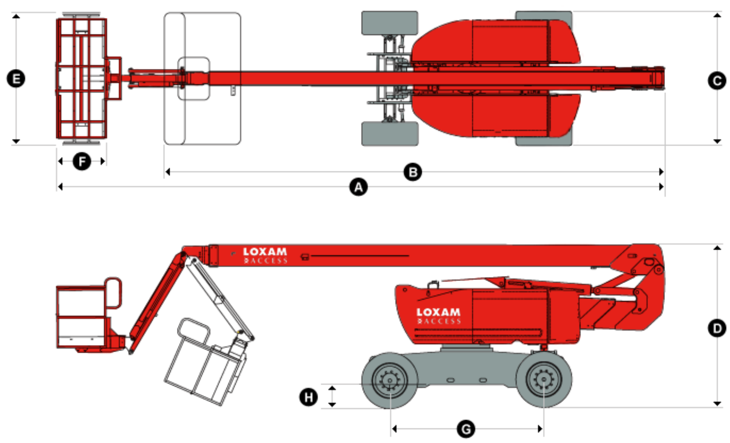
CI-3.2 : Modélisation cinématique d'un mécanisme.

TD-2 : Mettre en équation le comportement d'un mécanisme.

Je suis capable de :

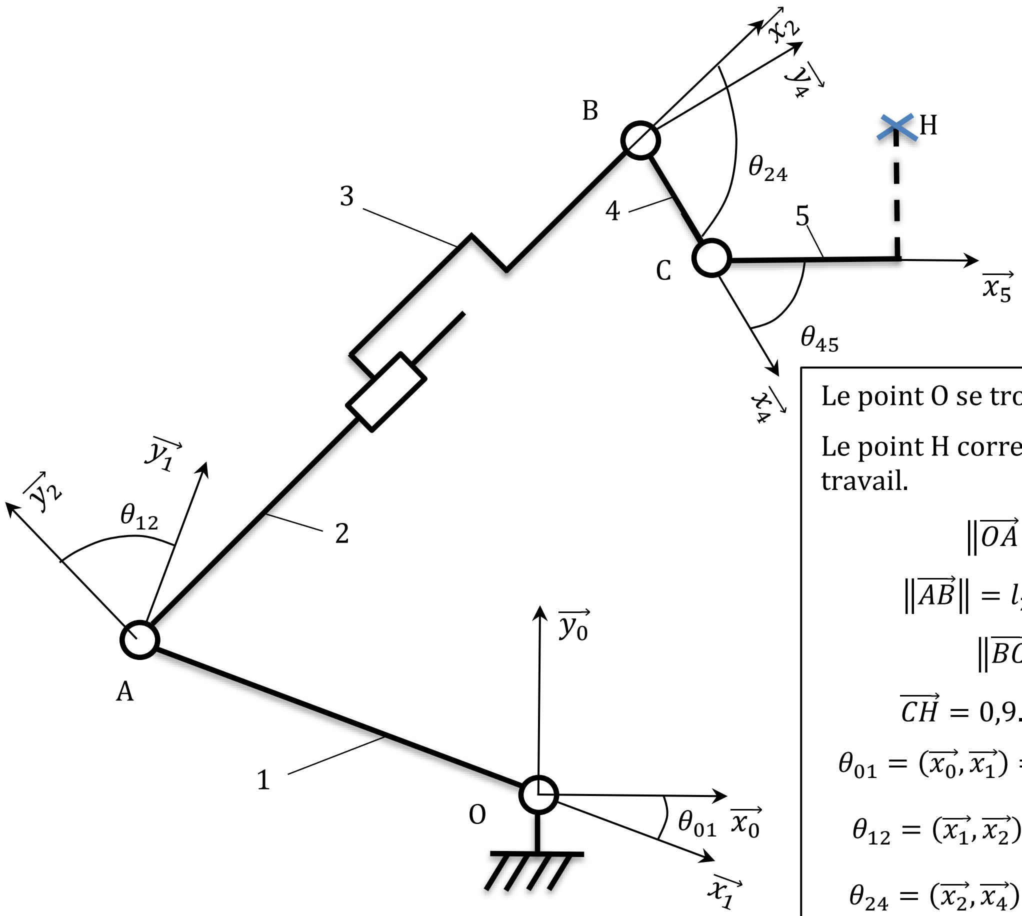
- ***Déterminer les paramètres d'entrée et de sortie :*** ***O / N***
- ***Déterminer la loi d'E/S en position du mécanisme :*** ***O / N***

Situation :



On s'intéresse ici à une nacelle élévatrice. Ce système permet de rendre accessibles des zones en hauteur sur différents chantiers nécessitant un accès rapide et temporaire.

On propose ci-dessous un schéma cinématique simplifié déjà paramétré.



Le point O se trouve à 2m du sol.

Le point H correspond à la hauteur de travail.

$$\|\overrightarrow{OA}\| = l_1 = 4{,}5m$$

$$\|\overrightarrow{AB}\| = l_2(t) \in [8{,}5m; 15m]$$

$$\|\overrightarrow{BC}\| = l_3 = 2m$$

$$\overrightarrow{CH} = 0{,}9.1\vec{x_5} + 2.\vec{y_5}\ (en\ m)$$

$$\theta_{01} = (\vec{x_0}, \vec{x_1}) = (\vec{y_0}, \vec{y_1}) \in [-70°; -5°]$$

$$\theta_{12} = (\vec{x_1}, \vec{x_2}) = (\vec{y_1}, \vec{y_2}) \in [0°; 140°]$$

$$\theta_{24} = (\vec{x_2}, \vec{x_4}) = (\vec{y_2}, \vec{y_4}) \in [-60°; 0°]$$

$$\theta_{45} = (\vec{x_2}, \vec{x_4}) = (\vec{y_2}, \vec{y_4}) \in [-80°; 80°]$$

L'objectif de l'étude est de valider ou invalider les exigences proposées au cours de l'exercice.

<u>Partie 1 :</u> On souhaite valider l'exigence 2 présentée ci-dessous.

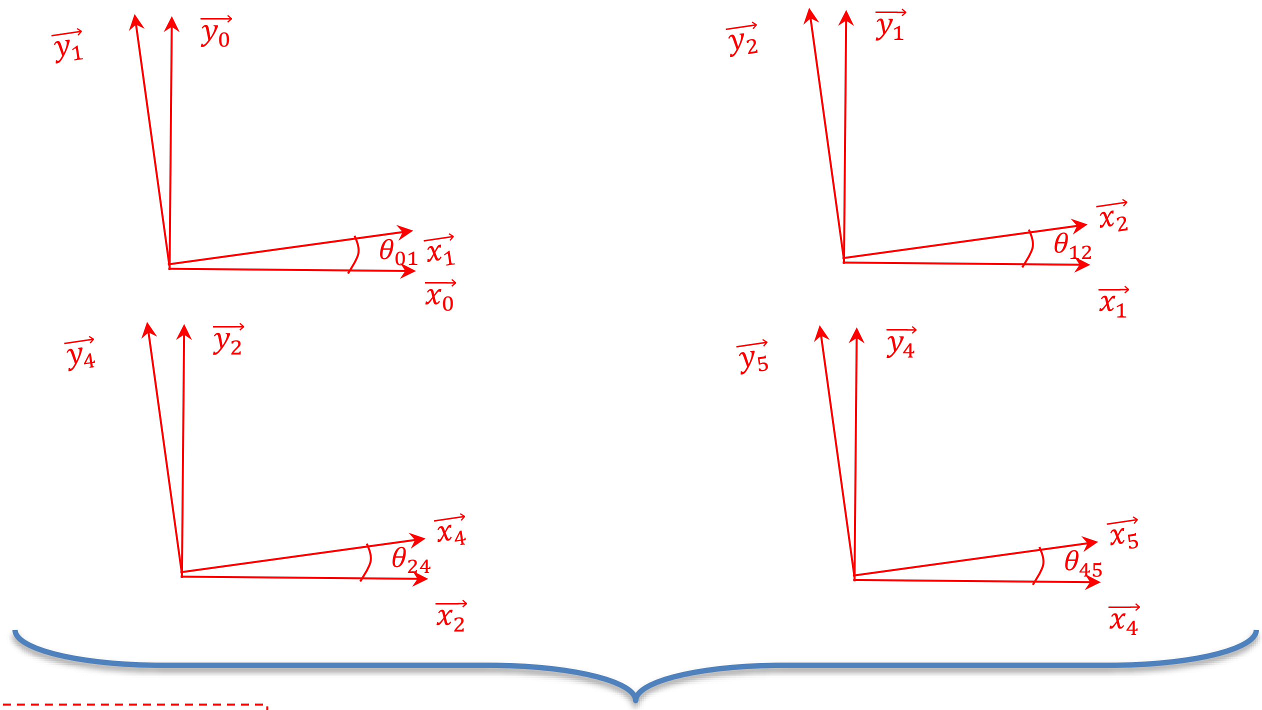
Question 1 : Quels sont les deux bases qui doivent être confondues pour valider l'exigence 2 ?

Pour valider l'exigence 2, la base 0 et la base 5 doivent être confondues : cela correspond à un maintien de la nacelle en position horizontale.

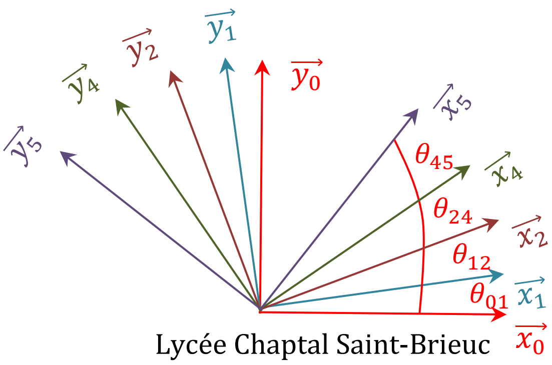
Question 2 : Donner la relation que doivent respecter les différents angles paramétrés sur le système pour répondre à l'exigence 2.

On veut donc vérifier en permanence la condition suivante : $\theta_{01} + \theta_{12} + \theta_{24} + \theta_{45} = 0$.

On remarquera que **TOUTES** les figures sont représentées avec un petit angle.



Remarque : les bases 2 et 3 sont identiques car 2 et 3 sont en translation l'un par rapport à l'autre.



Ici, on peut représenter tous les changements de base sur une seule figure car le problème se passe dans un plan, et tous les axes $\overrightarrow{z_i}$ sont confondus.

<u>Partie 2 :</u> On souhaite valider l'exigence 3 présentée ci-dessous.

Question 3 : Exprimer le vecteur $\overrightarrow{OH}$ de la manière la plus simple possible (en utilisant donc les différentes bases).

$$\overrightarrow{OH} = \overrightarrow{0A} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CH} = -l_1\overrightarrow{x_1} + l_2(t)\overrightarrow{x_2} + l_3\overrightarrow{x_4} + a\overrightarrow{x_5} + b\overrightarrow{y_5}$$

Question 4 : Exprimer alors la projection de ce même vecteur suivant l'axe $\overrightarrow{y_0}$.

On exprime chaque vecteur des bases 1, 2 et 4 dans la base 0. On s'aide pour cela des figures planes précédentes et de la figure plane faisant apparaître les sommes angulaires.

$$\overrightarrow{x_1} = \cos(\theta_{01})\,\overrightarrow{x_0} + \sin(\theta_{01})\overrightarrow{y_0}$$

$$\overrightarrow{x_2} = \cos(\theta_{01} + \theta_{12})\,\overrightarrow{x_0} + \sin(\theta_{01} + \theta_{12})\overrightarrow{y_0}$$

$$\overrightarrow{x_4} = \cos(\theta_{01} + \theta_{12} + \theta_{24})\,\overrightarrow{x_0} + \sin(\theta_{01} + \theta_{12} + \theta_{24})\overrightarrow{y_0}$$

D'où :

$$\overrightarrow{OH}.\overrightarrow{y_0} = -l_1\sin(\theta_{01}) + l_2(t)\sin(\theta_{01} + \theta_{12}) + l_3\sin(\theta_{01} + \theta_{12} + \theta_{24}) + b$$

Remarque : C'est bien le résultat d'un produit scalaire, ce n'est donc **pas un vecteur mais un scalaire.**

Question 5 : En déduire, dans les plages d'utilisation proposées, les valeurs angulaires à adopter pour obtenir la hauteur maximale avec $\theta_{01} = -70°$.

Max pour :

$\theta_{01} = -70°$; $\theta_{12} = 140°$; $\theta_{24} = 0°$; $\theta_{45} = -(\theta_{01} + \theta_{12} + \theta_{24}) = -70°$ (***Cf. Q.2***).

Question 6 : En déduire la valeur de la hauteur de travail maximale qui peut être atteinte.

On fait l'application numérique (avec la valeur max de l_2) et **on se rappelle que O est situé à 2m du sol !!** :

H_{max} = 24,2m -> Exigence validée.

<u>Partie 3 :</u> On souhaite valider l'exigence 4 présentée ci-dessous.

Déport = distance max suivant $\overrightarrow{x_0}$ en le point O et le point H.

Question 7 : Calculer le produit scalaire $\overrightarrow{OH}.\overrightarrow{x_0}$ en fonction des paramètres angulaires.

On fait comme aux questions précédentes…

$$\overrightarrow{OH}.\overrightarrow{x_0} = -l_1\cos(\theta_{01}) + l_2(t)\cos(\theta_{01} + \theta_{12}) + l_3\cos(\theta_{01} + \theta_{12} + \theta_{24}) + a$$

Question 8 : En déduire les valeurs angulaires permettant d'obtenir le déport maximal.

On veut maximiser cette valeur, donc :

$\theta_{01} = -70°$

$\theta_{01} + \theta_{12} = 0$ -> cos max donc $\theta_{12} = 70°$;

$\theta_{24} = 0°$;

$\theta_{45} = -(\theta_{01} + \theta_{12} + \theta_{24}) = 0°$ (***Cf. Q.2***).

Remarque : Correspond au premier bras relevé et tous les autres alignés à l'horizontale.

Question 9 : D'après l'application numérique, l'exigence est-elle validable ?

L'A.N. donne une valeur de 16,37m, on ne peut donc pas valider cette exigence avec le modèle proposé.