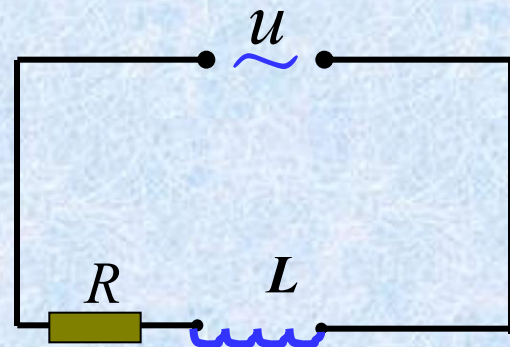


§ 7-2 交流电路的矢量图解法

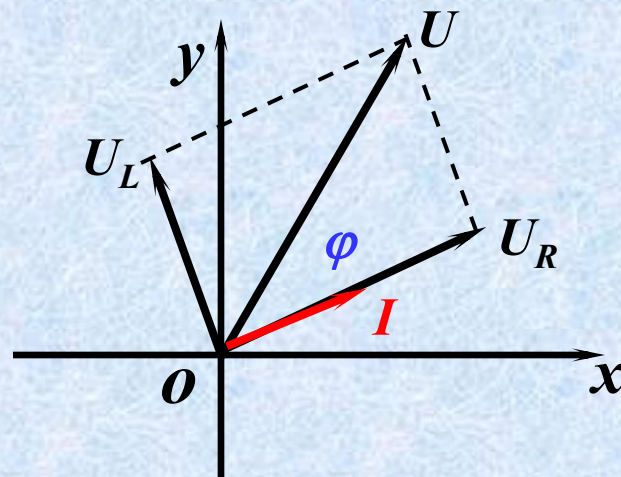
一、串联电路 (*series circuit*)

将电阻 R 和电感 L 串联在电压
 $u(t)=U_0\cos\omega t$ 两端组成交流电路。



总电压瞬时值 $u(t)=u_R(t)+u_L(t)$.

xy 平面画矢量 I , 电阻两端电压 U_R 与电流同相位, 可沿 I 方向画 U_R , 电感电压 U_L 比 I 超前 $\pi/2$, U_L 与 I 垂直。



$$U_R = IZ_R = IR; \quad U_L = IZ_L = I\omega L$$

由图得总电压
瞬时值, 大小为 $U = \sqrt{U_R^2 + U_L^2} = I\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}$

RL 串联电路的阻抗 $Z = \frac{U}{I} = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}$

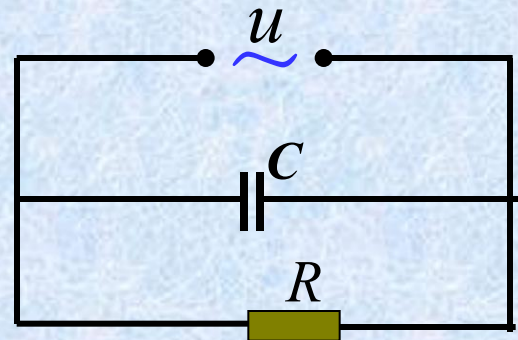
根据已知 R 、 L 和 ω 可算出电路的阻抗 Z , 再根据电压的有效值 (或峰值)算得电流的有效值(或峰值)。

U 与 I 之间的夹角即电
压与电流的相位差 φ $\varphi = \arctan \frac{\omega L}{R}$

电路上的电流为 $i(t) = I_0 \cos(\omega t - \varphi)$ 。

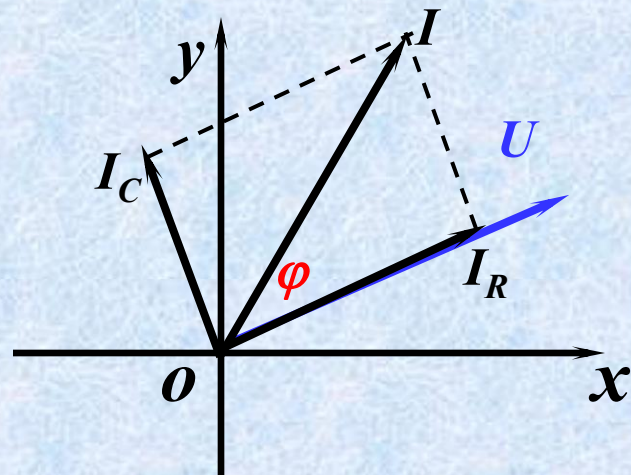
二、并联电路(*parallel circuit*)

电阻 R 电容 C 并联接电压 $u(t)$
 $=U_0\cos\omega t$ 组成交流电路。



各元件瞬时电压 $u(t)$ 相同，总电流 $i(t)=i_R(t)+i_C(t)$ 。

xy 平面上画矢量 U ，电阻电压与
电流同相位，沿 U 方向画 I_R ，电容
电流比电压超前 $\pi/2$ 相位， I_C 垂直 U



$$I_R = \frac{U}{R}$$

$$I_C = \frac{U}{Z_C} = U\omega C$$

由图得总电流瞬时值，大小为

$$I = \sqrt{I_R^2 + I_C^2} = U \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + (\omega C)^2}$$

RC 并联电路的阻抗 $Z = \frac{U}{I} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + (\omega C)^2}}$

U 与 I 之间夹角 φ 就是电压与电流的相位差，
电流超前于电压， φ 为负值， $\varphi = -\arctan(\omega CR)$

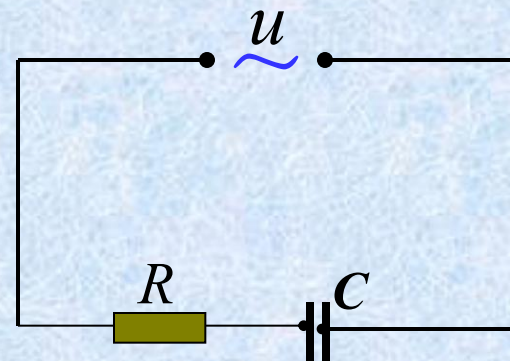
电路上的电流为 $i(t) = I_0 \cos(\omega t + \varphi)$ 。

由以上的讨论可以看到：

- (1) 交流电路中电流、电压瞬时值满足与直流电路相同规律，由于交流电简谐量之间存在相位差，峰值或有效值一般情况下不能写成同样形式；
- (2) 求解交流电路的中心问题，在一般情况下是确定电路的阻抗和相位差；
- (3) 引入阻抗，电路上电流、电压峰值或有效值与阻抗之间可以写成类似欧姆定律的关系，因存在相位差瞬时值与阻抗之间不能写成此形式。

例1：角频率为 $1.8 \times 10^3 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ 的交流电压加在 RC 串联电路的两端，电压峰值 50V ， $R = 1.0 \times 10^2 \Omega$ ， $C = 4.5 \mu\text{F}$ 。求总电流的峰值、电路的阻抗以及电流与电压的相位差。

解：在串联电路中，各点的电流瞬时值相同，用 I_0 表示总电流的峰值



电路的阻抗为

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}$$
$$= \sqrt{(1.0 \times 10^2)^2 + \frac{1}{(1.8 \times 10^3 \times 4.5 \times 10^{-6})^2}} \Omega$$
$$= 1.6 \times 10^2 \Omega$$

电路中电流的峰值为

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{50}{1.6 \times 10^2} \text{ A} = 0.31 \text{ A}$$

电阻两端电压与电流同相位，矢量图中矢量 I 和 U_R 同方向。电容器电压比电流落后 $\pi/2$ ，可以得到旋转矢量 U_C 的方向。

$$U_C \text{ 的长度 } U_C = IZ_C$$

电流超前于电压 φ 的相位，并且

$$\varphi = -\arctan \frac{U_C}{U_R} = -\arctan \frac{Z_C}{R} = -\arctan \frac{1}{R\omega C} = -1.2$$

$\therefore \varphi = -50^\circ$ ，表示电流超前于电压 50° 的相位。

