

**Zusatz**

# Integralfunktion



Theoretisch Abiturrelevant



Die **Integralfunktion**  $J_u(x)$  zu einer integrierbaren Funktion  $f$  ist definiert als:

$$J_u(x) = \int_u^x f(t) dt$$

Es gilt:

$J'_u(x) = f(x)$ , d.h.  $J_u$  ist eine Stammfunktion von  $f$ .

$J_u(u) = 0$ , d.h. jede Integralfunktion hat eine Nullstelle.



$f(x) = x \Rightarrow F(x) = \frac{1}{2}x^2 + 10$  hat keine Nullstelle und ist daher keine Integralfunktion (aber trotzdem eine Stammfunktion von  $f$ ).

## Beispiel

$f(x) = 3e^x - 2$  mit  $u = 0$ ,  $J_u$  als integralfreien Term darstellen:

$$\begin{aligned} J_0(x) &= \int_0^x 3e^t - 2 dt = [3e^t - 2t]_0^x \\ &= 3e^x - 2x - (3e^0 - 2 \cdot 0) \\ &= \underbrace{3e^x - 2x - 3}_{\text{integralfreier Term}} \end{aligned}$$

# Differentialquotient



Theoretisch Abiturrelevant



Eine Funktion  $f'$  ist an der Stelle  $a$  definiert, wenn der Differenzquotient  $\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$  für  $h \rightarrow 0$  gegen einen Grenzwert strebt. In diesem Fall ist  $f$  an der Stelle  $a$  differenzierbar.

$$f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

## nicht alle Funktionen sind (überall) differenzierbar

$$\begin{array}{lcl} f(x) & = & \sqrt{x} \\ f(0) & = & 0 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} \\ f'(0) = \frac{1}{0} \Rightarrow \times \end{array}$$

Die Wurzelfunktion ist zwar für  $x = 0$  definiert, jedoch nicht differenzierbar.

## Beispiel

$$\begin{aligned} f(x) &= x^2 \\ f'(a) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(a+h)^2 - a^2}{h} \\ f'(a) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{a^2 + 2ah + h^2 - a^2}{h} \\ f'(a) &= \lim_{h \rightarrow 0} 2a + h \\ f'(a) &= 2a \end{aligned}$$



Dass man das im Abi machen muss, ist sehr unwahrscheinlich, aber grob zu wissen, wie es geht, kann nicht schaden.

# Quotientenregel



Nicht Abiturrelevant



$$f = \frac{u}{v} \quad \Rightarrow \quad f' = \frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2}$$

## Beispiel

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{x^2}{x^2 - 3} & u(x) &= x^2 & v(x) &= x^2 - 3 \\ f'(x) &= \frac{2x \cdot (x^2 - 3) - x^2 \cdot 2x}{(x^2 - 3)^2} & u'(x) &= 2x & v'(x) &= 2x \end{aligned}$$