

§ 7-1 交流电和交流电路的基本概念

一、交流电的类型 (*alternating current*)

大小和方向都在随时间变化的电流称为**变电流**，而如果变化是周期性的，称为**交变电流**或**交流电**。

交流电有多种类型。依照余弦(或正弦)函数的形式随时间变化的称为**简谐交流电**，或简谐波。

简谐波是最基本、最重要的。

非简谐式
的交流电 $\xrightleftharpoons[\text{分解}]{\text{叠加}}$ 简谐波

简谐波在线性电路
中可独立传播。

二、描述简谐交流电的特征量

频率、振幅和相位是描述简谐交流电的特征量，知道这三个量，被描述的简谐交流电就被确定了。

交流电简谐量(电动势 e 、电流 i 和电压 u)的瞬时值可表示为

$$\left. \begin{aligned} e(t) &= \mathcal{E}_0 \cos(\omega t + \varphi_e) \\ i(t) &= I_0 \cos(\omega t + \varphi_i) \\ u(t) &= U_0 \cos(\omega t + \varphi_u) \end{aligned} \right\}$$

1. 频率和周期

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$

频率表示单位时间内交流电简谐量变化的次数，周期表示交流电简谐量完成一次变化所需要的时间。

2. 峰值和有效值

振幅在交流电中常称为峰值，就是 ε_0 、 I_0 和 U_0 ，表示交流电简谐量随时间变化的最大幅度。

一般用有效值量度交流电的大小或强弱。

交流电通过某电阻在一周期内产生焦耳热，与某恒定电流通过同电阻在相同时间内产生的焦耳热相等，恒定电流的量值就是该交流电的有效值。

交流电在 dt 内焦耳热 $dQ=i^2 R dt=(RI_0^2 \cos^2 \omega t)dt$ ，

一个周期内产生的焦耳热为

$$Q = \int dQ = \int_0^T (RI_0^2 \cos^2 \omega t) dt = \frac{1}{2} RI_0^2 T$$

按照有效值的定义 $RI^2T = \frac{1}{2}RI_0^2T$

$$I = \frac{1}{\sqrt{2}} I_0 = 0.707 I_0$$

交流电的有效值等于其峰值的**0.707**倍。仿照此关系，把交流电的电动势 e 和电压 u 的有效值分别写为 **$\varepsilon = 0.707\varepsilon_0$** ， **$U = 0.707U_0$** 。

各种交流电器的额定电压、额定电流，以及常用的交流电表所指示的交流电路的电压、电流，一般都是有效值。

3. 相位和初相位

在式中的 $(\omega t + \varphi_e)$ 、 $(\omega t + \varphi_i)$ 和 $(\omega t + \varphi_u)$ 都称为相位，其中 φ_e 、 φ_i 和 φ_u 都称为初相位。

相位决定了交流电简谐量在任一瞬间的状态，即任一瞬间交流电简谐量量值的大小、极性的正负和变化的趋势。

初相位则决定了交流电简谐量在初始时刻的状态，即初始时刻交流电简谐量量值的大小、极性的正负和变化的趋势。

三、单元件的阻抗和相位差 (*single element*)

反映元件电压 $u(t)$ 与过其中电流 $i(t)$ 关系有两个

一个为量值关系，即两者的峰值之比(有效值之比)，称为元件的阻抗 (*impedance*)，用 Z 表示

$$Z = \frac{U_0}{I_0} = \frac{U}{I}$$

另一个关系称为相位关系，即两者相位之差，用 φ 表示 $\varphi = \varphi_u - \varphi_i$ 。

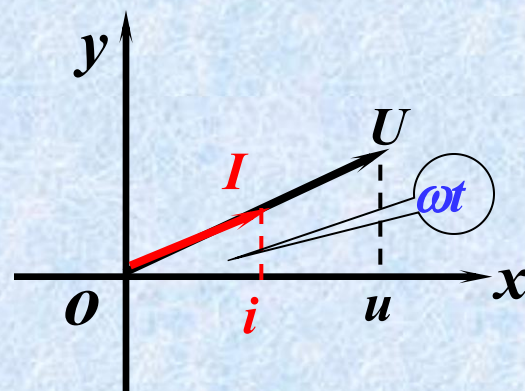
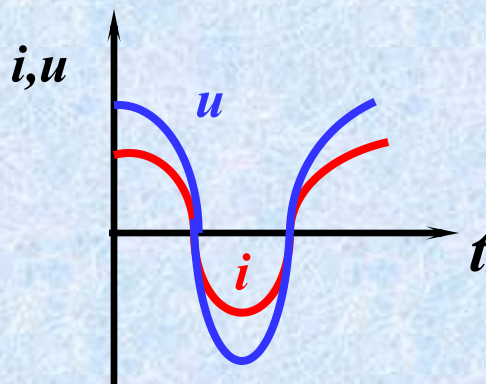
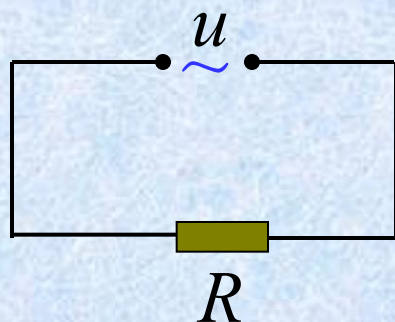
一个电路也需要用这两种关系来描述电路两端的电压与通过电路的电流之间的联系，其中量值关系称为电路的阻抗。

1. 电阻 R

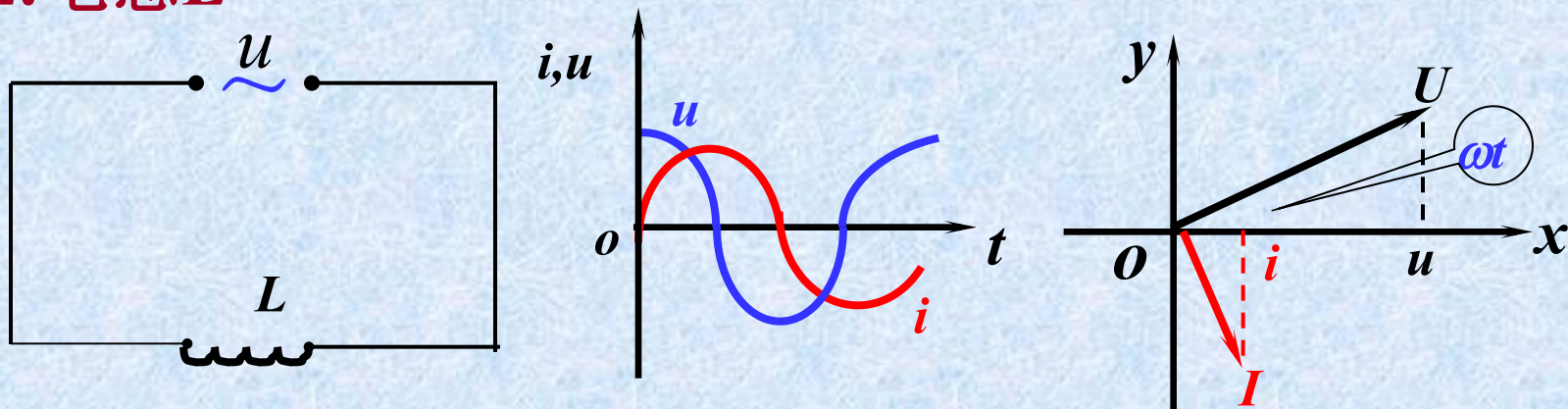
把电压 $u(t)=U_0\cos\omega t$ 加在电阻 R 的两端。通过电阻的电流为 $i(t)=\frac{u(t)}{R}=\frac{U_0}{R}\cos\omega t=I_0\cos\omega t$

$I_0=U_0/R$ 是电流的峰值。得到 $Z_R=R$, $\varphi=0$

纯电阻的阻抗就是电阻本身，两端的电压与通过其中的电流同相位。



2. 电感 L



把电压 $u(t) = U_0 \cos \omega t$ 加在线圈两端，电流随时间变化，线圈中产生自感电动势 $e_L = -L \frac{di}{dt}$

相当电路存在两个电源， $u(t) + e_L = iR$ 。

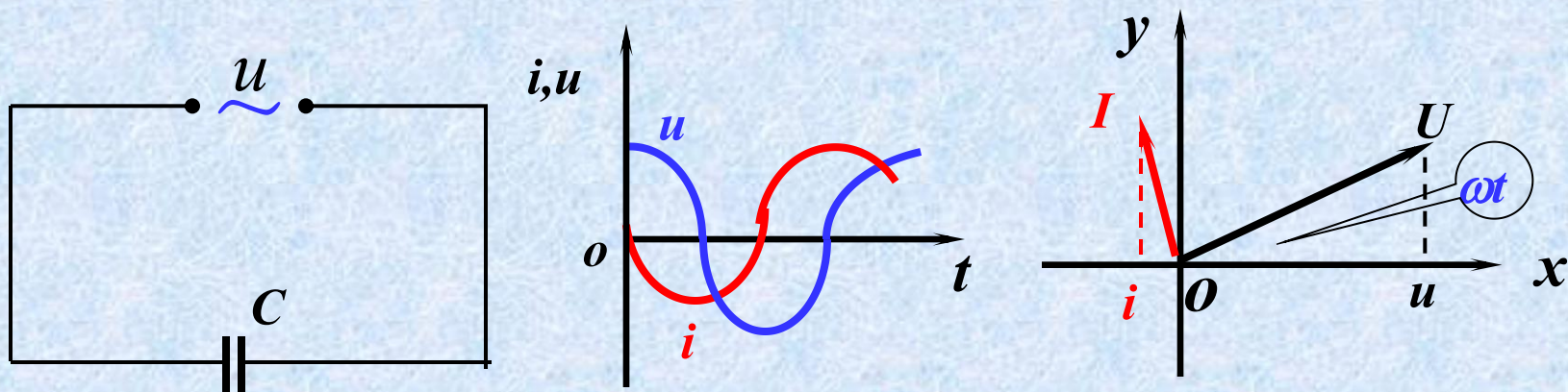
忽略线圈和电路上的电阻，可得 $u(t) = -e_L$ ，

$$U_0 \cos \omega t = L \frac{di}{dt} \quad i(t) = \frac{U_0}{\omega L} \sin \omega t = I_0 \cos \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right)$$

$I_0=U_0/\omega L$ 是电流的峰值，得 $Z_L=\omega L$ ， $\varphi=\pi/2$ 。

纯电感的阻抗等于 ωL ，两端的电压比通过其中的电流超前 $\pi/2$ 的相位。

3. 电容 C



把电压 $u(t) = U_0 \cos \omega t$ 加在电容为 C 的电容器两端，极板上的瞬时电量为 $q(t) = CU_0 \cos \omega t$ 。

电路的电流等于电容器极板上电量的变化率

$$i(t) = \frac{dq}{dt} = -\omega CU_0 \sin \omega t = I_0 \cos(\omega t + \frac{\pi}{2})$$

$I_0 = \omega CU_0$ 是电压的峰值，得 $Z_C = 1/\omega C$ ， $\varphi = -\pi/2$

表示，纯电容的阻抗等于 $1/\omega C$ ，两端的电压比通过其中的电流落后 $\pi/2$ 的相位。

总结：只要电压或电流中之一是简谐波，另一个也必定是同频率的简谐波；

在纯电阻电路中，电压与电流同相位，在纯电感电路中，电压超前于电流 $\pi/2$ 的相位，在纯电容电路中，电压落后于电流 $\pi/2$ 的相位；

随着频率的升高，线圈的感抗按正比关系增大，电容器的容抗却按双曲线关系减小，而电阻则与频率无关(仅在频率不太高时才是正确的。随着频率的升高，趋肤效应越来越明显，电阻元件和导线的有效截面积减小，电阻就增大了)。