψηφιακών ηλεκτρονικών. Για να το πετύχω αυτό, προσπάθησα να παράσχω ένα τυπικό και διαισθητικά ομαλό παράδειγμα, με ταυτόχρονη την λεκτική έκθεση, αναλυτικά, της μεθοδολογίας. Αυτός ο συνδυασμός ελπίζω να αντισταθεί στις ατέλειες του έργου μου, και να την καταστήσει προσβάσιμη σε περισσότερους τύπους αναγνώστη.

Η αρχική μου φιλοδοξία ήταν να καλύψω πλήρως την ύλη του μαθήματος, τουλάχιστον μέσω κατάλληλων αναφορών σε άλλα έργα. Αλλά το έργο αποδείχτηκε πιο δύσκολο, και πιο βαρετό, από ότι περίμενα. Αποτέλεσμα της αναθεώρησης της κλίμακας του έργου, είναι το παρόν. Ελπίζω, έστω σε αυτή τη μορφή, να σας φανεί χρήσιμο.

Για περισσότερα, δείτε το README στη διεύθυνση:

<http://www.github.com/theloak/digielecguide>

Σχόλια και διορθώσεις είναι παραπάνω από ευπρόσδεκτα. Στείλτε τα στη διεύθυνση μου: [odysseasnes@protonmail.com](mailto:odysseasnes@protonmail.com)

Ευχαριστώ τον υπεύθυνο του μαθήματος, κ. Ευριπίδη Γλαβά, για το ενδιαφέρον και την εμπιστοσύνη του.

Ο συμφοιτητής σας, Οδυσσέας Νεσλεχανίδης