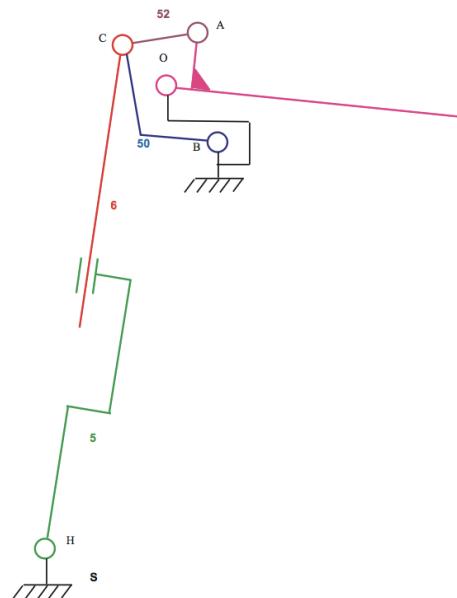


COURS – CI3 – Partie 1

Modéliser le mécanisme d'un système complexe en vue d'une étude cinématique.



Je dois être capable de :

- ***Définir des hypothèses qui me permettront de réaliser un modèle cinématique.***
- ***Proposer une liaison cinématique à partir du contact entre deux pièces.***
- ***Proposer une liaison cinématique à partir de la mobilité entre deux pièces.***
- ***Proposer un schéma cinématique minimal d'un mécanisme à l'aide d'une approche méthodologique.***

1.	Un exemple de situation	3
2.	Notions fondamentales.....	4
2.1.	Solides indéformables.....	4
2.2.	Notion de Classe d'équivalence cinématique.	4
2.3.	Liaison entre deux solides.	5
3.	Les liaisons élémentaires (entre deux solides).....	6
4.	D'autres liaisons importantes.	8
4.1.	Schématisation des roues dentées :.....	8
4.2.	Schématisation des transmissions par poulie/courroie :	8
5.	Modélisation des guidages réalisés par interposition d'éléments roulants	9
6.	Les différentes modélisations d'un mécanisme.....	10
6.1.	Graphe de liaisons.....	10
6.2.	Schéma cinématique minimal et schéma architectural.....	11
7.	Notion de liaison équivalente.	13
8.	Méthodologie pour l'élaboration d'un schéma cinématique minimal.	14

1. Un exemple de situation.

En tant que technicien, vous serez amené à travailler sur des mécanismes plus ou moins complexes. Il faudra alors pour ce mécanisme :

- **Etudier géométriquement ou cinématiquement**, pour l'intégrer au reste du système (recherche de l'encombrement optimal, choix du positionnement des points de fixations avec le reste du mécanisme, etc.).
- **Concevoir géométriquement ou cinématiquement**, pour répondre aux exigences du client.

Définition :

Un **mécanisme** est un système matériel dont les pièces constitutives, reliées les unes aux autres, sont agencées de manière à remplir **une fonction déterminée**.

Définition :

Une **étude géométrique** consiste en l'étude des différentes positions que peuvent prendre les différents points de solides constituants un mécanisme.

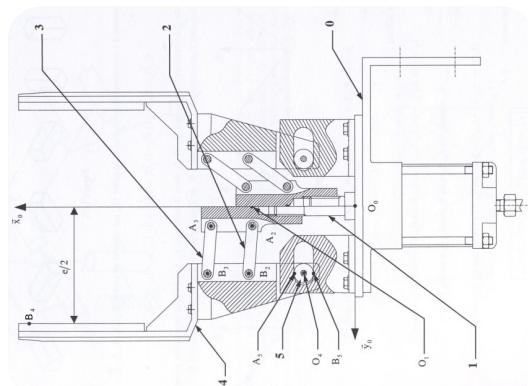
Définition :

Une **étude cinématique** consiste en l'étude des vitesses et/ou accélération que peuvent prendre les différents points de solides constituants un mécanisme au cours d'un mouvement, et ce indépendamment des causes produisant le mouvement.

Cette année, dans ce cours, c'est essentiellement la première approche, l'étude de mécanismes existants, à laquelle nous nous intéresserons.

Mais cette étude nécessite souvent l'établissement d'un **modèle cinématique** du mécanisme. Prenons l'exemple ci-contre d'un train d'atterrissement : difficile d'étudier les mouvements directement sur le dessin d'ensemble !

Comment, donc, modéliser ce système pour être capable par la suite de déterminer les longueurs de vérin nécessaires à l'obtention de la position souhaitée de la roue par rapport à l'avion ?



Difficile d'étudier la cinématique ou la géométrie d'un tel système sans un modèle adéquat...

2. Notions fondamentales.

Un certain nombre de notions fondamentales sont nécessaires à la description rigoureuse de la modélisation cinématique d'un mécanisme.

2.1. Solides indéformables.

Les pièces mécaniques que nous étudierons seront considérées comme des **solides indéformables**.

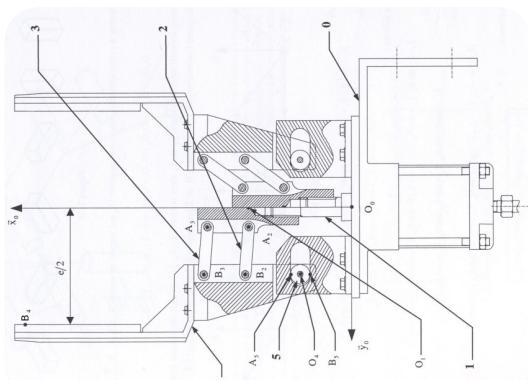
Solide = masse constante.

Indéformable = pour tout points A et B du solide (S), la distance AB reste constante au cours du temps.

Nous étudierons donc la cinématique des systèmes de solides indéformables.

2.2. Notion de Classe d'équivalence cinématique.

Lorsque l'on veut étudier les mouvements d'un mécanisme, il n'y a aucun intérêt à représenter comme différentes les pièces totalement solidaires les unes des autres.



Exemple :

Sur cette pince par exemple, nous n'avons pas d'intérêt à modéliser toutes les pièces faisant partie du bâti 0 de manière séparée : elles bougeront toutes ensemble.

Deux pièces en liaison encastrement constituent une **Classe d'Equivalence Cinématique (CEC)** : on peut alors considérer qu'il s'agit d'un seul et même solide, puisque cette classe d'équivalence répond à la définition d'un solide indéformable.

Définition :

Classe d'Equivalence Cinématique : groupes de pièces en liaison encastrement entre elles (n'ayant aucun mouvement relatif).

2.3. Liaison entre deux solides.

On dit qu'il existe une liaison entre deux solides à partir du moment où ils **sont en contact**. Cela ne signifie pas que les deux solides sont immobiles l'un par rapport à l'autre : la liaison peut autoriser un certain nombre de **mouvements relatifs indépendants (un solide par rapport à l'autre)**. Ces mouvements relatifs indépendants caractérisent la liaison : ce sont les **degrés de liberté** de la liaison.

Remarque sur le terme « INDEPENDANT » :

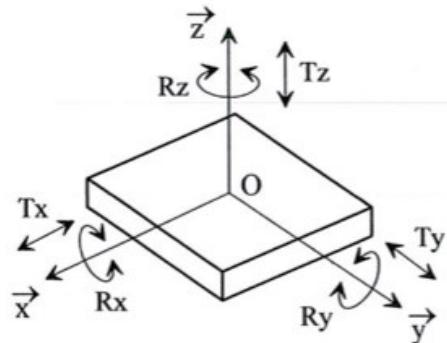
Il faut être vigilant à l'indépendance des mouvements relatifs pour définir un degré de liberté : la liaison hélicoïdale (voir plus loin) autorise certes 2 mouvements (une rotation et une translation) mais qui sont **DEPENDANTS** l'un de l'autre : il n'y a donc qu'un seul degré de liberté !

Un solide libre dans l'espace possède 6 degrés de liberté :

- 3 **translations** (position).
- 3 **rotations** (orientation).

On peut alors voir apparaître deux cas de figures :

- Tous les mouvements relatifs sont bloqués : on parle alors de liaison **complète ou encastrement**.
- Seul certains degrés de liberté sont bloqués : on parle de liaison **partielle**.



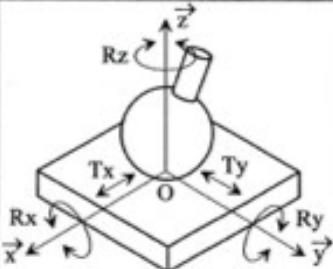
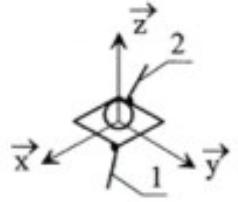
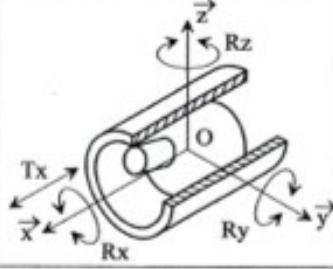
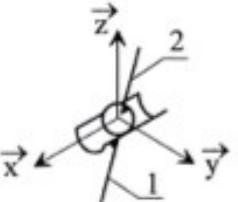
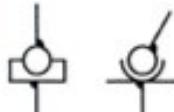
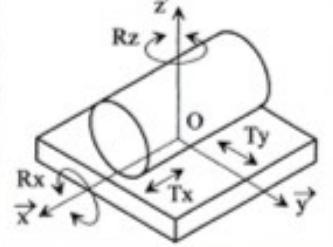
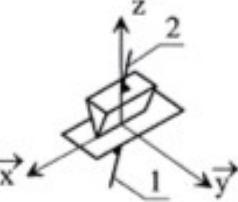
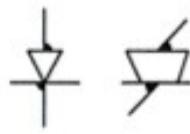
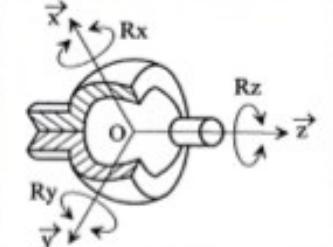
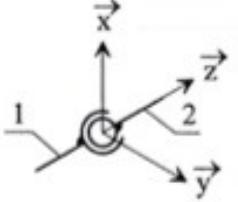
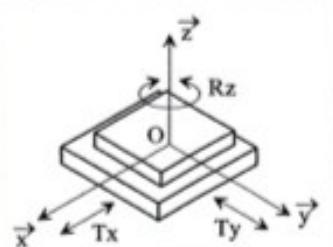
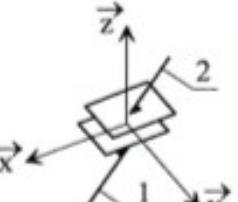
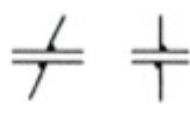
Remarque sur l'expression des rotations :

Comme vous pouvez le voir sur le schéma ci-dessus, la rotation R_z , signifie « qui tourne autour de \vec{z} ». Il faudra bien s'en rappeler à partir de maintenant.

3. Les liaisons élémentaires (entre deux solides).

Deux approches sont possibles pour caractériser la liaison entre deux solides :

- On identifie les **surfaces en contact** (Sphère, cylindre, plan, arête, etc.).
- On identifie les **degrés de liberté**. Il est évident que la projection des degrés de liberté dépend de la base dans laquelle on les exprime !

Désignation	Exemple	Représentation spatiale	Représentation plane
Liaison ponctuelle (sphère/plan) 5 degrés de liberté 2 translations Tx, Ty 3 rotations Rx, Ry, Rz			
Liaison linéaire-annulaire (sphère/cylindre) 4 degrés de liberté 1 translation Tx 3 rotations Rx, Ry, Rz			
Liaison rectiligne (cylindre/plan) 4 degrés de liberté 2 translations Tx, Ty 2 rotations Rx, Rz			
Liaison rotule ou sphérique (sphère/sphère) 3 degrés de liberté 0 translation 3 rotations Rx, Ry, Rz			
Liaison appui-plan (plan/plan) 3 degrés de liberté 2 translations Tx, Ty 1 rotation Rz			

Liaison pivot-glissant (cylindre/cylindre) 2 degrés de liberté 1 translation Tx 1 rotation Rx			<p>Symbol admissible</p>
Liaison sphérique à doigt 2 degrés de liberté 0 translation 2 rotations Rx, Ry			
Liaison pivot 1 degré de liberté 0 translation 1 rotation Rx			
Liaison hélicoïdale 1 degré de liberté translation et rotation conjuguées $T_x = p/2\pi.R_x$ p : pas de l'hélice			<p>RH : hélice à droite LH : hélice à gauche</p>
Liaison glissière 1 degré de liberté 1 translation Tx 0 rotation			
Liaison encastrement ou Liaison fixe 0 degré de liberté 0 translation 0 rotation			

4. D'autres liaisons importantes.

D'autres liaisons que celles proposées précédemment sont très fréquentes. Les illustrations ci-dessous sont issues du *Guide du Dessinateur Chevalier*, qui reste un ouvrage de référence en conception mécanique.

4.1. Schématisation des roues dentées :

Roue à denture extérieure		Type de dentures*			
		Droite	Hélicoïdale	Chevron	Spirale
Roue à denture intérieure					
Roue conique					
Secteur denté					
Vis sans fin					
Crémaillère					

* Indication facultative.

Exemples d'application			

4.2. Schématisation des transmissions par poulie/courroie :

Transmission par courroie (symbole général)		Type de courroie			
		Plate	—	Trapézoïdale	
Poulies étagées					

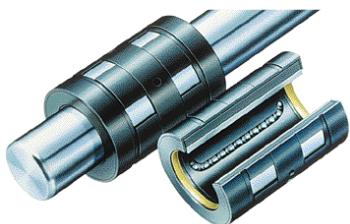
* Indication éventuelle du type de courroie.

Liaison avec l'arbre			

* S'il n'y a pas d'ambiguité, la croix peut être omise.

5. Modélisation des guidages réalisés par interposition d'éléments roulants

Dans les guidages réalisés par **interposition d'éléments roulants**, c'est la **fonction cinématique du composant** qui donne un **modèle fonctionnel**.

Douilles à billes	Glissières à billes	Vis à billes
 <p>Utilisées en parallèle par 3 ou 4 (sur deux colonnes différentes) pour réaliser un guidage en translation. Modèle fonctionnel d'une douille seule : pivot glissant</p>	 <p>Permet de réaliser un guidage en translation. Modèle fonctionnel : glissière</p>	 <p>Permet de réaliser un dispositif de transformation de mouvement vis-écrou (cf. Maxpid). Modèle fonctionnel : hélicoïdale</p>
Roulements à billes	Roulement à rouleaux ou à aiguilles	Rotule lisse
 <p>Utilisés par deux pour réaliser un guidage en rotation. Modèle fonctionnel d'un roulement seul :</p> <ul style="list-style-type: none"> - si aucun rotulage est admis : pivot ou pivot glissant - si le rotulage est admis : sphérique ou sphère/cylindre <p>Le centre est celui du roulement. Exemple : vilebrequin/carter page précédente</p>		 <p>Permet des mouvements de rotation selon 3 axes, dont 2 de faible amplitude. La zone de contact est une portion de sphère. Modèle fonctionnel : sphérique</p>

6. Les différentes modélisations d'un mécanisme.

6.1. Graphe de liaisons.

Le graphe de liaison permet de recenser les solides composant le système ainsi que le choix de modèles de liaisons qui existent entre ces solides.

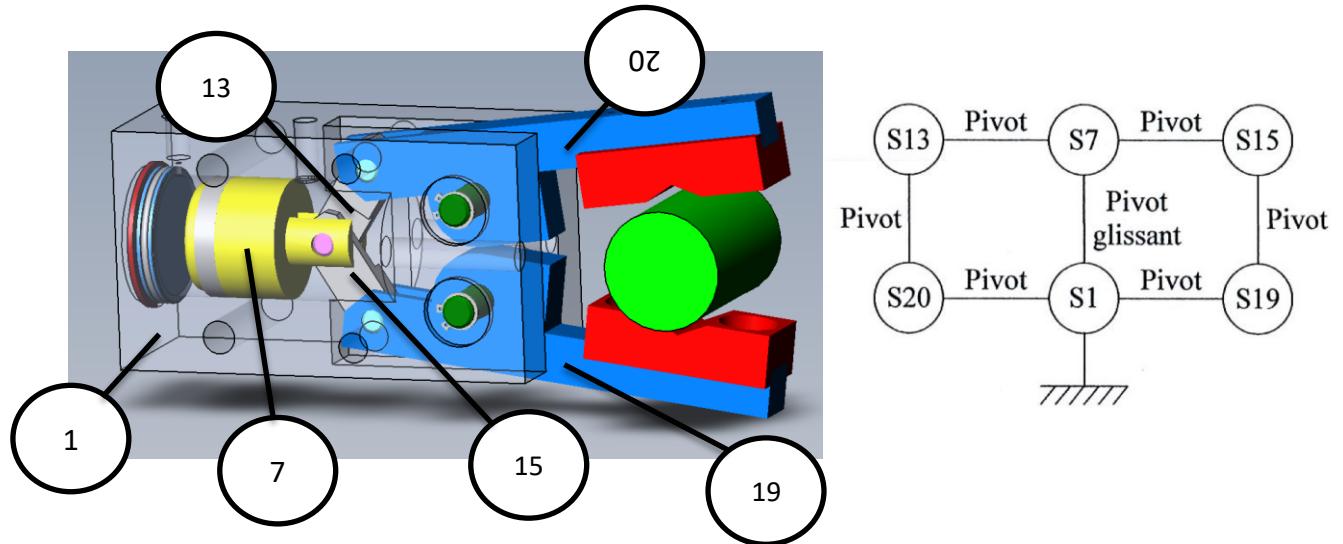
Chaque **solide** est représenté par un **cercle** contenant la lettre ou le numéro faisant référence à la CEC. La CEC jouant le rôle de référence (de bâti) peut être repérée par l'ajout d'un symbole avec des hachures.

Chaque liaison est représentée par un arc entre deux solides.

Remarque :

Puisque l'on représente chaque CEC par un cercle, on **ne doit pas** voir apparaître sur un graphe de liaison la liaison « **encastrement** » sur un des arcs !!!!

Exemple :

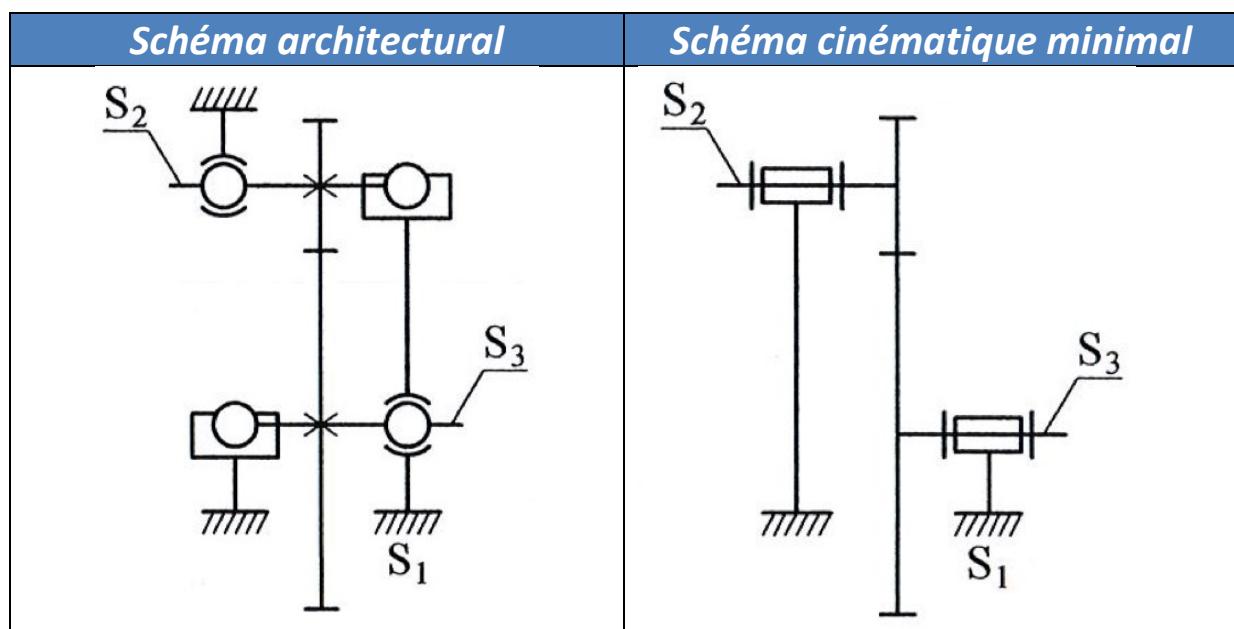


6.2. Schéma cinématique minimal et schéma architectural.

On peut rencontrer deux types de schéma représentant la cinématique d'un mécanisme :

- Le **schéma architectural** : il traduit l'ensemble des liaisons que l'on rencontre sur le mécanisme réel. **On ne simplifie donc pas les liaisons parallèles par la liaison équivalente mais on ne représente que les CEC et non pas toutes les pièces.**
- Le **schéma cinématique minimal** : il ne traduit que les mouvements relatifs entre les CEC. A la différence du schéma architectural, on ne s'intéresse pas à la réalisation des liaisons mais **uniquement** aux mobilités.

Comparaison des deux types de schématisation pour un même train d'engrenages :



On remarque bien dans cet exemple que l'association rotule//linéaire annulaire du schéma architectural est remplacé par un pivot (liaison équivalente).

Remarque :

Le schéma architectural sera utilisé pour déterminer les **efforts** encaissés par les liaisons dans les études statiques.

Dans les deux cas, il est important de respecter la position du centre de liaison et l'orientation de la liaison.

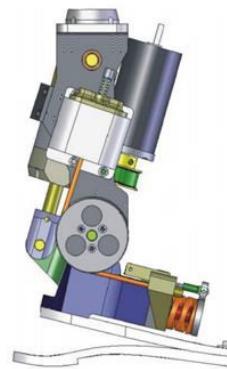
Exemple : prothèse transtibiale :



Système réel



Représentation en vue 3D



Représentation en vue 2D

Schéma cinématique :

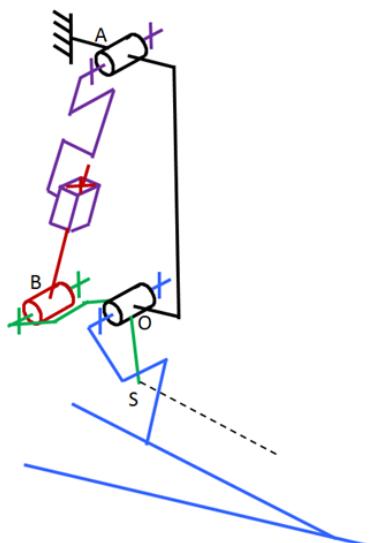


Schéma cinématique 3D

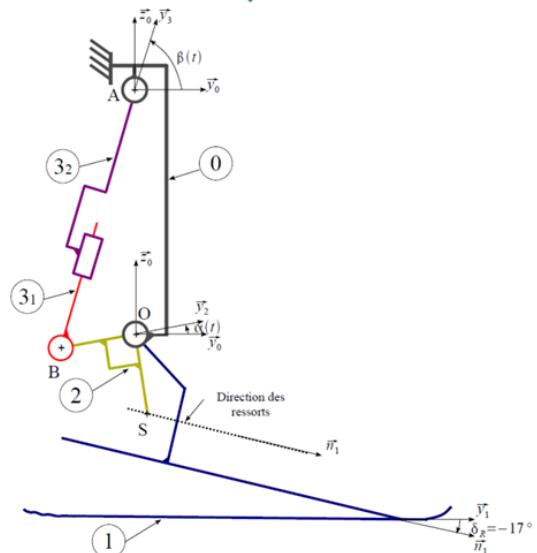
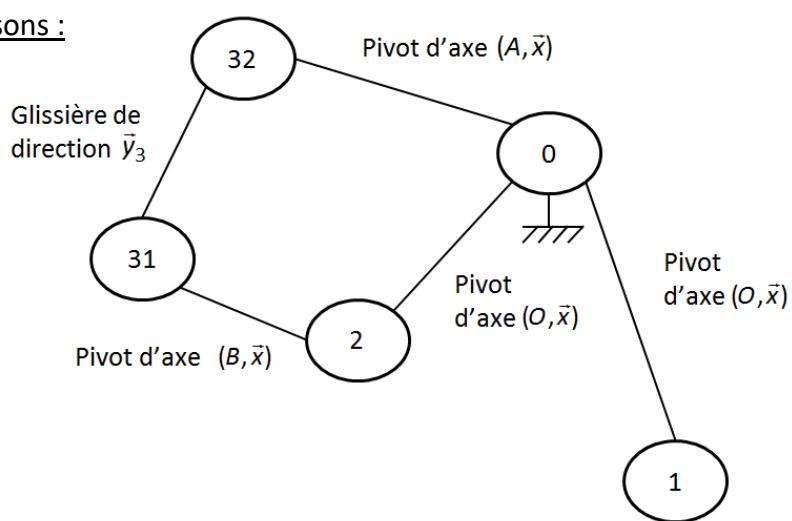


Schéma cinématique 2D

Graphe des liaisons :



7. Notion de liaison équivalente.

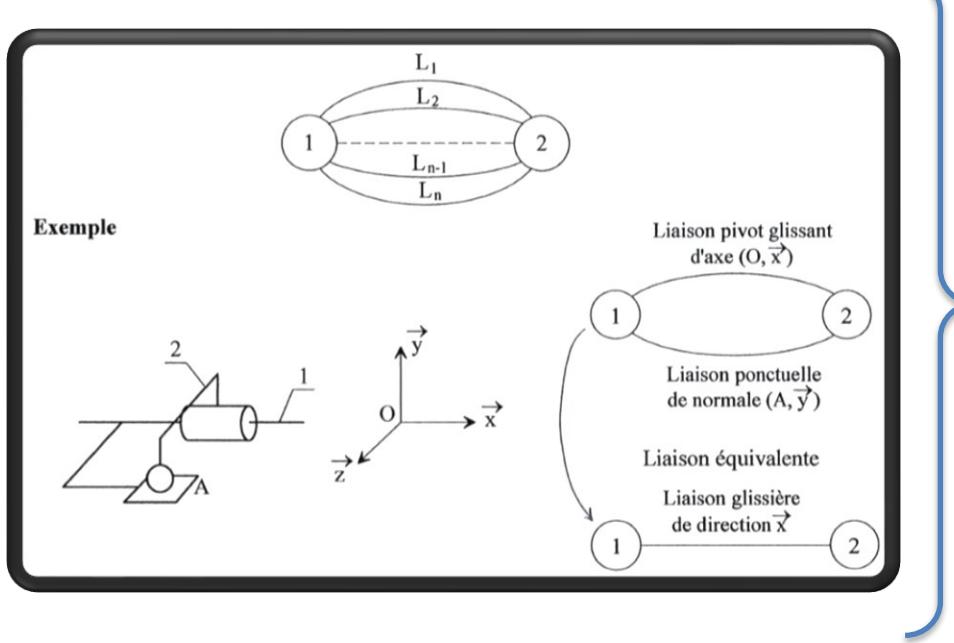
Il arrive souvent de rencontrer plusieurs liaisons entre deux solides. On peut alors chercher à exprimer la **liaison équivalente**.

Définition :

Une liaison entre deux solides est dite **équivalente** à un ensemble de liaison si elle **autorise les mêmes mouvements relatifs** entre les deux solides que l'ensemble de liaisons considérées.

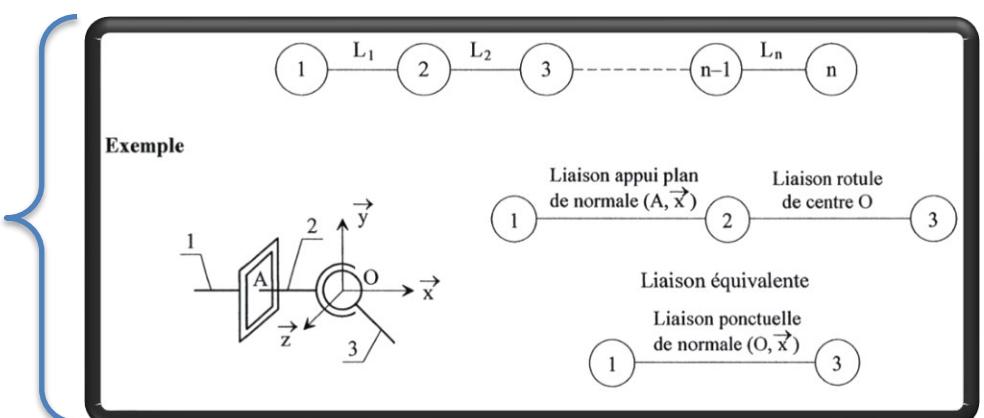
Deux cas de figure existent :

- Les liaisons sont placées en **parallèle** :



- Les liaisons sont placées en **série** :

DEUX SOLIDES EN CONTACT PAR L'INTERMEDIAIRE D'AUTRE(S) SOLIDE(S).



Remarque sur les liaisons équivalentes :

La détermination analytique de la liaison équivalente dans le cas de deux liaisons placées en série ou en parallèle sera abordée plus tard dans l'année.

8. Méthodologie pour l'élaboration d'un schéma cinématique minimal.

L'obtention d'un schéma cinématique minimal est **accessible à tous**, si le problème est abordé avec une certaine **méthodologie**.

Méthode proposée :

1

(Si besoin) : Préciser la phase d'étude du mécanisme.

En effet, certaines pièces (ex : vis...) n'ont pas le même mouvement pendant leur fonctionnement que pendant leur montage ou pendant leur réglage... De même, certains contacts peuvent être interrompus durant certaines phases d'utilisation.

2

Identifier les classes d'équivalence cinématique.

Cette étape se divise en 2 sous-étapes :

- 1) Rechercher (et colorier) différemment chaque CEC sur le dessin d'ensemble.
- 2) Lister les pièces de chaque CEC en commençant par la CEC « A » et la pièce « 1 » puis en continuant dans l'ordre croissant : $\{A\} = \{1, 3, \dots\}$ $\{B\} = \{2, 8, \dots\} \dots$



Remarques : Toutes les pièces qui se déforment sont à exclure des CEC (ressorts, joints...). Les éléments roulants des roulements ne sont pas pris en compte.

3

Réaliser le graphe de liaison (minimum de liaisons donc sans liaison en parallèle).

- 1) Placer les CEC en faisant en sorte qu'elles soient environ dans la même position que sur le dessin.
- 2) Préciser la pièce qui est le bâti.
- 3) Déterminer les liaisons entre ces CEC en identifiant la géométrie du contact ou les mobilités, puis les indiquer par des arcs sur le graphe.

4

Tracer le schéma cinématique minimal.

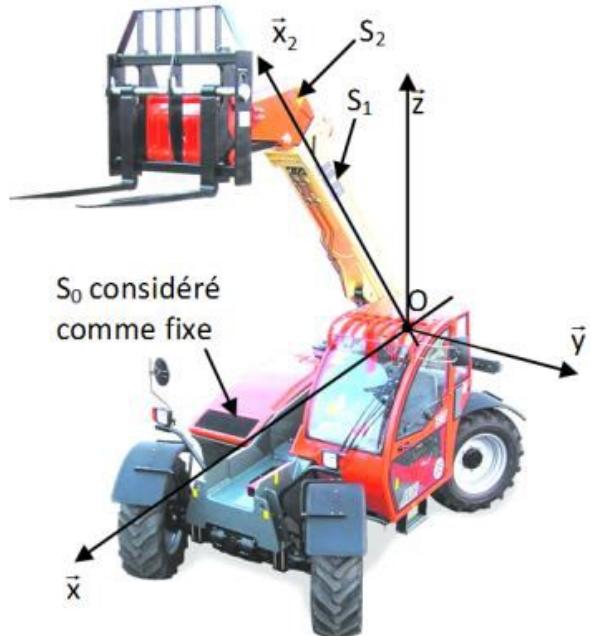
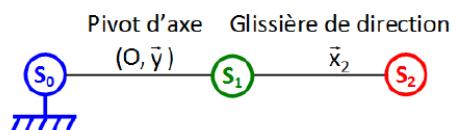
- 1) **Positionner**, en respectant les proportions, les **centres** et les **axes** des liaisons.
- 2) Mettre en place les représentations symboliques des liaisons élémentaires et du bâti en respectant le **code de couleur** retenu et l'**orientation** de la liaison par rapport au repère.
- 3) **Relier** tous les éléments de même couleur en respectant les proportions (et les formes générales pour faciliter la lecture) du mécanisme à schématiser.
- 4) **Compléter** « éventuellement » par quelques traits le schéma pour faciliter la compréhension.
- 5) **Vérifier** le schéma : pour cela, analyser les mouvements des différentes CEC du schéma et confronter cette analyse aux mouvements du mécanisme réel.

Exemple pour la partie 4 : nacelle élévatrice

Modèle : $S_0=\{\text{roues, châssis, cabine}\}$

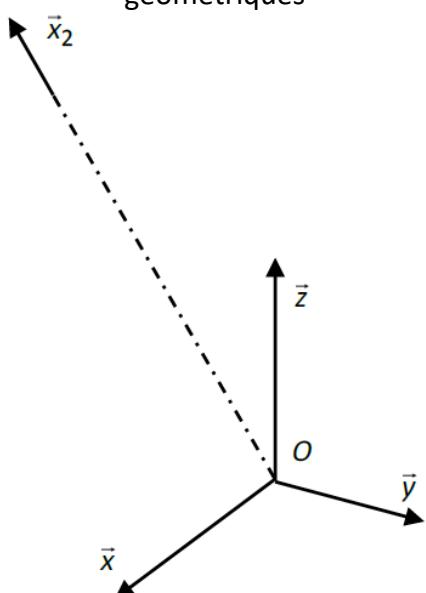
$S_1=\{\text{mât inférieur}\}$

$S_2=\{\text{mât supérieur, fourche}\}$

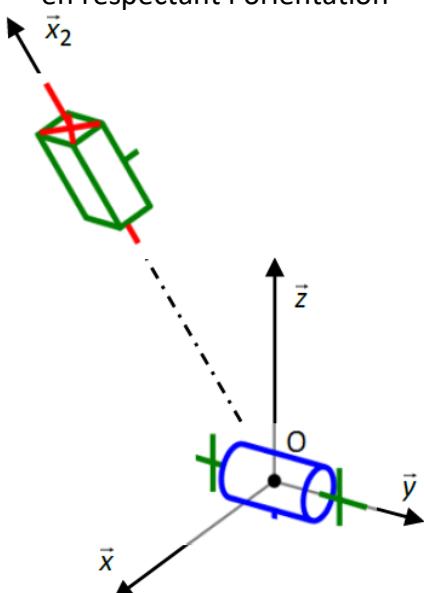


Construction du schéma cinématique

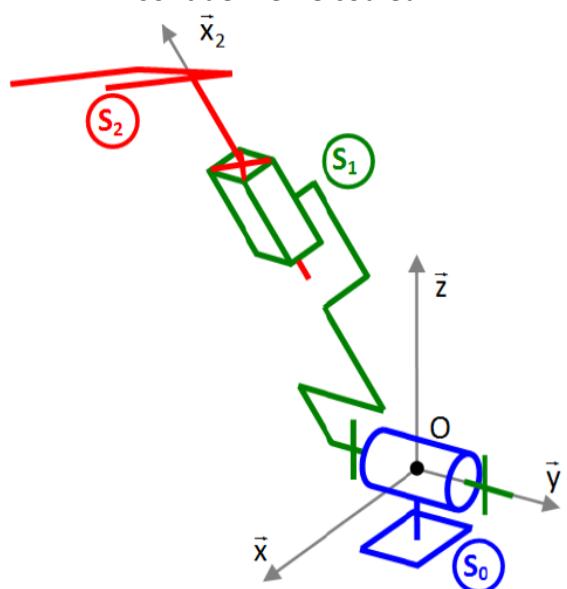
1. dessiner les éléments géométriques



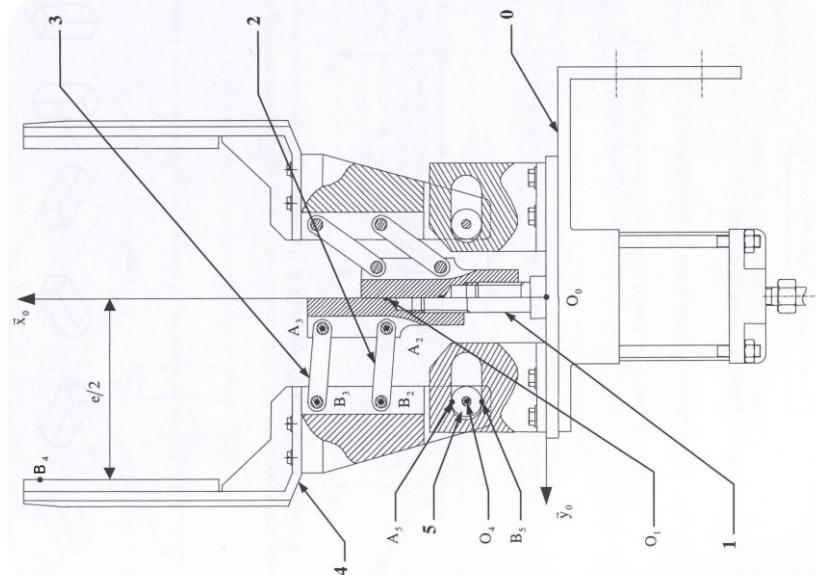
2. mettre en place les symboles en respectant l'orientation



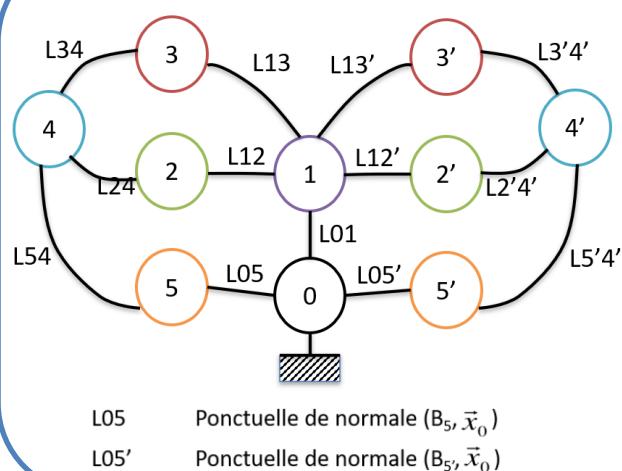
3-4. relier les symboles par des traits qui sont de même couleur



1



2



L01	Glissière de direction \vec{x}_0
L12	Pivot d'axe (A_2, \vec{Z}_0)
L12'	Pivot d'axe (A_2', \vec{Z}_0)
L54	Pivot d'axe (O_4, \vec{Z}_0)
L5'4'	Pivot d'axe (O_4, \vec{Z}_0)
L24	Pivot d'axe (B_2, \vec{Z}_0)
L2'4'	Pivot d'axe (B_2', \vec{Z}_0)
L13	Pivot d'axe (A_3, \vec{Z}_0)
L13'	Pivot d'axe (A_3', \vec{Z}_0)
L34	Pivot d'axe (B_3, \vec{Z}_0)
L3'4'	Pivot d'axe (B_3', \vec{Z}_0)

4

