Ανάλυση και σχεδιασμός σύγχρονων ακολουθιακών κυκλωμάτων

November 27, 2018

Βασικές έννοιες

Μεθοδολογία

Παρακάτω παρουσιάζεται η βασική μεθοδολογία ανάλυσης και σχεδιασμού, ενός τυπικού παραδείγματος σύγχρονου ακολουθιακού κυκλώματος. Στις εξετάσεις, συχνά μας δίνεται η **λεκτική περιγραφή** του προβλήματος, και απαιτείται από εμάς να ακολουθήσουμε τα βήματα της μεθοδολογίας, για να σχεδιάσουμε τελικά το **λογικό διαγράμμα** του κυκλώματος (παραλλαγές, για έρευνα και περαιτέρω εξάσκηση, δίνονται άλυτες στο τέλος του κεφαλαίου της Μεθοδολογίας).

1 Λεκτική περιγραφή

Δίνεται η εκφώνηση:

Να σχεδιαστεί σύγχρονο ακολουθιακό κύκλωμα με JK flip-flop, το οποίο για είσοδο 0, να μεταβαίνει διαδοχικά στις καταστάσεις 5, 6, 4, 2, 0, 3, 1, 5, 6... και για είσοδο 1, στις καταστάσεις 4, 1, 3, 6, 5, 0, 2, 4, 1.... Η απλοποίηση των χαρακτηριστικών εξισώσεων να γίνει με 2 μεθόδους (χάρτης Karnaugh, άλγεβρα Boole).

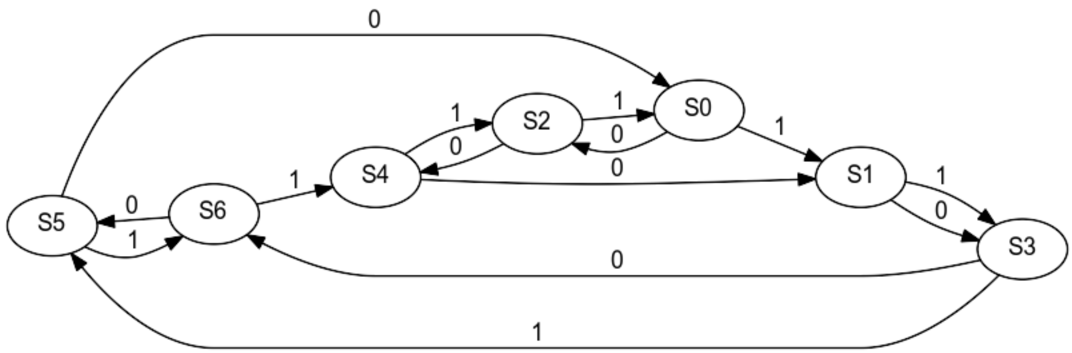
Πρώτο μας βήμα, είναι να δώσουμε όνομα στις εισόδους και στις καταστάσεις του κυκλώματος. Το κείμενο λύσης της άσκησης θα δίνεται σε διακριτές παραγράφους, σε πλάγια γραφή:

> *Ονομάζουμε x την είσοδο, και S_0, S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6 τις καταστάσεις 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 αντίστοιχα.*

2 Σχεδιασμός διαγράμματος καταστάσεων

Στο διάγραμμα καταστάσεων, οι καταστάσεις S αναπαρίστανται ως κύκλοι, και οι μεταβάσεις, για x=1 ή x=0, ως κατευθυνόμενα βέλη που συνδέουν τις διάδοχες καταστάσεις (αφήστε λίγο κενό χώρο εντός των κύκλων, για να συμπληρώσετε αργότερα τις δυαδικές αναπαραστάσεις των καταστάσεων):

Σχεδιάζουμε το διάγραμμα καταστάσεων:



3 Κωδικοποίηση καταστάσεων κυκλώματος σε συνδυασμούς καταστάσεων flip-flop

Σε αυτό το σημείο, επιδιώκουμε να αναπαραστήσουμε κάθε κατάσταση S ως αλληλουχία δυαδικών ψηφίων. Καθώς έχουμε 7 καταστάσεις, χρειαζόμαστε τουλάχιστον 3 bit για να τις αναπαραστήσουμε. Αυτό, προφανώς επειδή $2^2 = 4$ δεν φτάνουν οι συνδυασμοί, ενώ $2^3 = 8$ ένας συνδυασμός περισσεύει. Αυτό όμως δε μας πειράζει. Κάθε δυαδικό ψηφίο, στο κύκλωμα μας θα αντιπροσωπεύει ένα flip-flop. Έτσι, λέμε:

Κωδικοποιούμε τις καταστάσεις μας S_0-S_6 ως συνδυασμούς δυαδικών ψηφίων.

Έχουμε 7 καταστάσεις, επομένως θα χρειαστούμε 3bit για να έχουμε διακριτούς συνδυασμούς για όλες τις καταστάσεις, Αυτό επειδή $2^3 = 8 \geq 7$. Αντιστοιχίζουμε:

S_0	000
S_1	001
S_2	010
S_3	011
S_4	100
S_5	101
S_6	110
-	111

4 Σχεδιασμός πίνακα καταστάσεων

Τώρα που έχουμε κωδικοποιήσει δυαδικά τις καταστάσεις μας, αναθέτουμε την αποθήκευση κάθε δυαδικού ψηφίου (bit) σε ένα flip-flop. Έτσι, για το παράδειγμα μας, θα χρειαστούμε 3 flip-flop, που θα τα ονομάσουμε A, B, C:

> *Επιλέγουμε 3 JK flip-flops για την αποθήκευση των bit καταστάσεων μας, και τα ονομάζουμε A, B και C.*

Στη συνέχεια, σχεδιάζουμε τον πίνακα καταστάσεων. Ο πίνακας αυτός αποτελείται από τις πιθανές καταστάσεις σε μια δεδομένη χρονική στιγμή t, και από τις δυνατές καταστάσεις τους στον επόμενο χτύπο του ρολογιού, t+1. **Συμβολίζουμε με Q την έξοδο των flip-flop.**

Προφανώς, κάθε παρούσα κατάσταση μπορεί να μεταβεί μόνο σε 2 διάδοχες, ανάλογα με το αν η είσοδος x είναι ένα ή μηδέν, όταν το flip-flop ενεργοποιείται στο χτύπο του ρολογιού.

> *Σχεδιάζουμε τον πίνακα καταστάσεων του κυκλώματος:*

Παρούσα Κατάσταση (t)				-	Επόμενη Κατάσταση (t+1)			
S_n	Q_A	Q_B	Q_C	x	S_n	Q_A	Q_B	Q_C
0	0	0	0	0	3	0	1	1
	0	0	0	1	2	0	1	0
1	0	0	1	0	5	1	0	1
	0	0	1	1	3	0	1	1
2	0	1	0	0	0	0	0	0
	0	1	0	1	4	1	0	0
3	0	1	1	0	1	0	0	1
	0	1	1	1	6	1	1	0
4	1	0	0	0	2	0	1	0
	1	0	0	1	1	0	0	1
5	1	0	1	0	6	1	1	0
	1	0	1	1	0	0	0	0
6	1	1	0	0	4	1	0	0
	1	1	0	1	1	0	0	1

Σημείωση: Μπορεί να βρείτε τις εξόδους των flip-flop, $\mathbf{Q_A}$, $\mathbf{Q_B}$, $\mathbf{Q_C}$ **να συμβολίζονται απλούστερα και ως A, B, C**.

5 Εξαγωγή εξισώσεων εισόδων

Επειδή το κύκλωμα μας υλοποιείται με JK flip-flop θα χρειαστεί, προτού φτιάξουμε τις εξισώσεις εισόδων των flip-flop, να εντοπίσουμε περιπτώσεις αλλαγής σε κάποια είσοδο, οι οποίες δεν προκαλούν μεταβολή στην έξοδο. Αυτές οι περιπτώσεις δε θα χρειαστεί να εκφραστούν στην εξίσωση εισόδου του καθε flip-flop, και έτσι οι εξισώσεις θα είναι κατά πολύ απλούστερες.

Οι περιπτώσεις αυτές, ονομαζόμενες **συνθήκες αδιαφορίας**, μπορούν να εντοπιστούν εύκολα, εάν σχεδιάσουμε τον **πίνακα διέγερσης** για κάθε flip-flop του κυκλώματος μας. Ο πίνακας διέγερσης για οποιοδήποτε JK flip-flop, έχει την παρακάτω μορφή, η οποία προκύπτει λογικά από τη συμπεριφορά του στοιχείου (Μπορείτε να βρείτε την περιγραφή της συμπεριφοράς του JK flip-flop, στο κεφάλαιο "Βασικές έννοιες"):

Q(t)	Q(t+1)	J	K
0	0	0	X
0	1	1	X
1	0	X	1
1	1	X	0

Οι συνθήκες αδιαφορίας σημειώνονται με X. Παρατηρήστε ότι, για παράδειγμα, στη δεύτερη γραμμή του πίνακα, ανεξαρτήτως της τιμής του K, η τιμή της εξόδου θα μεταβεί από το 0 στο 1. Αυτό επειδή, για K=0 έχουμε εντολή θέσης (Set: J=1, K=0), δηλαδή Q(t+1)=1, ενώ για K=1 έχουμε εντολή συμπλήρωσης του Q(t)=0 (Q': J=1, K=1), δηλαδή Q(t+1)=Q'(t)=1. Γι'αυτό, η K μαρκάρεται με X ως συνθήκη αδιαφορίας.

Επεκτείνουμε τον πίνακα καταστάσεων με τον πίνακα διέγερσης των JK flip-flop A, B, C, προς εξεύρεση των συνθηκών αδιαφορίας:

Παρούσα Κατάσταση (t)				-	Επόμενη Κατάσταση (t+1)									
S_n	Q_A	Q_B	Q_C	x	S_n	Q_A	Q_B	Q_C	J_A	K_A	J_B	K_B	J_C	K_C
0	0	0	0	0	3	0	1	1	0	X	1	X	1	X
	0	0	0	1	2	0	1	0	0	X	1	X	0	X
1	0	0	1	0	5	1	0	1	1	X	0	X	X	0
	0	0	1	1	3	0	1	1	0	X	1	X	X	0
2	0	1	0	0	0	0	0	0	0	X	X	1	0	X
	0	1	0	1	4	1	0	0	1	X	X	1	0	X
3	0	1	1	0	1	0	0	1	0	X	X	1	X	0
	0	1	1	1	6	1	1	0	1	X	X	0	X	1
4	1	0	0	0	2	0	1	0	X	1	1	X	0	X
	1	0	0	1	1	0	0	1	X	1	0	X	1	X
5	1	0	1	0	6	1	1	0	X	0	1	X	X	1
	1	0	1	1	0	0	0	0	X	1	0	X	X	1
6	1	1	0	0	4	1	0	0	X	0	X	1	0	X
	1	1	0	1	1	0	0	1	X	1	X	1	1	X

Σε αυτό το σημείο ήμαστε έτοιμοι να εξάγουμε τις εξισώσεις των εισόδων J_A, K_A, J_B, K_B, J_C, K_C των flip-flop του κυκλώματος μας.

$J_A = Q'_A Q'_B Q_C x' + Q'_A Q_B Q'_C x + Q'_A Q_B Q_C x$

$K_A = Q_A Q'_B Q'_C x' + Q_A Q'_B Q'_C x + Q_A Q'_B Q_C x + Q_A Q_B Q'_C x$

$J_B = Q'_A Q'_B Q'_C x' + Q'_A Q'_B Q'_C x + Q'_A Q'_B Q_C x + Q_A Q'_B Q'_C x' + Q_A Q'_B Q_C x'$

$K_B = Q'_A Q_B Q'_C x' + Q'_A Q_B Q'_C x + Q'_A Q_B Q_C x' + Q_A Q_B Q'_C x' + Q_A Q_B Q'_C x$

$J_C = Q'_A Q'_B Q'_C x' + Q_A Q'_B Q'_C x + Q_A Q_B Q'_C x$

$K_C = Q'_A Q_B Q_C x + Q_A Q'_B Q_C x' + Q_A Q'_B Q_C x$

5.1 Με χρήση πίνακα Karnaugh

Ένας πίνακας Karnaugh μας επιτρέπει να εκμεταλλευτούμε την ικανότητα αναγνώρισης μοτίβων που διαθέτει η ανθρώπινη όραση, για να εξάγουμε εύκολα μια όσο το δυνατόν απλούστερη εξίσωση, για μια είσοδο ενός flip-flop. Για το παράδειγμα μας θα χρειαστεί να καταστρώσουμε 6 πίνακες Karnaugh, έναν για κάθε είσοδο. Οι εν λόγω πίνακες, παρουσιάζονται παρακάτω. Για την κατασκευή τους:

- Οι καταστάσεις εξόδου των flip-flop Q(t), και η είσοδος x, μοιράζονται **δι-**

αδοχικά στον οριζόντιο και τον κατακόρυφο άξονα. Συνηθίζεται, όταν έχουμε μόνο 2 flip-flops, το x να μπαίνει μόνο του, στον κατακόρυφο άξονα.

- **Προσοχή:** Η αρίθμηση των bits που αντιπροσωπεύουν τους παράγοντες κάθε άξονα γίνεται, όχι σε δυαδικό σύστημα, αλλά σε **κώδικα Gray**. Ο τρόπος αρίθμησης για μέχρι τέσσερεις παράγοντες, διακρίνεται από το παράδειγμα μας (είναι απίθανο να σας ζητηθεί να εφαρμόσετε τη μέθοδο Karnaugh για περισσότερους από 4 παράγοντες).

- Βάζουμε παύλα (-) στους συνδυασμούς παραγόντων που δεν αντιστοιχούν σε εφικτή κατάσταση του κυκλώματος.

Q_AQ_B \ Q_Cx	00	01	11	10
00	0	0	0	1
01	0	1	1	0
11	X	X	-	-
10	X	X	X	X

Q_AQ_B \ Q_Cx	00	01	11	10
00	X	X	X	X
01	X	X	X	X
11	0	1	-	-
10	1	1	1	0

———J_A: Ax + BX + C ————-——————- K_A: Ax+ Bx + C

Q_AQ_B \ Q_Cx	00	01	11	10
00	1	1	1	0
01	X	X	X	X
11	X	X	-	-
10	1	0	0	1

Q_AQ_B \ Q_Cx	00	01	11	10
00	X	X	X	X
01	1	1	0	1
11	1	1	-	-
10	X	X	X	X

———J_A: Ax + BX + C ————-——————- K_A: Ax+ Bx + C

Q_AQ_B \ Q_Cx	00	01	11	10
00	1	0	X	X
01	0	0	X	X
11	0	1	-	-
10	0	1	X	X

Q_AQ_B \ Q_Cx	00	01	11	10
00	X	X	0	0
01	X	X	1	0
11	X	X	-	-
10	X	X	1	1

———J_A: Ax + BX + C ————-—————— K_A: Ax+ Bx + C

5.2 Με άλγεβρα Boole

Η ακόλουθη μέθοδος είναι προαιρετική. Εάν δεν έχετε χρόνο, προσπεράστε την.

Οι εξισώσεις εξόδου και εισόδων μπορούν να εξαχθούν κατευθείαν από τον πίνακα καταστάσεων. Αυτό γίνεται ως εξής:

1. Επιλέγουμε τον όρο για τον οποίο θα βγάλουμε τη χαρακτηριστική εξίσωση (π.χ. έξοδος y, είσοδος D_Aενός D flip-flop).
2. Βρίσκουμε τις γραμμές του πίνακα καταστάσεων στις οποίες ο επιλεγμένος όρος είναι ίσος με 1.
3. Γράφουμε την εξίσωση ως εξής:

Κάθε μια εκ των γραμμών αντιστοιχεί σε ένα μονώνυμο (δλδ ένα γινόμενο παραγόντων) του δεξιού μέρους της εξίσωσης. Το άθροισμα αυτών των μονωνύμων αποτελεί το δεξί μέρος της εξίσωσης.

Κάθε όρος που στη συγκεκριμένη γραμμή ισούται με 1, εισάγεται ως παράγοντας του αντίστοιχου μονωνύμου. Κάθε όρος που στη συγκεκριμένη γραμμη ισούται με 0, εισάγεται ως το συμπλήρωμα (π.χ. A') του εαυτού του.

Π.χ. Έχουμε ένα κύκλωμα με 2 D flip-flop, που ονομάζουμε A,B, για το οποίο έ

6 Σχεδιασμός λογικού διαγράμματος

i. ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΚΥΚΛΩΜΑΤΟΣ ΜΕ ΕΞΟΔΟ

Σημαντικές επεκτάσεις αυτής της μεθοδολογίας, οι οποίες δεν αναφέρονται εδώ, αφορούν προβλήματα με πολλαπλές εισόδους (X_1,X_2,X_n), και προβλήματα όπου το output y(t) επηρεάζει τις καταστάσεις των flip-flop σε χρόνο (t+1). Κυκλώματα με τέτοια χαρακτηριστικά, συνήθως, σχεδιάζονται με τη βοήθεια υπολογιστή, με τη χρήση της γλώσσας HDL. Δεν αποκλείεται ωστόσο σε μια βατή εξέταση να συναντήσετε, ως δευτερεύον θέμα, κύκλωμα πολλαπλών εισόδων.

TODO: update state diagram

TODO: Mention state minimisation