

## § 7-5 交流电的功率

### 一、瞬时功率和有功功率

交流电路中电压与电流之间有相位差 $\varphi$ ,

$$u(t) = U_0 \cos \omega t, i(t) = I_0 \cos(\omega t - \varphi)$$

电源输给交流电路瞬时功率(*active power*)为

$$\begin{aligned} p(t) &= u(t)i(t) = U_0 I_0 \cos \omega t \cos(\omega t - \varphi) \\ &= \frac{1}{2} U_0 I_0 \cos \varphi + \frac{1}{2} U_0 I_0 \cos(2\omega t - \varphi) \\ &= UI \cos \varphi + UI \cos(2\omega t - \varphi) \end{aligned}$$

瞬时功率由两项组成，一项与时间无关常数项，另一项是以二倍频率随时间变化的周期性函数。



平均功率(*average power*) 也称有功功率

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt$$

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T [UI \cos \varphi + UI \cos(2\omega t - \varphi)] dt = UI \cos \varphi$$

$\cos \varphi$ 功率因数，表示有功功率在 $UI$ 中所占比率。

交流电的有功功率等于电压和电流的有效值与功率因数三者的乘积。

在纯电阻电路中， $\varphi = 0$ ， $\cos \varphi = 1$ ， $P = UI$ ，

表示电源提供给电路的有功功率为最大。



纯电感或纯电容电路中  $\varphi = \pm\pi/2, \cos\varphi = 0, P = 0$ 。功率瞬时值并不总为零，正值功率的时间与负值功率时间相等。

瞬时值为正值，表示电源向电路提供能量；瞬时值为负值，表示电路将能量回授给电源。平均功率为零，说明电源向电路提供的能量与电路回授给电源的能量相等。

一般情况  $+\pi/2 > \varphi > -\pi/2, 1 > \cos\varphi > 0, UI > P > 0$ 。正值功率的时间长于负值功率的时间，即电源对电路提供的能量大于电路回授给电源的能量。



## 二、视在功率和无功功率

视在功率(表观功率 $apparent\ power$ )为电压有效值 $U$ 与电流有效值 $I$ 的乘积,  $S = UI$ .

电路或用电器的功率  $P = UI \cos \varphi = S \cos \varphi$

电力设备输出的电压有效值 $U$ 与电流有效值 $I$ 的乘积也称为视在功率, 对外提供的功率还必须再乘以功率因数。

实际电压和电流都不得超过所标额定值。额定电压与额定电流的乘积称为额定视在功率, 或称容量。



复阻抗包括实部和虚部, 实部是电阻, 虚部是电抗。

$$\tilde{Z} = Z \cos \varphi + jZ \sin \varphi = r + jX$$

$$\text{其中 } r = Z \cos \varphi, \quad X = Z \sin \varphi$$

利用  $U=IZ$  有功功率可写为  $P = I^2 Z \cos \varphi = I^2 r$

复阻抗的实部与有功功率相对应, 它所消耗的功率就是电路所消耗的功率。通常将复阻抗的实部称**有功电阻**。

有功电阻代表电功率的任何消耗或转换,  
而一般电阻只表示电功率向热功率的转换。



复阻抗的电抗部分必定不消耗功率只储存功率。

电抗储存功率的最大值为无功功率(*reactive power*)

$$P_q = I^2 Z \sin \varphi = I^2 X$$

视在功率也可用阻抗来表示  $S = UI = I^2 Z$

视在功率、有功功率和无功功率三者关系

$$S = \sqrt{P^2 + P_q^2}$$

视在功率的单位是V·A (伏·安) 和kV·A (千伏·安),  
无功功率的单位是Var (乏)和kVar (千乏), 有功功率  
的单位W (瓦)和kW (千瓦)。



### \*三、提高功率因数的意义和方法

输电线消耗功率、电路或用电器吸收或获得的功率以及电力系统输出功率，都与功率因数有密切关系。

$$I_{//} = I \cos \varphi = \frac{P}{U} \quad I = \frac{I_{//}}{\cos \varphi} = \frac{P}{U \cos \varphi}$$

提高功率因数可减小输电线和电源内阻上的电势降落，从而保证用户电器得到一定的电压。

提高功率因数可以充分发挥电力设备的能力。

改变电路电抗可以改变阻抗，从而改变功率因数。对于感抗性(或容抗性)负载，总是用并联或串联适量电容(或电感)的方法提高其功率因数。



例1:电压220V、频率50Hz交流电源供给一感抗性负载以550W的有功功率，功率因数为0.6。问：

(1) 欲使功率因数提高到1，需串联多大的电容？

(2) 串联电容器后，电源供给的有功功率为多大？

解: (1) 因为负载是感抗性的，

可将其复阻抗写为  $\tilde{Z} = r + jX_L$

由已知条件可以求得负载的阻抗  $Z = \frac{U^2 \cos \varphi}{P}$

可得负载的电抗  $X_L = Z \sin \varphi = \frac{U^2}{P} \sin \varphi \cos \varphi$



根据题意，串联电容器 $C$ 后，应使负载的功率因数 $\cos\varphi'=1$ ，即 $\varphi'=0$ ，就是必须使复阻抗变为实数。于是可以得到  $jX_L + \frac{1}{j\omega C} = 0$

由此解得 
$$C = \frac{1}{\omega X_L} = \frac{P}{\omega U^2 \cos\varphi \sin\varphi}$$
$$= \frac{550}{2 \times 3.14 \times 50 \times 220^2 \times 0.6 \times 0.8} \text{ F} = 75 \text{ F}$$

(2) 串联电容器后，负载的功率因数 $\cos\varphi'=1$ ，电源供给的有功功率等于视在功率，所以

$$P = UI \cos\varphi' = UI = \frac{U^2}{r} = \frac{P}{\cos^2\varphi} = \frac{550}{0.6^2} \text{ kW} = 1.53 \text{ kW}$$