

§ 1-6 电容和电容器

一、电容：

定义：孤立导体的电容 $C = \frac{q}{U}$

孤立导体的电容只决定于导体自身的性状、而与所带电荷和电势，它反映了孤立导体储存电荷和电能的能力。

例如，半径为 R ，带电量为 Q 的孤立导体球，其电势表示为

$$V = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R}$$

孤立导体球的电容为 $C = \frac{Q}{V} = 4\pi\epsilon_0 R$

电容的单位：

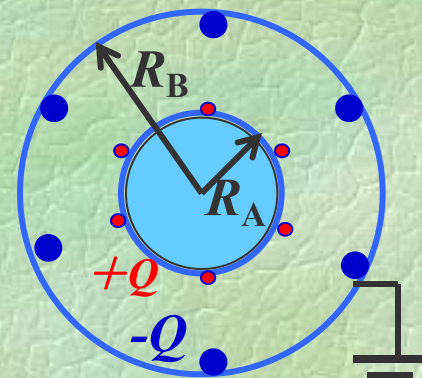
称作 $F \sim$ (法拉) 或记为 (C / V) 。

$$1 F = 10^6 \mu F = 10^{12} pF$$

二、电容器：

在周围没有其它带电导体影响时，由两个导体组成的导体体系，称为**电容器**。

如图所示，用导体空腔B把导体A包围起来，B以外的导体和电场都不会影响导体A以及A、B之间的电场。可以证明，导体A、B之间的电势差 $V_A - V_B$ 与导体A所带电量成正比，而与外界因素无关。**电容器的电容定义为**



$$C = \frac{Q_A}{V_A - V_B} = \frac{q}{U_{AB}}$$

三、电容的计算

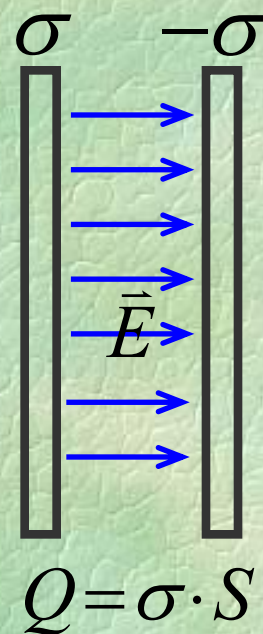
1. 平行板电容器

平行板电容器面积为 S ，板间距为 d ，且

$$S \gg d^2 \quad \therefore E = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0} = \frac{Q}{\varepsilon_0 S}$$

$$U_{AB} = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l} = Ed = \frac{Qd}{\varepsilon_0 S}$$

$$\therefore C = \frac{Q}{U_{AB}} = \frac{\varepsilon_0 S}{d}$$

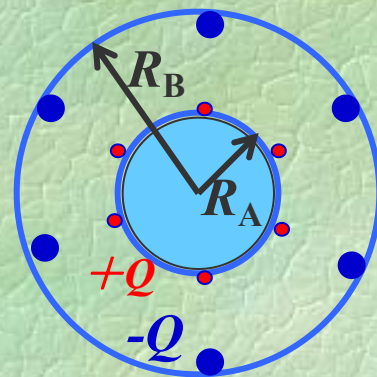


平行板电容器的电容与极板的面积 S 成正比，与两极板之间的距离 d 成反比。

2. 同心球形电容器

两个同心金属球壳带有等量异号电荷，电量为 Q ，两球壳之间的场强为

$$\therefore E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \quad (R_A > r > R_B)$$



两球壳间的电势差为

$$U_{AB} = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_{R_A}^{R_B} \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} dr = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{R_A} - \frac{1}{R_B} \right)$$

$$\therefore C = \frac{Q}{U_{AB}} \quad \therefore C = \frac{4\pi\epsilon_0 R_A R_B}{R_A - R_B}$$

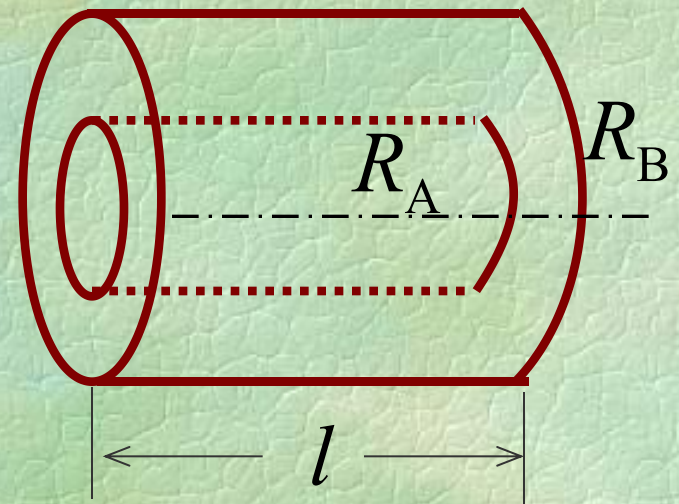
3. 圆柱形电容器（同轴电缆）

两个长为 l 的圆柱体，圆柱面上带有等量异号的电荷，其间距离 $R_B - R_A \ll l$ ，线电荷密度为 $\lambda = Q/l$ 。

$$\therefore E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r} = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 l r}$$

$$\begin{aligned}\therefore U_{AB} &= \int_{AB} \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_{R_A}^{R_B} \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} dr \\ &= \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{R_B}{R_A}\end{aligned}$$

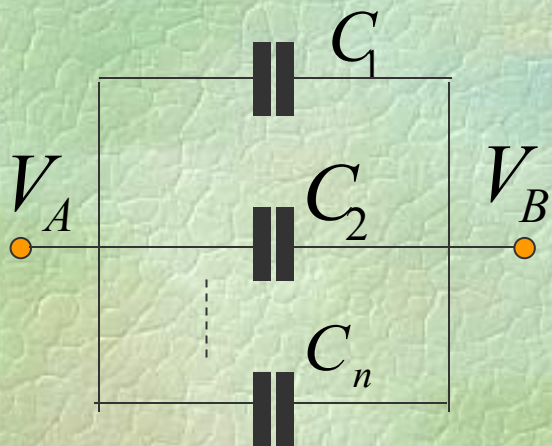
$$C = \frac{Q}{U_{AB}} = \frac{2\pi\epsilon_0 l}{\ln(R_B / R_A)}$$



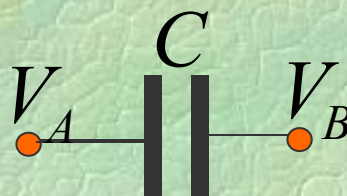
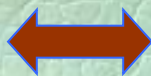
四、电容器的联接

1. 并联电容器的电容

$$C = \sum_i C_i$$



等效



令 $U = V_A - V_B$

$$q_1 = C_1 U$$

$$q_2 = C_2 U$$

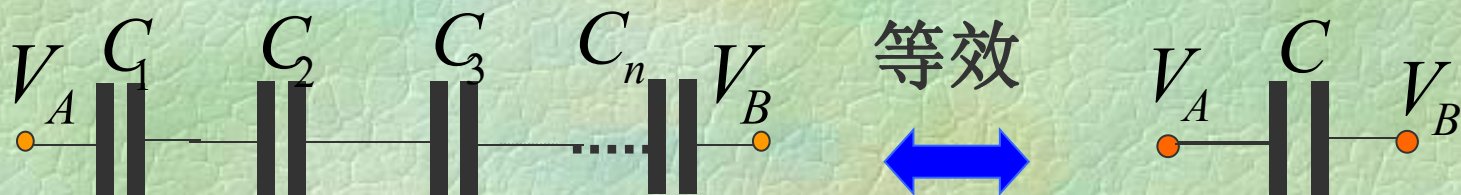
$$q_n = C_n U$$

$$\therefore C = \frac{q_1 + q_2 + \cdots + q_n}{U}$$

$$\therefore C = C_1 + C_2 + \cdots + C_n$$

2. 串联电容器的电容

$$\frac{1}{C} = \sum_i \frac{1}{C_i}$$



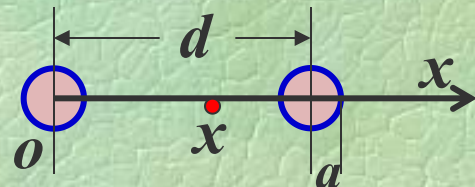
令 $U = V_A - V_B$ $U = U_1 + U_2 + \dots + U_n$

$$C_1 = \frac{q}{U_1} \quad C_2 = \frac{q}{U_2} \quad \dots \quad C_n = \frac{q}{U_n}$$

$$\therefore C = \frac{q}{U} = \frac{q}{U_1 + U_2 + \dots + U_n} \quad \therefore \frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n}$$

$$\therefore \frac{1}{C} = \sum_i \frac{1}{C_i}$$

例：两根距离为 d 的平行无限长直导线带等量异号电荷，构成电容器，设导线半径 $a \ll d$ ，求单位长度的电容。



解：如图建立坐标系，坐标轴上 x 处的场强可由高斯定理求出

$$E = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left[\frac{\lambda}{x} + \frac{\lambda}{d-x} \right]$$

方向沿 x 轴正方向。式中 λ 是正电导线单位长度所带电量。两导线间的电势差为

$$U_{AB} = \int_a^{d-a} \vec{E} \cdot d\vec{x} = \int_a^{d-a} \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{d-x} \right) dx = \frac{\lambda}{\pi\epsilon_0} \ln \frac{d-a}{a} \approx \frac{\lambda}{\pi\epsilon_0} \ln \frac{d}{a}$$

由此可算得单位长度的电容为

$$\therefore C = \frac{\lambda}{U_{AB}} = \frac{\epsilon_0}{\ln(d/a)}$$